Интернет Университет Суперкомпьютерных технологий

Учебный курс

Введение в параллельные алгоритмы

Лекция 1

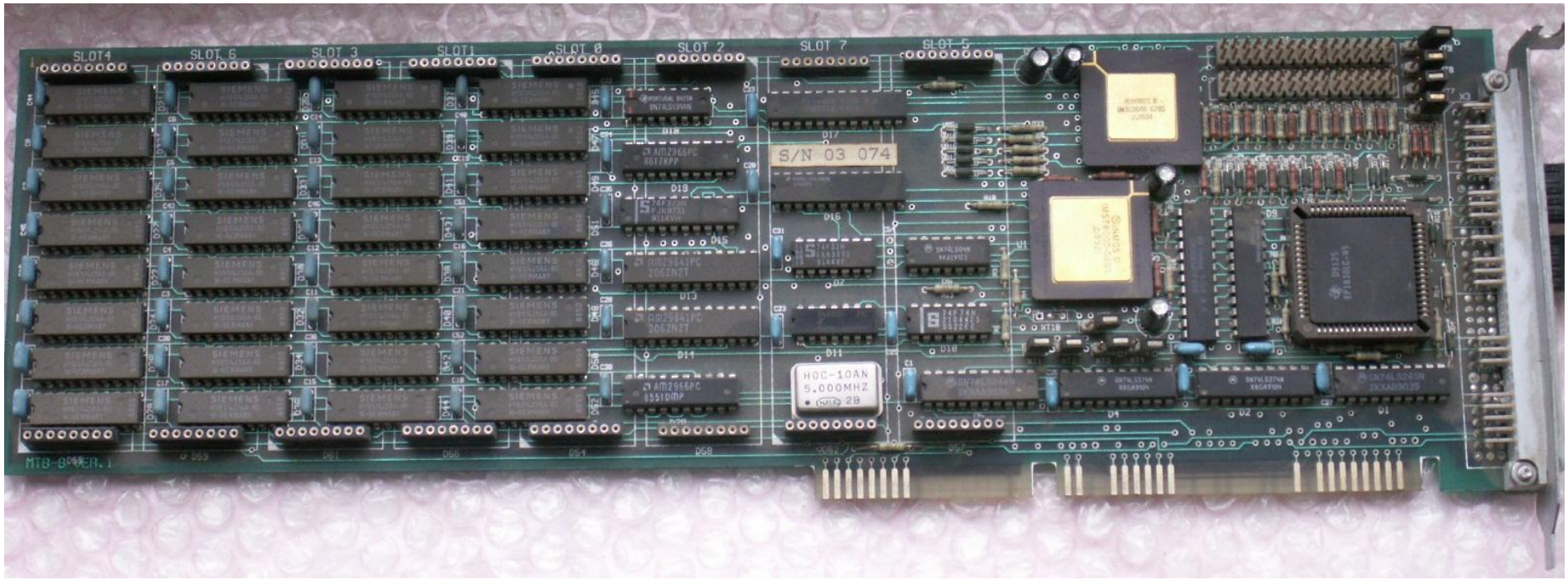
Основные понятия

Якобовский М.В., проф., д.ф.-м.н.
Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва..

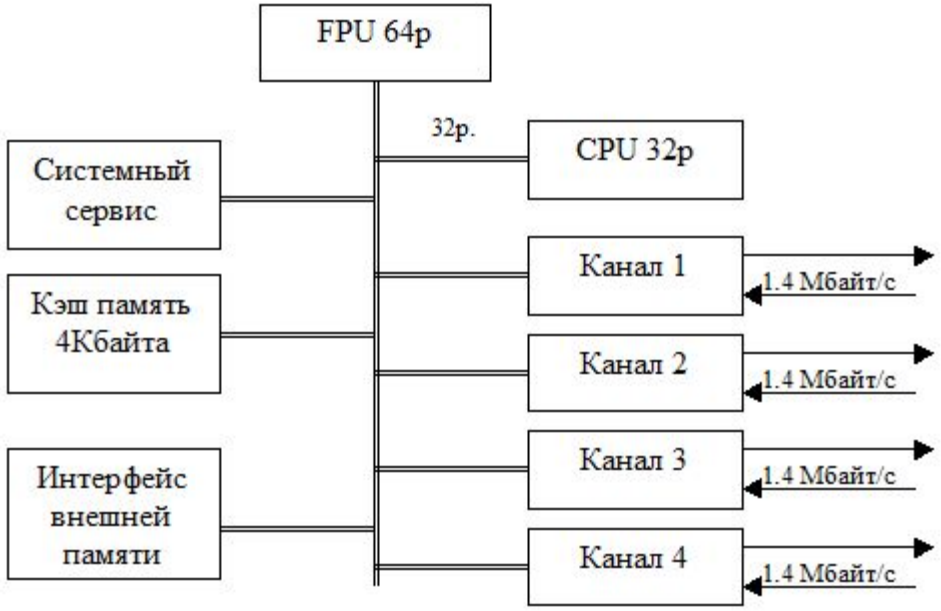
Содержание лекции

- Многопроцессорные системы
  - с распределенной памятью
  - с общей памятью
  - Гибридные
- Модель выполнения программ
- Методы взаимодействия процессов
  - Методы передачи данных
  - Семафоры
- Ускорение и эффективность параллельных алгоритмов
- Пример алгоритма низкой эффективности

Транспьютерная материнская плата МТБ-8

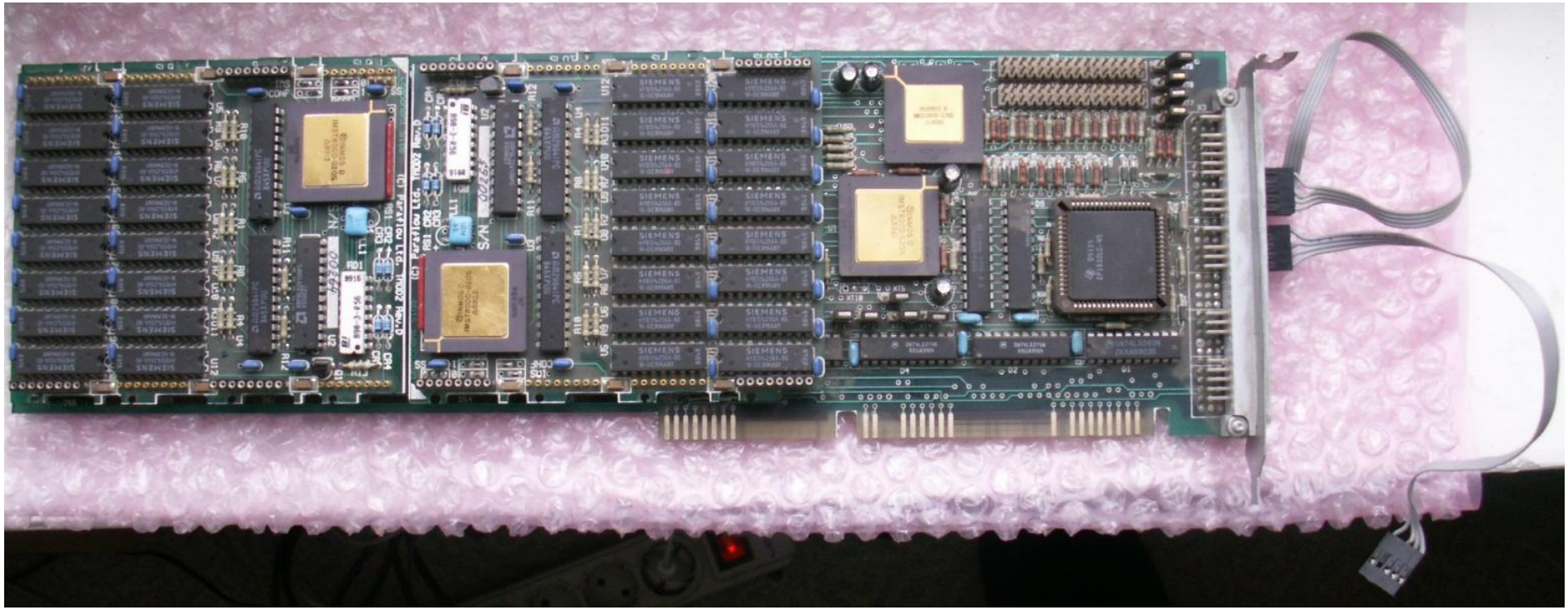


Транспьютер Т-800

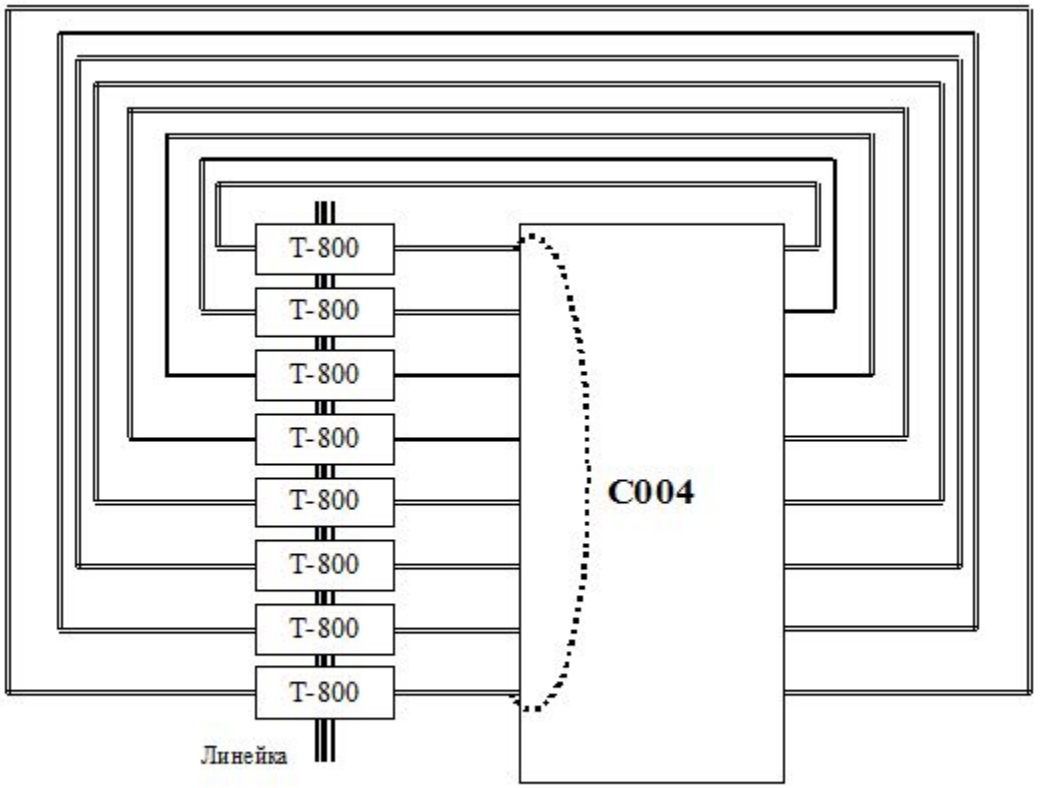


Структура транспьютера Т-800

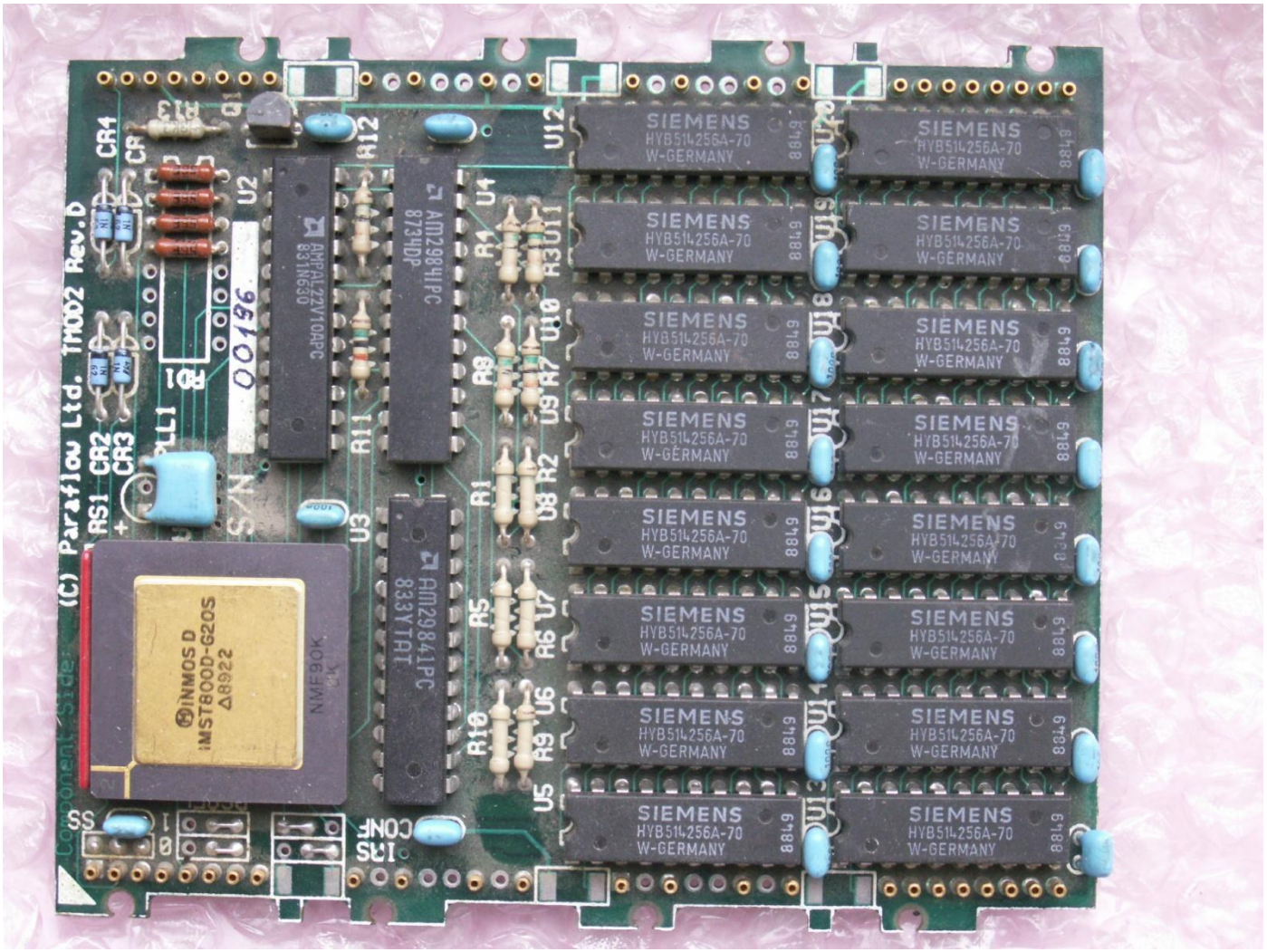
Транспьютерная материнская плата МТБ-8



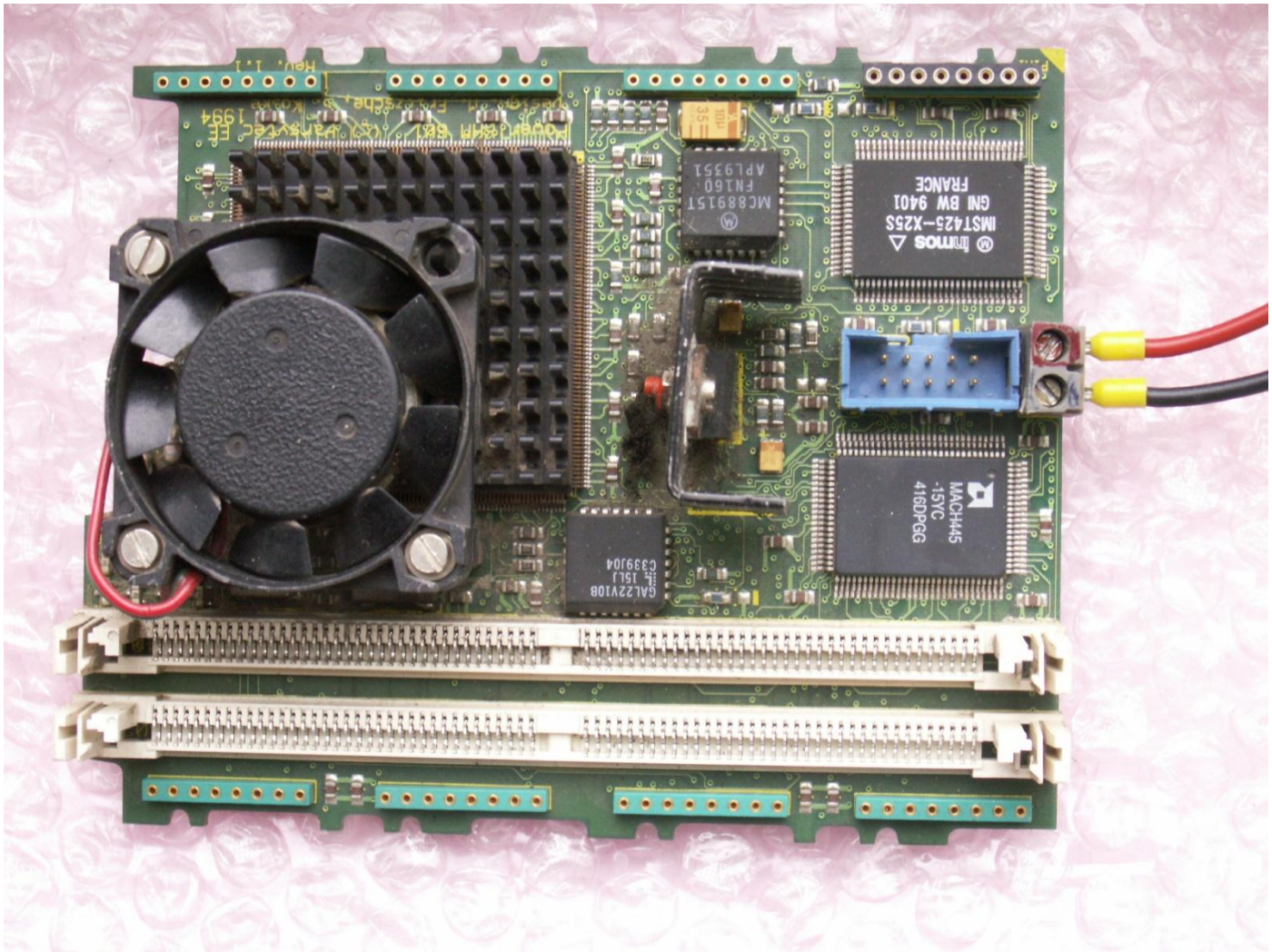
Электронный коммутатор

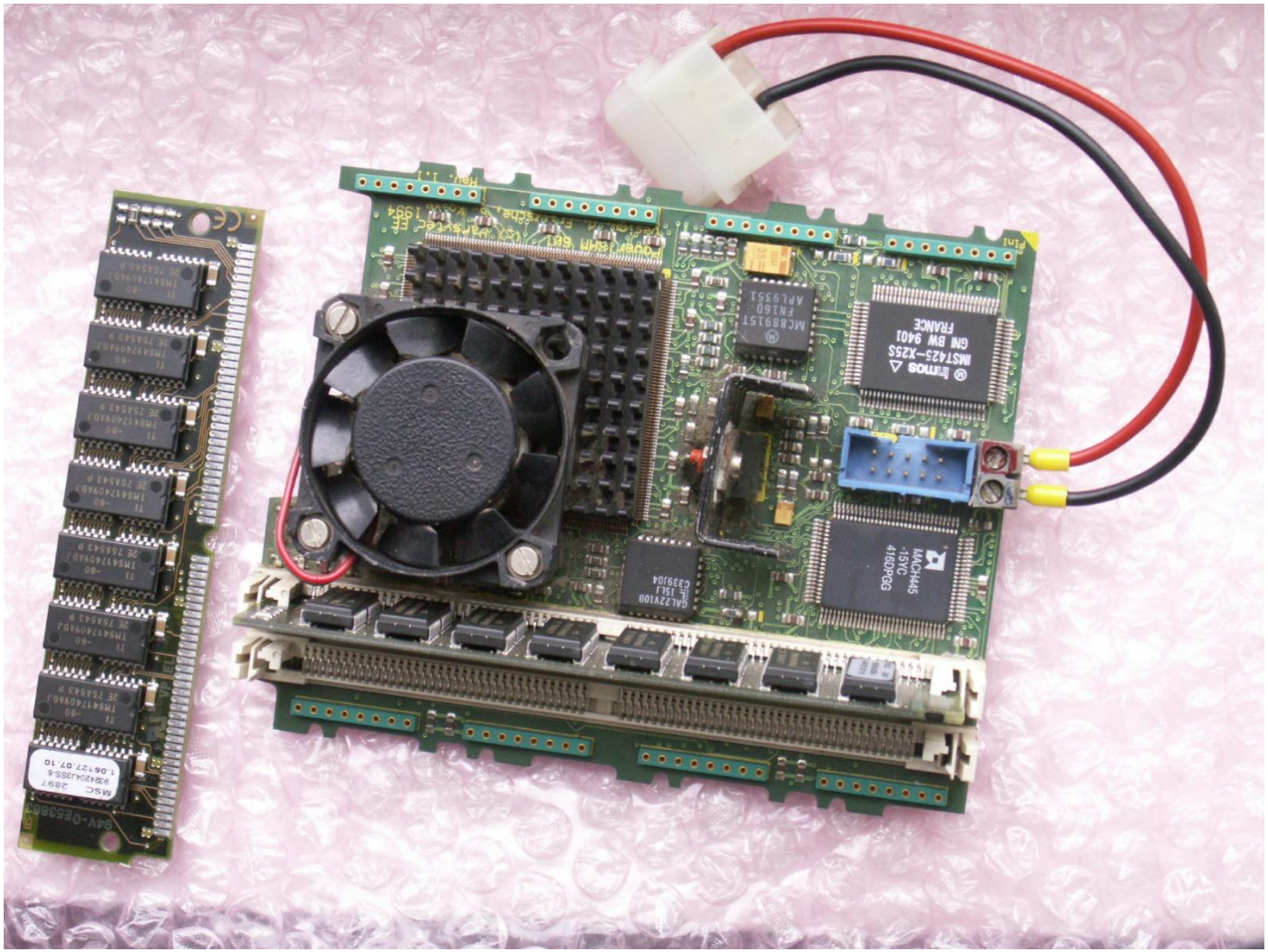


Электронно-реконфигурируемое соединение транспьютеров с помощью коммутатора C004

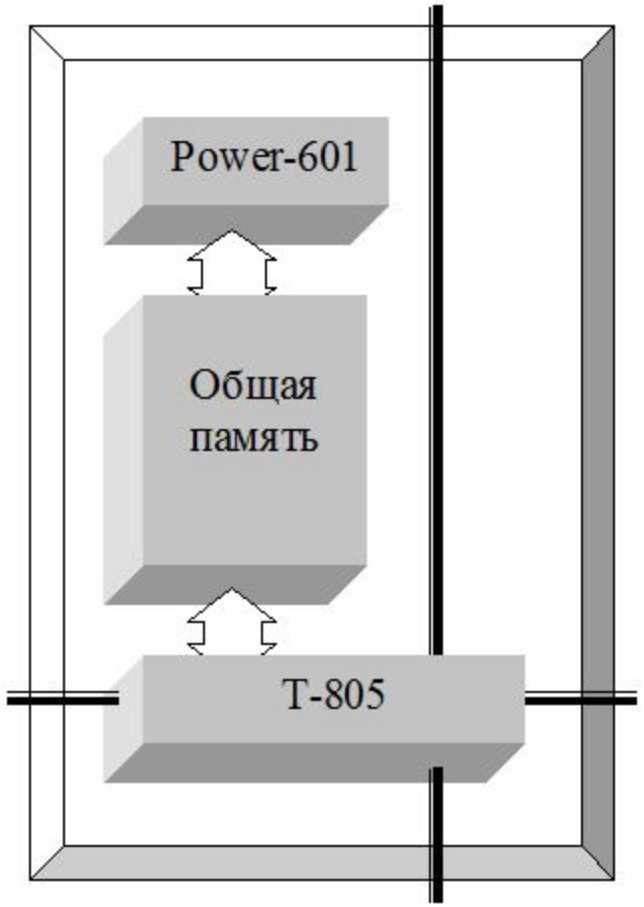

(C) Paraflow Ltd. TM002 Rev.D
SIEMENS
HYB514256A-70
W-GERMANY
AM29841PC
833YTAT
INMOS D
IMST800D-G20S

Узел с общей памятью – два процессора



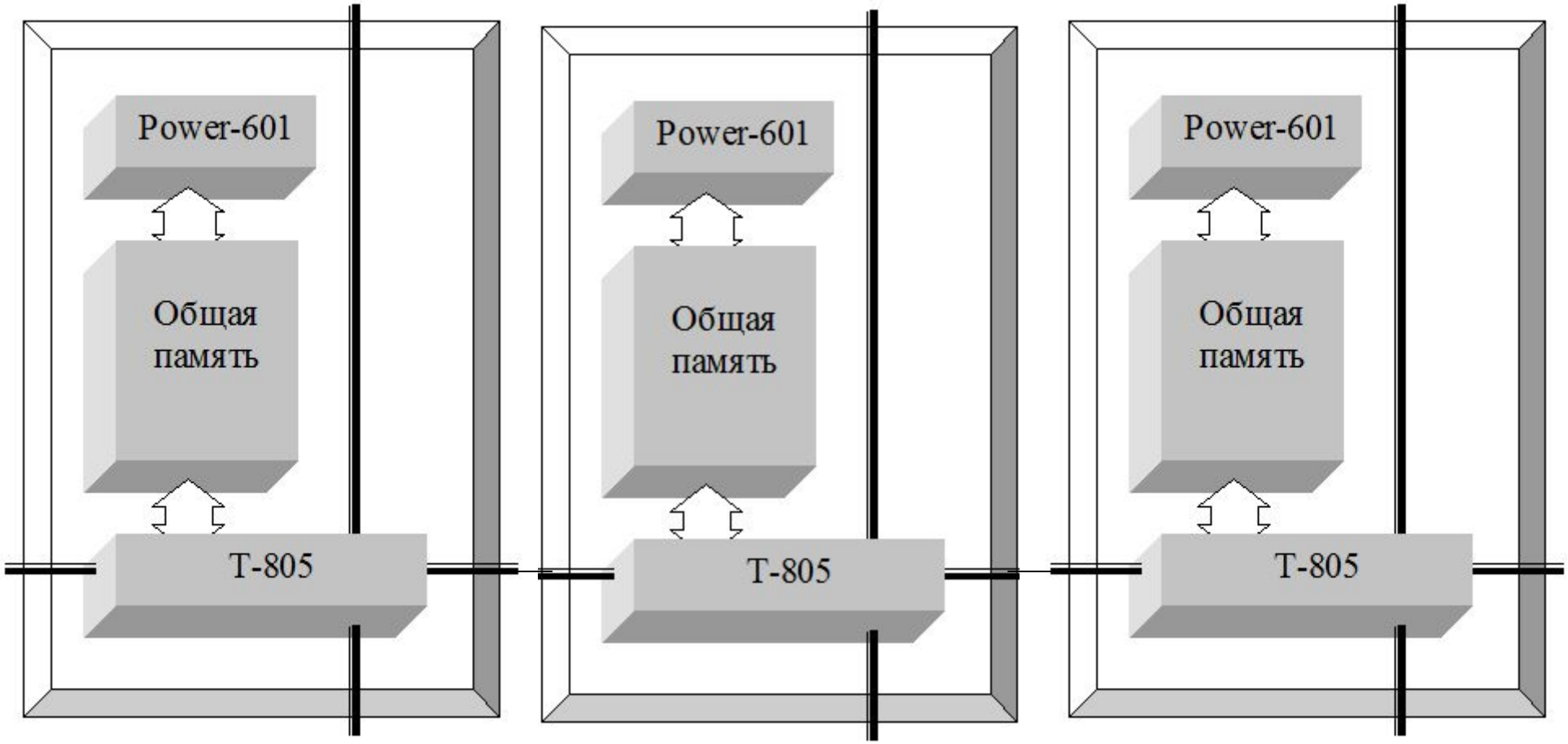

MACH445
-15YC
416PQG

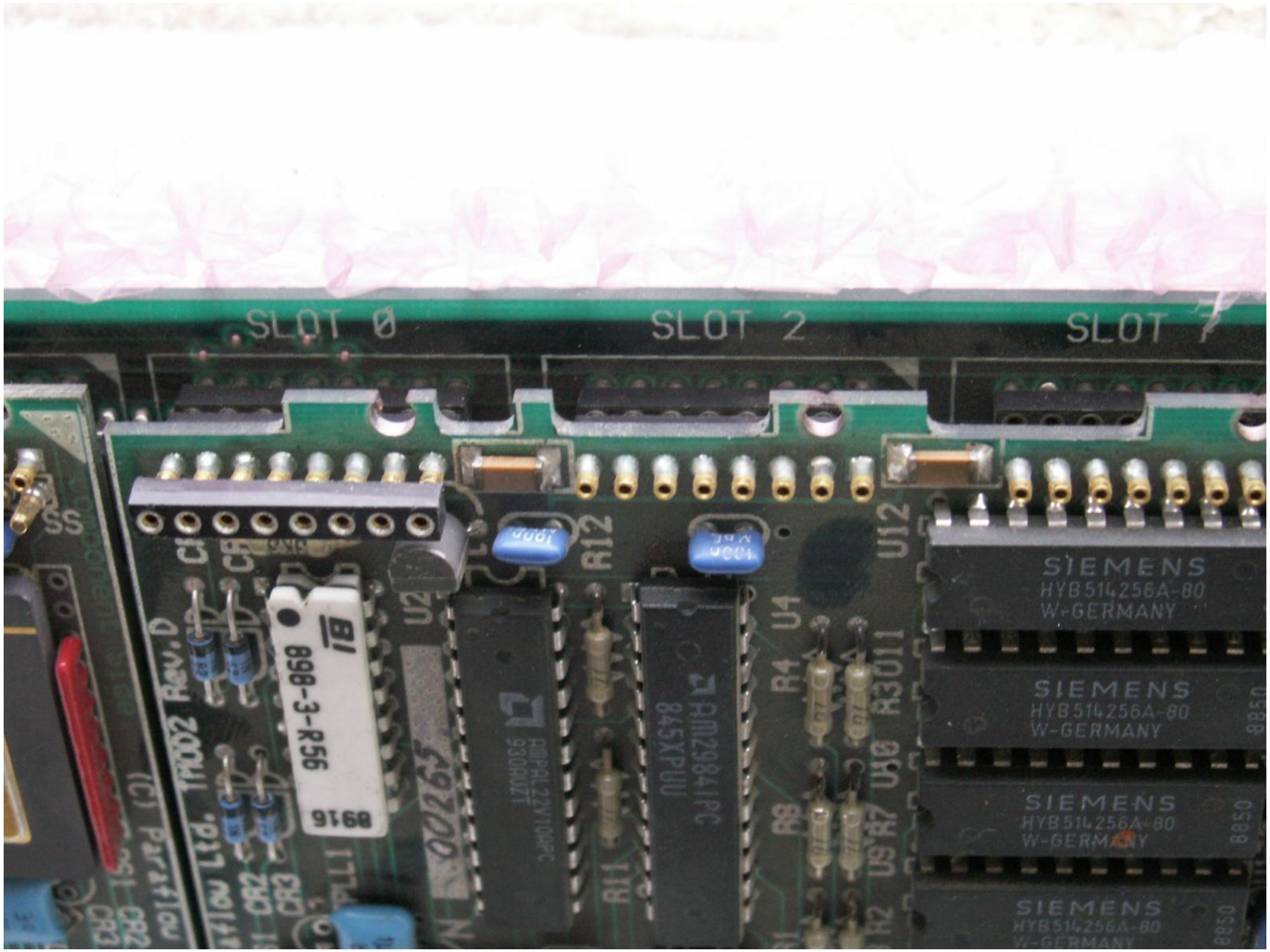
Узел PowerXplorer



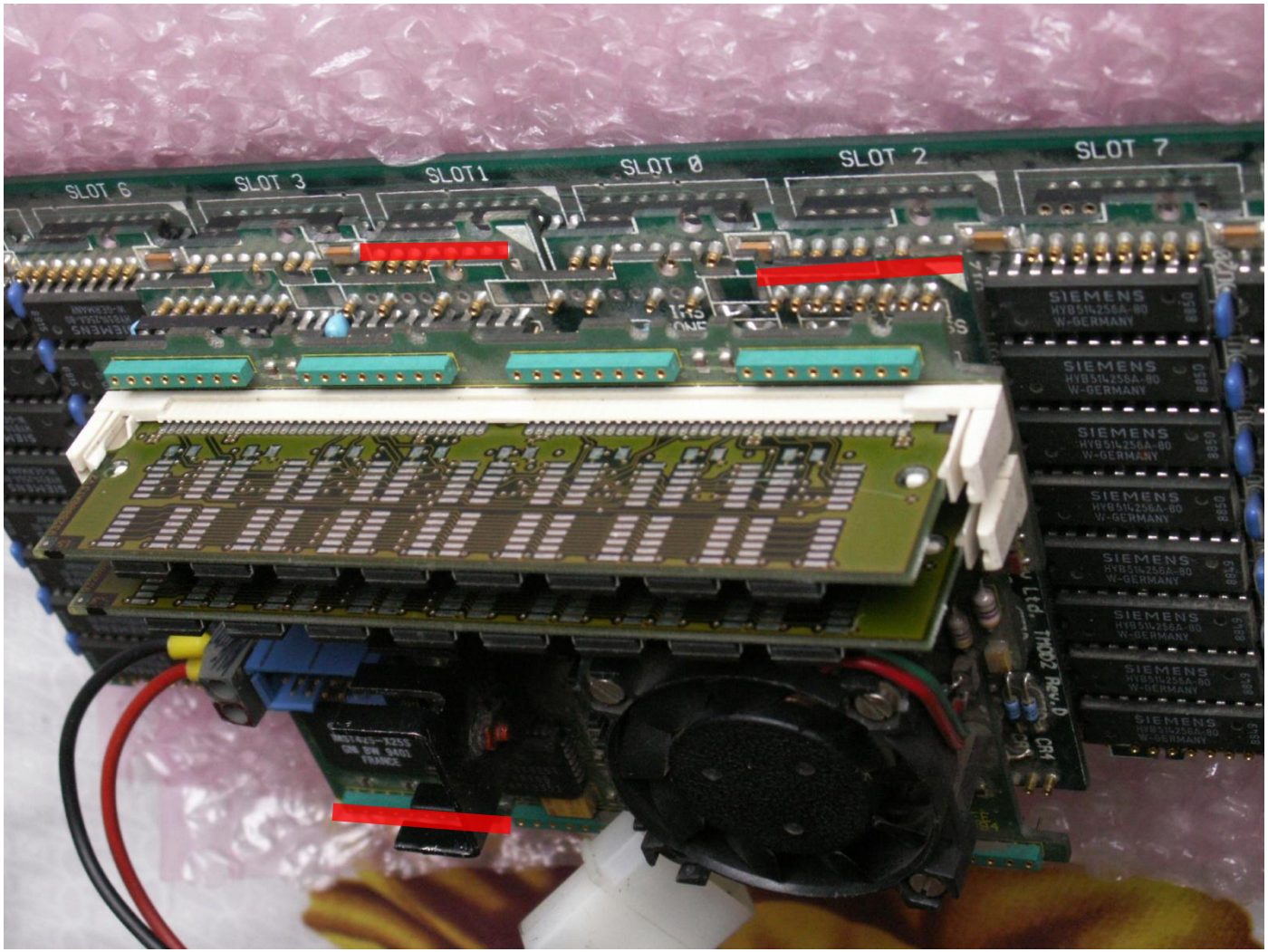
Структура узла PowerXplorer

Гибридная система

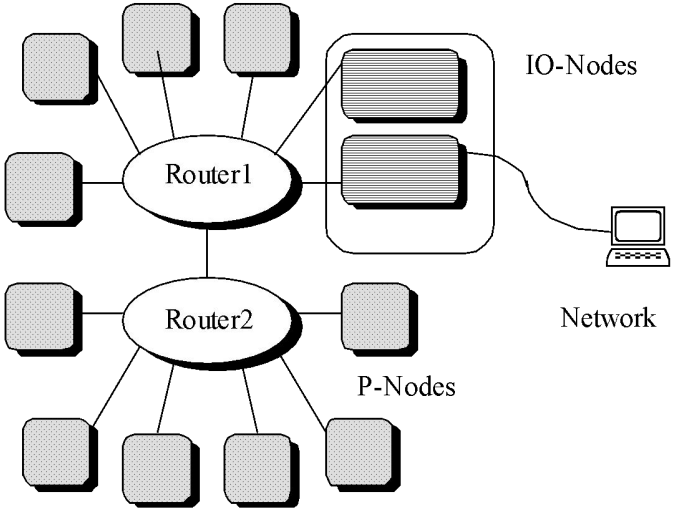


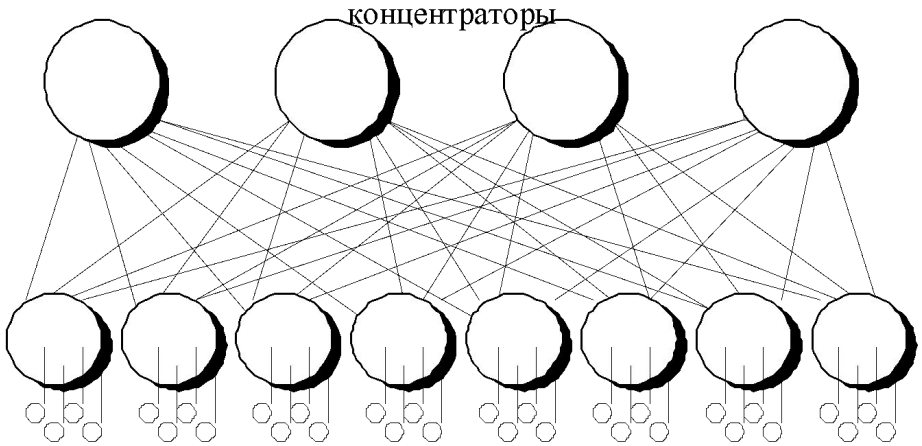

SLOT 0
SLOT 2
SLOT 7
SIEMENS
HYB514256A-80
W-GERMANY

Плата и 4 модуля



Многопроцессорные системы с распределенной памятью

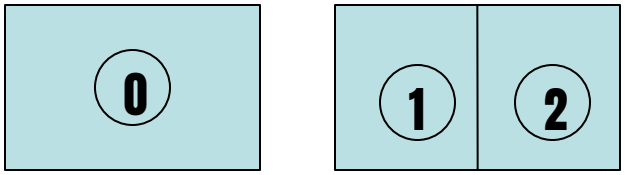




Многопроцессорные системы с общей памятью

Модель программы на распределенной памяти

- При запуске указываем число требуемых процессоров Np и название программы
- На выделенных для расчета узлах запускается Np копий указанной программы
  - Например, на двух узлах запущены три копии программы. Копия программы с номером 1 не имеет непосредственного доступа к оперативной памяти копий 0 и 2:

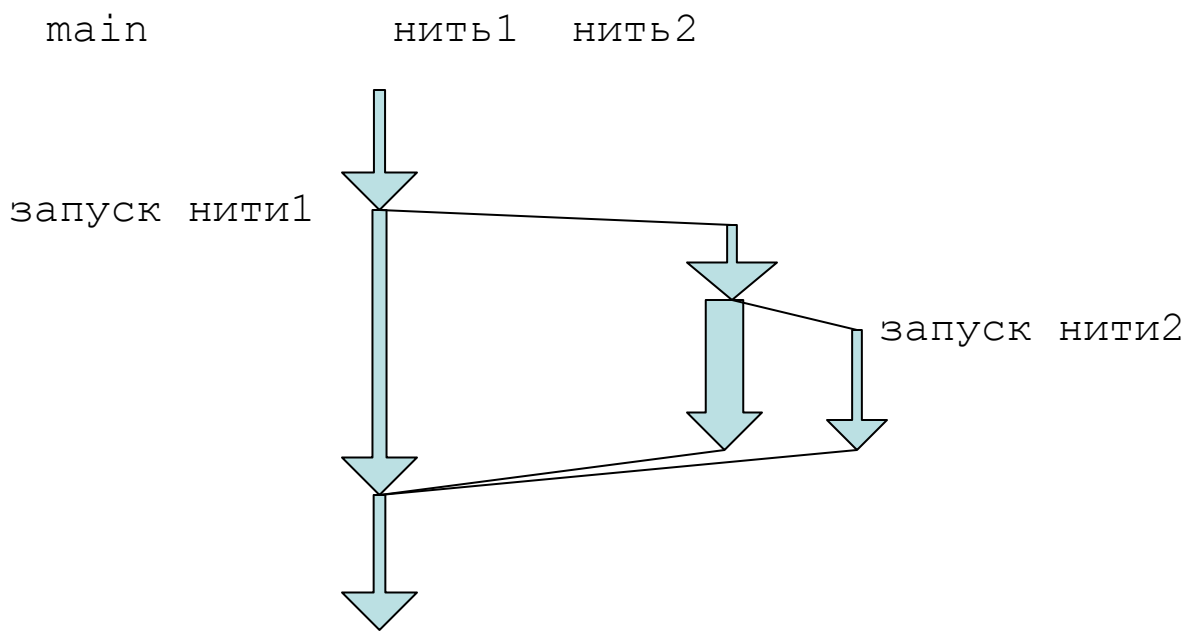


- Каждая копия программы получает две переменные
  - Np
  - rank из диапазона [0 … Np-1]
- Любые две копии программы могут непосредственно обмениваться данными с помощью функций передачи сообщений

Модель программы на общей памяти

- Работа начинается с запуска одной программы
- При необходимости программа порождает новые процессы, эти процессы:
  - Обладают собственными локальными переменными
  - Имеют доступ к глобальным переменным

```
int a_global;
main()
{
int b1_local;
Запуск нити(fun())
}
fun()
{
int b2_local;
Запуск нити(…)
}
```



Методы передачи данных

- Синхронный метод

  Send(адрес данных, размер, номер процессора)

  Recv(адрес данных, размер, номер процессора)

- Асинхронные методы
  - Небуферизованный

  ASend(адрес данных, размер, номер процессора)

  ARecv(адрес данных, размер, номер процессора)

  ASync

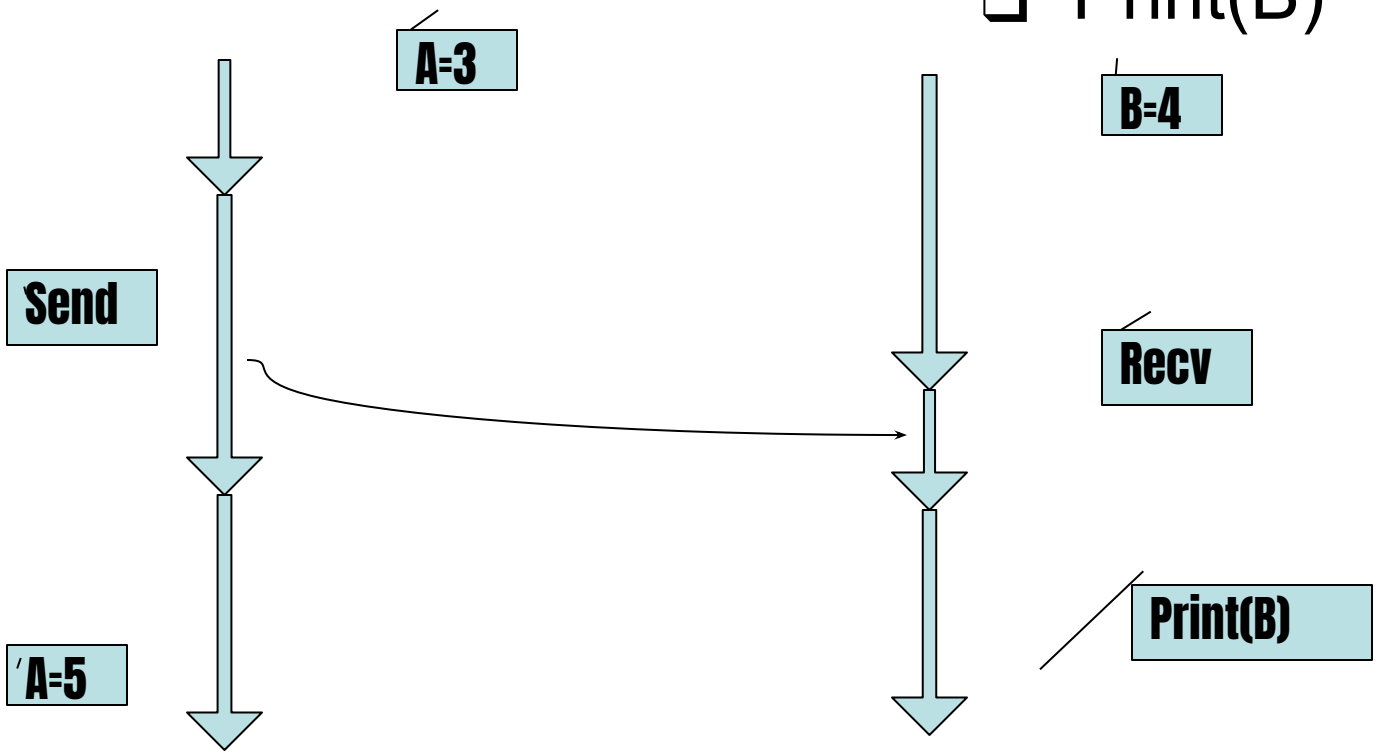
  - Буферизованный

  ABSend(адрес данных, размер, номер процессора)

Синхронные

- A=3
- Send(&A)
- A=5

- B=4
- Recv(&B)
- Print(B)



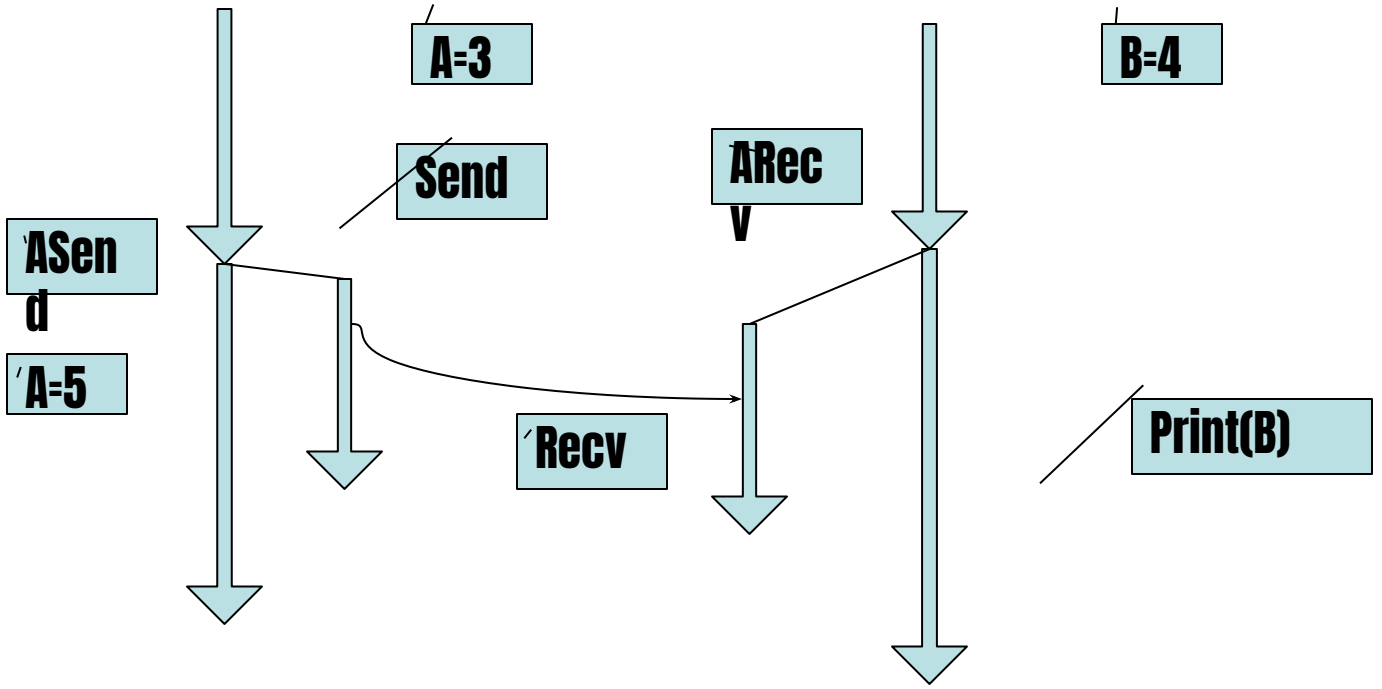
Результат

3

Асинхронные

- A=3
- ASend(&A)
- A=5

- B=4
- ARecv(&B)
- Print(B)



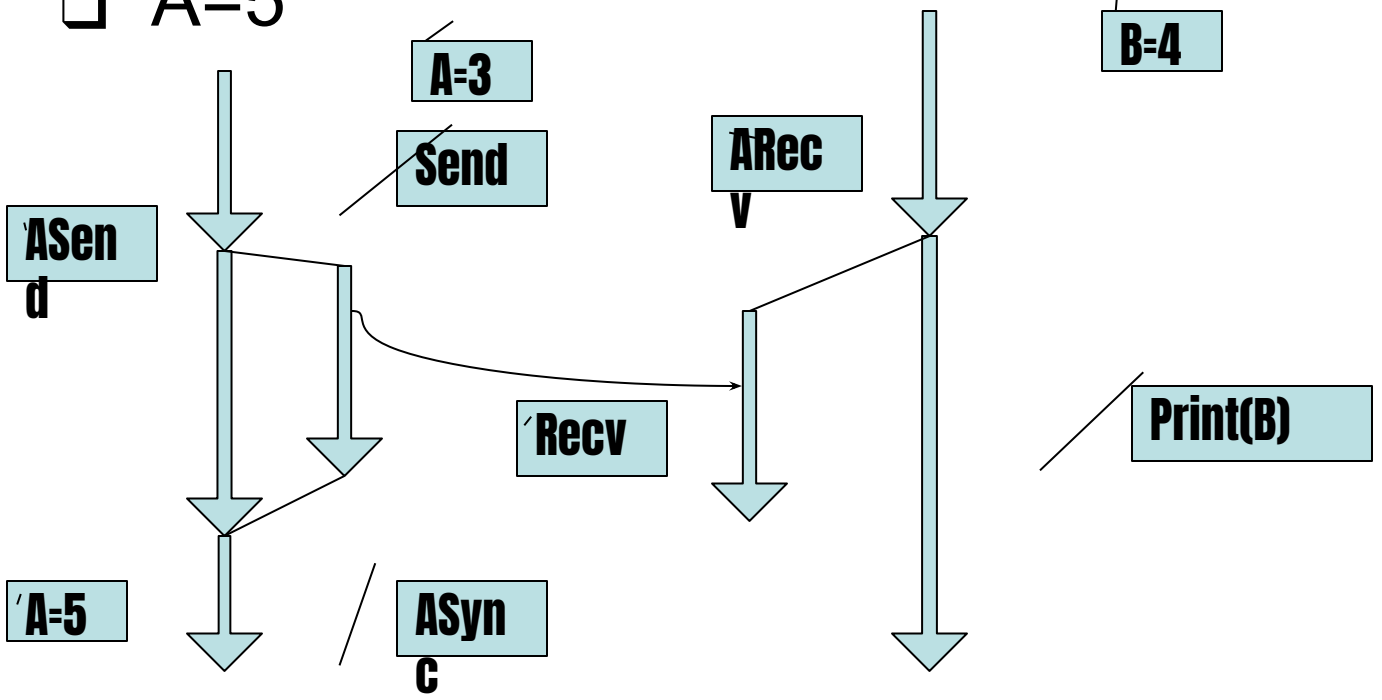
Результат

3 ? 4 ? 5

Асинхронные

- A=3
- ASend(&A)
- Async()
- A=5

- B=4
- ARecv(&B)
- Print(B)



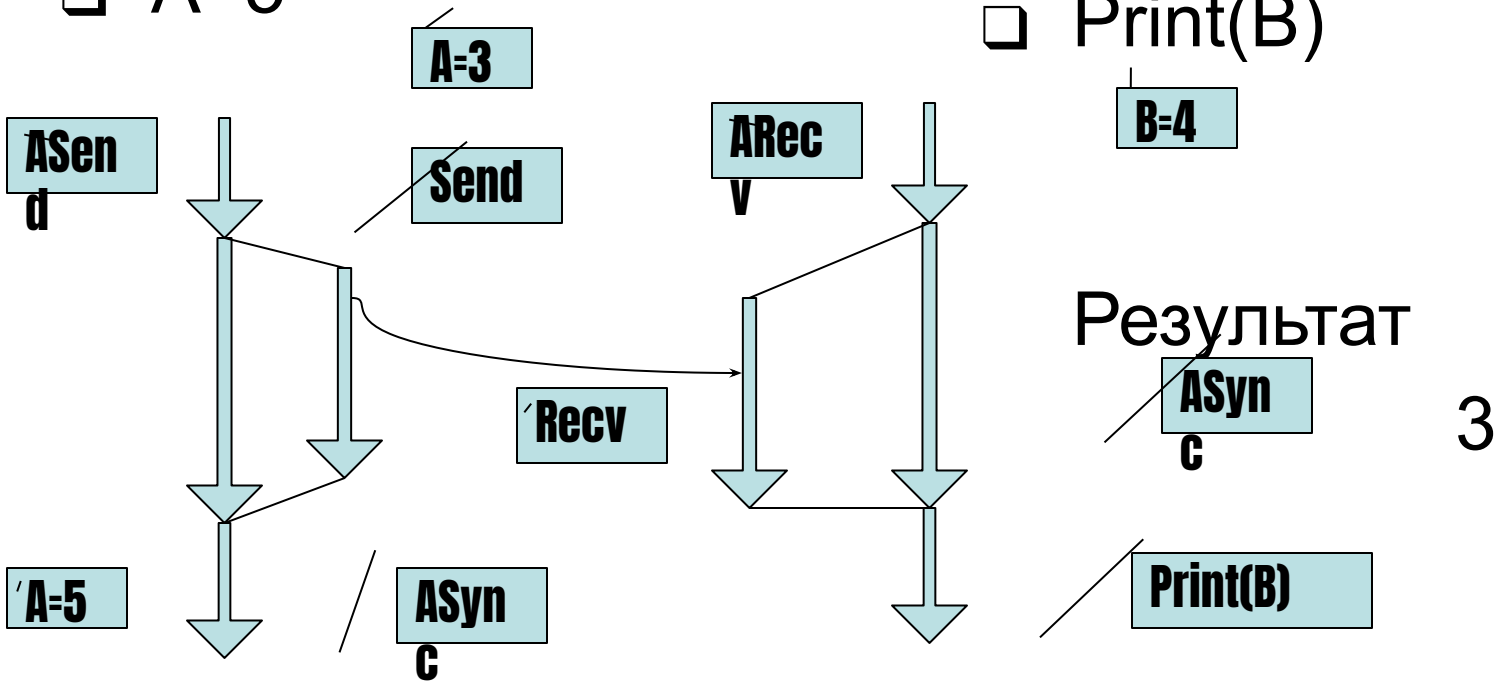
Результат

3 ? 4

Асинхронные

- A=3
- ASend(&A)
- Async()
- A=5

- B=4
- ARecv(&B)
- Async()
- Print(B)



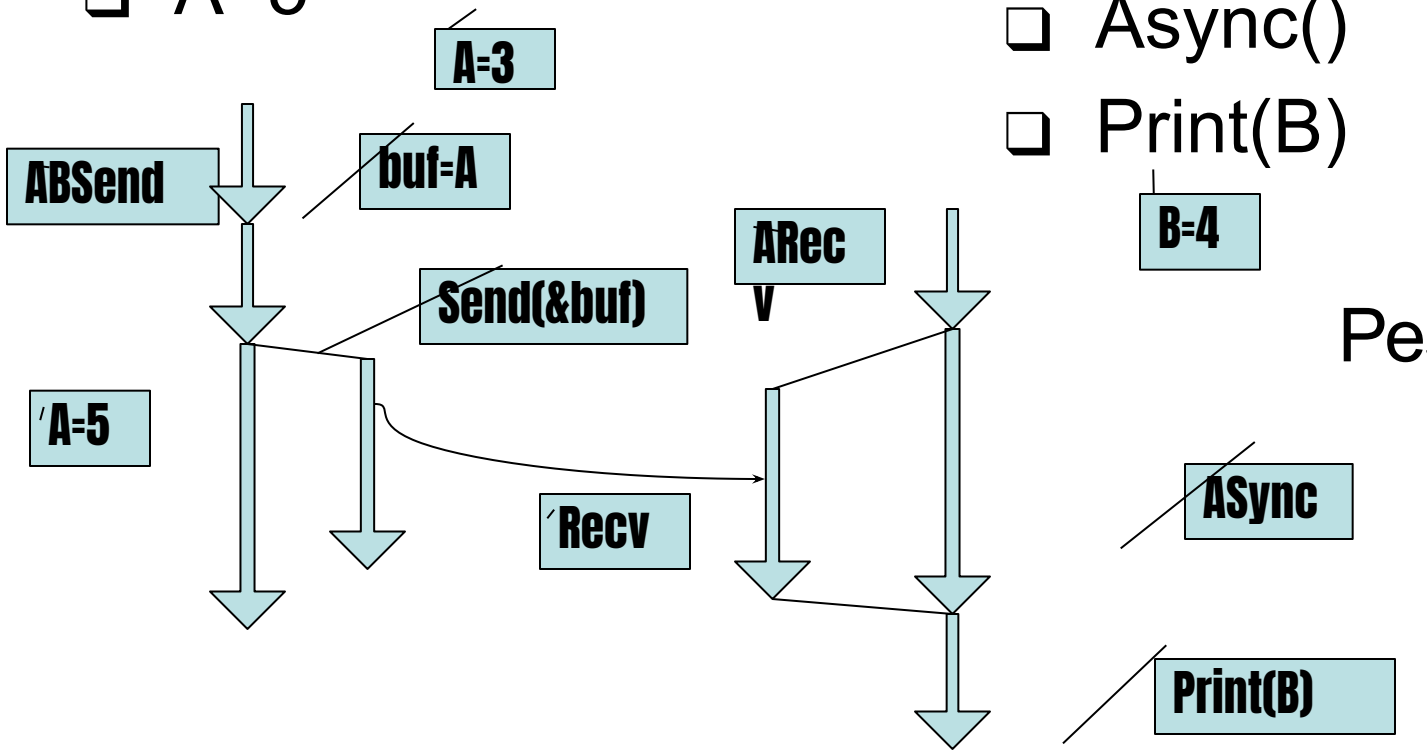
Результат

3

Асинхронные буферизованные

- A=3
- ABSend(&A)
- A=5

- B=4
- ARecv(&B)
- Async()
- Print(B)

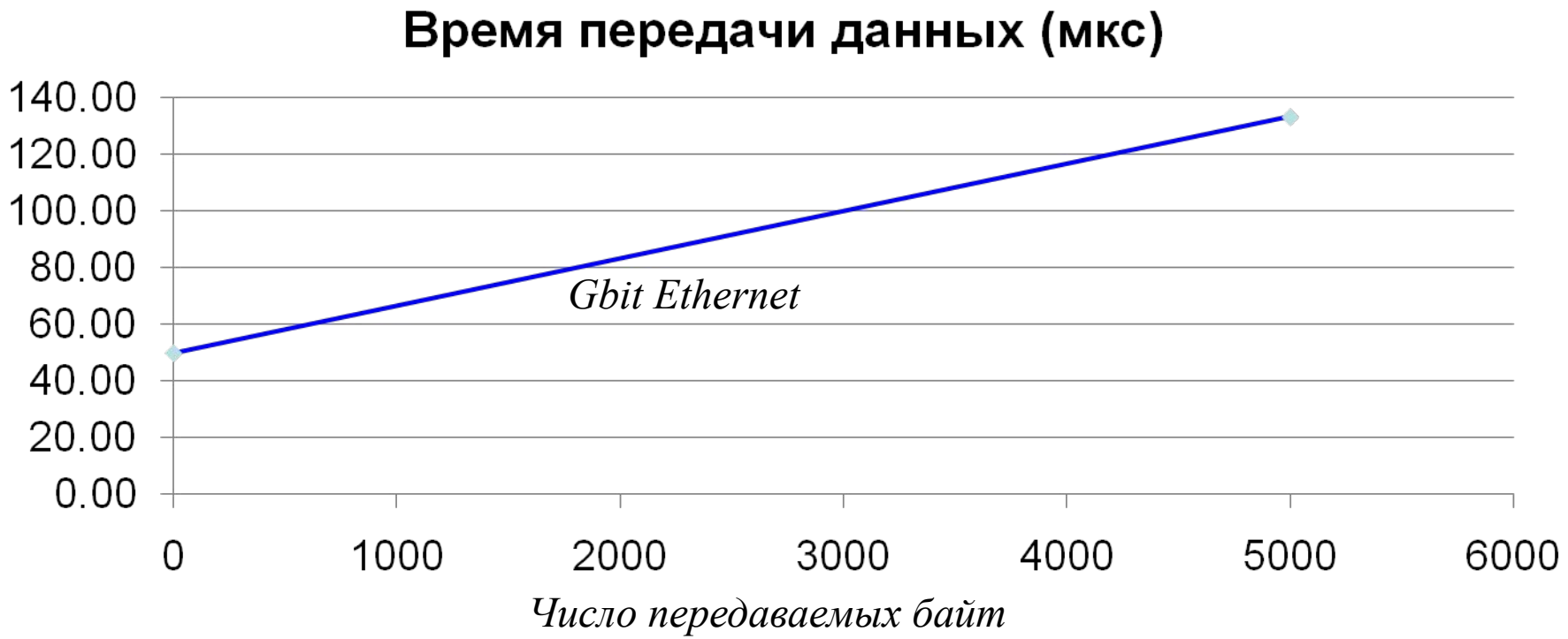


Результат

3

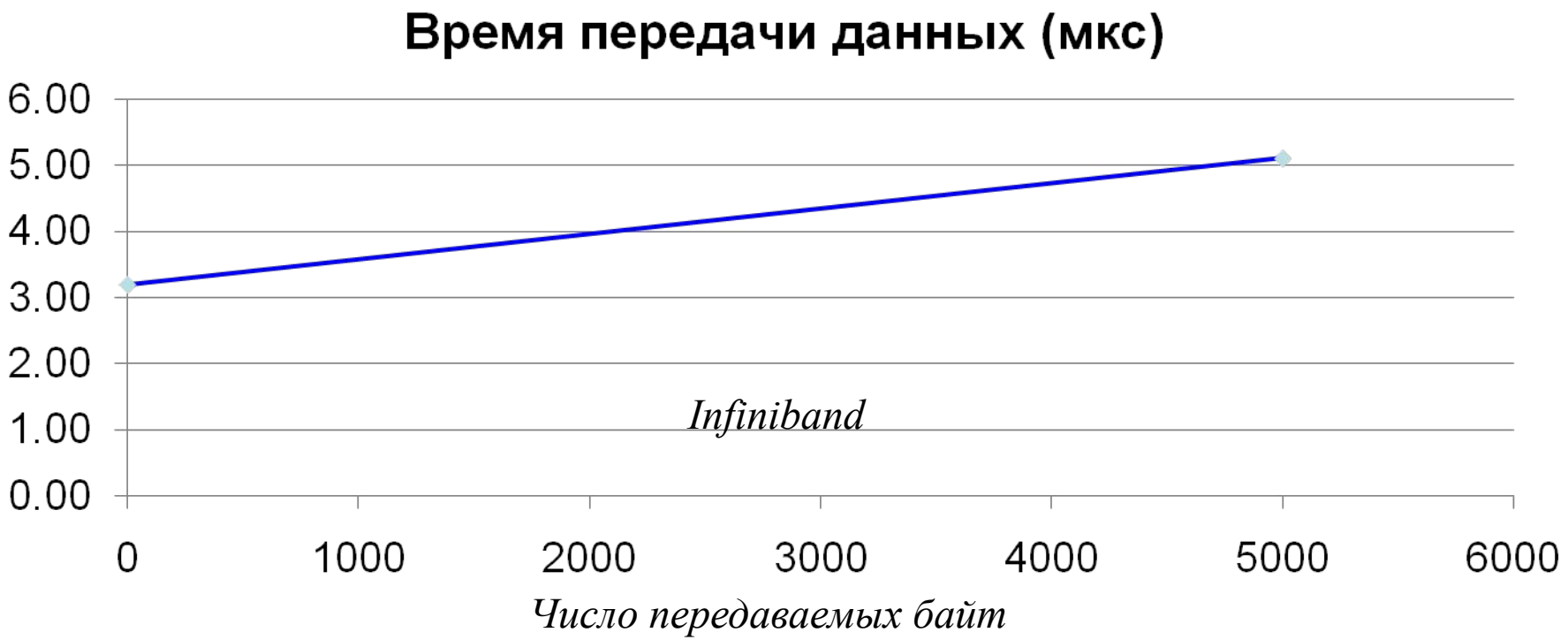
Свойства канала передачи данных

$$T(n) = n * T_{\text{передачи байта}} + T_{\text{латентности}}$$



Свойства канала передачи данных

$$T(n) = n * T_{\text{передачи байта}} + T_{\text{латентности}}$$



Семафор

- Целочисленная неотрицательная переменная
- Две атомарные операции, не считая инициализации
- V(S)
  - Увеличивает значение S на 1
- P(S)
  - Если S положительно, то уменьшает S на 1
  - Иначе ждет, пока S не станет больше 0

Языки програмирования. Редактор Ф.Женюи. Перевод с англ В.П. Кузнецова. Под ред. В.М.Курочкина. М:."Мир", 1972 Э. Дейкстра. Взаимодействие последовательных процессов.
http://khpi-iip.mipk.kharkiv.edu/library/extent/dijkstra/ewd123/index.html

Ускорение и эффективность параллельных алгоритмов

ускорение параллельного алгоритма

$$S(p)=T1/T(p)$$

эффективность использования процессорной мощности

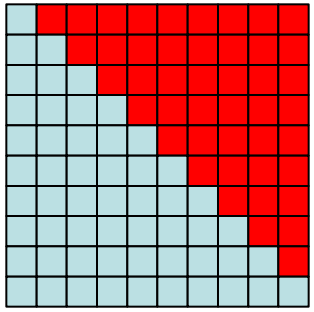
$$E(p)=S(p)/p$$

Ускорение параллельного алгоритма относительно наилучшего последовательного

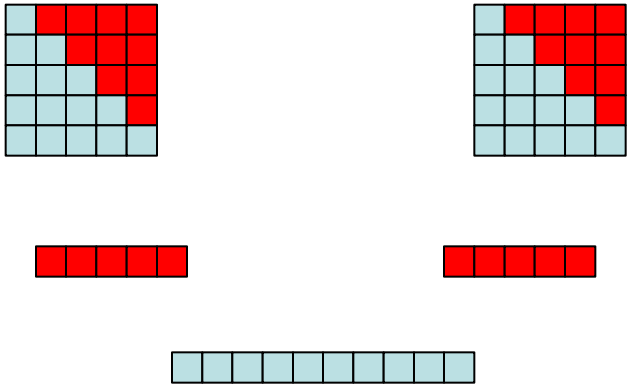
$$S^*(p)=T1^*/T(p)$$
$$E^*(p)=S^*(p)/p$$

Может ли быть S(p)>p ?

- Да:
  - Плохой последовательный алгоритм
  - Влияние аппаратных особенностей вычислительной системы



$$\frac{n(n-1)}{2} \sim \frac{n^2}{2}$$



$$\frac{\left(\frac{n}{2}\right)^2}{2} + n \sim \frac{1}{4}\frac{n^2}{2}$$

Может ли неэффективный алгоритм работать быстрее эффективного?

- Да
  - Если первый алгоритм позволяет использовать больше процессоров, чем второй.

- Самый эффективный алгоритм – использующий один (1) процессор.
  - Его эффективность по определению равна 100%, но он не всегда самый быстрый.

Определить сумму конечного ряда

$$S = \sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$$

- Все элементарные операции (+ - * /) выполняются за время T_c
- Все операции выполняются точно, результат не зависит от порядка их выполнения
- Число процессоров неограничено

Последовательный алгоритм

```
S=1;
a=1;
for(i=1;i<= n;i++)
  {
   a=a*x/i;
   S=S+a;
  }
```

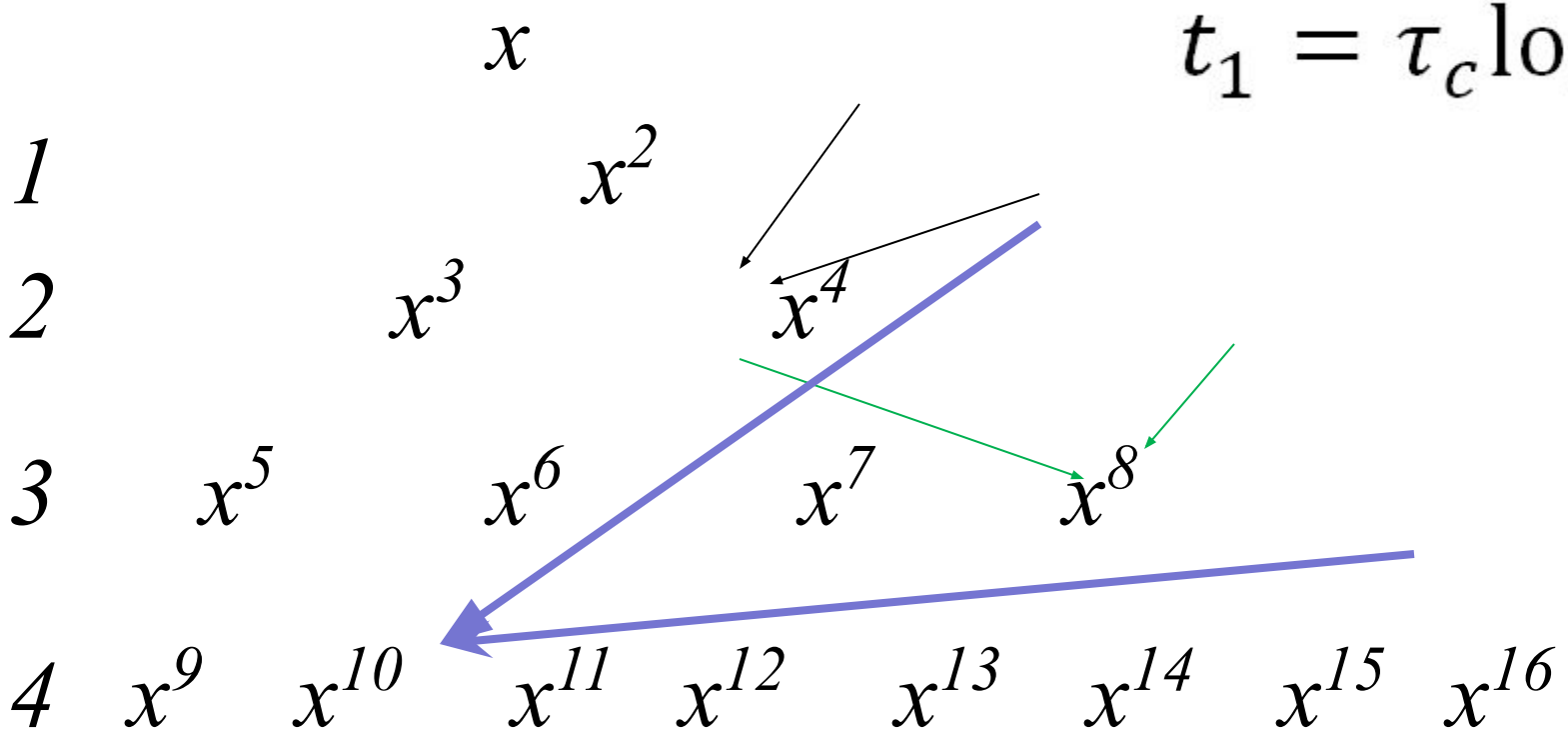
$$T_1 = 3n\tau_c$$

Параллельный алгоритм

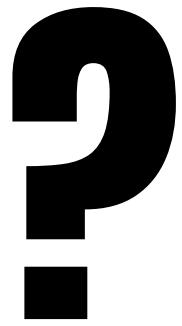
- Вычислить для всех $i = 1, \ldots, n$: x^i
- Вычислить для всех $i = 1, \ldots, n$: $i!$
- Вычислить для всех $i = 1, \ldots, n$: $a_i = \frac{x^i}{i!}$
- Вычислить сумму всех членов a_i

Для вычисления x^i воспользуемся методом бинарного умножения

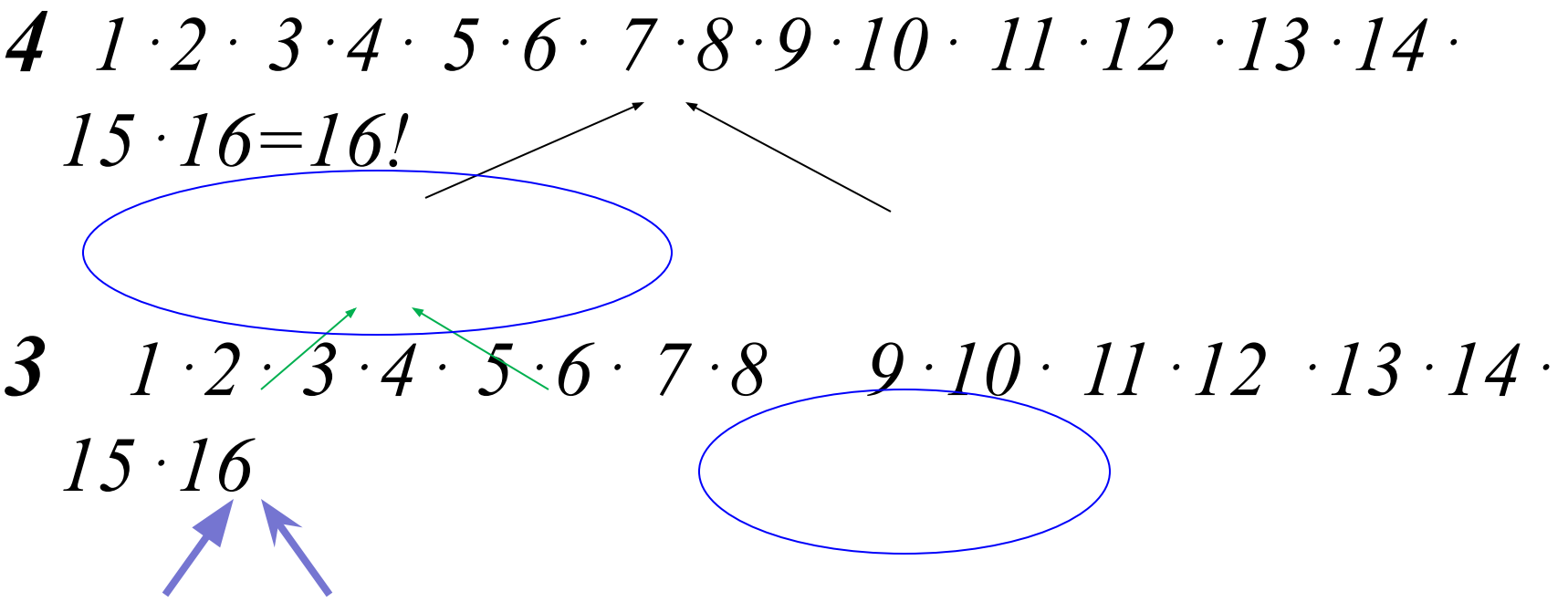
$$t_1 = \tau_c \log_2 n$$



Параллельное вычисление всех требуемых $i!$?

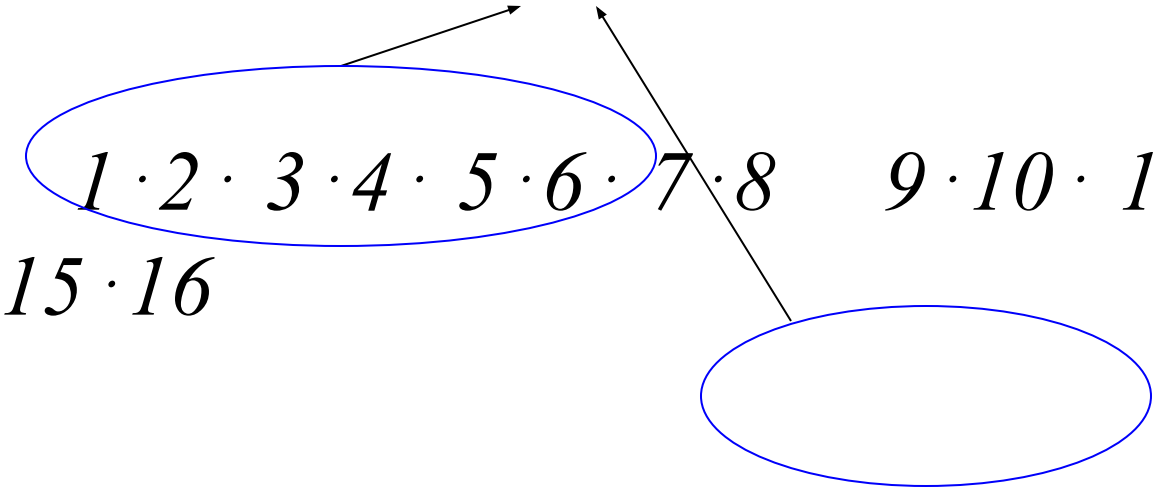


$i!$


4 1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · 12 · 13 · 14 · 15 · 16 = 16!
3 1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 9 · 10 · 11 · 12 · 13 · 14 · 15 · 16
2 1 · 2 · 3 · 4 5 · 6 · 7 · 8 9 · 10 · 11 · 12 13 · 14 · 15 · 16

Для вычисления $i!$ воспользуемся аналогичным методом

4 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 = 12!$



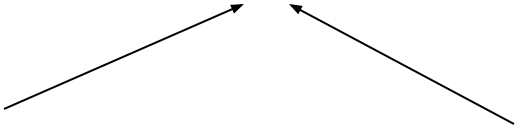
3 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \quad 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16$

2 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \quad 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \quad 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \quad 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16$

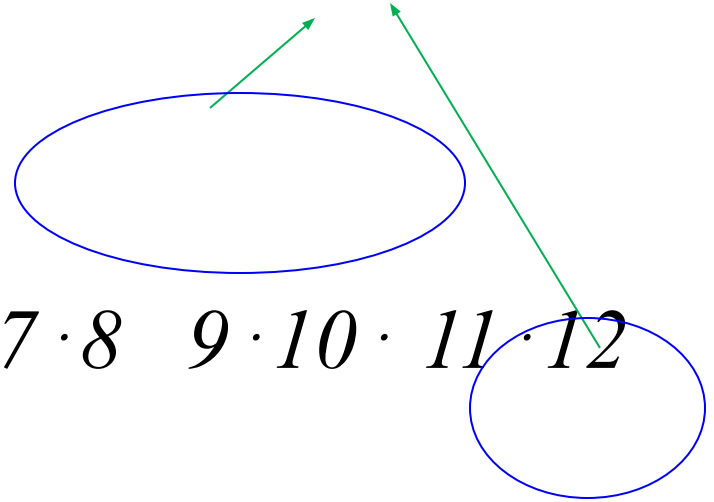
Для вычисления $i!$ воспользуемся аналогичным методом

$$t_2 = \tau_c \log_2 n$$

4 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 = 14!$



3 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \quad 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14$



2 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \quad 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \quad 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12$

1 $1 \cdot 2 \quad 3 \cdot 4 \quad 5 \cdot 6 \quad 7 \cdot 8 \quad 9 \cdot 10 \quad 11 \cdot 12 \quad 13 \cdot 14$

Новые операции

Вычисление всех факториалов до 8! включительно

Шаг	*Процессор 1*	*Процессор 2*	*Процессор 3*	*Процессор 4*
1	*1 · 2*			
2	*12 · 3*			
3				

Новые операции

Вычисление всех факториалов до 8! включительно

Шаг	*Процессор 1*	*Процессор 2*	*Процессор 3*	*Процессор 4*
1	*1 · 2*			
2	*12 · 3*	*12 · 34*		
3				

Новые операции

Вычисление всех факториалов до 8! включительно

Шаг	*Процессор 1*	*Процессор 2*	*Процессор 3*	*Процессор 4*
1	*1 · 2*	*3 · 4*		
2	*12 · 3*	*12 · 34*		
3				

Новые операции

Вычисление всех факториалов до 8! включительно

Шаг	*Процессор 1*	*Процессор 2*	*Процессор 3*	*Процессор 4*
1	*1 · 2*	*3 · 4*	*5 · 6*	*7 · 8*
2	*12 · 3*	*12 · 34*	*56 · 7*	*56 · 78*
3	*1234 · 5*	*1234 · 56*	*1234 · 567*	*1234 · 567 8*

Новые операции

Вычисление всех факториалов до 8! включительно

Шаг	*Процессор 1*	*Процессор 2*	*Процессор 3*	*Процессор 4*
1	*1·2*	*3·4*	*5·6*	*7·8*
2	*12·3*	*12·34*	*56·7*	*56·78*
3	*1234·5*	*1234·56*	*1234·567*	*1234·5678*

```
F=1;
for(i=2;i <= n;i++)
   F*=i;
```

$$T_{p=n/2}(n) = \tau_c \log_2 n$$

$$S = \frac{n-1}{\log_2 n}\Big|_{\substack{n=8\\p=4}} = \frac{7}{3} < 4 = p$$

$$T_1(n) = \tau_c (n-1)$$

$$E_{p=4}(n=8) = \frac{7}{12}$$

Новые операции

Шаг	Процессор 1	Процессор 2	Процессор 3	Процессор 4
1	1 · 2	3 · 4	5 · 6	7 · 8
2	12 · 3	12 · 34	56 · 7	56 · 78
3	1234 · 5	1234 · 56	1234 · 567	1234 · 567 8

$$T_{p=n/2}(n) = t_c \log_2 n \quad S = \frac{n-1}{\log_2 n}\Big|_{\substack{n=8\\p=4}} = \frac{7}{3} < 4 = p \quad E_{p=4}(n=8) = \frac{7}{12}$$

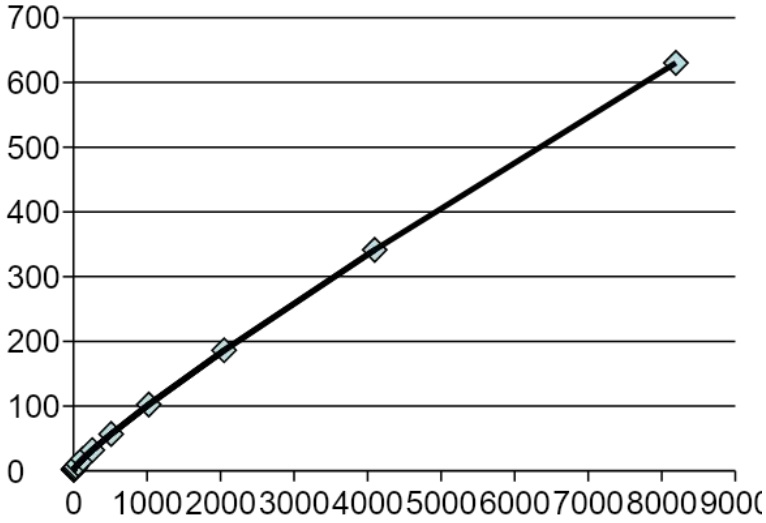
Шаг	Процессор 1	Процессор 2	Процессор 3	Процессор 4
1	1 2!	8 3 · 4	9 5 · 6	10 7 · 8
2	2 3!	3 4!	11 56 · 7	12 56 · 78
3	4 5!	5 6!	6 7!	7 8!

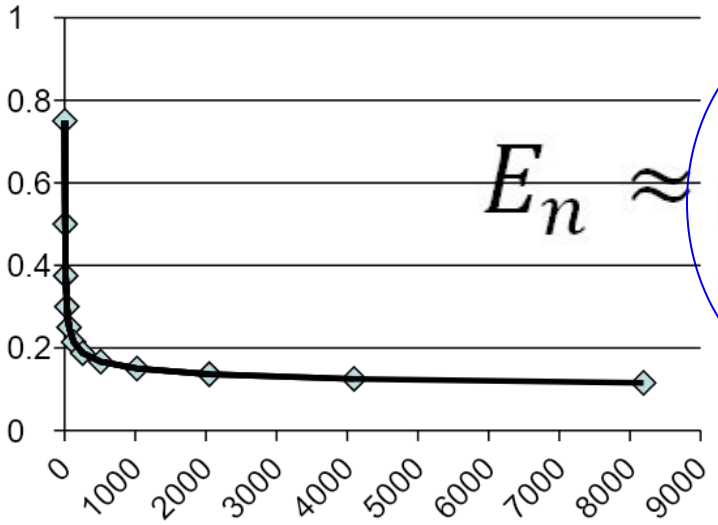
Ускорение и эффективность при $p=n$

$p=n$

$$S_n = \frac{3n\tau_c}{2\tau_c \log_2 n + \tau_c} \approx \frac{n}{\log_2 n}$$

1.5





$$E_n \approx \frac{1.5}{\log_2 n}$$

Заключение

- Определены классы рассматриваемых вычислительных систем
- Представлены модели параллельных программ
- Представлен ряд способов организации взаимодействия последовательных процессов
- Представлен алгоритм, обладающий низкой эффективностью, но высоким быстродействием

Вопросы для обсуждения

- Сколько нужно процессоров для вычисления суммы ряда $S = \sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$ за время

$$2\tau_c \log_2 n + q\tau_c \ ,$$

где q – константа

- Какие преимущества и недостатки присущи синхронным и асинхронным методам обмена данными?
- Приведите примеры алгоритмов обладающих эффективностью больше 100%.
- Есть ли процессорные инструкции P(S) и V(S)?

Контакты

Якобовский М.В.

д.ф.-м.н., проф.,

зав. сектором

«Программного обеспечения многопроцессорных систем и вычислительных сетей»

Института прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук

mail: mail: lira@imamod.rumail: lira@imamod.ru

web: web: http://lira.imamod.ru