

Центральный Административный Округ г. Москвы
ГОУ ЦО №1468

Научно-исследовательский проект по математике

Тема: «Тригонометрические уравнения»

Выполнили:

Учащиеся 10-В класса
Прохоров Роман, Тепляков Илья.

Научный руководитель-
учитель
Математики Фролова Л. М.

г. Москва- 2010 год.

Цель проекта-
Объединить все
методы решения
тригонометрических
уравнений
(изучаемые в
школьной
программе).

Задачи:Сделать
наиболее компактным
материал изложения.

Сделать материал
школьной программы
доступным, тем
людям, которые более
способны в
гуманитарных
предметах.

Методы решения тригонометрических уравнений!



Определение:

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком тригонометрической функции, называется

Тригонометрическим



Первый Алгебраический метод.

Пример. Решить уравнение: $2 \cos^2(x + \pi/6) - 3 \sin(\pi/3 - x) + 1 = 0$.

Решение. Используя формулы приведения, имеем:

$$2 \cos^2(x + \pi/6) - 3 \cos(x + \pi/6) + 1 = 0,$$

делаем замену: $\cos(x + \pi/6) = y$, тогда $2y^2 - 3y + 1 = 0$,

находим корни: $y_1 = 1$, $y_2 = 1/2$, откуда следуют два случая:

$$1). \cos(x + \pi/6) = 1, \quad 2). \cos(x + \pi/6) = 1/2,$$

$$x + \pi/6 = 2\pi k,$$

$$x + \pi/6 = \pm \arccos(1/2) + 2\pi n,$$

$$x_1 = -\pi/6 + 2\pi k;$$

$$x_2 = \pm \pi/3 - \pi/6 + 2\pi n.$$

Приведение к однородному уравнению. Уравнение называется однородным относительно \sin и \cos , если все его члены одной и той же степени относительно \sin и \cos одного и того же угла. Чтобы решить однородное уравнение, надо $\cos x \neq 0$ ($\sin x \neq 0$)

$$2 \sin^2 2x - 5 \sin 2x \cos 2x + 2 \cos^2 2x = 0$$

$$2 \operatorname{tg}^2 2x + 5 \operatorname{tg} 2x + 2 = 0$$

$$\operatorname{tg} 2x = a$$

$$2a^2 + 5a + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 * 2 * 2 = 9$$

$$a_1 = \frac{-5 + 3}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{-5 - 3}{4} = 2$$

$$\operatorname{tg} 2x = 2$$

$$2x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} 2x = -\frac{1}{2}$$

$$2x = -\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$$



$$\hat{I} \hat{o} \hat{a} \hat{a} \hat{o} : x = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}, x = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbb{Z}$$

Введение вспомогательного угла. Рассмотрим уравнение вида:

● $a \sin x + b \cos x = c$,

● где a, b, c – коэффициенты; x – неизвестное

Разделим обе части этого уравнения на $\sqrt{a^2 + b^2}$ (корректно ли это?):

$$\underbrace{\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}}_{\cos \varphi} \sin x + \underbrace{\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}}_{\sin \varphi} \cos x = \underbrace{\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}}_C,$$

$$\cos \varphi \cdot \sin x + \sin \varphi \cdot \cos x = C,$$

или

$$\sin(x + \varphi) = C,$$

и его решение: $x = (-1)^k \cdot \arcsin C - \varphi + \pi k$,

$$\text{где } \varphi = \arccos \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \arcsin \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Заметим, что введённые обозначения $\cos \varphi$ и $\sin \varphi$ взаимно заменяемы.

