

Муниципальное нетиповое общеобразовательное учреждение «Лицей»

Учебный проект «Применение математических функций в жизни человека и различных науках»

Авторы проекта:

Астанина Валерия
Бочарова Анастасия
Ефремов Александр
Иванов Илья
Капцова Анастасия
Колмыкова Евгения
Кокурина Анна
Левчук Катерина

Руководитель проекта:
Иноземцева Елена Ивановна

г. Кемерово
2009

Введение

Мы поставили перед собой задачу выявить и изучить области, в которых применяется функция и её свойства.

Мы предположили, что функциональные зависимости существуют во всех сферах жизни человека.

Сейчас мы попытаемся это доказать.

История развития понятия функции с древнейших времён до 17 века

- задание функции: площадь круга является функцией от радиуса $S = \pi r^2$ (вавилонские учёные)
- табличное задания функции: астрономические таблицы (вавилоняне, индийцы, древние греки)
- словесное задание функции: теорема о постоянстве отношения площадей круга и квадрата на его диаметре

История развития понятия функции в 17 веке



**Франсуа Виет
(1540 – 1603гг.)**



**Рене Декарт
(1596-1650гг.)**



**Пьер Ферма
(1602-1665гг.)**

Основные понятия:

**Декарт Рене,
Франсуа
Виет**

- единая буквенная
математическая символика: **x,**
y, z, a, b, c, .. и т. д

**Декарт
Рене,
Ферма
Пьер**

- переменная величина
- прямоугольная система
координат

**Декарт
Рене**

- понятие функции
- представление кривые в
виде
уравнений

Аналитическое определение функции



Функция (от лат. Functio – совершение, выполнение)

– отрезок, длина которого меняется по какому-нибудь определенному закону.

– впервые ввёл термины «константа» и «переменная»

Готфрид Вильгельм фон Лейбниц

Леонард Эйлер



Основные понятия:

- применил знак для x - (x)
- Впервые сделал подход к аналитической функции

Основные понятия:

- вывел окончательную формулировку определения: функция переменного количества есть аналитическое выражение, составленное каким либо способом из этого количества и чисел или постоянных количеств.



**Иоганн
Бернулли
(1667-1748гг.)**



Основные понятия:

-Сформулировал общее определение понятия функции. Примером является функция Дирихле

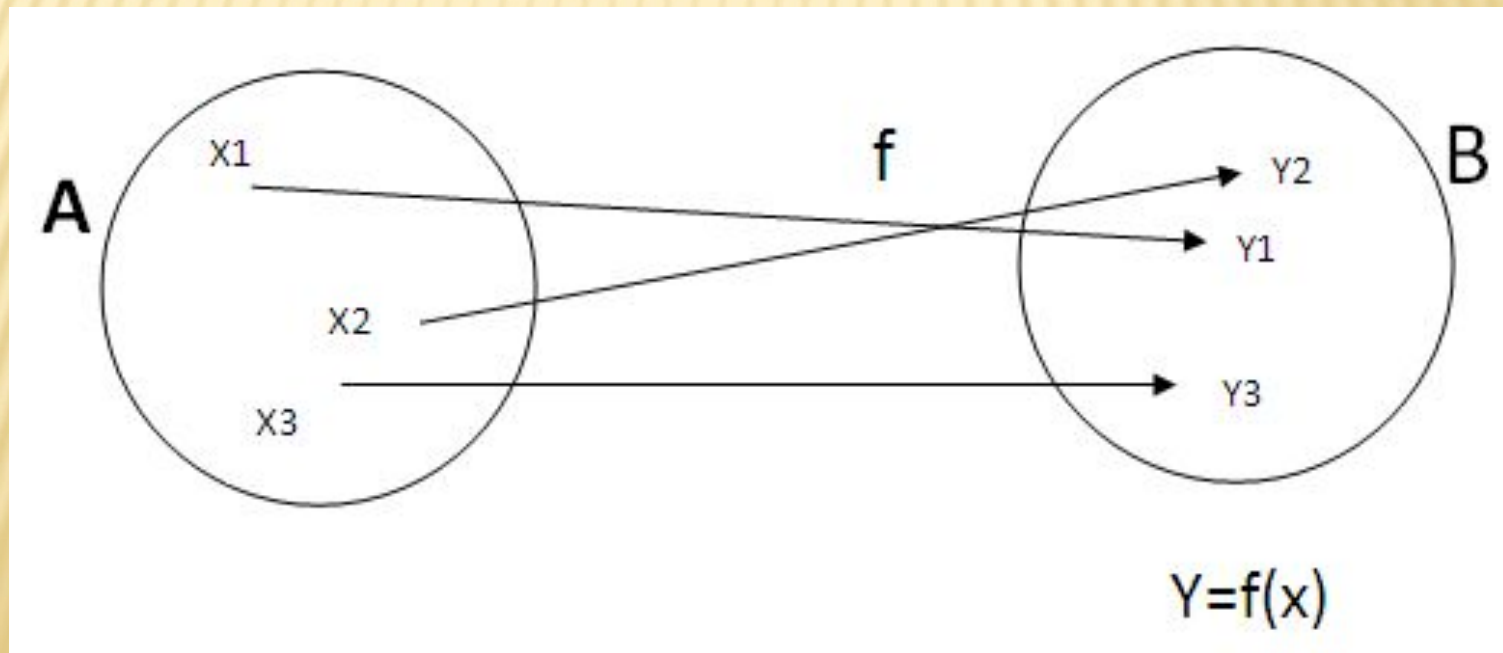
Функция Дирихле:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x - \text{рациональное;} \\ 0, & \text{если } x - \text{иррациональное.} \end{cases}$$

**Дирихле Петер
Густав Лежён**

Определение функции с помощью теории множеств

Если каждому элементу x множества A поставлен в соответствие некоторый определенный элемент y из множества B , то говорят, что на множестве A задана функция $y=f(x)$, или что множество A отображено на множестве B .



Определение функции в школьной программе

7 класс

Линейная функция: $y = x$, $y = kx + b$

8 класс

Квадратичная функция: $y = kx^2$, $y = ax^2 + bx + c$

9 класс

Дробно-линейная функция: $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

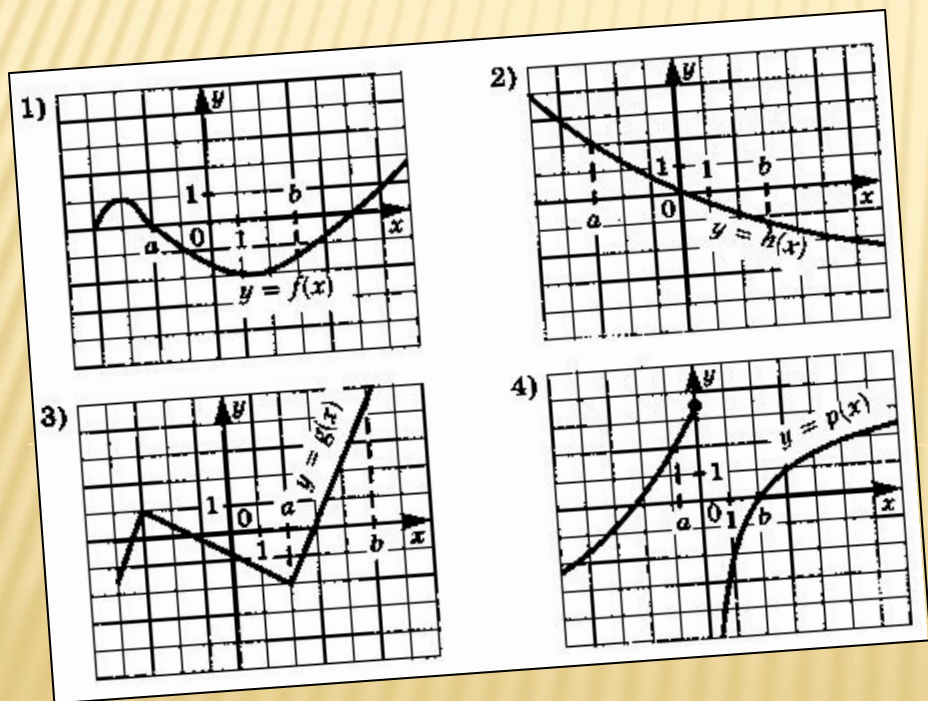
Степенная функция: $y = x^n$

10-11 класс

Числовая функция: $y = p(x)$, $y = \frac{p(x)}{q(x)}$

Применение функций в точных науках

Графики зависимости физических величин,
Звёздный график, Параболоиды, Отображение
ЗВУКОВЫХ ВОЛН с помощью периодической функции.



Астроном
ия
Физика
Оптика
а **Звук**

Линейная функция

$y=kx+b$, графиком является прямая.

Физика.

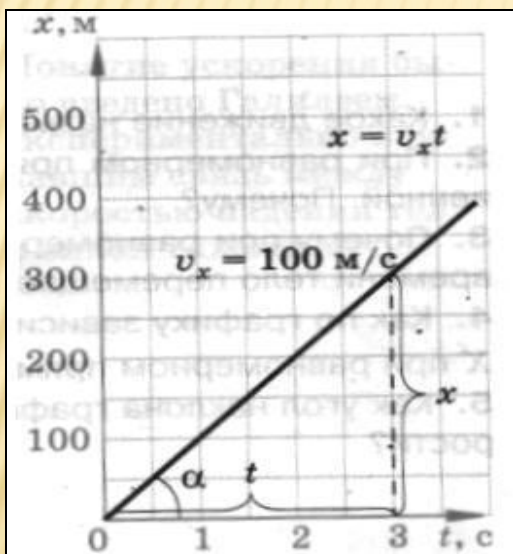
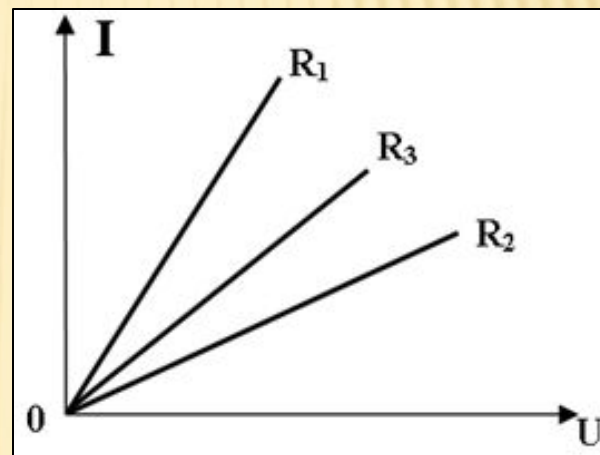


График равномерного прямолинейного движения.



Зависимость силы тока I от напряжения U для 3 резисторов.

I – сила тока

U – напряжение

R_1, R_2, R_3 – сопротивление

Квадратичная функция

$Y = kx^2$, графиком является парабола.

Физика.

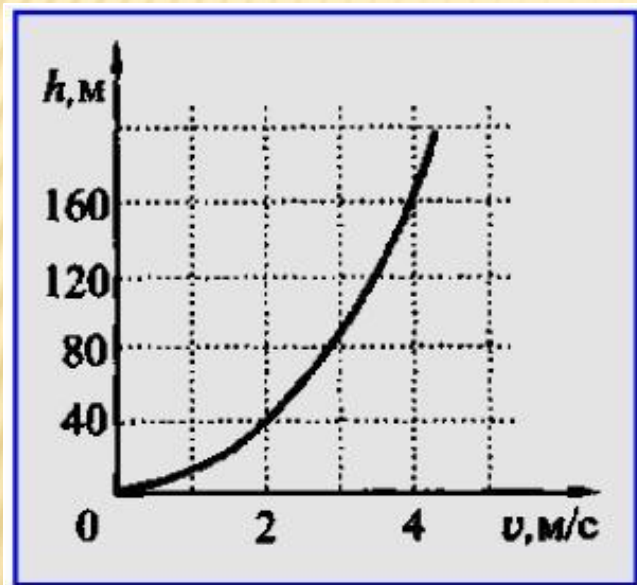
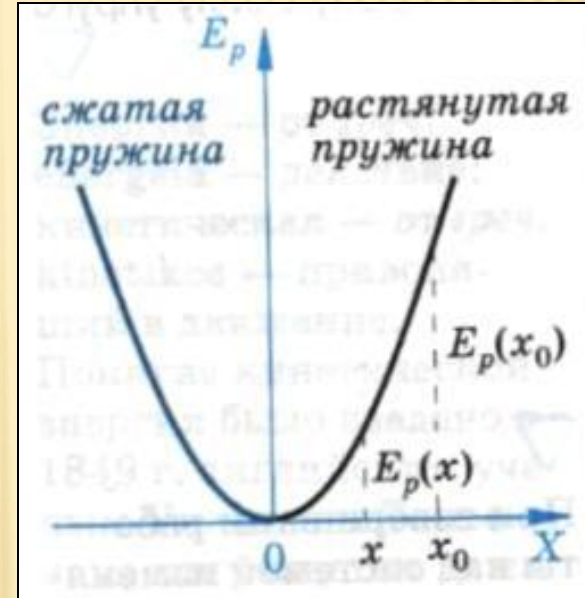


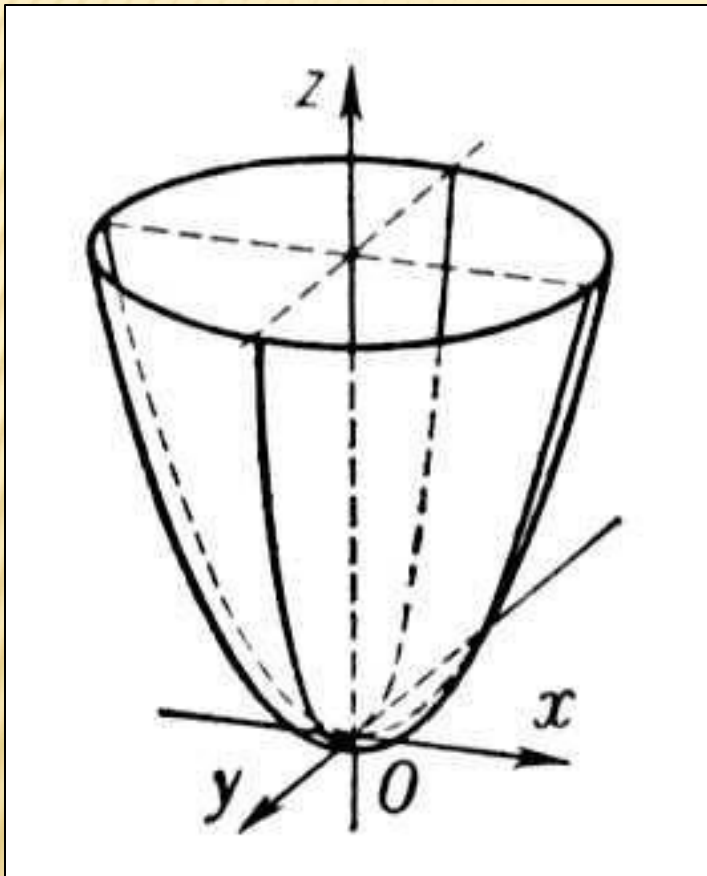
График
равноускоренного
прямолинейного
движения



Потенциальная энергия.

Потенциальная энергия — минимальная работа, которую необходимо совершить, чтобы перенести тело из некоей точки отсчёта в данную точку

Оптика. Параболоиды



Параболоид - тип поверхности, образованный
С помощью вращения параболы вокруг своей оси.

Параболоидические зеркала:

- a) Линза (прибор коррекции зрения)
- b) Увеличительное стекло
- c) Отражательный телескоп – рефлектор
- d) Проектор или фара автомобиля

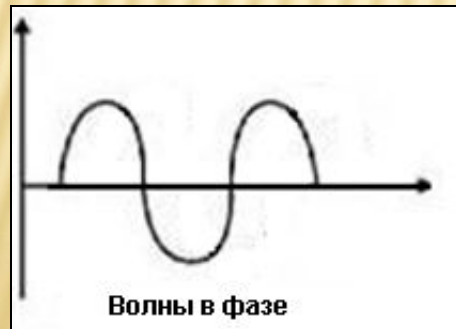
Периодическая функция

$$F(x) = F(x \pm nT)$$

**Звук, колебания за просторами
Земли.**

Фазы звуковой
волны.

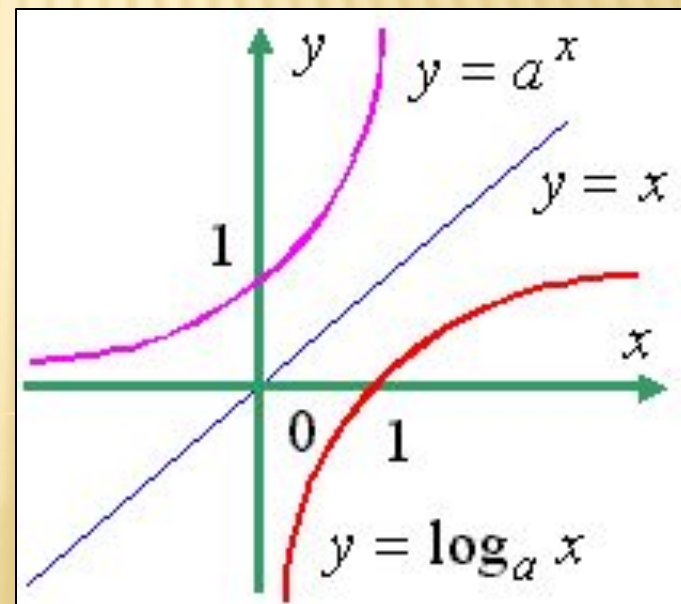
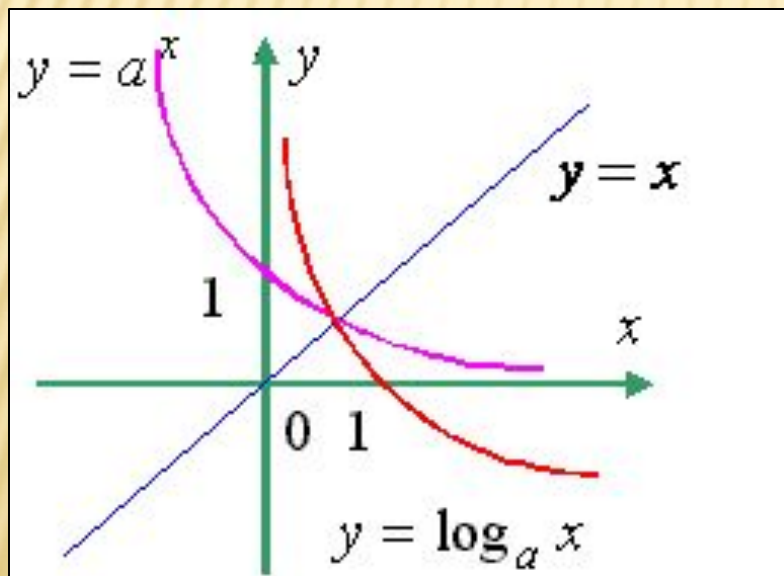
Для описания относительных
временных свойств двух звуковых
волн (или разных частей одной
волны) вводится понятие фазы
звуковой волны.



Логарифмическая функция

$$y = \log_a x$$

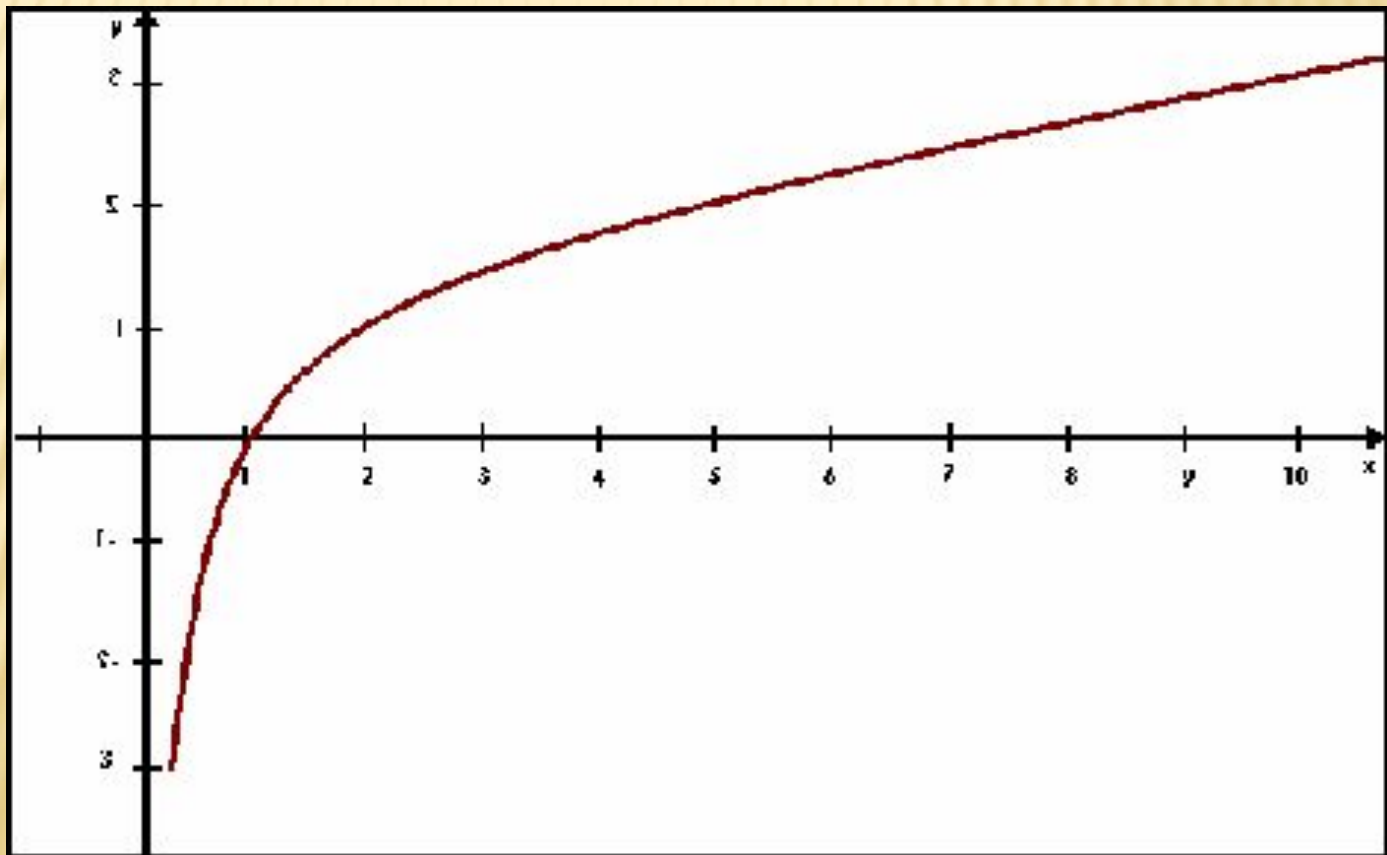
Записи $\log_a b = x$ и $a^x = b$ равносильны.



Звёздный график

Ось абсцисс – показания приборов (за масштабную единицу примем блеск звезды «Б Тельца»)

Ось ординат – блеск звёзд в единицах Гиппарха.



ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ В ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУКАХ

Задача

На территории посёлка Малиновка обитала популяция синиц, численность которой

составляла 70 особей. Проанализируйте динамику численности популяции синиц за период с 2001 по 2006 год, если известно, что рост численности популяции вычисляется по формуле:

$$N = (N_0 R) / (1 + (aN_0)^b), \text{ где}$$

N_0 - начальная численность популяции

N - динамика численности популяции

R - фактор выживаемости, рождаемости

b - падение скорости численности попул.

a - фактор сдерживания роста популяции.



Рис.1

Функциональное описание реальных процессов

Почему не бывает животных, какой угодно величины?

Почему, например, нет слонов в три раза больше своего роста, но тех же пропорций?

Количественное изменение основных характеристик слона

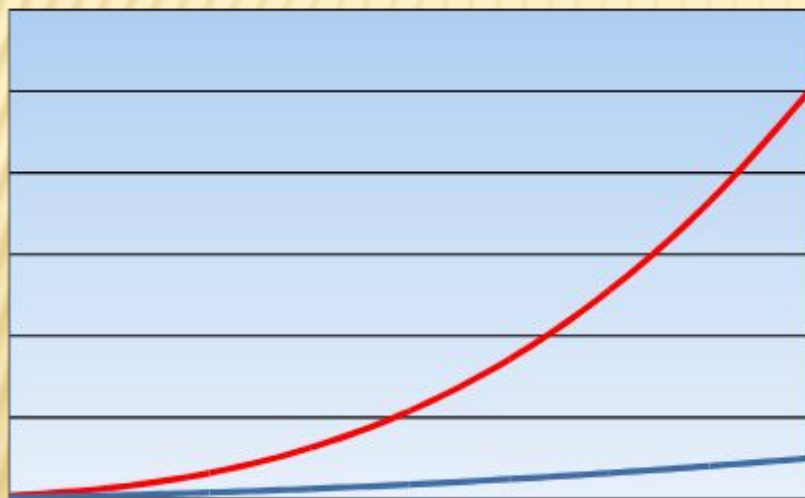


Рис.2

$y=a^3$ – куб размера

$y=b^2$ – квадрат размера

— Вес
— Прочность костей



Функциональные зависимости в химии



Рис.3



Применение в биологии и химии показательной функции

Показательной функцией называется функция вида $y = a^x$, где x – независимая переменная, a – число, $a > 0$, $a \neq 1$

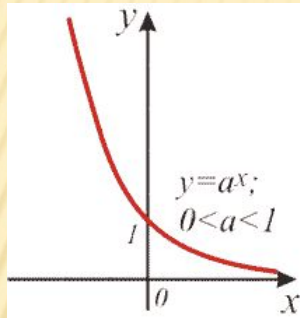


Рис.4

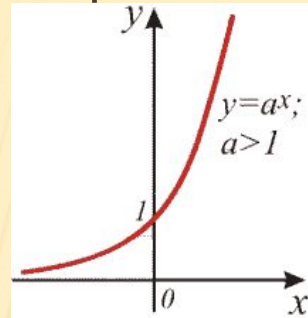


Рис.5



Если бы все маковые зерна давали всходы, то через 5 лет число “потомков” одного растения равнялось бы $243 \cdot 10^{15}$ или приблизительно 2000 растений на 1 м² суши.



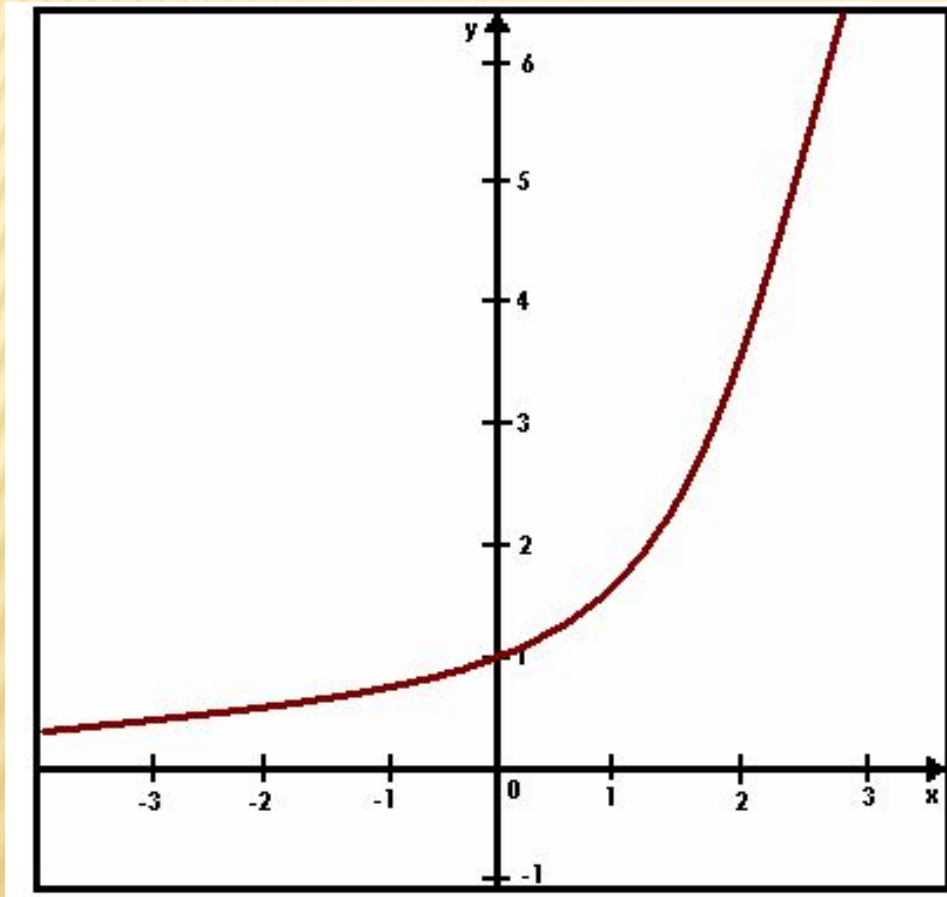
Потомство комнатных мух за лето только от одной самки может составить $8 \cdot 10^{14}$.



Радий распадается в зависимости от времени по закону $M = M_0 e^{-kt}$, где: M_0 – начальное количество радия, k – некоторый коэффициент.

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ В ИСТОРИИ И ФИЛОЛОГИИ

Пример изображения исторических закономерностей



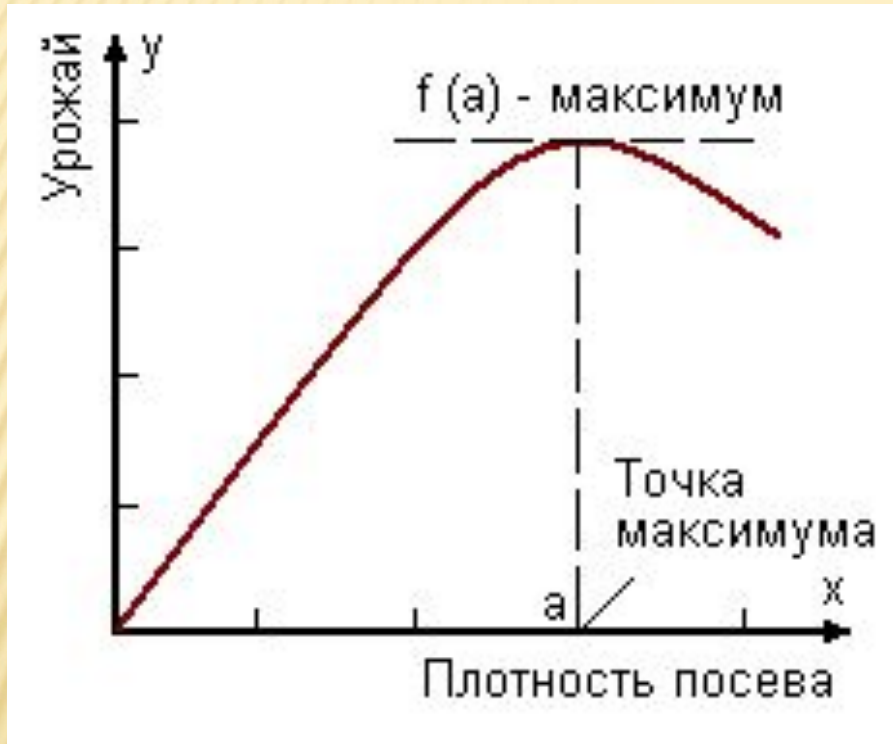
$$y = 2^x$$

x	-1	0	1	2	3
y	0,5	1	2	4	8

«График информационного бума» является графиком показательной функции

$$(y = a^x)$$

Графики пословиц



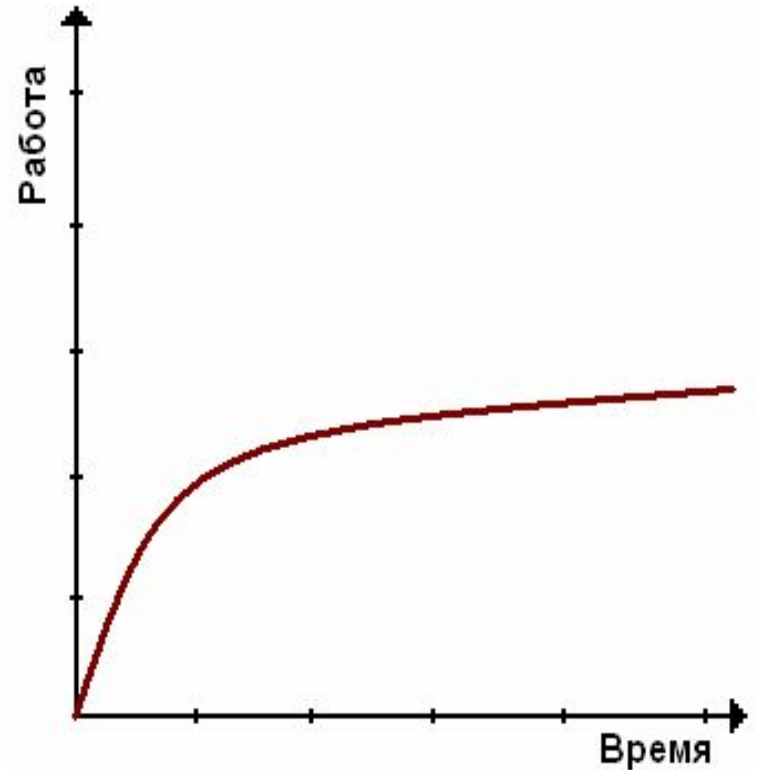
«Пересев хуже недосева»



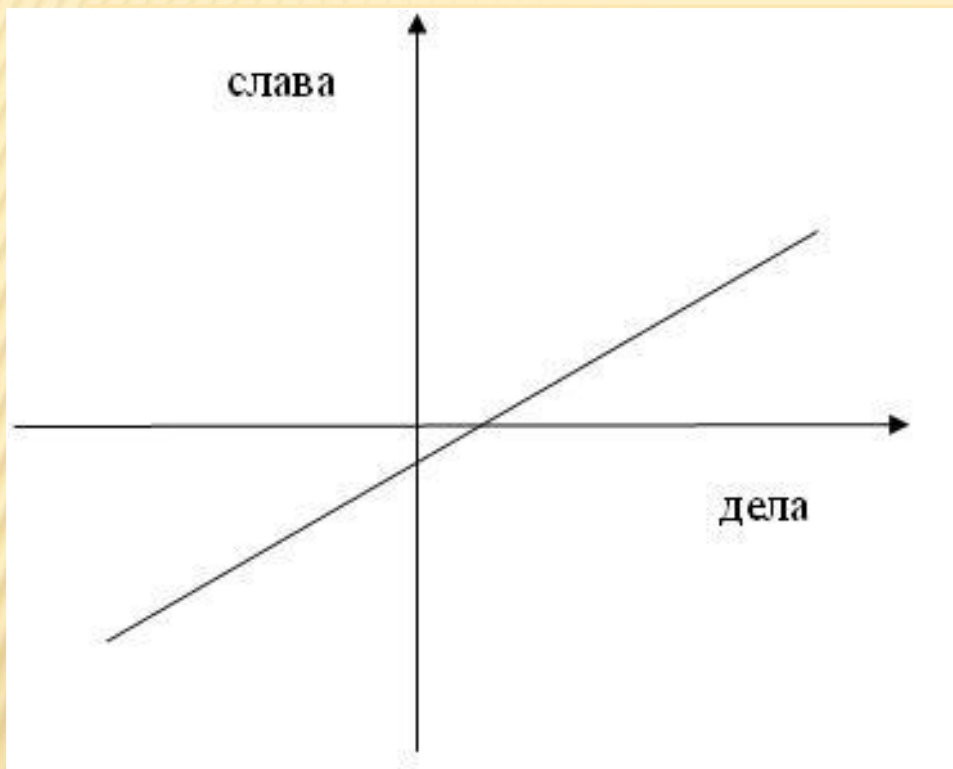
«Каши маслом не испортишь»



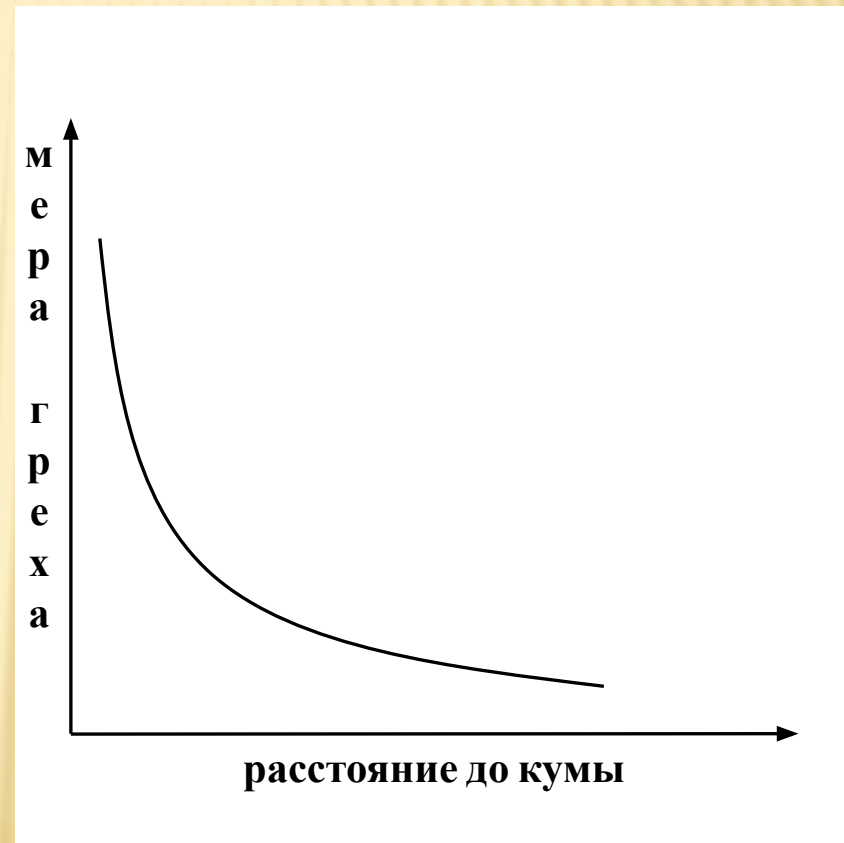
**«Чем дальше в лес,
тем больше дров»**



**«Горяч на почине, да скоро
остыл»**



**«Каково проживёшь,
такую славу наживёшь»**



«Дальше кумы – меньше греха»

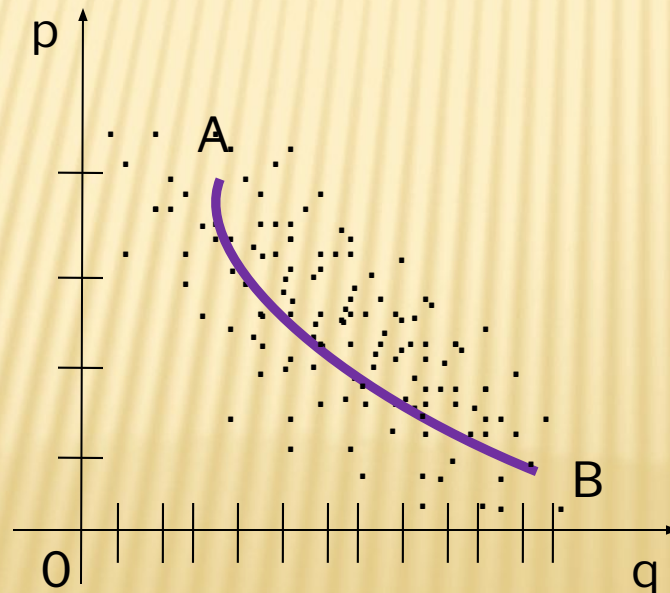
ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ В ЖИЗНИ

Функция потребительского спроса

Пусть функция

$$q = -3p + 12,$$

количество товара – q , цена p за единицу товара. При этом $0 < p < 4$, $0 < q < 12$.

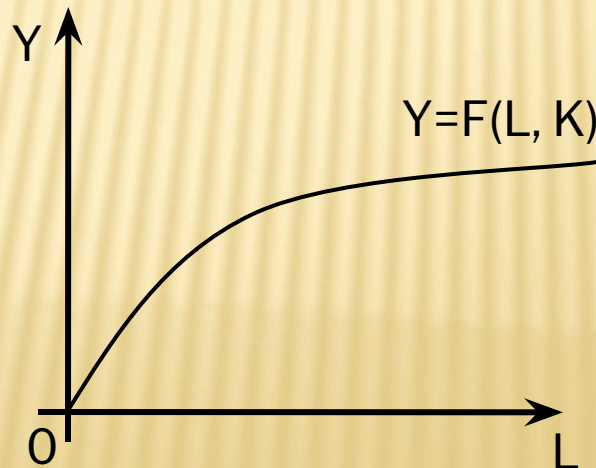


Производственная функция

Зависимость между объемом производства товара и ресурсами (факторами производства), необходимыми для получения этого товара.

$$Y = F(L, K, \text{etc.}),$$

где Y - объем производства; L - труд; K - капитал.

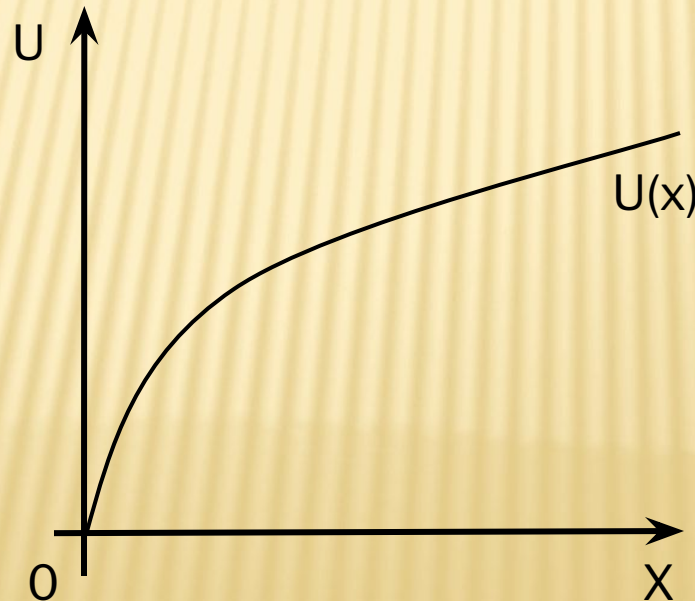


Функция полезности

Зависимость, которая связывает полезность как результат некоторого действия с уровнем (интенсивностью) этого действия.

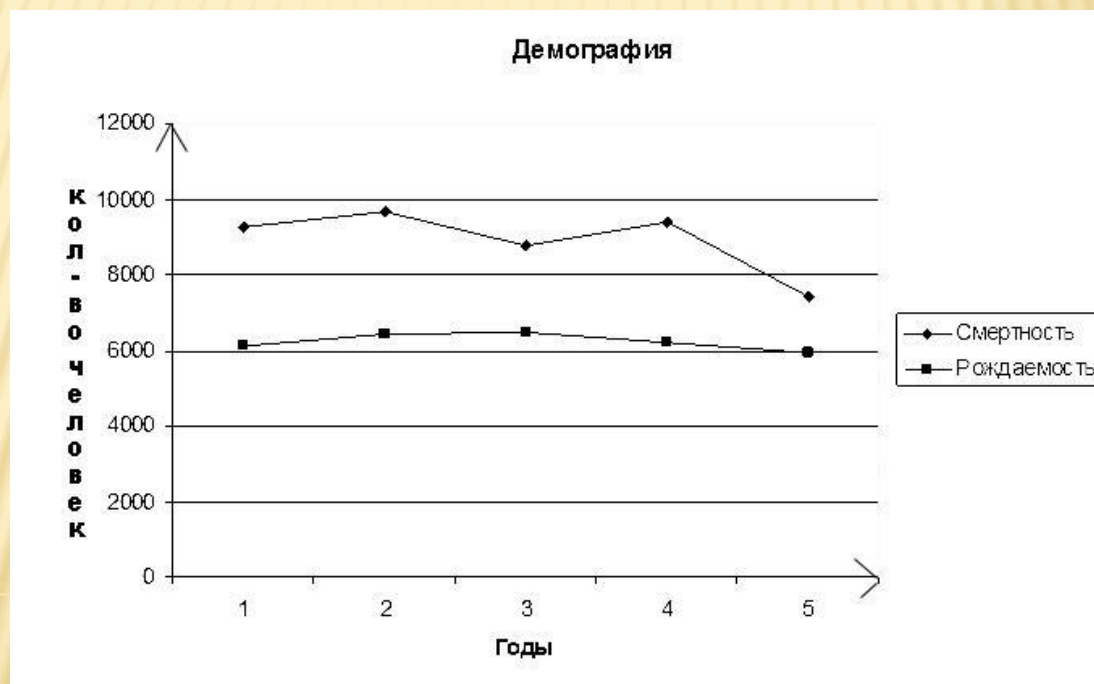
$$u = u(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где x_1, \dots, x_n — факторы, влияющие на полезность u .

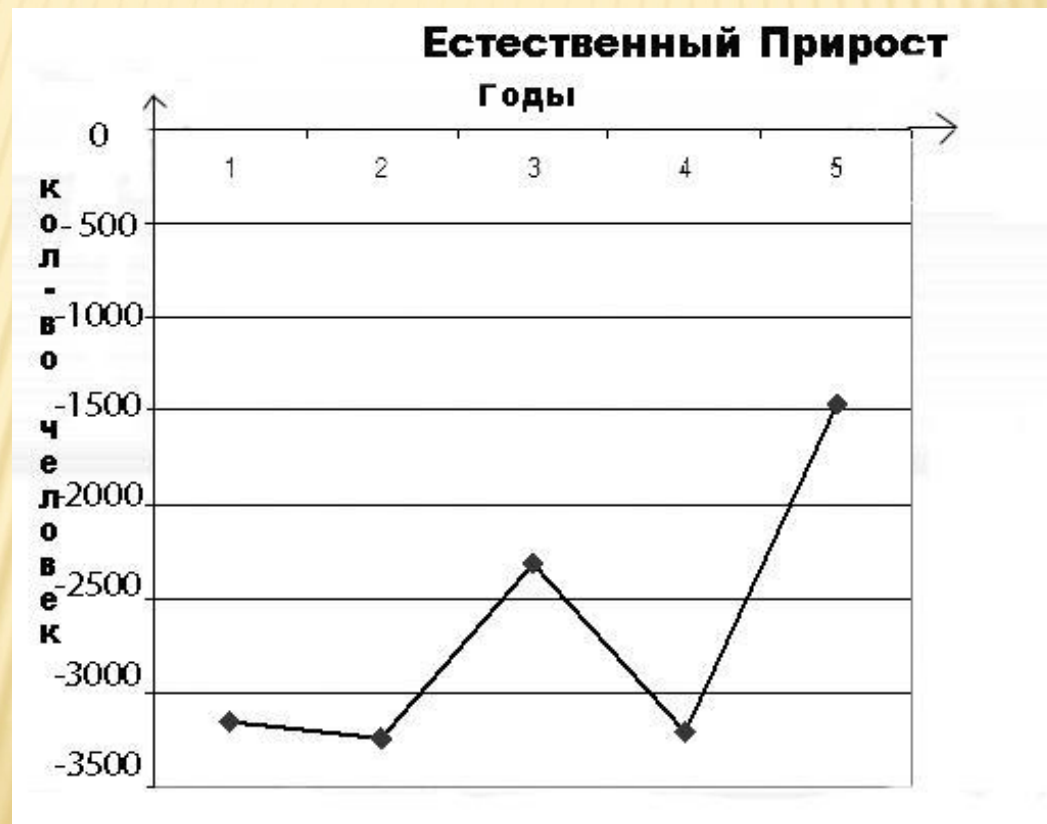


Статистика

Демография рождаемости и смертности в Хакасии за 5 лет

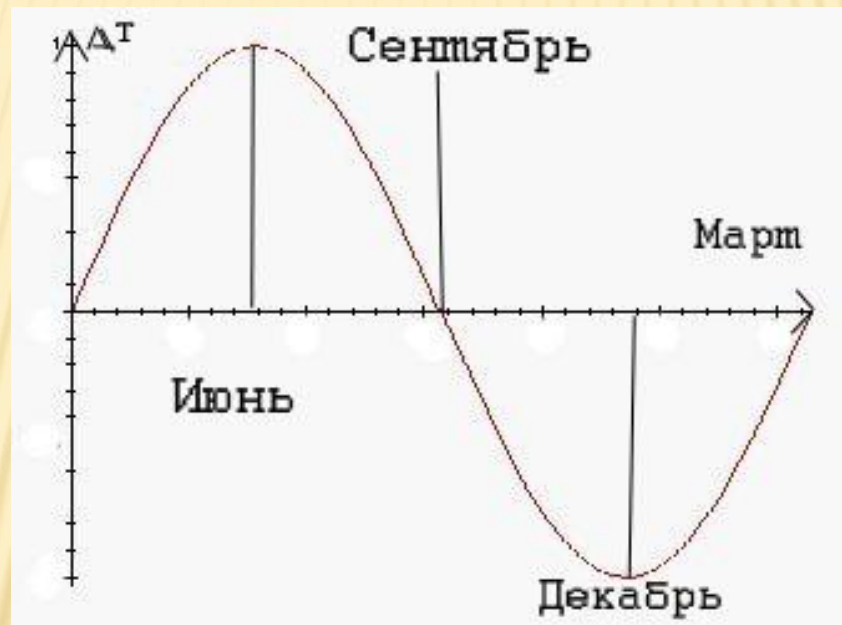


Естественный прирост – статистика, которая следует из графика смертности и рождаемости.



Дни солнцестояния

Почему в марте долгота дня меняется быстро, а в июне и декабре – медленно?



С помощью графика мы можем увидеть, что точки, где график, похожий на график синуса, пересекает ось времени соответствуют 23 сентября и 21 марта

Задача №1

- Человек кидает мяч. Какую скорость, траекторию он ему сообщает?
- **Ответ:** Множество траекторий полёта в однородном гравитационном поле без сопротивления воздуха соответствует **параболе**.

Задача №2

Какую траекторию полёта имеют космические тела и почему?

Ответ: Траектория в форме **параболы**. Потому что при своей большой скорости и малом весе они не захватываются гравитационным полем других космических тел.

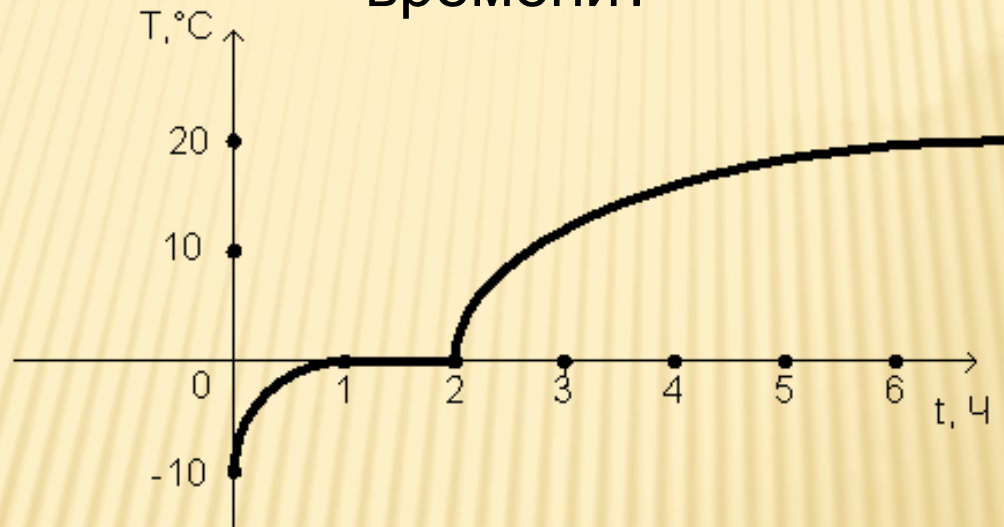
Задача №3

Какую форму принимает поверхность жидкости при вращении тонкого прямоугольного сосуда вокруг своей вертикальной оси?

Ответ: Форму параболы.

График таяния льда

С мороза в комнату внесли банку со льдом. Как измениться его температура с течением времени?



Глядя на график, мы можем увидеть, что лёд вначале согреется до температуры 0 градусов, а потом будет нагреваться до того, пока его температура не будет равна комнатной.

Таблица стоимости проезда

Представлена таблица стоимости проезда в пригородном транспорте, где

n – номер зоны;

m – стоимость проезда.

n зависит от m или m от n ?

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	1	1.5	2	2.5	3.5	4	5.5	6.5	8.5

Так как чем больше номер зоны, тем больше проезд, то n независимая переменная, а m – зависимая. Здесь прямая зависимость.

Заключение

Подведём итоги всего вышесказанного.

Мы рассмотрели основные области применения функции и её свойства.

Мы надеемся, что наш проект убедил вас в том, что функция является неотъемлемой частью нашей жизни и наук в целом.

**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!**