Метод переменных состояния

Уравнения состояния в матричной форме

$$[X'(t)] = [A] \cdot [X(t)] + [B] \cdot [F(t)] \quad (1)$$

Где $[X'(t)]$ – матрица-столбец производных от токов в индуктивностях и напряжений в емкостях (n - элементов)

[A] – квадратная матрица коэффициентов при переменных состояния (n – строк и

n – столбцов)

$[X(t)]$ – матрица-столбец переменных состояния (n – элементов)

$[F(t)]$ – матрица-столбец (независимых) источников ЭДС и тока (m – элементов)

[B] – прямоугольная матрица связи, состоящая из коэффициентов перед источниками ЭДС и тока

(n – строк, m – столбцов)

Алгебраические уравнения для выходных величин в матричной форме

$$\left[Y(t)\right]=\left[C\right]\cdot\left[X(t)\right]+\left[D\right]\cdot\left[F(t)\right] \quad (2)$$

Где $[Y(t)]$ – матрица-столбец выходных величин (k - элементов)

[C] – прямоугольная матрица связи выходных величин с переменными состояния (k – строк, n – столбцов)

[D] – прямоугольная матрица связи выходных величин с источниками (k – строк, m – столбцов)

Порядок расчета

1. Из расчета схемы до коммутации определяются ННУ

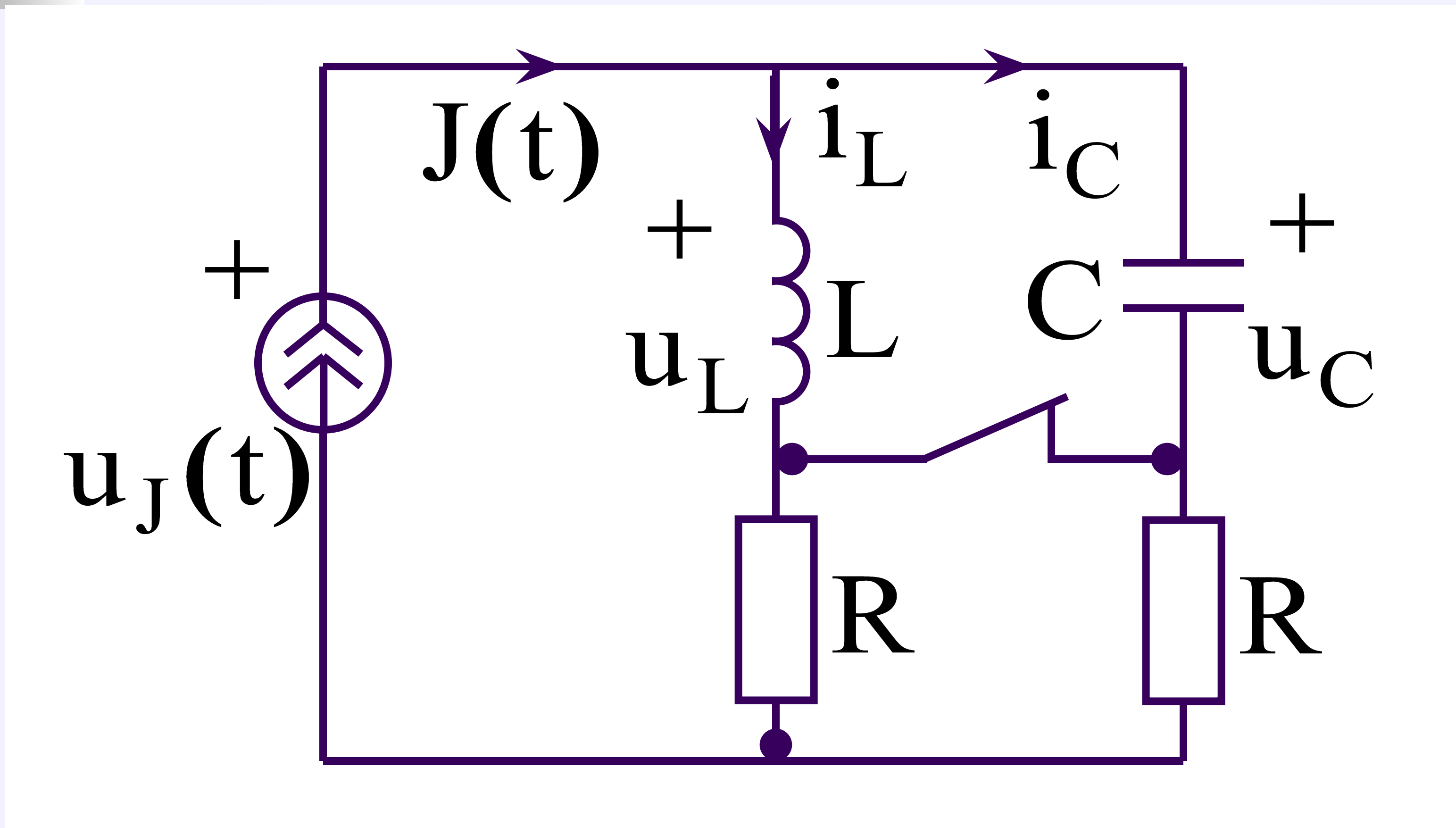
$$i_L(0\_) = i_L(0) = ?$$

$$u_C(0\_) = u_C(0) = ?$$

2. Для схемы после коммутации по законам Кирхгофа составляем уравнения 1 и 2

3. По специальным программам на ЭВМ решаем уравнения 1 и 2 и получаем численные значения для $Y(t)$

Пример



Дано: $J(t) = 1\ \text{А}$ $\quad R = 100\ \text{Ом}$

$L = 1\ \text{Гн}$ $\quad C = 10\ \text{мкФ}$

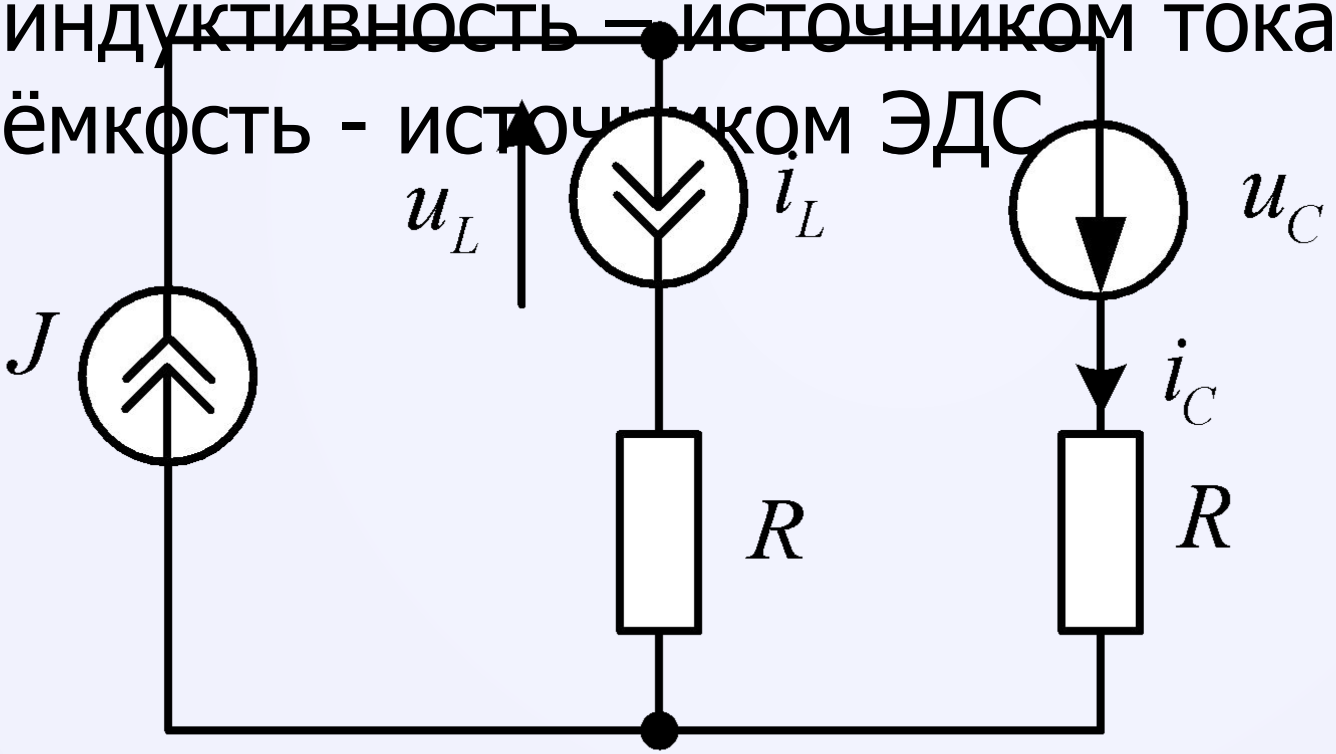
Определить: $u_J(t) = ?$

1. Определяем независимые начальные условия:

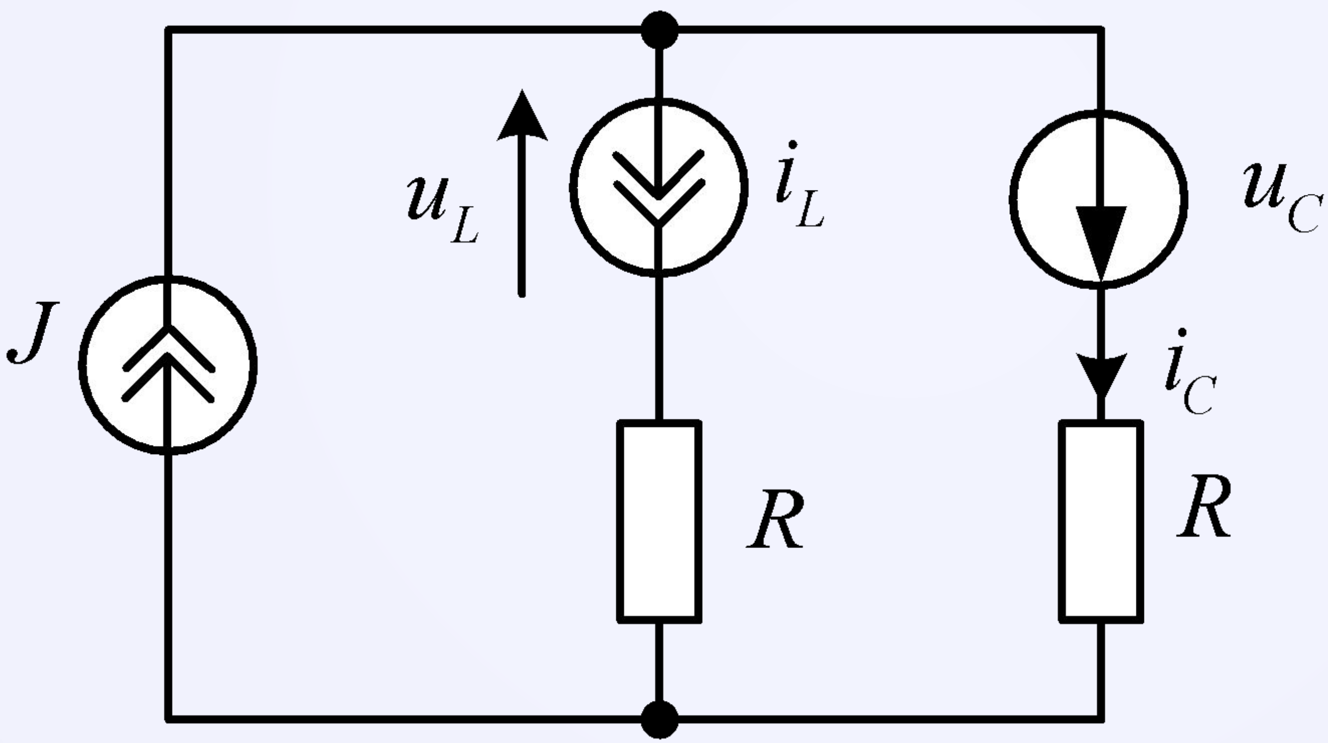
$$i_L(0) = i_L(0\_) = J(0) = 1\ \mathrm{A}$$

$$u_C(0) = u_C(0\_) = 0$$

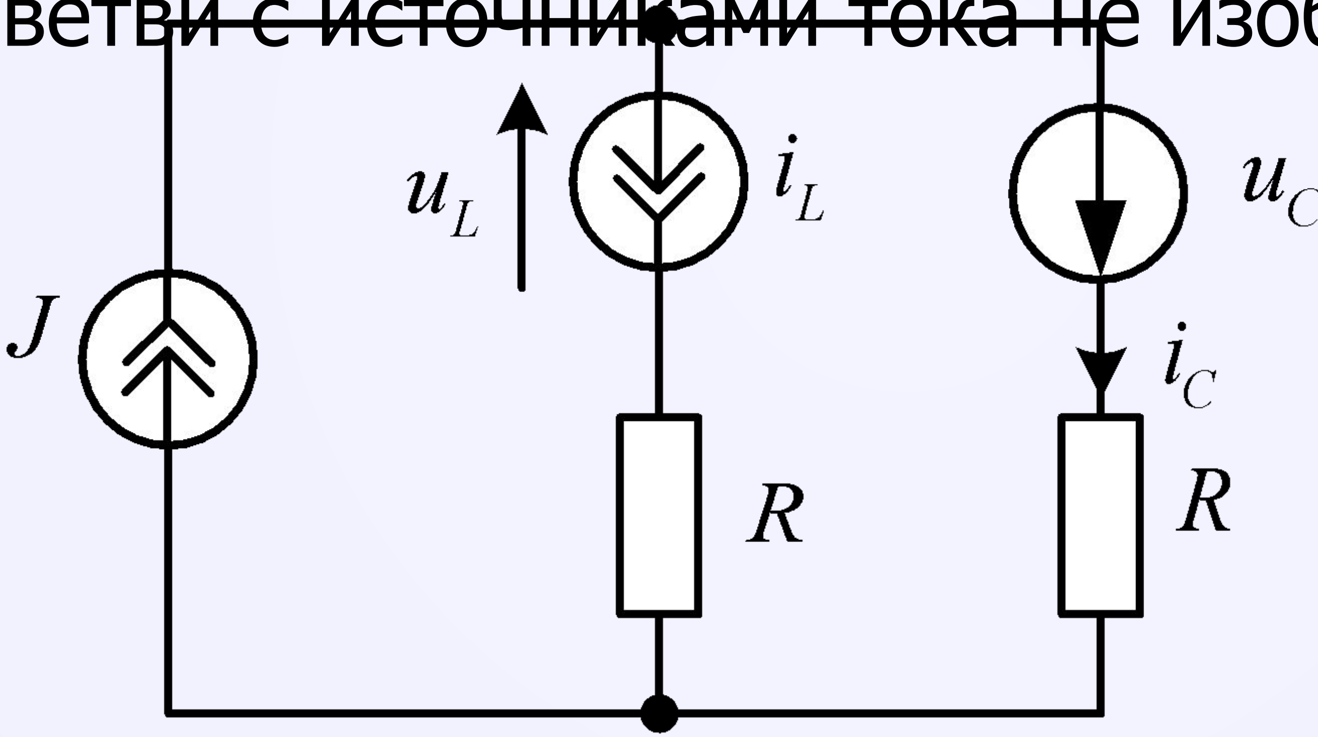
2. По теореме компенсации заменим реактивные элементы источниками: индуктивность – источником тока ёмкость - источником ЭДС



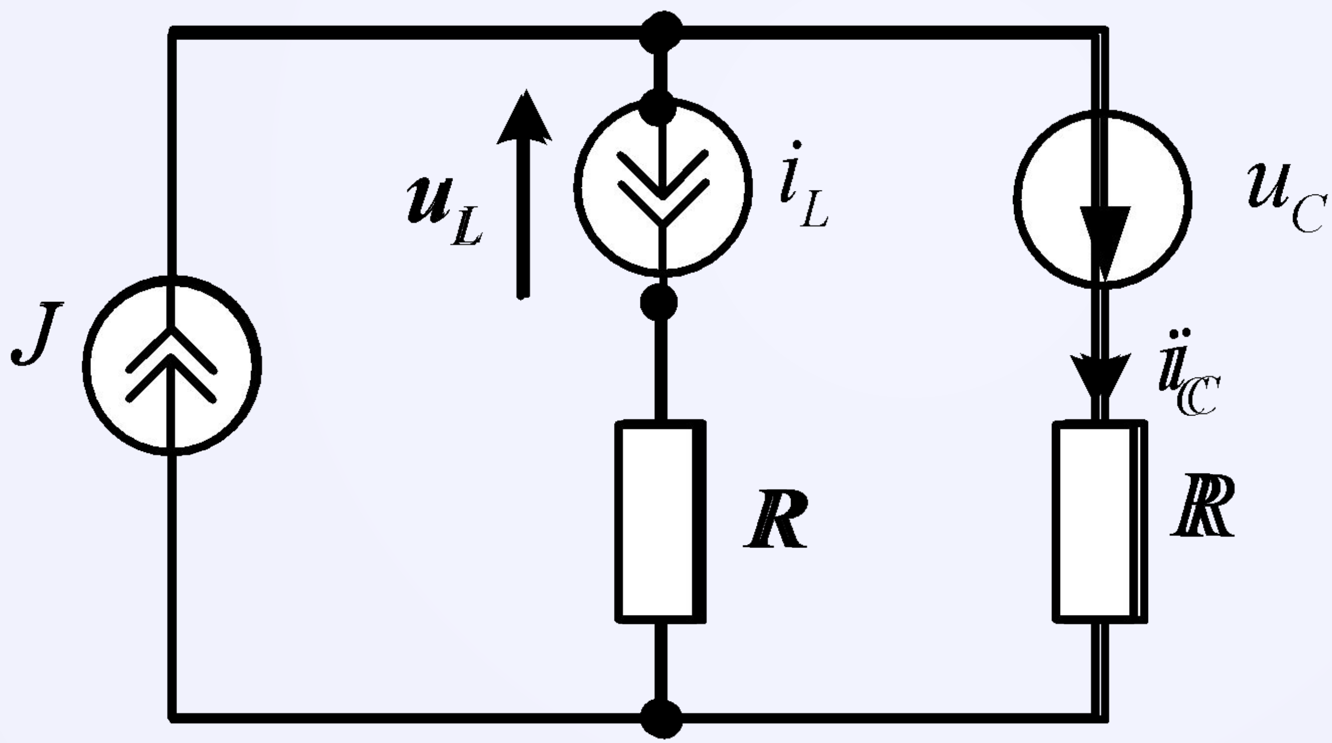
В полученной схеме определим методом наложения две величины: i_C и u_L



В соответствии с методом наложения: Оставляем только один источник, остальные источники ЭДС закорачиваем, ветви с источниками тока не изображаем.



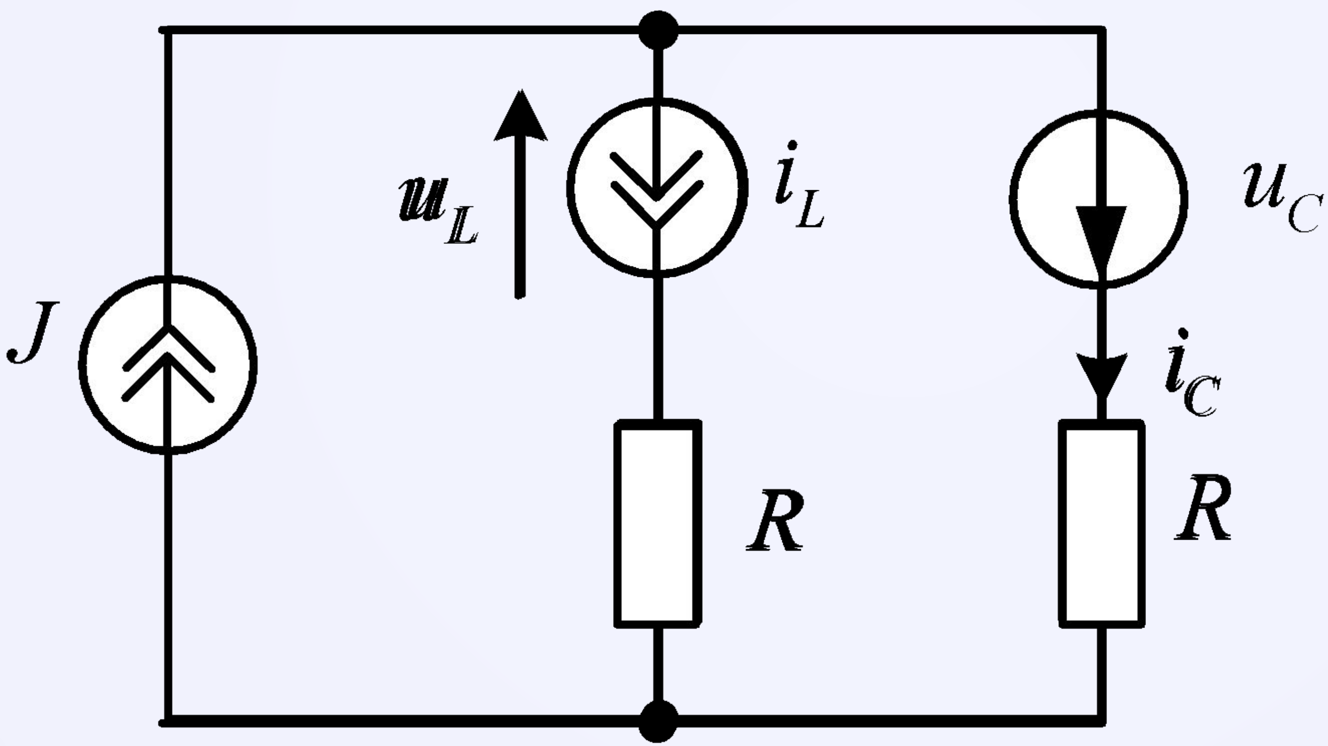
Первая подсхема:
Определяем токи и напряжения от действия источника тока J.



$$i_C{}' = J$$

$$u_L{}' = JR$$

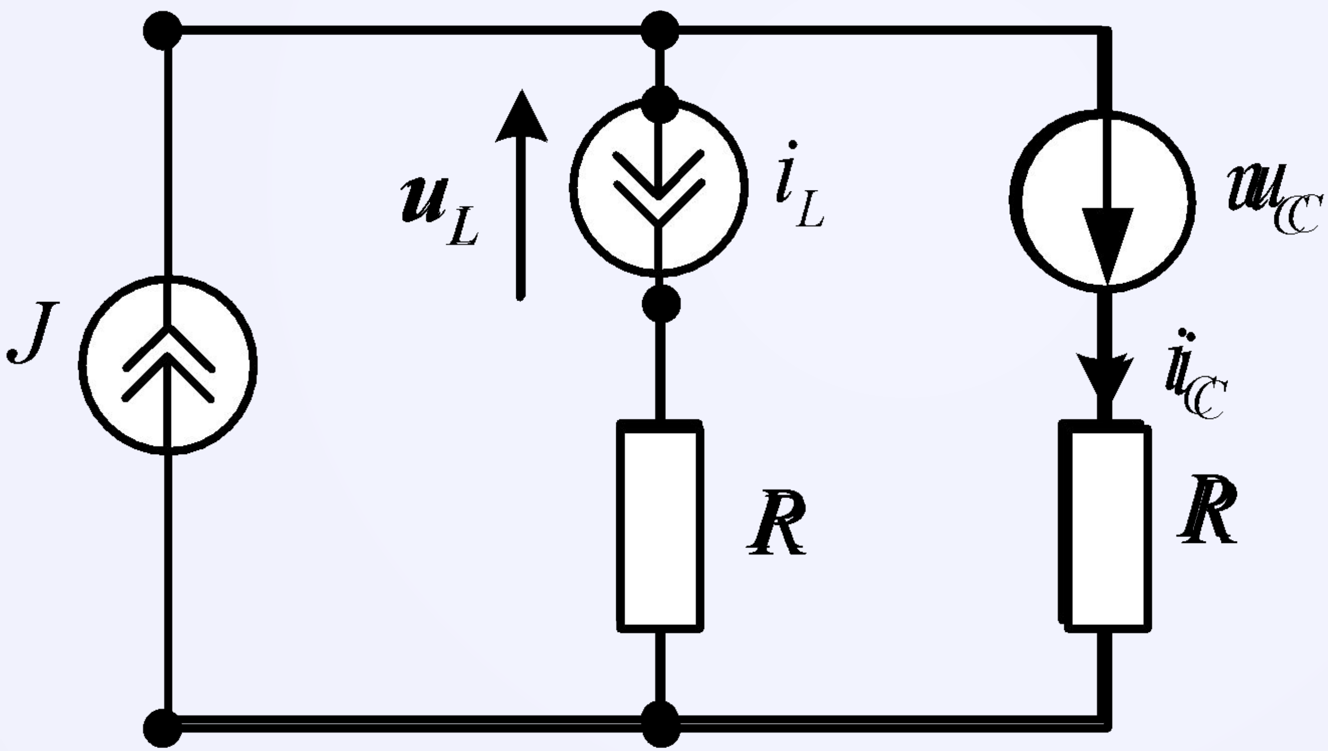
Вторая подсхема:
Определяем токи и напряжения от действия источника тока i_L.



$$i_C{}'' = -i_L$$

$$u_L{}'' = i_L 2R$$

Первая подсхема:
Определяем токи и напряжения от действия источника ЭДС u_L.



$$i_C''' = 0$$

$$u_L''' = -u_C$$

$$u_L = u_L^{'} + u_L^{''} + u_L^{'''} = JR + i_L 2R - u_C$$

$$i_C = i_C^{'} + i_C^{''} + i_C^{'''} = J + -i_L + 0$$

$$\frac{di_C}{dt} = \frac{u_L}{L} = \frac{2R}{L} i_L - \frac{1}{L} u_C + \frac{R}{L} J$$

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{i_C}{C} = -\frac{1}{C} i_L + 0 \cdot u_C + \frac{1}{C} J$$

$$[A] = \begin{bmatrix} -2R/L & -1/L \\ -1/C & 0 \end{bmatrix} \qquad [B] = \begin{bmatrix} R/L \\ 1/C \end{bmatrix}$$

Примечание: для MATHCAD

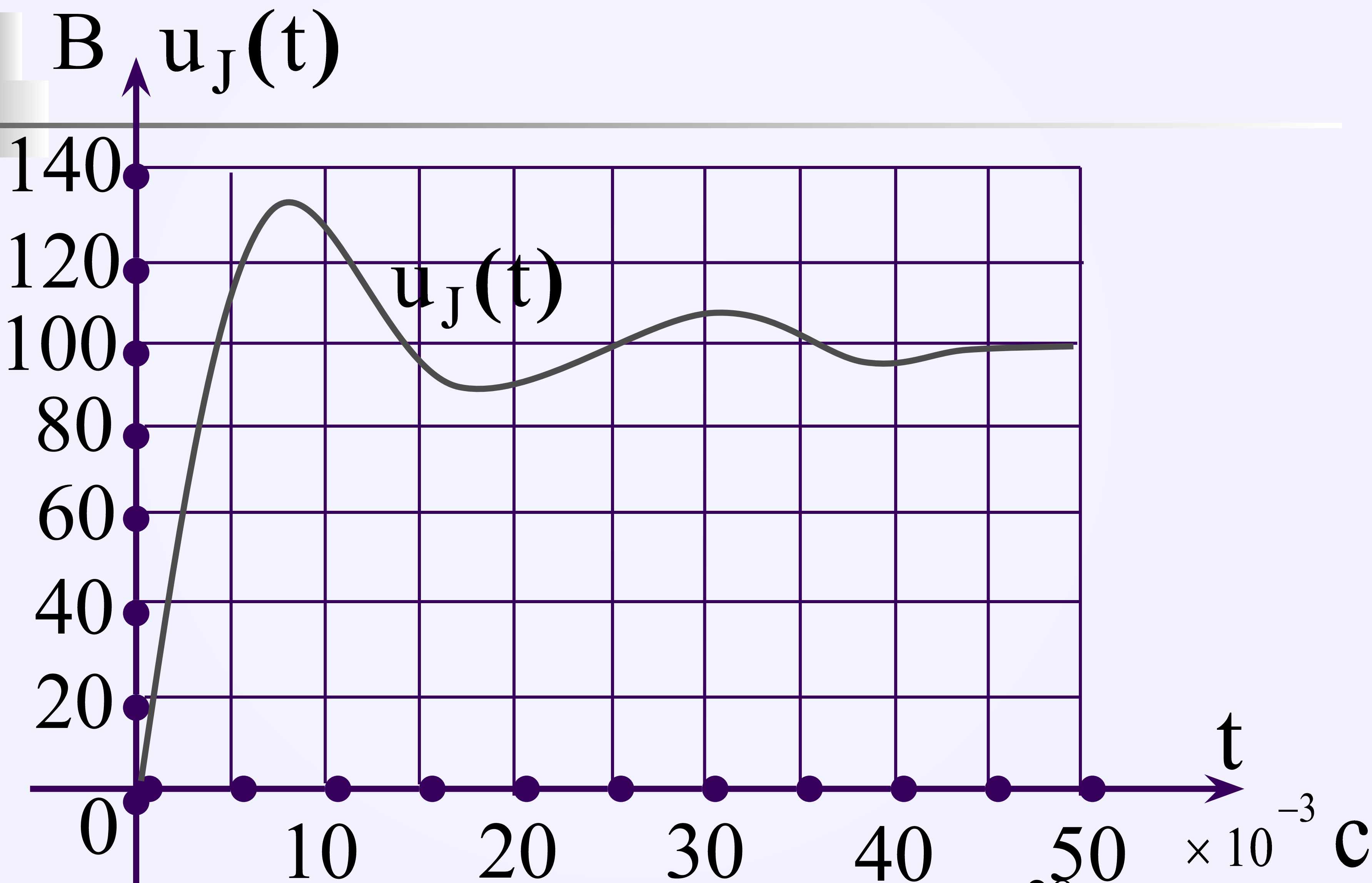
$T = 0{,}05 \qquad h = T/1000 \qquad R = 100$

$K = 0..1000 \qquad C = 10 \cdot 10^{-6}$

$J = 1 \qquad L = 1$

$iL_0 = 1 \qquad uC_0 = 0 \qquad uJ_0 = 0$

$$\begin{bmatrix} t_{(k+1)} \\ iL_{(k+1)} \\ uC_{(k+1)} \\ uJ_{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_k + h \\ iL_k + \left(-\dfrac{2R}{L} \cdot iL_k + \dfrac{-1}{L} \cdot uC_k + \dfrac{R}{L} \cdot J \right) \cdot h \\ uC_k + \left(-\dfrac{1}{C} \cdot iL_k + \dfrac{1}{C} \cdot J \right) \cdot h \\ -R \cdot iL_k + uC_k + R \cdot J \end{bmatrix}$$


B
$u_J(t)$
140
120
100
80
60
40
20
0
10
20
30
40
50
t
$\times 10^{-3}$ c