Центральный Административный Округ г. Москвы
ГОУ ЦО №1468

Научно-исследовательский проект по математике

Тема: «Тригонометрические уравнения»

Выполнили:

Учащиеся 10-В класса
Прохоров Роман, Тепляков Илья.

Научный руководитель-
учитель
Математики Фролова Л. М.

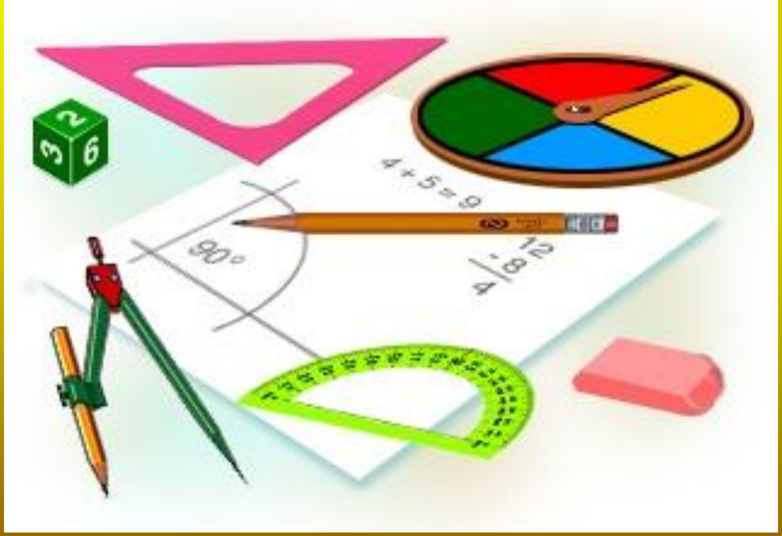
г. Москва- 2010 год.

Цель проекта- Объединить все методы решения тригонометрических уравнений (изучаемые в школьной программе).

Задачи:Сделать наиболее компактным материал изложения.

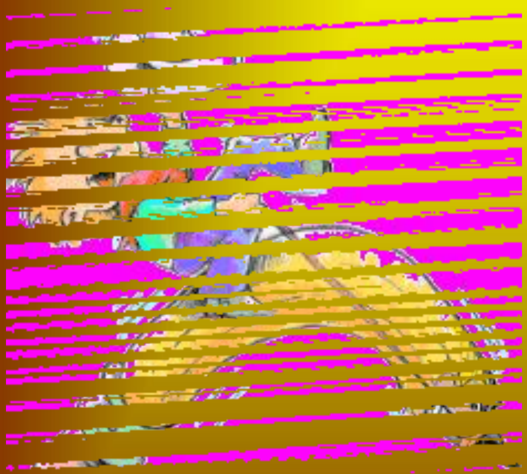
Сделать материал школьной программы доступным, тем людям, которые более способны в гуманитарных предметах.

Методы решения тригонометрических уравнений!



Определение:

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком тригонометрической функции, называется



<u>Тригонометрическим</u>

Первый Алгебраический метод.

Пример. Решить уравнение: $2\cos^2(x+\pi/6)-3\sin(\pi/3-x)+1=0$.

Решение. Используя формулы приведения, имеем:

$$2\cos^2(x+\pi/6)-3\cos(x+\pi/6)+1=0,$$

делаем замену: $\cos(x+\pi/6)=y$, тогда $2y^2-3y+1=0$,

находим корни: $y_1=1$, $y_2=1/2$, откуда следуют два случая:

1). $\cos(x+\pi/6)=1$, 2). $\cos(x+\pi/6)=1/2$,

$x+\pi/6=2\pi k$, $x+\pi/6=\pm\arccos(1/2)+2\pi n$,

$x_1=-\pi/6+2\pi k$; $x_2=\pm\pi/3-\pi/6+2\pi n$.

. Приведение к однородному уравнению. Уравнение называется однородным относительно sin и cos, если все его члены одной и той же степени относительно sin и cos одного и того же угла. Чтобы решить однородное уравнение, надо: $\cos x \neq 0 (\sin x \neq 0)$

$$2\sin^2 2x - 5\sin 2x\cos 2x + 2\cos^2 2x = 0$$
$$2tg^2 2x + 5tg2x + 2 = 0$$
$$tg2x = a$$
$$2a^2 + 5a + 2 = 0$$
$$D = 25 - 4*2*2 = 9$$
$$a_1 = \frac{-5+3}{4} = -\frac{1}{2}$$
$$a_2 = \frac{-5-3}{4} = 2$$
$$tg2x = 2$$
$$2x = arctg2 + \pi n, n \in z$$
$$x = \frac{1}{2}arctg2 + \frac{\pi n}{2}, n \in z$$
$$tg2x = -\frac{1}{2}$$
$$2x = -arctg\frac{1}{2} + \pi n, n \in z$$
$$x = -\frac{1}{2}arctg\frac{1}{2} + \frac{\pi}{2}n, \in z$$
$$2x = arctg2 + \pi n, n \in z$$
$$x = \frac{1}{2}arctg2 + \frac{\pi}{2}n, n \in z$$

Î ò âåò $: x = \frac{1}{2}arctg2 + \frac{\pi}{2}n, n \in z, x = -\frac{1}{2}arctg\frac{1}{2} + \frac{\pi}{2}n, n \in z$

Введение вспомогательного угла. Рассмотрим уравнение вида:

- $a \sin x + b \cos x = c$,
- где a, b, c – коэффициенты; x – неизвестное

Разделим обе части этого уравнения на $\sqrt{a^2+b^2}$ (корректно ли это?):

$$\underbrace{\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}_{\cos\varphi} \sin x + \underbrace{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}_{\sin\varphi} \cos x = \underbrace{\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}}_{C},$$

$$\cos\varphi \cdot \sin x + \sin\varphi \cdot \cos x = C,$$

или $$\sin(x+\varphi) = C,$$

и его решение: $x = (-1)^k \cdot \arcsin C - \varphi + \pi k$,

где $\varphi = \arccos \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \arcsin \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Заметим, что введённые обозначения $\cos\varphi$ и $\sin\varphi$ взаимно заменяемы.