

Задача: даны два числа, найти их наибольший общий делитель

**НОД** = наибольший общий делитель двух натуральных чисел – это наибольшее число, на которое оба исходных числа делятся без остатка.

## Вычисление НОД

$$\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(a-b, b) = \text{НОД}(a, b-a)$$

Заменяем большее из двух чисел **разностью** большего и меньшего до тех пор, пока они не станут равны. Это и есть НОД.

**Пример :**

$$\text{НОД}(18, 45) = \text{НОД}(18, 45-18) = \text{НОД}(18, 27) = \text{НОД}(18, 9) = \\ = \text{НОД}(9, 9) = 9$$

# Алгоритм Евклида:

Ввести  $N, M$

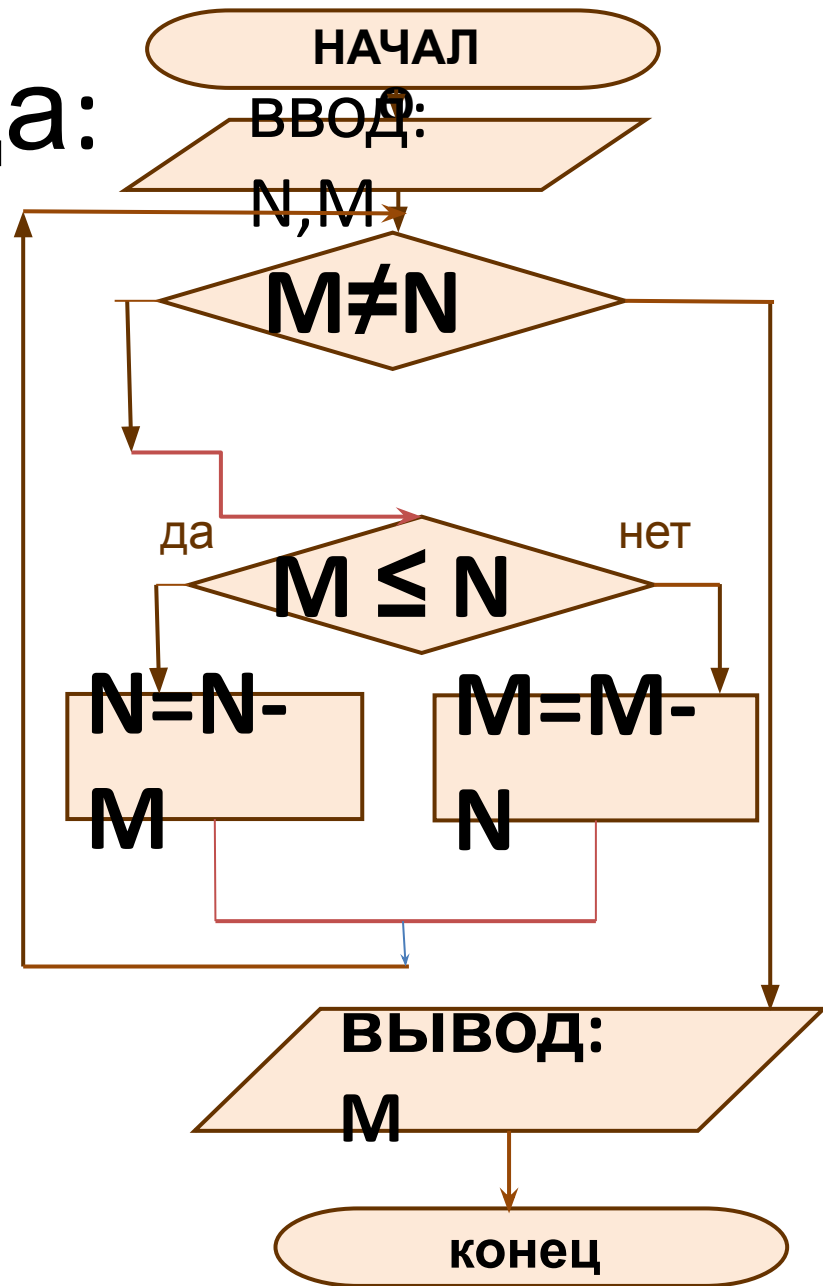
Пока  $N \neq M$  повторять

Если  $N > M$  то  $N = N - M$

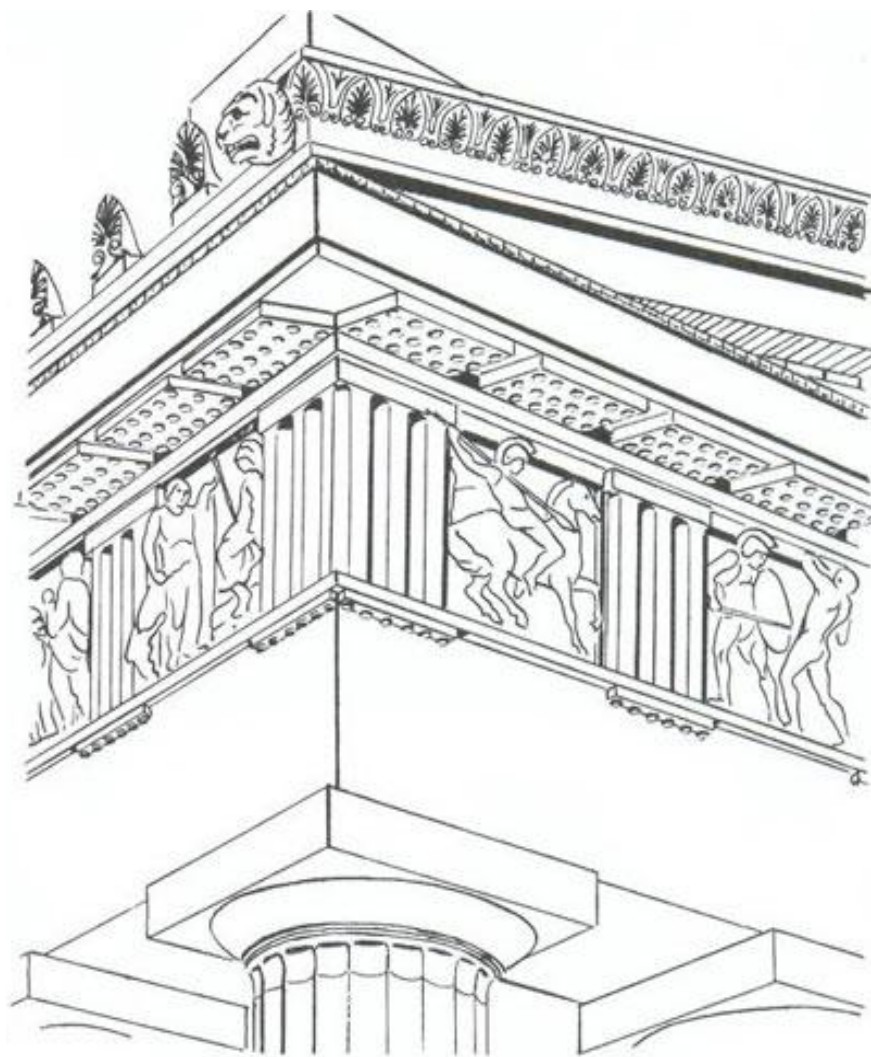
иначе  $M = N - M$

Конец цикла

Вывести  $M$

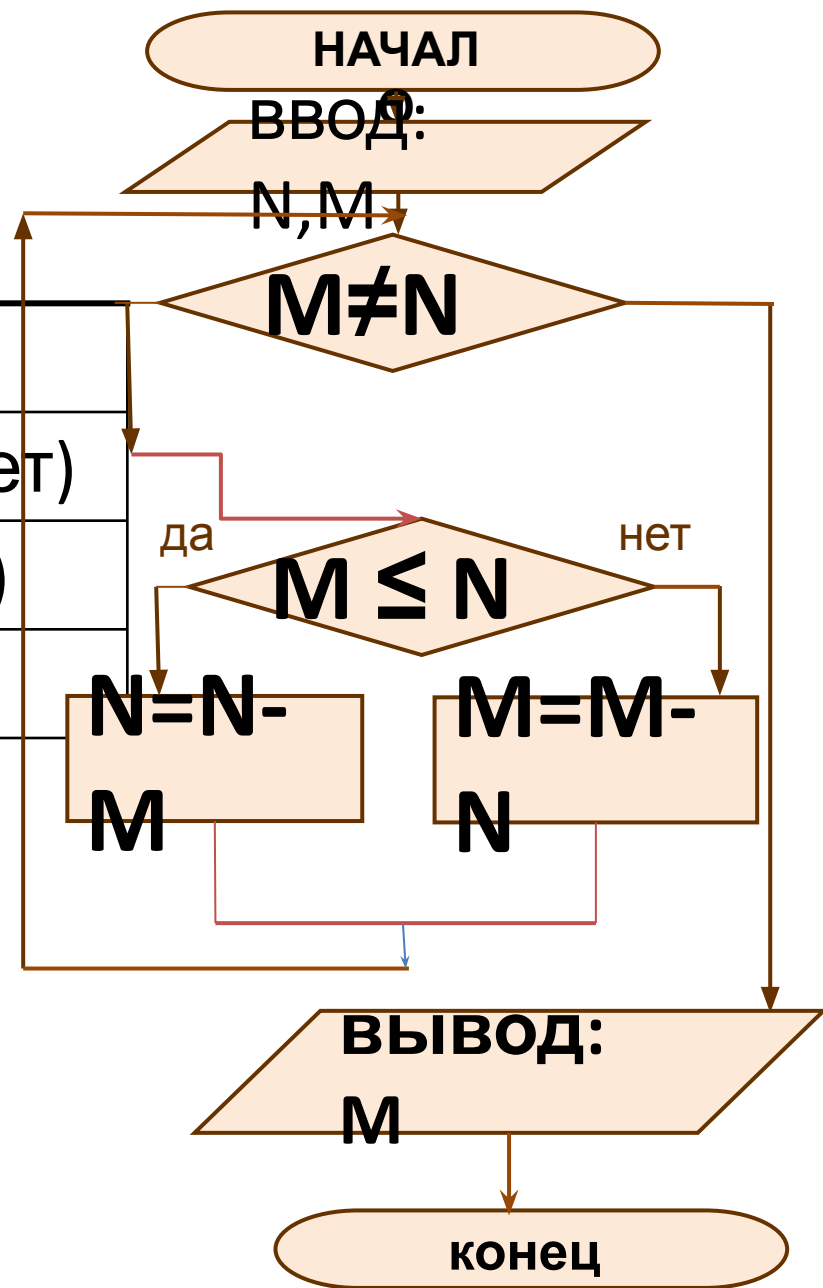


```
program Evklid;  
var m, n: integer;  
begin  
write('ВВЕДИТЕ 2 ЧИСЛА');  
read(m,n);  
  while m<>n do  
  begin  
    if m>n  
    then m:=m-n  
    else n:=n-m;  
  end;  
  write ('НОД=',m);  
end.
```



Исполним алгоритм для  
 $M=18, N=12$

M	N	$M \neq N$	$M \leq N$
18	12	да	$18 \leq 12$ (нет)
6	12	да	$6 \leq 12$ (да)
6	6	нет	



На экране:  $M=6$

33. Дано  $n$  целых чисел. Найти среди них пару чисел, для которых наибольший общий делитель имеет максимальное значение.

### План решения задачи:

1. Заполнить массив  $A$ , ввести с клавиатуры количество чисел в массиве –  $k$
2. Найти НОДы для соседних элементов, обозначим их  $m$ , поместить их в массив  $B$ .
3. Найти максимальное среди элементов массива  $B$   $max$ .
4. Найти два соседних элемента массива  $A$ , для которых соответствующий элемент в  $B$  =  $max$

# Заполняем массив A:

```
program a1;  
var i,m,n,k,max:integer;  
a,b:array[1..10] of integer;  
begin  
  read(k);    {КОЛИЧЕСТВО ЧИСЕЛ В МАССИВЕ}  
  for i:=1 to k do begin  
    a[i]:=random(100); write(a[i]:3)end;
```

# Находим НОДы для двух соседних ЭЛЕМЕНТОВ

```
for i:=1 to k-1 do begin { до предпоследнего  
    элемента }  
    n:=a[i]; m:=a[i+1]; { вводим обозначения элементов }  
    while m<>n do  
        begin  
            if m>n  
            then m:=m-n  
            else n:=n-m;  
        end;  
    b[i]:=m; { помещаем найденный НОД в массив В }  
end; writeln;  
for i:=1 to k-1 do write(b[i]:3); { печатаем массив В }
```

Часть программы из  
предыдущей задачи



# Находим максимальный элемент в массиве В

```
max:=b[1];
```

```
for i:=1 to k-1 do if b[i]>max then max:=b[i];
```

```
writeln; write('максимальный из НОДов  
двух соседних элементов=', max)
```

Найдем два соседних элемента массива

A ( $a[i]$  и  $a[i+1]$ ), для которых

соответствующий элемент в B =  $\max$

**For  $i:=1$  to  $k-1$  do**

**If  $b[i]=\max$  then writeln**

**( $'a[',i,']=',a[i],',a[',i+1,']=',a[i+1]$ )**

**end. {Конец всей программы}**

# Результаты работы программы:

9 { возьмем 9 чисел – это k }

66 18 51 84 57 42 48 54 96 { это числа их 9 }

6 3 3 3 3 6 6 6 { первое число 6 – это НОД для чисел 66 и 18 }

максимальный из НОДов двух соседних элементов=6 { это максимальное из 2-ой строки }

a[1]=66 a[2]=18

a[6]=42 a[7]=48

a[7]=48 a[8]=54

a[8]=54 a[9]=96

Пары элементов с максимальными НОДами

# Задача: даны 2 числа найти наименьшее общее кратное.

- Наименьшее кратное двух чисел  $M$  и  $N$  следует понимать как минимальное число делящееся без остатка одновременно на  $M$  и на  $N$ .

Для решения задачи нам помогут следующие закономерности:

1. Произведение двух чисел  $M$  и  $N$  будет кратно обоим числам.
2. Если одно из чисел равно нулю, то наименьшее общее кратное найти нельзя, т.к. на ноль делить нельзя.

# План решения задачи

1. Проверим не равно ли одно из чисел нулю. Если равно, то решения нет.
2. Примем произведение чисел за наименьшее общее кратное.
3. В цикле от произведения чисел до 1 проверяем равенство остатка от деления ключа цикла на первое число и на второе. Если остатки равны нулю – принимаем данный ключ цикла за наименьшее кратное и продолжаем цикл.

```
program NOK;
var n,m:integer;
    i,k:integer;
begin
    write('ВВЕДИТЕ N: ');
    readln(n);
    write('ВВЕДИТЕ M: ');
    readln(m);
    if (m<>0) and (n<>0)
then
    begin
        k:=n*m;
        i:=k;
```

```
while i>0 do begin
if (i mod n=0) and (i mod m=0)
then k:=i;
    i:=i-1;
end;
writeln('НОК ',m,' и ',n,'
равно ',k)
end
else writeln(на ноль делить
нельзя);
end.
```