ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ НЕЧЁТКИХ МНОЖЕСТВ И НЕЧЁТКОЙ ЛОГИКИ

На примере задач управления в технических системах

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

- **Лотфи Заде. 1965. «Fuzzy Sets»**

«…В настоящее время мы не способны сконструировать машины, которые могли бы соперничать с человеком в выполнении таких задач, как распознавание речи, перевод языков, понимание сущности, абстрагирование и обобщения, принятия решений в условиях неопределённости и тем более в задачах агрегирования информации. Наша неспособность проектировать такие машины в значительной степени объясняется фундаментальным различием между человеческим разумом, с одной стороны, и «разумом» машины – с другой…думать и делать заключения в неточных, неколичественных, нечётких терминах. Благодаря этой способности люди могут расшифровывать неразборчивый подчерк, понимать искажённую речь, концентрировать внимание лишь на той информации, которая приводит к решению…отсутствие этой способности делает даже самые сложные вычислительные машины непригодными к осуществлению контактов с человеком естественным образом…»

ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ (В УПРАВЛЕНИИ)

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ

Автомобилестроение

- 1991, Nisan. Система управления пятискоростной автоматической коробкой переключения передач.
- 1993, Mitsubishi Motors. Lancer Система АБС на основе процессора с нечеткой логикой.
- 1998. Mercedes. Системы электронной стабилизации (ESP).

Бытовая электроника:

- 1998-2000. Samsung (стиральные машины, печи микроволновые)
- Philips (электрические бритвы)

ФУНКЦИЯ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

U – универсальное множество и элементов которого образованы все остальные множества (множество всех натуральных чисел, всех гладких функций, и т.д.). μA – характеристическая функция $A \in U$, значения которой указывают, является ли x $\in U$ элементом множества A.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in A, \\ 0, & \text{если } x \notin A. \end{cases}$$

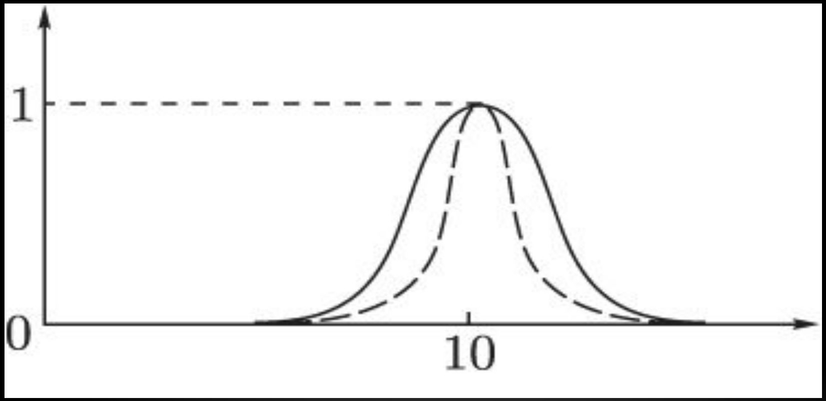
нечетким множеством A называется совокупность пар:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in U\},$$

ПРИМЕР 1

Пусть универсум U есть множество действительных чисел. Нечеткое множество , обозначающее множество чисел, близких к 10 можно задать следующей функцией принадлежности:

$$\mu_A(x) = (1 + |x - 10|^m)^{-1},$$

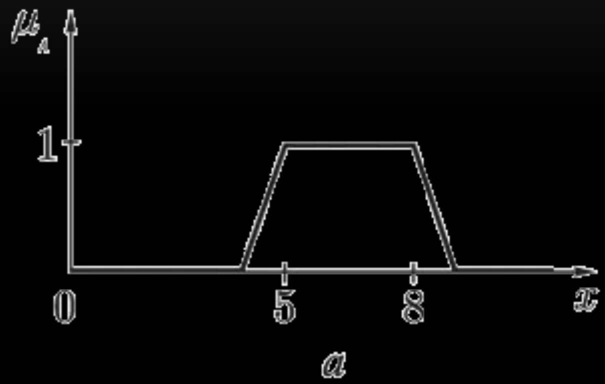


ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ (ТИПОВЫЕ)

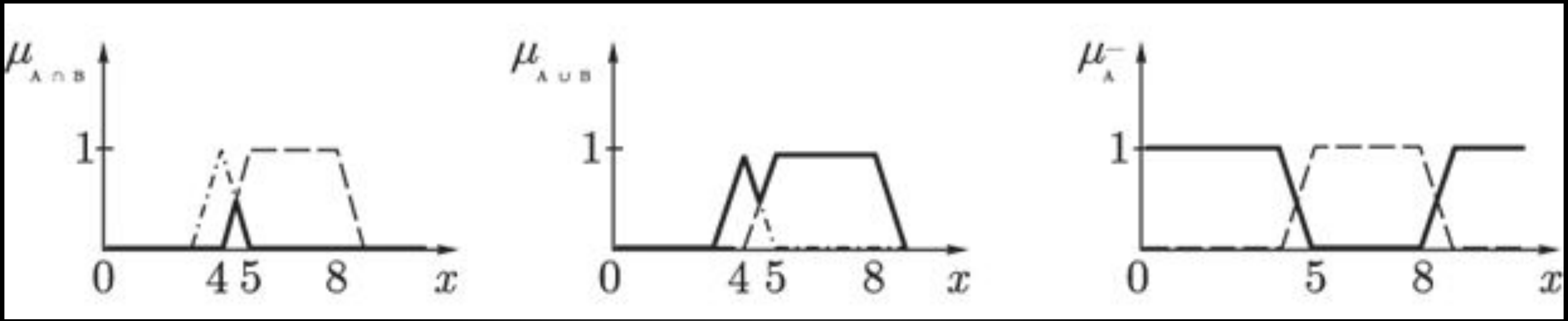
ОПЕРАЦИИ НА НЕЧЁТКОМ МНОЖЕСТВЕ

- Максиминные: $\mu_{A\cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad \mu_{A\cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}.$
- Алгебраические: $\mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x), \quad \mu_{A\cap B} = \mu_A(x)\mu_B(x).$
- Ограниченные: $\mu_{A\cup B}(x) = \min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\},$
  $\mu_{A\cap B}(x) = \max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}.$
- Дополнения: $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$

ПРИМЕР 2



μ_A
1
0
5
8
x
а
μ_B
0
4
x
б



$\mu_{A \cap B}$
1
0
4 5
8
x
$\mu_{A \cup B}$
1
0
4 5
8
x
$\mu_{\bar{A}}$
1
0
5
8
x

ФУНКЦИИ

- U – универсальное множество и элементов которого образованы все остальные множества (множество всех натуральных чисел, всех гладких функций, и т.д.).

μA – характеристическая функция $A \in U$, значения которой указывают, является ли x ∈ U элементом множества A.

$$\mu_{A^*}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } \mu_A(x) < 0,5; \\ 1, & \text{если } \mu_A(x) > 0,5; \\ 0 \text{ или } 1, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

НЕЧЁТКИЕ ОТНОШЕНИЯ

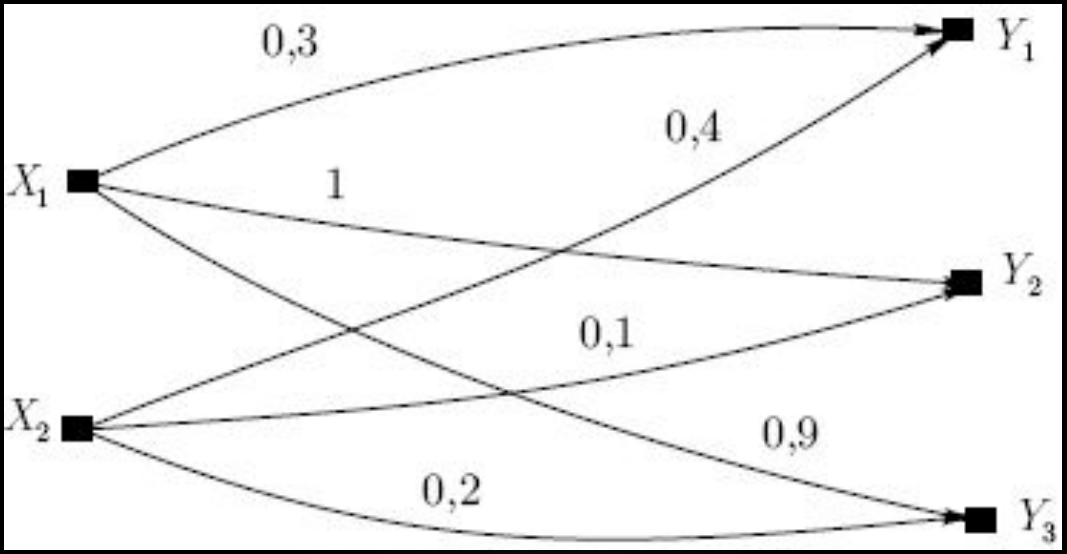
-

U – универсальное множество и элементов которого образованы все остальные множества (множество всех натуральных чисел, всех гладких функций, и т.д.).

μA – характеристическая функция $A \in U$, значения которой указывают, является ли x $\in U$ элементом множества A.

ПРИМЕР 3

- Пусть X=x1, x2 и , Y=y1, y2, y3 тогда нечеткий граф (взвешенный орграф), задает некоторое нечеткое отношение $R \subset X \times Y$



ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

«Для теории нечетких множеств основополагающим понятием является понятие нечеткого множества, которое характеризуется функцией принадлежности. Посредством нечеткого множества можно строго описывать присущие языку человека расплывчатые элементы, без формализации которых нет надежды существенно продвинуться вперед в моделировании интеллектуальных процессов. Но основной трудностью, мешающей интенсивному применению теории нечетких множеств при решении практических задач, является то, что функция принадлежности должна быть задана вне самой теории и, следовательно, **ее адекватность не может быть проверена средствами теории.**»

- **Прямые методы**
- **Косвенные методы**

ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ ОДНОГО ЭКСПЕРТА

1. определить список свойств, по которым оценивается понятие (объект);
2. найти в этом списке полярные свойства и сформировать полярную шкалу;
3. для каждой пары полюсов оценить, в какой степени введенное понятие обладает положительным свойством.

Пример. В задаче распознавания лиц можно выделить следующие шкалы:

Высота лба	Низкий-широкий
Профиль носа	Горбатый-курносый
Длина носа	Короткий-длинный
Разрез глаз	Узкие-широкие
Цвет глаз	Темные-светлые
Форма подбородка	Остроконечный-квадратный
Толщина губ	Тонкие-толстые
Цвет лица	Смуглое-светлое
Очертание лица	Овальное-квадратное

ЛИНГВИСТИЧЕСКИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ

- Лингвистическая переменная характеризуется набором свойств <X, T(X), U, G, M>, в котором:
- X – название переменной
- T(X) – терм-множество переменной X, т.е. множество названий лингвистических значений переменной X, причём каждое из таких значений является нечёткой переменной x со значениями из U с базовой переменной u (фазификация)
- G – синтаксическое правило, порождающее названия x значений переменной X
- семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной x ее смысл M(x) , т.е. нечеткое подмножество M(x) универсального множества U

ПРИМЕР 4 (1)

Рассмотрим лингвистическую переменную с именем "ТЕМПЕРАТУРА В КОМНАТЕ". Тогда оставшуюся четверку , можно определить так:

1. универсальное множество U=[5,35];
2. терм-множество T={"ХОЛОДНО", "КОМФОРТНО", "ЖАРКО"} с такими функциями принадлежностями:

$$\mu_{''\text{холодно}''}(u) = \frac{1}{1+\left(\frac{u-10}{7}\right)^{12}},$$

$$\mu_{''\text{комфортно}'}(u) = \frac{1}{1+\left(\frac{u-20}{3}\right)^{6}},$$

$$\mu_{''\text{жарко}''}(u) = \frac{1}{1+\left(\frac{u-30}{6}\right)^{10}};$$

ПРИМЕР 4 (2)

- U – универсальное множество и элементов которого образованы все остальные множества (множество всех натуральных чисел, всех гладких функций, и т.д.).

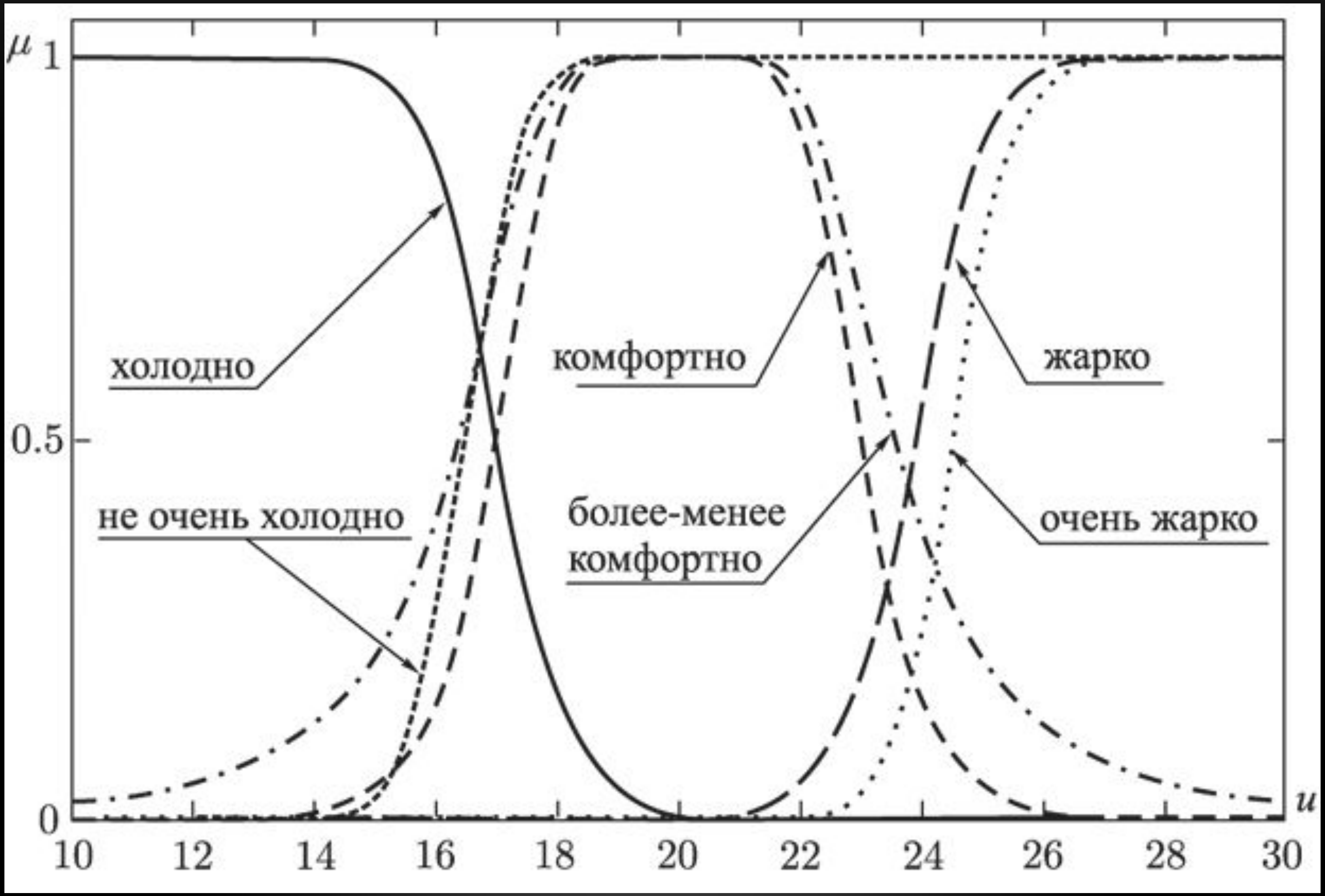
Квантификатор	Функция принадлежности ()
не t	$1 - \mu_t(u)$
очень t	$(\mu_t(u))^2$
более-менее t	$\sqrt{\mu_t(u)}$
A и B	$\min(\mu_A(x), \mu_B(x))$
A или B	$\max(\mu_A(x), \mu_B(x))$

ПРИМЕР 4 (3) (НЕЧЁТКИЙ ВЫВОД)

Большинство нечетких систем используют продукционные правила для описания зависимостей между лингвистическими переменными. Типичное продукционное правило состоит из антецедента (часть ЕСЛИ …) и консеквента (часть ТО …). Антецедент может содержать более одной посылки. В этом случае они объединяются посредством логических связок И или ИЛИ.

- **ЕСЛИ ТЕМПЕРАТУРА=комфортно И ВЛАЖНОСТЬ=норма, ТО МОЩНОСТЬ РАБОТЫ КОНДИЦИОНЕРА = средняя**
- **ЕСЛИ ДИСТАНЦИЯ=средняя И УГОЛ=малый, ТО МОЩНОСТЬ=средняя.**

ПРИМЕР 4 (3)

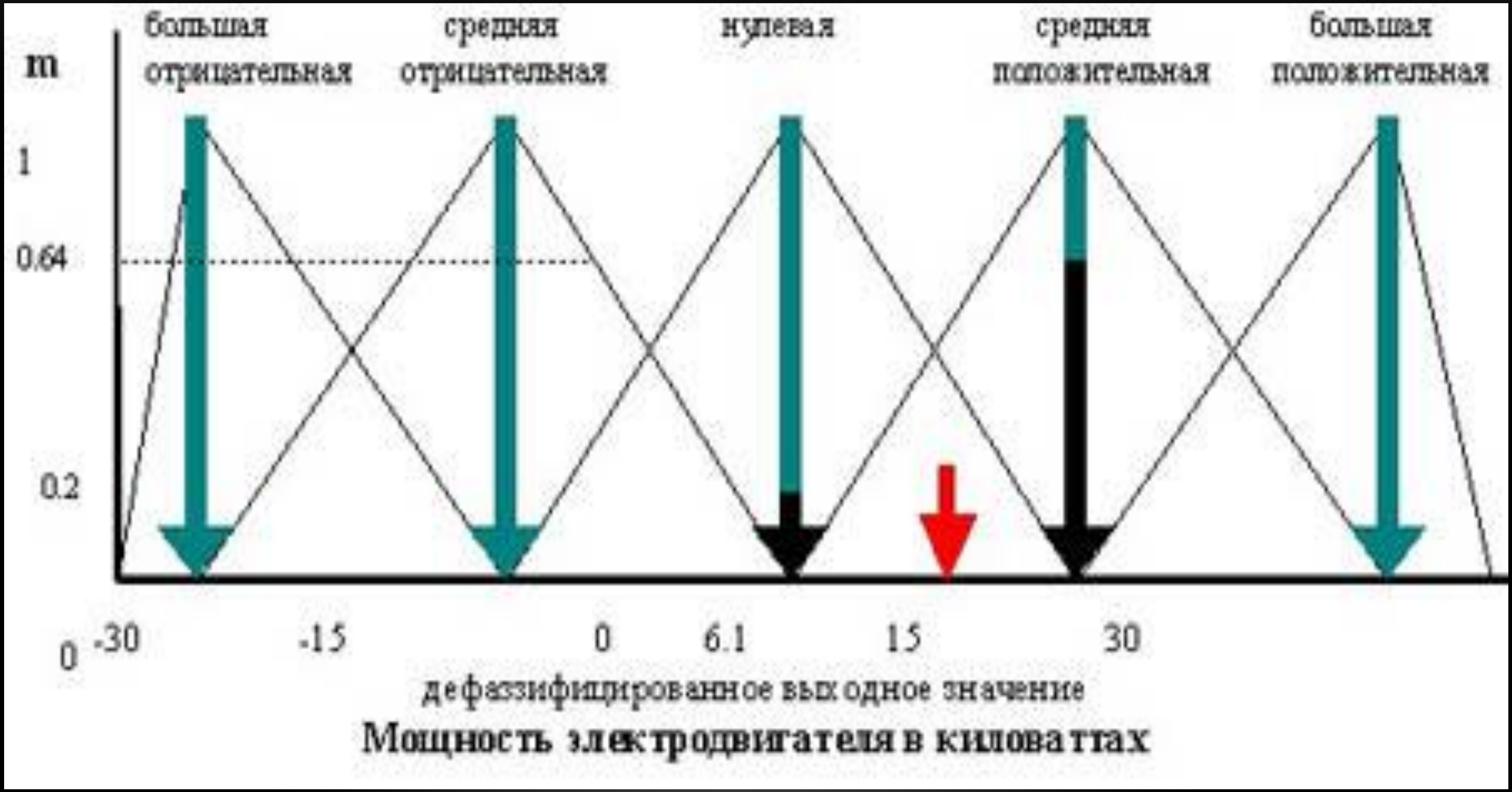


μ
1
0.5
0
холодно
комфортно
жарко
не очень холодно
более-менее комфортно
очень жарко
u
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30

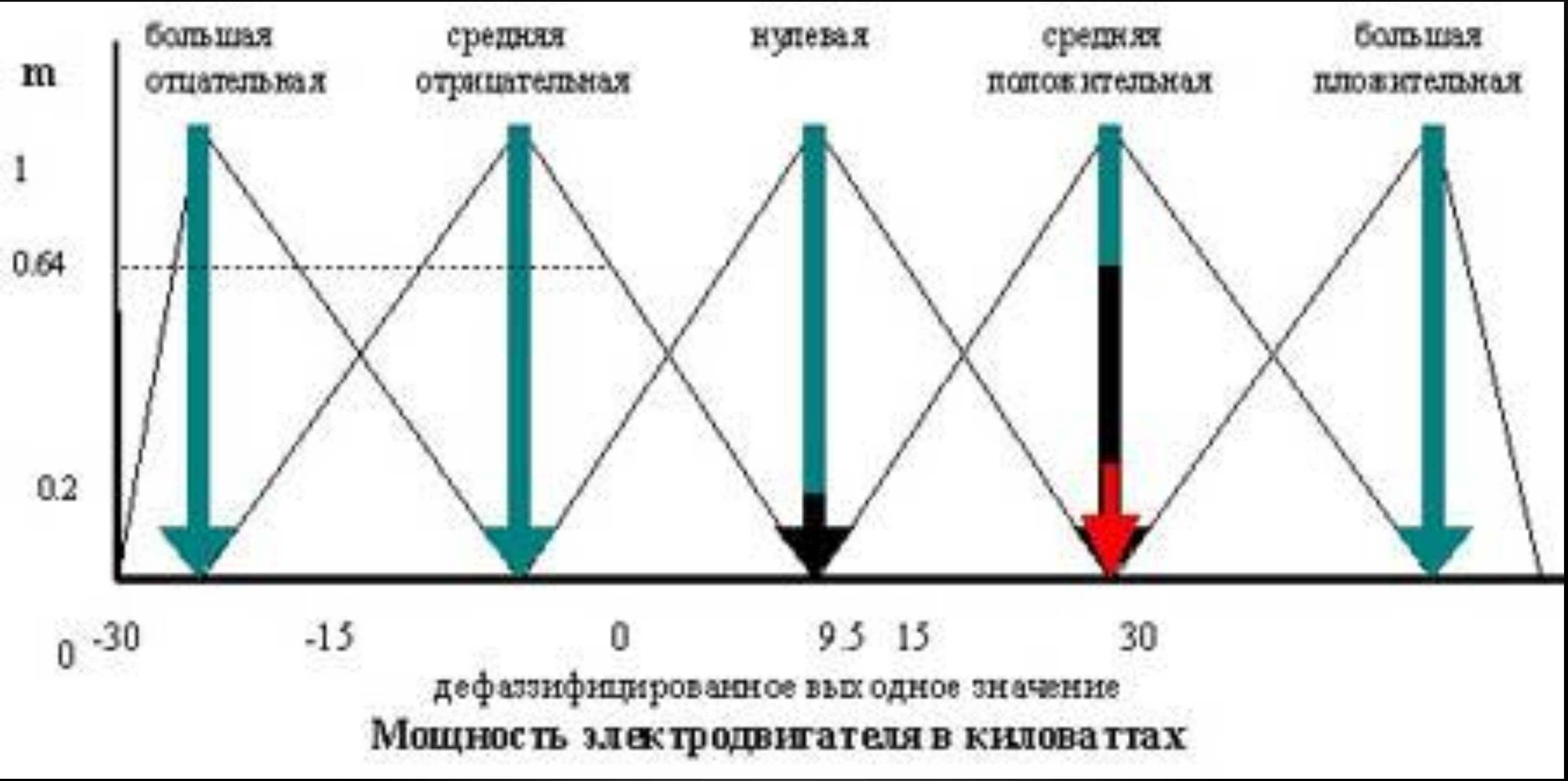
ДЕФАЗИФИКАЦИЯ (УСТРАНЕНИЕ НЕЧЁТКОСТИ)

- На этом этапе осуществляется переход от нечетких значений величин к определенным физическим параметрам, которые могут служить командами исполнительному устройству.
- Результат нечеткого вывода, конечно же, будет нечетким. В примере с кондиционером команда для него будет представлена термом СРЕДНЯЯ (мощность), но для исполнительного устройства это ровно ничего не значит.
- Для устранения нечеткости окончательного результата существует несколько методов. Рассмотрим некоторые из них. Аббревиатура, стоящая после названия метода, происходит от сокращения его английского эквивалента.

МЕТОД ЦЕНТРА МАКСИМУМА (COM)



МЕТОД НАИБОЛЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ (MOM)



МЕТОД ЦЕНТРОИДА (COA)

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

- А. Кофман Введение в теорию нечётких множеств, «Радио и связь», 1982.
- Основы теории нечетких множеств. http://www.intuit.ru/department/ds/fuzzysets/
- Нечеткая логика в системах управления. Журнал «Компьютерра», выпуск № 415, 2001 г.
- Прикладные нечеткие системы: Перевод с япон./ К. Асаи, Д. Ватада, С. Иваи и др.; под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугено. - М.: Мир, 1993.
- **Нечёткая логика.** Материалы свободной библиотеки **логика. Материалы свободной библиотеки** Wikipedia