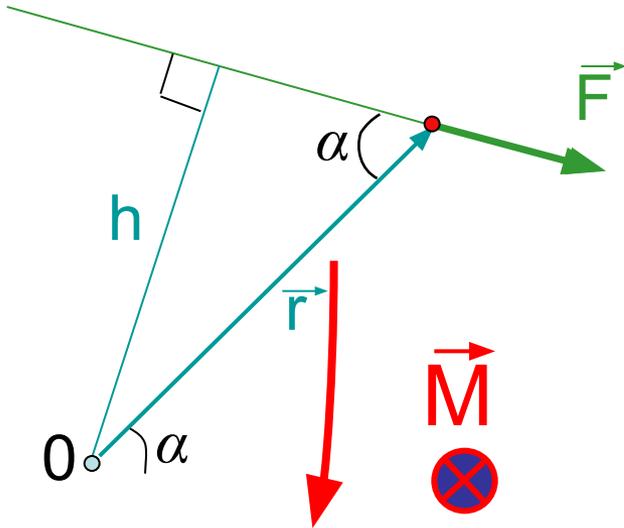


# Тема 7. МОМЕНТ ИМПУЛЬСА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ.



## Момент силы

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

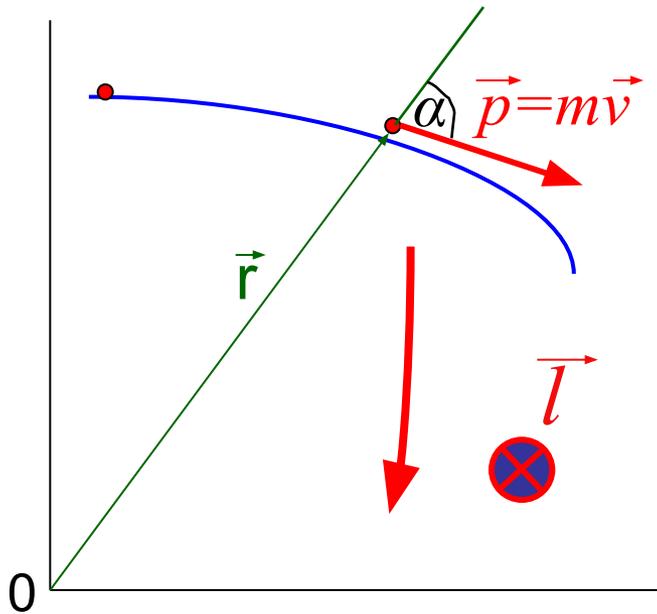
По модулю:

$$M = F r \sin \alpha$$

$$M = F h$$

Направление: по правилу  
правого винта  
(правило буравчика)

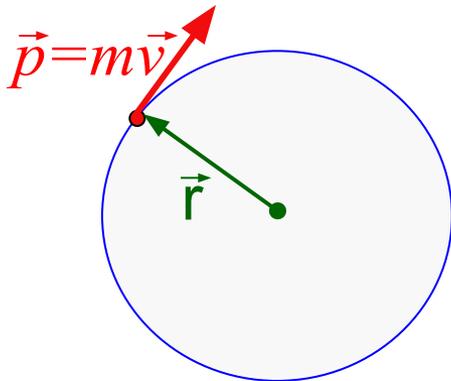
# Момент импульса частицы



$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$$

По модулю:  $l = r p \sin \alpha = m v r \sin \alpha$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



При движении по окружности:

$$l = m v r \sin 90^\circ = m v r$$

## Изменение момента импульса частицы

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{v} \times \vec{v} + \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{M}$$

## Условие сохранения момента импульса частицы

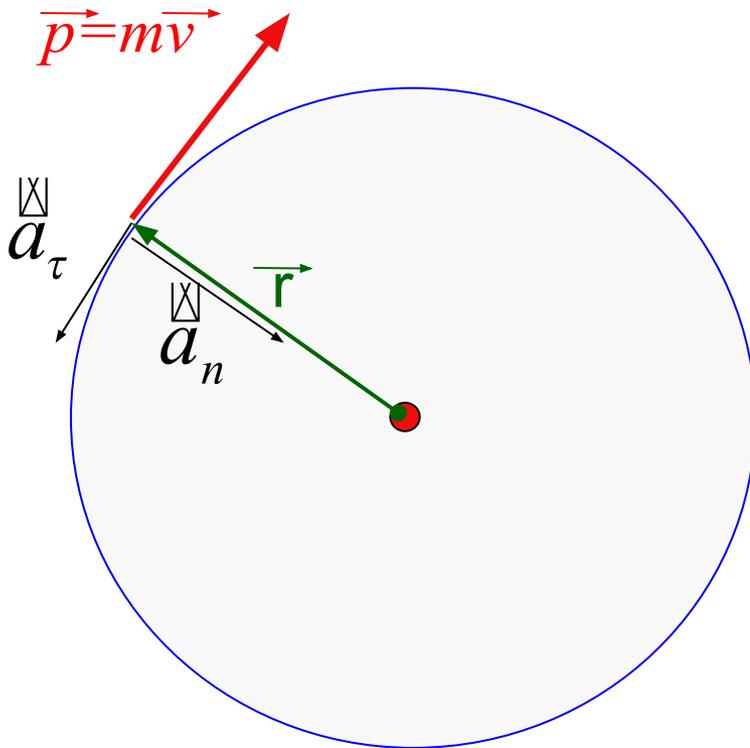
$$l = \text{const}, \quad \text{если } \vec{M} = 0 \qquad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

1)  $F = 0$  (свободная частица)

2) Вектора  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$  сонаправлены (сила центральная)

При движении по окружности:

$$l = mvr = m\omega rr = mr^2\omega$$



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}_n + m\vec{a}_\tau$$

$$\begin{aligned} \vec{M} &= \vec{r} \times (m\vec{a}_n + m\vec{a}_\tau) = \\ &= m\vec{r} \times \vec{a}_n + m\vec{r} \times \vec{a}_\tau \end{aligned}$$

$$\vec{M} = m\vec{r} \times \vec{a}_\tau \quad M = mra_\tau$$

$$\vec{a}_\tau = 0 \Rightarrow \vec{l} = \text{const}$$

# Момент импульса системы МТ

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^N \vec{l}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$$

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i^I + \vec{R}_c$$

$$\vec{v}_i = \vec{v}_i^I + \vec{V}_c$$

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^N m_i (\vec{r}_i^I + \vec{R}_c) \times (\vec{v}_i^I + \vec{V}_c)$$

$$\vec{J} = \sum_i m_i \vec{r}_i^I \times \vec{v}_i^I + \sum_i m_i \vec{R}_c \times \vec{v}_i^I + \sum_i m_i \vec{r}_i^I \times \vec{V}_c + \sum_i m_i \vec{R}_c \times \vec{V}_c$$

$\vec{S}$                       0                      0

$$\vec{R}_c \times M\vec{V}_c = \vec{R}_c \times \vec{P}_c = \vec{L}$$

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$$

