ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СПРОСА. МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ.

Теория прогнозирования включает:

- анализ объекта прогнозирования
- методы прогнозирования:

  1. математические(формализованные)
     - -симплексные(простые)
     - -статистические
     - -комбинированные
  2. экспертные (интуитивные)
     - -индивидуальные
     - -коллективные
     - -комбинированные

- системы прогнозирования

Метод экспоненциального сглаживания с одним параметром

$$y^*_{t+1} = \alpha y_t + (1-\alpha) y^*_t,$$

Где y^*_{t+1} -прогнозируемое значение в момент времени t+1

α -параметр сглаживания, определяющий значение веса, которое имеет самое последнее наблюдение при вычислении прогноза на один шаг $0 \le \alpha \le 1.$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}(y_t - y^*_t)^2}{n-m}},$$

Где n-число учитываемых периодов времени

m-количество параметров показательного сглаживания

Пример

1-й цикл			2-й цикл			3-й цикл		
день j	спрос, ед.	всего с начала цикла	день j	спрос, ед.	всего с начала цикла	день j	спрос, ед.	всего с начала цикла
1	9	9	11	0	0	21	5	5
2	2	11	12	6	6	22	5	10
3	1	12	13	5	11	23	4	14
4	3	15	14	7	18	24	3	17
5	7	22	15	10	28	25	4	21
6	5	27	16	7	35	26	1	22
7	4	31	17	6	41	27	2	24
8	8	39	18	9	50	28	8	32
9	6	45	19	*	50	29	3	35
10	5	50	20	*	50	30	4	39

* Дефицит.

$\alpha = 0{,}4.$

$y^*_1 = 9$ ед.

$$y^*_{1+1} = 0{,}4 \times 9 + (1 - 0{,}4) \times 9 = 9 \text{ ед.}$$

$$y^*_{2+1} = 0{,}4 \times 2 + (1 - 0{,}4) \times 9 = 6{,}2 \text{ ед.}$$

$$y^*_{3+1} = 0{,}4 \times 1 + (1 - 0{,}4) \times 6{,}2 = 4{,}12 \text{ ед.}$$

$$y^*_{4+1} = 0{,}4 \times 3 + (1 - 0{,}4) \times 4{,}12 = 3{,}67 \text{ ед.}$$

$$y^*_{5+1} = 0{,}4 \times 7 + (1 - 0{,}4) \times 3{,}67 = 5{,}00 \text{ ед.}$$

$$s = \sqrt{\frac{(2-9)^2 + (1-6{,}2)^2 + (3-4{,}12)^2 + (7-3{,}67)^2}{5-1}} = 4{,}7 \text{ ед.}$$

Таблица 7.3

Значение критерия Стьюдента

k	$t_{0,1}$	$t_{0,05}$	$t_{0,01}$	k	$t_{0,1}$	$t_{0,05}$	$t_{0,01}$
2	2,920	4,303	9,925	19	1,729	2,093	2,861
3	2,353	3,182	5,841	20	1,725	2,086	2,845
4	2,132	2,776	4,604	21	1,721	2,080	2,831
5	2,015	2,571	4,032	22	7,717	2,074	2,819
6	1,953	2,447	3,707	23	1,714	2,069	2,807
7	1,895	2,365	3,499	24	1,711	2,064	2,797
8	1,860	2,306	3,355	25	1,708	2,060	2,787
9	1,833	2,262	3,250	26	1,706	2,056	2,779
10	1,812	2,228	3,169	27	1,703	2,052	2,771
11	1,796	2,201	3,106	28	1,701	2,048	2,763
12	1,782	2,179	3,055	29	1,699	2,045	2,756
13	1,771	2,160	3,012	30	1,697	2,042	2,750
14	1,761	2,145	2,977	40	1,684	2,021	2,704
15	1,753	2,131	2,947	60	1,671	2,000	2,660
16	1,746	2,120	2,921	120	1,658	1,980	2,617
17	1,740	2,110	2,898	∞	1,645	1,960	2,576
18	1,734	2,101	2,878	–	–	–	–

$$y_{\text{нижн}} = 5 - 4,7 \times 2,132 = -5,02.$$

$$y_{\text{верх}} = 5 + 4,7 \times 2,132 = 11,83.$$

Метод скользящего среднего по m узлам

- Формула скользящего среднего по m узлам:

$$y^*_{t+1} = \frac{1}{m}(y_t + y_{t-1} + \dots + y_{t-m+1}).$$

- Недостатки:

1. все значения имеют одинаковый вес
2. не даст точного прогноза если данные монотонно возрастают или убывают
3. большое количество промежуточных вычислений

Метод взвешенного скользящего среднего

- Данные для расчета среднего берутся с разными весами.
- Например, если m=4, то взвешенное среднее на 13 период:

$$y^*_{13} = \alpha_0 y_{12} + \alpha_1 y_{11} + \alpha_2 y_{10} + \alpha_3 y_9,$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ веса (неотрицательные числа). Их сумма равна 1 и $\alpha_0 \geq \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \alpha_3$.

Метод экстраполяции тренда

- закономерность, действующая внутри анализируемого временного ряда, выступающего в качестве базы прогнозирования, сохраняется и на период прогноза.
- Прогнозирование в этом случае можно свести к подбору аналитически выраженных моделей трендов типа $y = f(t)$ по данным предпрогнозного периода и экстраполяции полученных трендов на интервале прогноза

Аддитивная модель прогноза

$$y_t^* = \bar{y}_t + s_t + v_t + d_t + \varepsilon_t,$$

где y_t^* - прогнозные значения временного ряда,

$\bar{y}_t$ - сезонные колебания или сезонная волна,

v_t - циклические колебания,

d_t - составляющая, позволяющая учесть другие важные для прогноза факторы.

ε_t - случайная величина отклонения прогноза, обусловленного стохастическим характером социально-экономических процессов

Мультипликативная модель прогноза

$$y_t^* = \bar{y}_t \times I_s \times I_v \times I_d + \varepsilon_t,$$

где

I_s — коэффициент (индекс), учитывающий сезонные колебания;

I_v — коэффициент (индекс), учитывающий циклические колебания

I_d — коэффициент (индекс), учитывающий другие важные для конкретного прогноза факторы (фаза жизненного цикла, эффект от маркетинговых мероприятий и др.); ε_t — случайная величина отклонения прогноза.

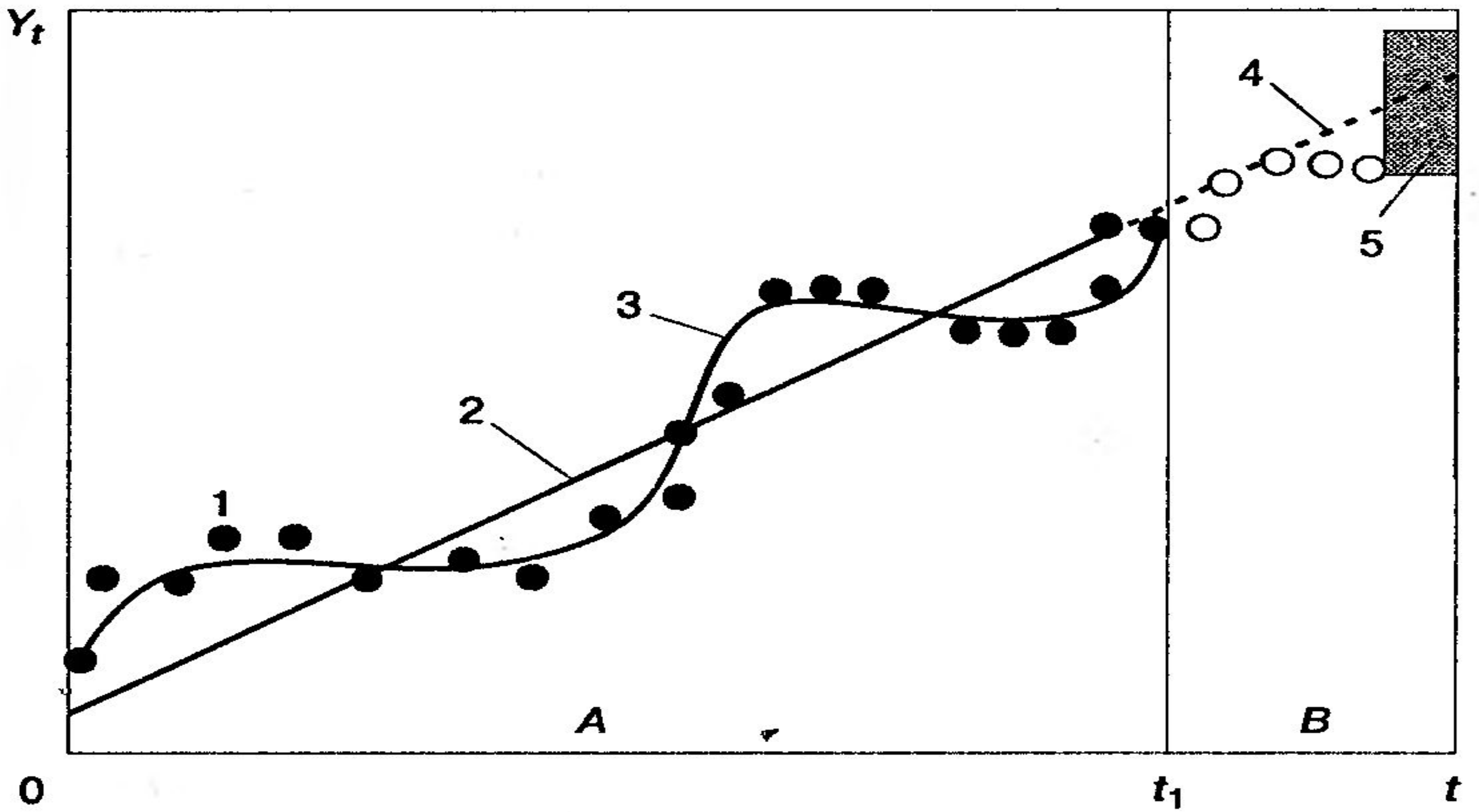


Рис. 7.2. Прогнозирование на основе временных рядов

Процедура прогнозирования

1. Подбор зависимости для описании

уравнения тренда. Параметры модели прогнозирования определяются методом наименьших квадратов (МНК).

Если модель тренда линейна $y^*_t = a_0 + a_1 t$, то

$$a_0 = \frac{\sum y_i \sum t_i^2 - \sum t_i \sum y_i t_i}{N\sum t_i^2 - (\sum t_i)^2};$$

$$a_1 = \frac{N\sum y_i t_i - \sum y_i \sum t_i}{N\sum t_i^2 - (\sum t_i)^2}.$$

2. Продолжение полученного тренда за интервал значений, по которым строилась зависимость, или определение точечного прогноза.

Соотношение длины предпрогнозного периода и периода прогноза должно быть не менее 3:1.

3. Расчет ошибки прогноза.

Погрешность прогноза можно оценить по среднеквадратичному отклонению:

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (y_i^* - y_i)^2}{k}},$$

где y_i^* - расчетные, теоретические значения,

y_i - фактические значения,

k - число степеней свободы.

Погрешность прогноза отражается в виде доверительного интервала; точечный прогноз преобразуется в интервальный.

4. Определение интервала прогноза

Доверительный интервал прогноза (при условии небольшого числа наблюдений, нормального распределения прогнозных оценок):

$$\Delta y = \bar{y}_t \pm t_\alpha s_y,$$

где t_α — табличное значение t-критерия Стьюдента с k степенями свободы и уровнем значимости p.

Пример

$$y_t = a_0 + a_1 t.$$

$$a_0 = 45{,}2,\ a_1 = -3{,}0$$

$$y_t = 45{,}2 - 3{,}0t.$$

$$s_y = \sqrt{\frac{13}{5-2}} = 2{,}08 \approx 2.$$

На основании полученных зависимостей рассчитываются прогнозные оценки:

- расчет среднего времени расхода

$$\bar{T} = \frac{-a_0}{a_1} = \frac{-45{,}2}{-3{,}0} = 15 \text{ дн.}$$

- расчет страхового запаса:

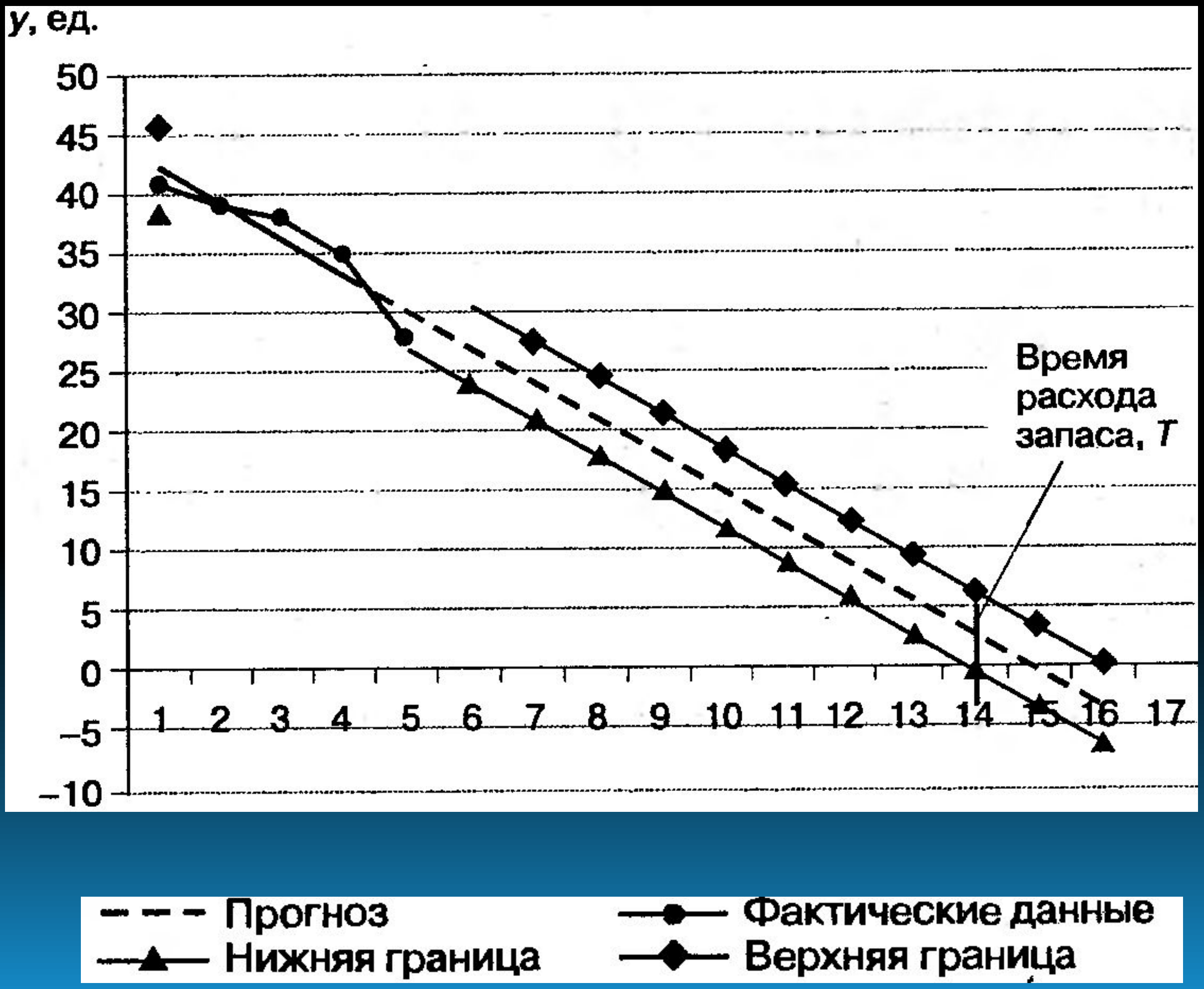
$$y_c = s_y \times t_\beta$$

где t_β — параметр нормального закона распределения, соответствующий доверительной вероятности β.

β	t_β	β	t_β
0,80	1,282	0,92	1,750
0,82	1,340	0,94	1,880
0,84	1,404	0,95	1,960
0,86	1,475	0,96	2,053
0,88	1,554	0,98	2,325
0,90	1,643	0,99	2,576
0,91	1,694	0,999	3,290

$$y_c = 2 \times 1{,}643 = 3{,}29 \text{ ед.}$$

Прогноз текущего расхода



- Величина страхового запаса:

$$y^*_c = |a_1|t + t_\beta s_y;$$

где t – количество дней задержки поставки заказа

$$y_c = |-3{,}0| \times 1{,}0 + 1{,}643 \times 2 = 6{,}0 \text{ ед.}$$

- Вероятность отсутствия дефицита:

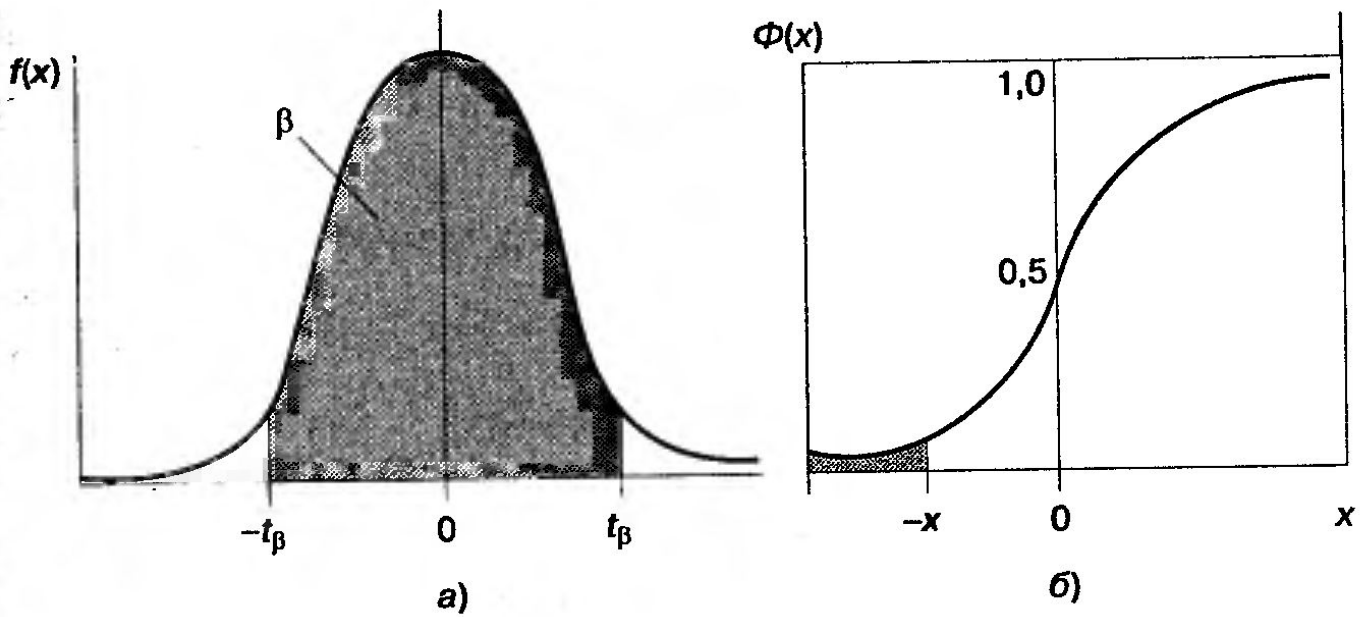
$$P(y) = 1 - F(y) = 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y} e^{-\frac{(y-y_t)^2}{2\sigma^2}} dy;$$

замена $\frac{y - y_t}{\sigma} = x$; $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{y-y_t}{\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

$$2\Phi(x) - 1 = \beta.$$

Значения[1] нормальной функции распределения Ф(x), вероятности P(x) и параметра x

x	Ф(x)	P(x)	x	Ф(x)	P(x)
0,00	0,50	0,50	–1,280	0,10	0,90
–0,125	0,45	0,55	–1,405	0,08	0,92
–0,253	0,40	0,60	–1,555	0,06	0,94
–0,385	0,35	0,65	–1,645	0,05	0,95
–0,525	0,30	0,70	–1,75	0,04	0,96
–0,675	0,25	0,75	–2,05	0,02	0,98
–0,842	0,20	0,80	–2,30	0,01	0,99
–1,037	0,15	0,85	–3,10	0,001	0,999



$$y_{t=13} = 45{,}2 - 3{,}0 \times 13 = 6{,}2$$

$$x = \frac{-6{,}2}{2} = -3{,}1.$$

$$P(T = 13) > 0{,}999$$

$$y_{T-14} = 3{,}2;\ x = -1{,}6,$$

$$P_{T-14} \cong 0{,}95.$$

$$t = 15 \qquad P \cong 0{,}5.$$

Экспоненциальное сглаживание с учетом тренда

Метод Хольта или двухпараметрический метод экспоненциального сглаживания.

- сглаживание данных:

$$a_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$$

- сглаживание тренда:

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

- прогноз на период t+k:

$$y^*_{t+k} = a_t + b_t k$$

где a_t - сглаженное значение прогнозируемого показателя для периода t, b_t - оценка прироста тренда,

α, β - параметры сглаживания $(0 \le \alpha \le 1; 0 \le \beta \le 1)$,

k- количество периодов времени, на которые производится прогноз.

Прогнозирование с учетом сезонной составляющей

1. Определение структуры сезонных изменений и периода колебаний
2. Оценка и исключение тренда
3. Определение сезонной компоненты
4. Прогнозирование на основе данных, из которых исключена сезонная составляющая
5. Вычисление ошибки модели прогноза

Экспоненциальное сглаживание с тремя параметрами

Предложена Винтерсом в 1960 г.

- Сглаживание исходного ряда:

$$L_t = \alpha \frac{y_t}{s_{t-s}} + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1})$$

- Сглаживание тренда:

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

- Оценка сезонности:

$$S_t = \gamma \frac{y_t}{L_t} + (1-\gamma)S_{t-s}$$

- Прогноз на p периодов вперед:

$$y^*_{t+p} = (L_t + pT_t)S_{t-s+p}$$

$$0 \le \alpha \le 1;\ 0 \le \beta \le 1;\ 0 \le \gamma \le 1.$$

Прогноз по методу экспоненциального сглаживания
с тремя параметрами

Анализ Фурье

$$y_t = a_0 + \sum (a_k \cos k\tau + b_k \sin k\tau)$$

где a_0, a_k, b_k — параметры модели, k — номер гармоники

- Параметры модели определяются по методу наименьших квадратов.
- Для применения этого метода необходимо, чтобы количество точек исходного ряда являлось степенью числа 2.

Рис. 7.10. График модели прогнозирования с использованием анализа Фурье

Экспертные методы прогнозирования

Формирование группы экспертов

$$N_{\min} = 2{,}5 + \frac{1{,}5}{E}$$

$$N_{\min}(E=0) \to \infty, N_{\min}(E=1) = 4.$$

$$N_{\max} \leq 3 \times \sum_{i=1}^{n} \frac{K_i}{2 \times K_{\max}}$$

- где K_i - компетентность i-го эксперта, рассчитанная на основе анкеты самооценки или другим способом,
- $K_{\max}$ - максимальная возможная компетентность по используемой шкале компетентности экспертов

Методы выбора экспертов

- самооценка
- оценка группой каждого специалиста
- оценка на основе результатов прошлой деятельности
- определение компетентности кандидатов в эксперты.

Метод простого ранжирования

- каждый эксперт располагает признаки в порядке предпочтения.

Методика статистической обработки данных:

1.определение для каждого фактора суммы рангов:

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij} = a_{i1} + a_{i2} + \ldots + a_{im}$$

где a_{ij} — ранг, присвоенный j-м экспертом i-му фактору; m — число экспертов.

2. определение средней величины суммы рангов:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}}{k}$$

где k — число факторов.

3. определение суммы квадратов отклонения:

$$S = \sum_{i=1}^{k}\left(\sum_{j=1}^{m} a_{ij} - \bar{a}\right)^2$$

4. определение коэффициента конкордации:

$$W = \frac{12 \times S}{m^2 \times k \times (k^2 - 1)}$$

$$\chi^2 = \sqrt{S} \qquad \chi^2_m(n, \alpha) < \chi^2$$

Метод задания весовых коэффициентов

- состоит в присвоении всем признакам весовых коэффициентов (коэффициентов важности)
- обобщенное мнение экспертов рассчитывается как среднее арифметическое
- Для применения результатов экспертного опроса, выполненного по данному методу, также требуется проверка согласованности мнений экспертов.

Метод последовательных сравнений

1. Эксперт i упорядочивает все признаки в порядке уменьшения их значимости:

$$X_1 > X_2 > X_3 > \ldots > X_m.$$

2. Эксперт присваивает первому признаку значение, равное 1, а остальным назначает весовые коэффициенты в долях единицы
3. Проводится сравнение первого признака с суммой коэффициентов всех последующих

$$a_{1i} > a_{2i} + a_{3i} + \ldots + a_{mi};$$
$$a_{1i} = a_{2i} + a_{3i} + \ldots + a_{mi};$$
$$a_{1i} < a_{2i} + a_{3i} + \ldots + a_{mi}.$$

4. Эксперт выбирает наиболее приемлемый вариант и проводит в соответствии с ним оценку первого признака.

5. Процедура повторяется с отбраковкой последних признаков по одному до сравнения X_1 с признаками X_2 и X_3.

6. Эксперт переходит к сравнению X_2 с последующими признаками.

7. Процедура заканчивается, когда возможности сравнения будут исчерпаны.

Метод парных сравнений

1. Каждый i-й эксперт проводит попарную оценку приоритетности признаков (X). При этом каждым экспертом заполняется матрица $E_i = (I_{ikj})$ элементы которой в зависимости от выбора эксперта определяются по формуле :

$$I_{ikj} = 1, \text{ если } X_k \geq X_j;$$
$$I_{ikj} = 0, \text{ если } X_k < X_j$$

2. Определяется сумма матриц всех экспертов. Суммирование проводится по элементам матрицы. Элемент суммарной матрицы определяется по следующей формуле:

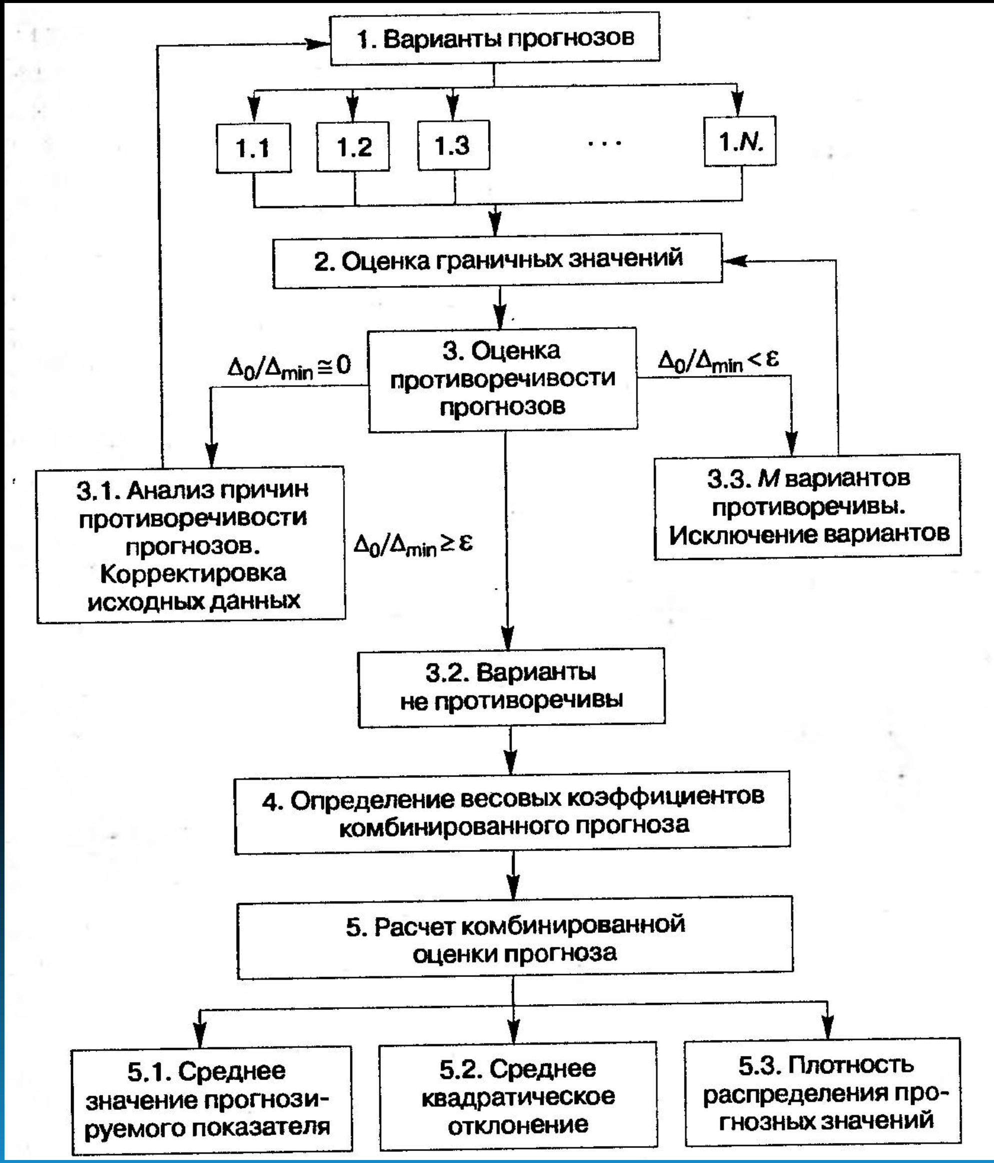
$$z_{kj} = \sum_{i=1}^{m} I_{ikj}$$

3. Определяется результирующая матрица R, каждый элемент которой определяется по формуле :

$$r_{kj} = 1, \text{ если } Z_{kj} \geq n/2;$$
$$r_{kj} = 0, \text{ если } Z_{kj} < n/2.$$

4. Находится сумма баллов, которую набрал каждый признак.

Комбинированная оценка прогноза



- Весовые коэффициенты рассчитываются по формуле:

$$\mu_i = \left(\sigma_i^2 \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\sigma_i^2} \right)^{-1}$$

- Для двух прогнозов:

$$\mu_1 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \text{ и } \mu_2 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

- Среднее значение комбинированного прогноза:

$$\overline{Y}_{комб} = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \times Y_i$$

- Дисперсия комбинированного прогноза:

$$\sigma^2_{комб} = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \times \sigma_i^2$$

Причинно-следственное прогнозирование

- инерционность взаимосвязей - сохранение механизма формирования явления.

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

$$x_1, x_2, ..., x_n.$$

уравнение регрессии, коэффициенты могут быть определены методом наименьших квадратов.

Примеры:

прогнозы объемов продаж в зависимости от торговой площади

в зависимости от затрат на рекламу

Работу выполнила Зиятдинова Алеля 991э