

# Муниципальное нетиповое общеобразовательное учреждение «Лицей»

## Учебный проект «Применение математических функций в жизни человека и различных науках»

Авторы проекта:

Астанина Валерия  
Бочарова Анастасия  
Ефремов Александр  
Иванов Илья  
Капцова Анастасия  
Колмыкова Евгения  
Кокурина Анна  
Левчук Катерина

Руководитель проекта:  
Иноземцева Елена Ивановна

г. Кемерово  
2009

# Введение

---

Мы поставили перед собой задачу выявить и изучить области, в которых применяется функция и её свойства.

Мы предположили, что функциональные зависимости существуют во всех сферах жизни человека.

Сейчас мы попытаемся это доказать.

# История развития понятия функции с древнейших времён до 17 века

- задание функции: площадь круга является функцией от радиуса  $S = \pi r^2$  (вавилонские учёные)
- табличное задания функции: астрономические таблицы (вавилоняне, индийцы, древние греки)
- словесное задание функции: теорема о постоянстве отношения площадей круга и квадрата на его диаметре

# История развития понятия функции в 17 веке



**Франсуа Виет  
(1540 – 1603гг.)**



**Рене Декарт  
(1596-1650гг.)**



**Пьер Ферма  
(1602-1665гг.)**

# Основные понятия:

---

**Декарт Рене,  
Франсуа  
Виет**

- единая буквенная  
математическая символика: **x,**  
**y, z, a, b, c, .. и т. д**

**Декарт  
Рене,  
Ферма  
Пьер**

- переменная величина  
- прямоугольная система  
координат

**Декарт  
Рене**

- понятие функции  
- представление кривые в  
виде  
уравнений

# Аналитическое определение функции



Функция (от лат. Functio – совершение, выполнение)

– отрезок, длина которого меняется по какому-нибудь определенному закону.

– впервые ввёл термины «константа» и «переменная»

**Готфрид Вильгельм фон Лейбниц**

## Леонард Эйлер



Основные понятия:

- применил знак для  $x$  - ( $x$ )
- Впервые сделал подход к аналитической функции

Основные понятия:

- вывел окончательную формулировку определения: функция переменного количества есть аналитическое выражение, составленное каким либо способом из этого количества и чисел или постоянных количеств.



**Иоганн  
Бернулли  
(1667-1748гг.)**



Основные понятия:

-Сформулировал общее определение понятия функции. Примером является функция Дирихле

**Функция Дирихле:**

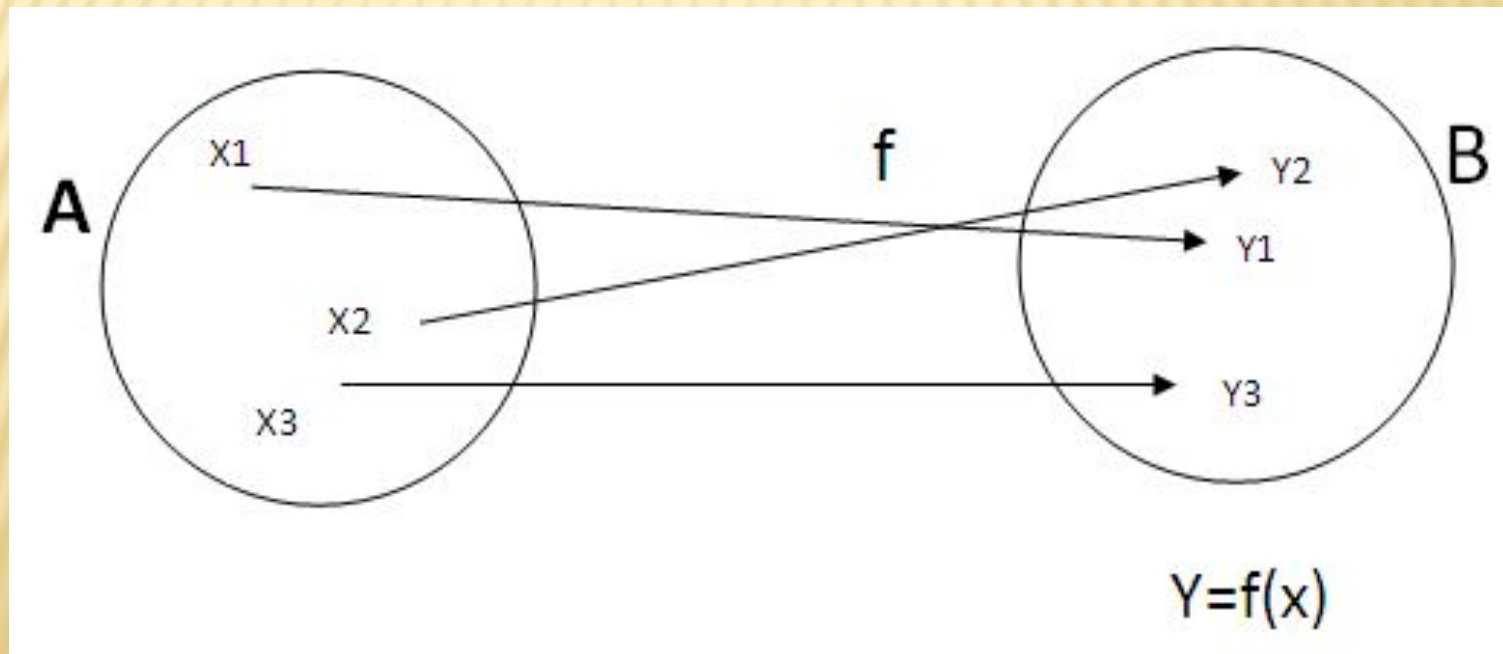
$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x - \text{рациональное;} \\ 0, & \text{если } x - \text{иррациональное.} \end{cases}$$

**Дирихле Петер  
Густав Лежён**



# Определение функции с помощью теории множеств

Если каждому элементу  $x$  множества  $A$  поставлен в соответствие некоторый определенный элемент  $y$  из множества  $B$ , то говорят, что на множестве  $A$  задана функция  $y=f(x)$ , или что множество  $A$  отображено на множестве  $B$ .



# Определение функции в школьной программе

## 7 класс

Линейная функция:  $y = x$ ,  $y = kx + b$

## 8 класс

Квадратичная функция:  $y = kx^2$ ,  $y = ax^2 + bx + c$

## 9 класс

Дробно-линейная функция:  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

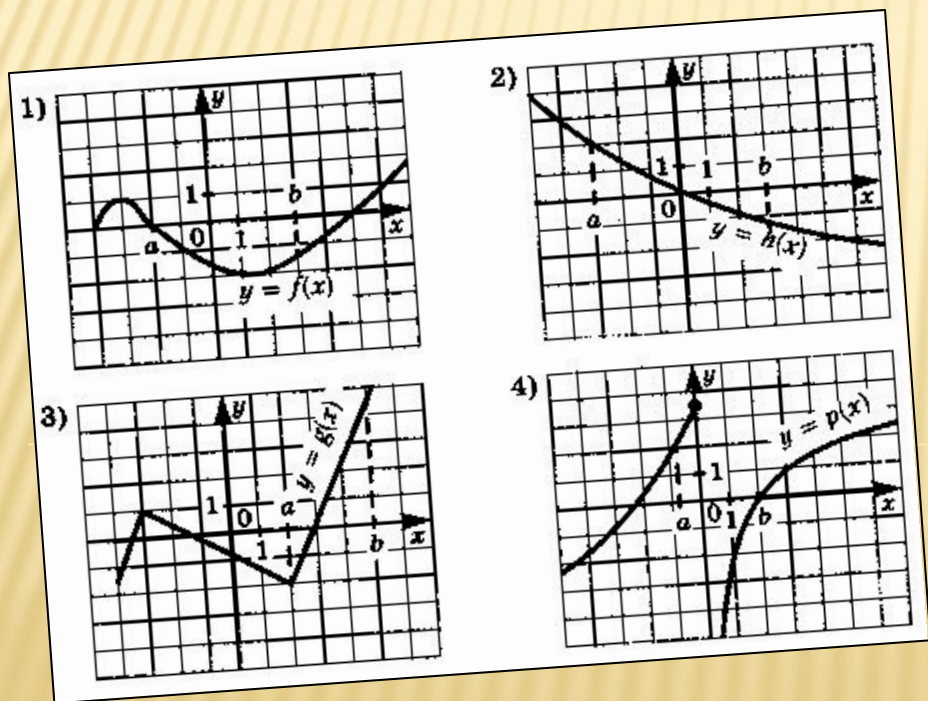
Степенная функция:  $y = x^n$

## 10-11 класс

Числовая функция:  $y = p(x)$ ,  $y = \frac{p(x)}{q(x)}$

# Применение функций в точных науках

Графики зависимости физических величин,  
Звёздный график, Параболоиды, Отображение  
звуковых волн с помощью периодической функции.



**Астроном**  
**ия**  
**Физика**  
**Оптика**  
**а** **Звук**

# Линейная функция

$y=kx+b$ , графиком является прямая.

Физика.

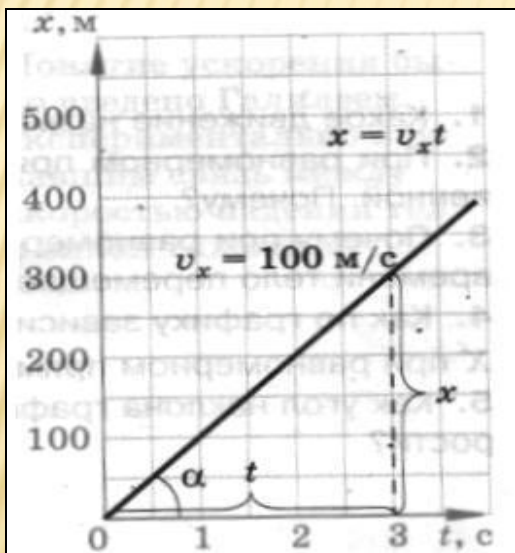
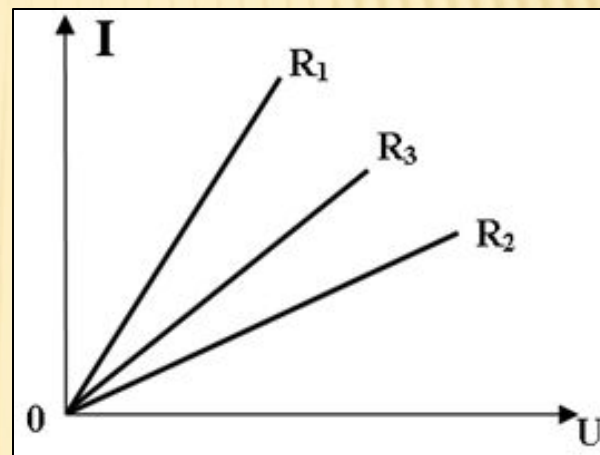


График равномерного прямолинейного движения.



Зависимость силы тока  $I$  от напряжения  $U$  для 3 резисторов.

$I$  – сила тока

$U$  – напряжение

$R_1, R_2, R_3$  – сопротивление

# Квадратичная функция

$Y = kx^2$ , графиком является парабола.

**Физика.**

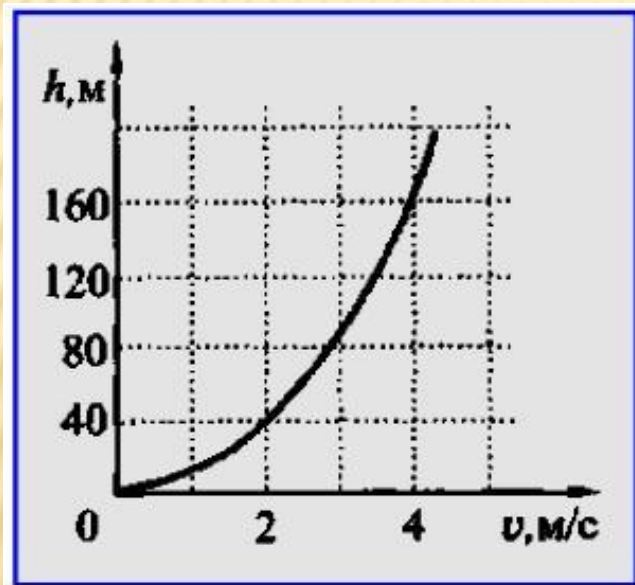
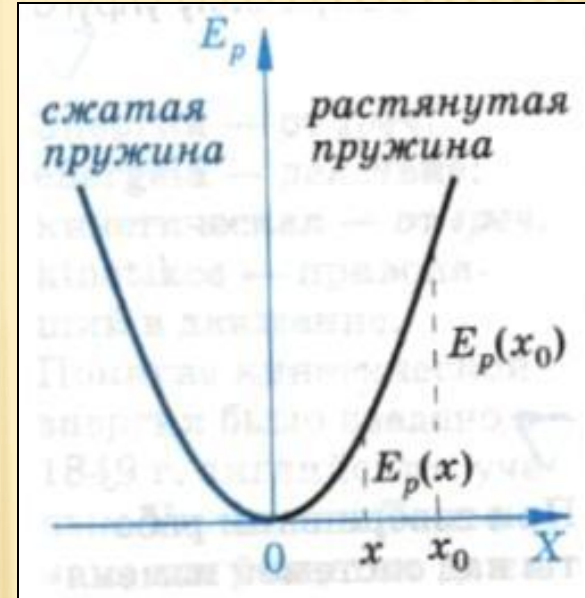


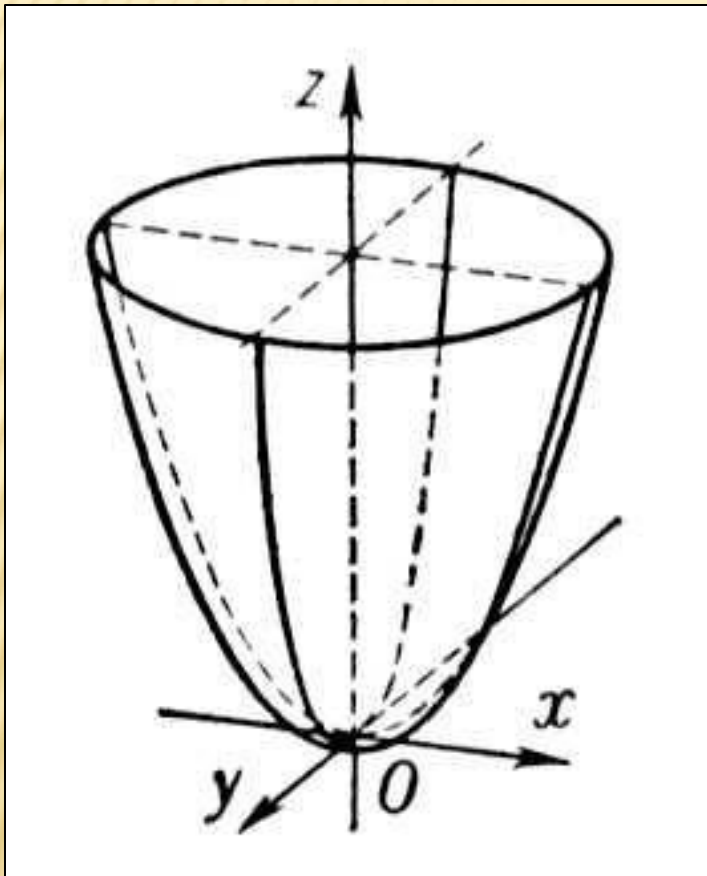
График  
равноускоренного  
прямолинейного  
движения



Потенциальная энергия.

Потенциальная энергия — минимальная работа, которую необходимо совершить, чтобы перенести тело из некоей точки отсчёта в данную точку

# Оптика. Параболоиды



Параболоид - тип поверхности, образованный  
С помощью вращения параболы вокруг своей оси.

Параболоидические зеркала:

- a) Линза (прибор коррекции зрения)
- b) Увеличительное стекло
- c) Отражательный телескоп – рефлектор
- d) Проектор или фара автомобиля

# Периодическая функция

$$F(x) = F(x \pm nT)$$

**Звук, колебания за просторами  
Земли.**

Фазы звуковой  
волны.

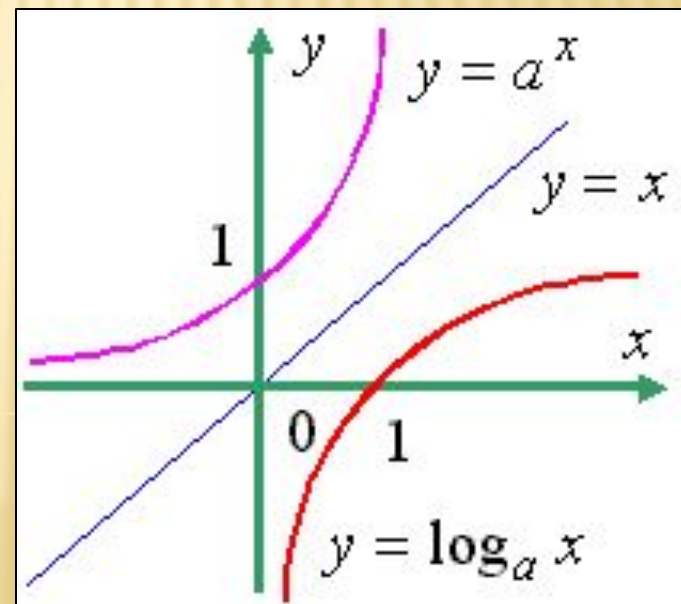
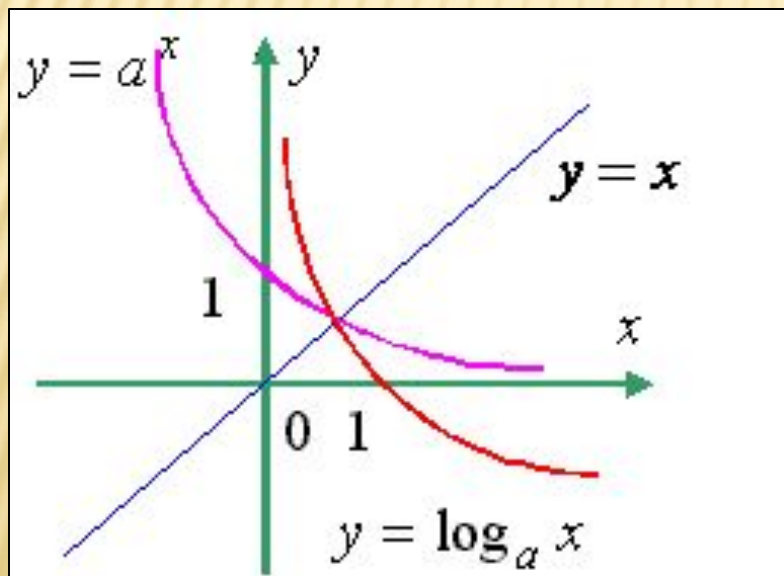
Для описания относительных  
временных свойств двух звуковых  
волн (или разных частей одной  
волны) вводится понятие фазы  
звуковой волны.



# Логарифмическая функция

$$y = \log_a x$$

Записи  $\log_a b = x$  и  $a^x = b$  равносильны.

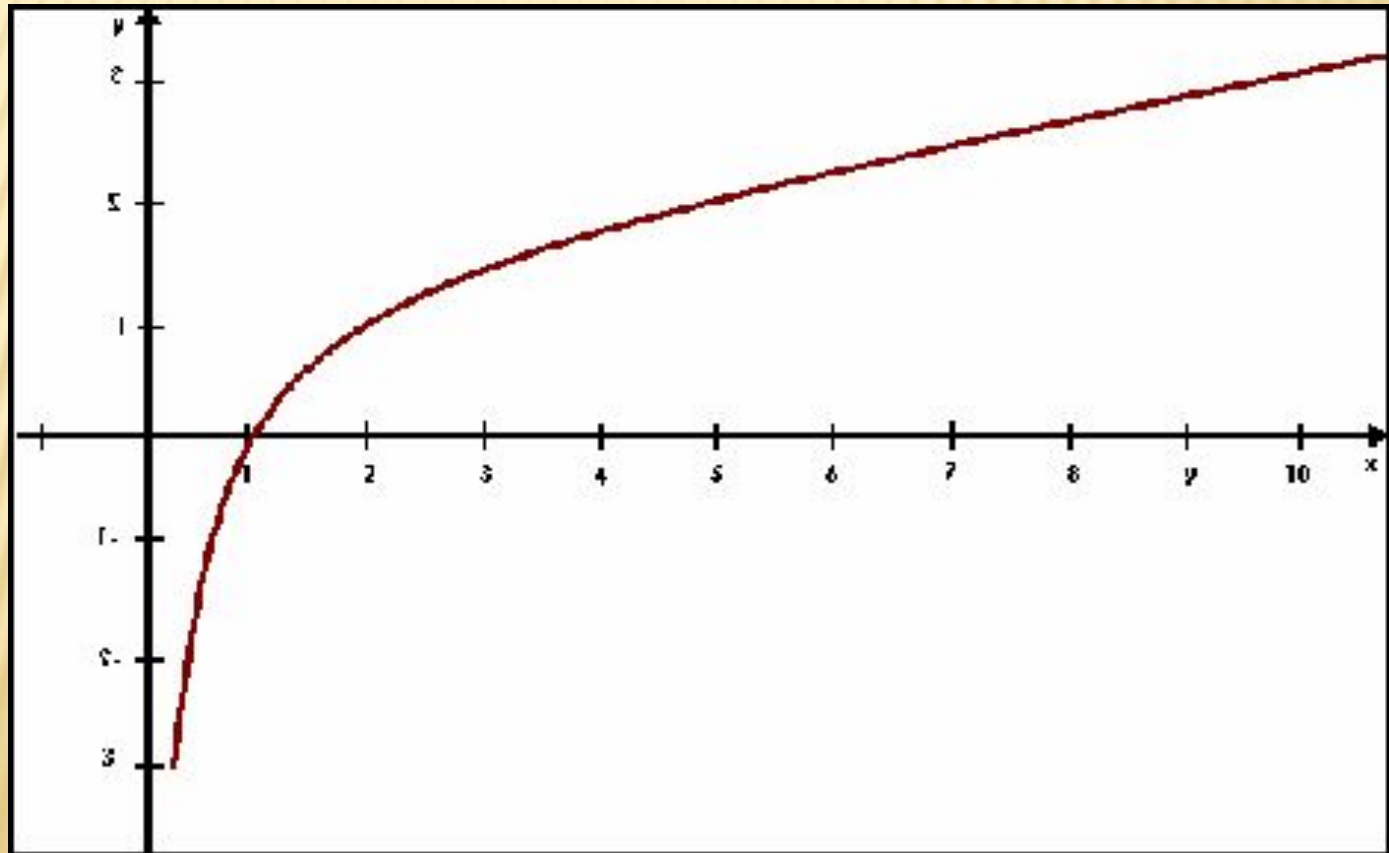




# Звёздный график

Ось абсцисс – показания приборов (за масштабную единицу примем блеск звезды «Б Тельца» )

Ось ординат – блеск звёзд в единицах Гиппарха.



# ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ В ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУКАХ

# Задача

На территории посёлка Малиновка обитала популяция синиц, численность которой

составляла 70 особей. Проанализируйте динамику численности популяции синиц за период с 2001 по 2006 год, если известно, что рост численности популяции вычисляется по формуле:

$$N = (N_0 R) / (1 + (aN_0)^b), \text{ где}$$

$N_0$  - начальная численность популяции

$N$  - динамика численности популяции

$R$  - фактор выживаемости, рождаемости

$b$  - падение скорости численности попул.

$a$  - фактор сдерживания роста популяции.



Рис.1

# Функциональное описание реальных процессов

*Почему не бывает животных, какой угодно величины?*

*Почему, например, нет слонов в три раза больше своего роста, но тех же пропорций?*

Количественное изменение основных характеристик слона

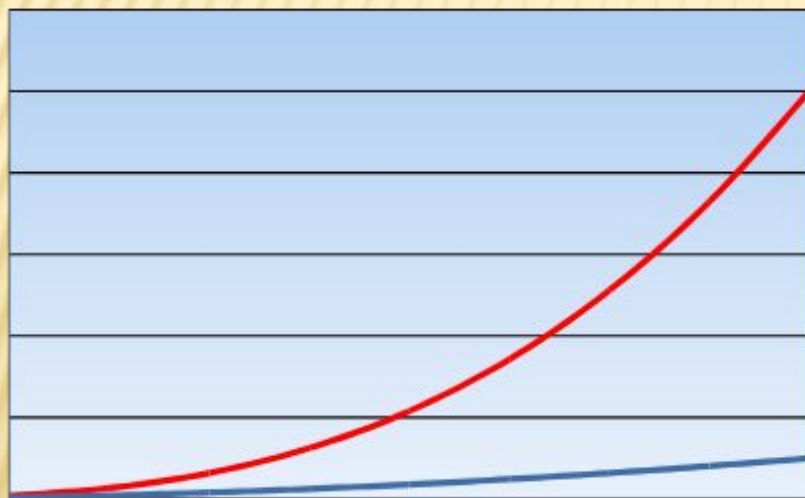


Рис.2

$y=a^3$  – куб размера

$y=b^2$  – квадрат размера



# Функциональные зависимости в химии



**Рис.3**



# Применение в биологии и химии показательной функции

Показательной функцией называется функция вида  $y = a^x$ , где  $x$  – независимая переменная,  $a$  – число,  $a > 0$ ,  $a \neq 1$

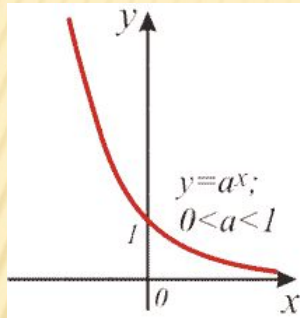


Рис.4

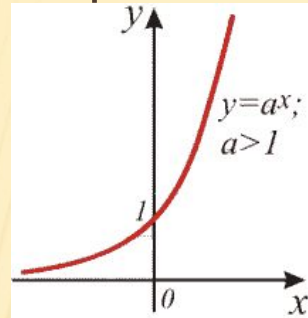


Рис.5



Если бы все маковые зерна давали всходы, то через 5 лет число “потомков” одного растения равнялось бы  $243 \cdot 10^{15}$  или приблизительно 2000 растений на  $1 \text{ м}^2$  суши.



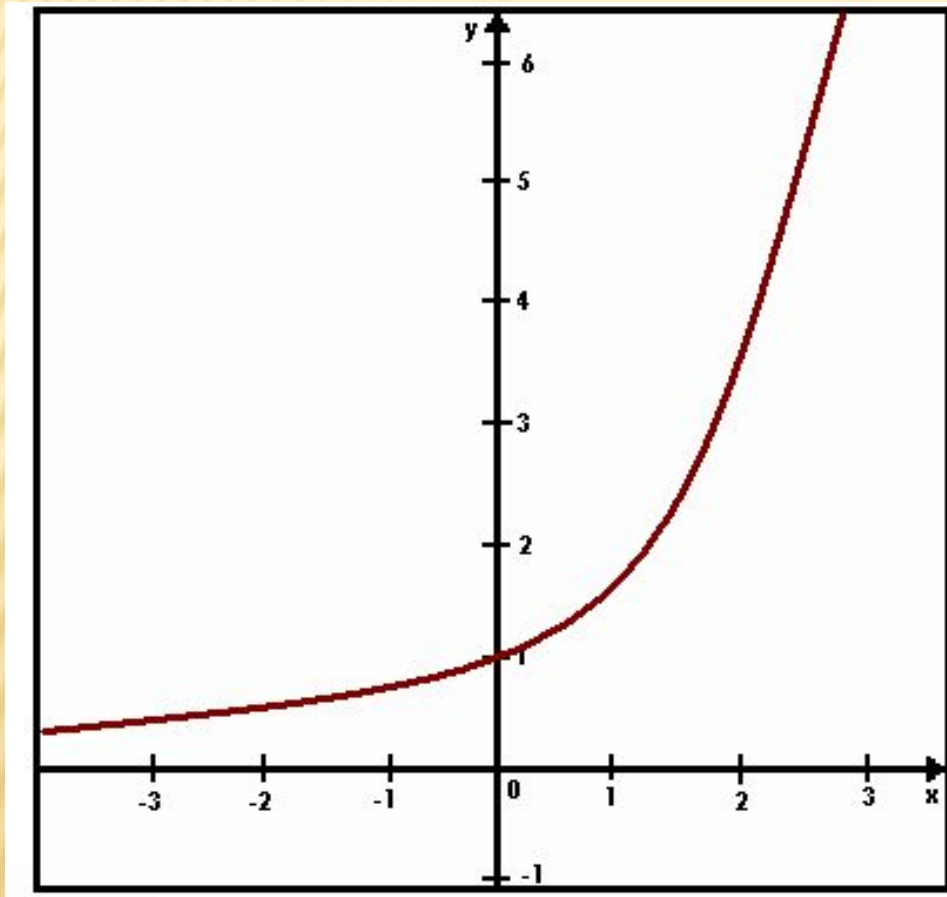
Потомство комнатных мух за лето только от одной самки может составить  $8 \cdot 10^{14}$ .



Радий распадается в зависимости от времени по закону  $M = M_0 e^{-kt}$ , где:  $M_0$  – начальное количество радия,  $k$  – некоторый коэффициент.

# ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ В ИСТОРИИ И ФИЛОЛОГИИ

# Пример изображения исторических закономерностей



$$y = 2^x$$

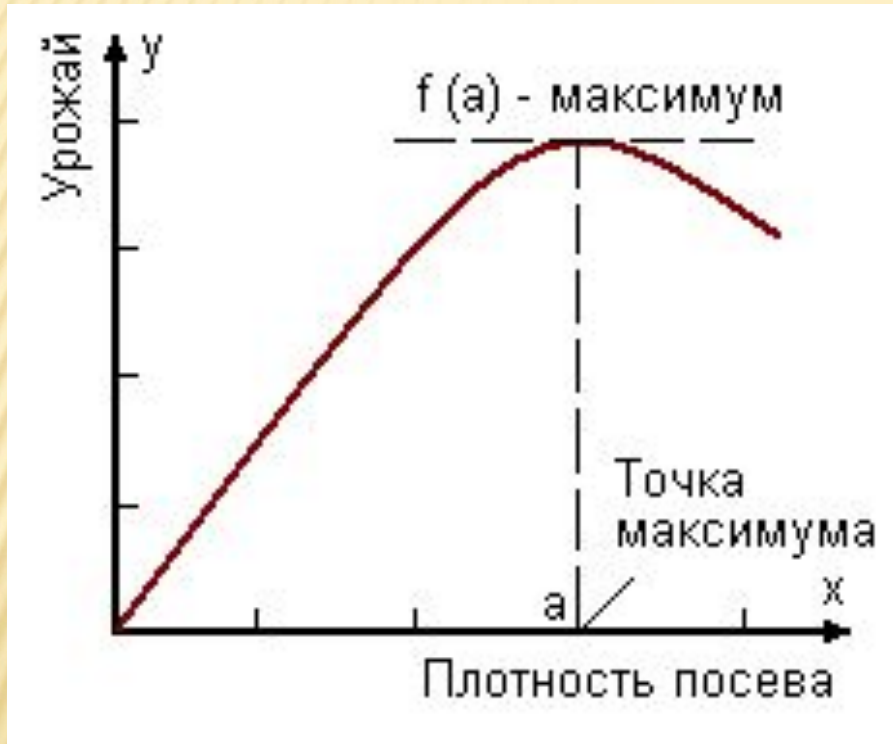
x	-1	0	1	2	3
y	0,5	1	2	4	8

«График информационного бума» является графиком показательной функции

$$(y = a^x)$$



# Графики пословиц



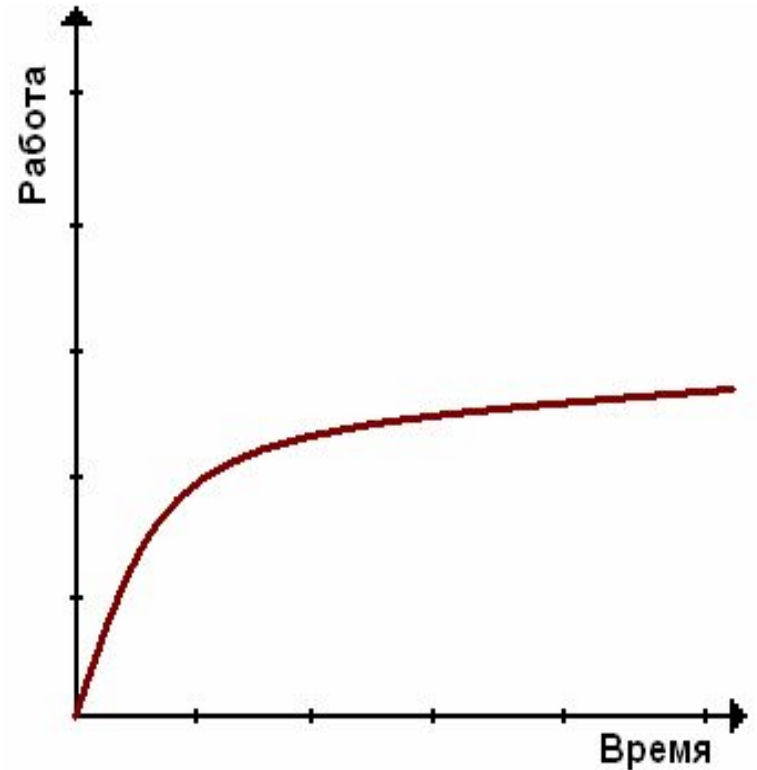
**«Пересев хуже недосева»**



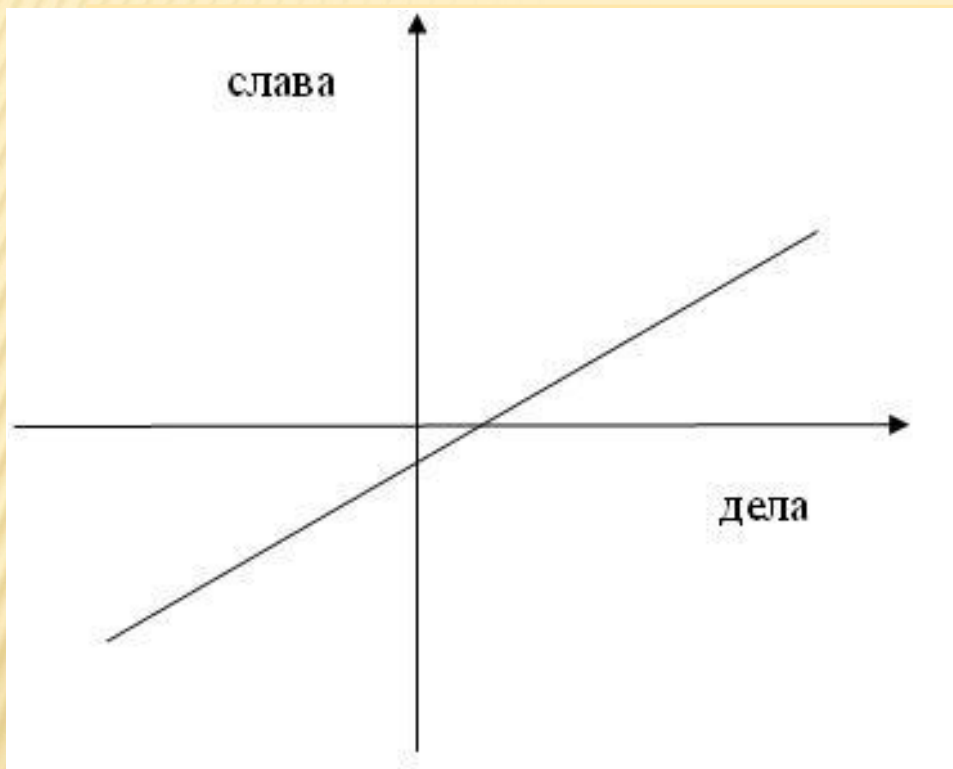
**«Каши маслом не испортишь»**



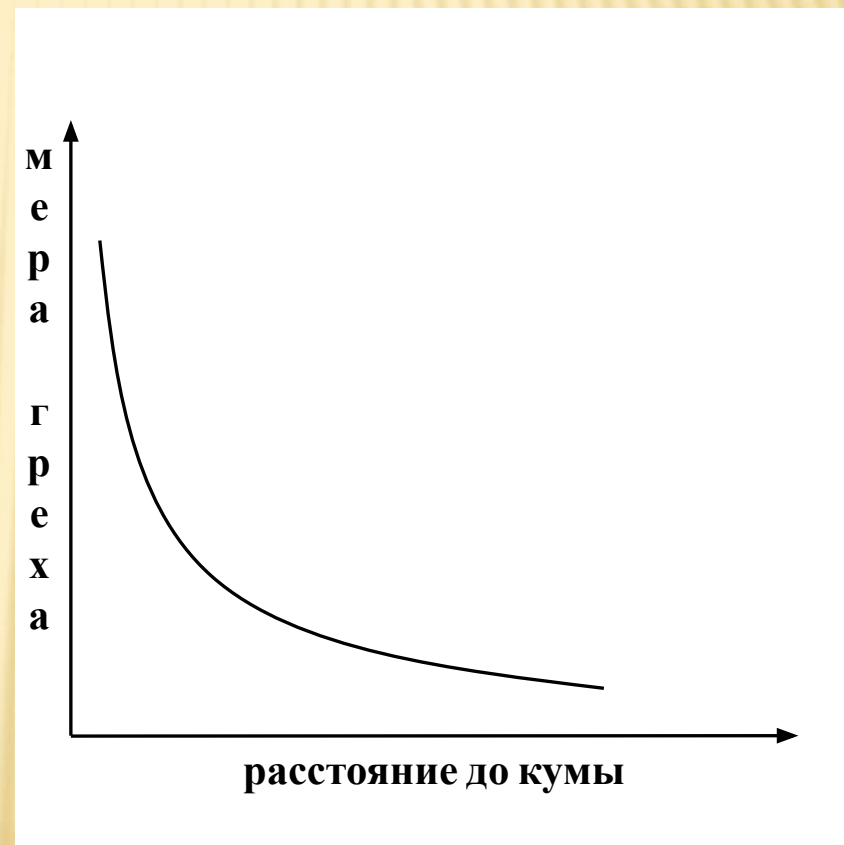
**«Чем дальше в лес,  
тем больше дров»**



**«Горяч на почине, да скоро  
остыл»**



**«Каково проживёшь,  
такую славу наживёшь»**



**«Дальше кумы – меньше греха»**

---

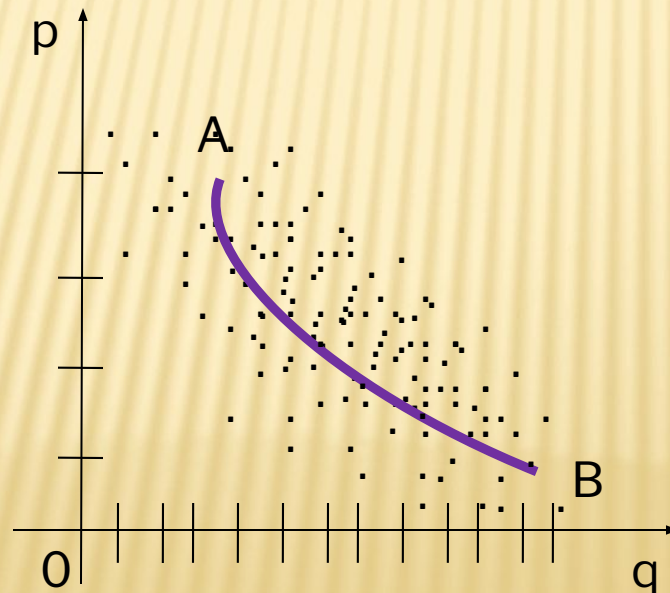
# ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ В ЖИЗНИ

# Функция потребительского спроса

Пусть функция

$$q = -3p + 12,$$

количество товара –  $q$ , цена  $p$  за единицу товара. При этом  $0 < p < 4$ ,  $0 < q < 12$ .

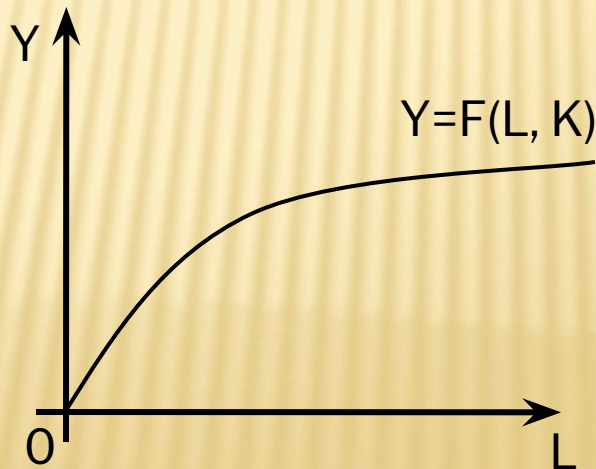


# Производственная функция

**Зависимость между объемом производства товара и ресурсами (факторами производства), необходимыми для получения этого товара.**

$$Y = F(L, K, \text{etc.}),$$

где  $Y$  - объем производства;  $L$  - труд;  $K$  - капитал.

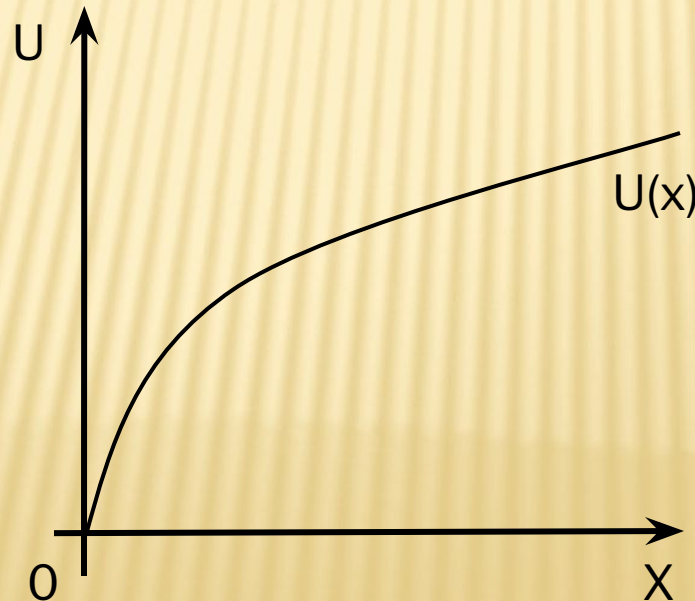


# Функция полезности

Зависимость, которая связывает полезность как результат некоторого действия с уровнем (интенсивностью) этого действия.

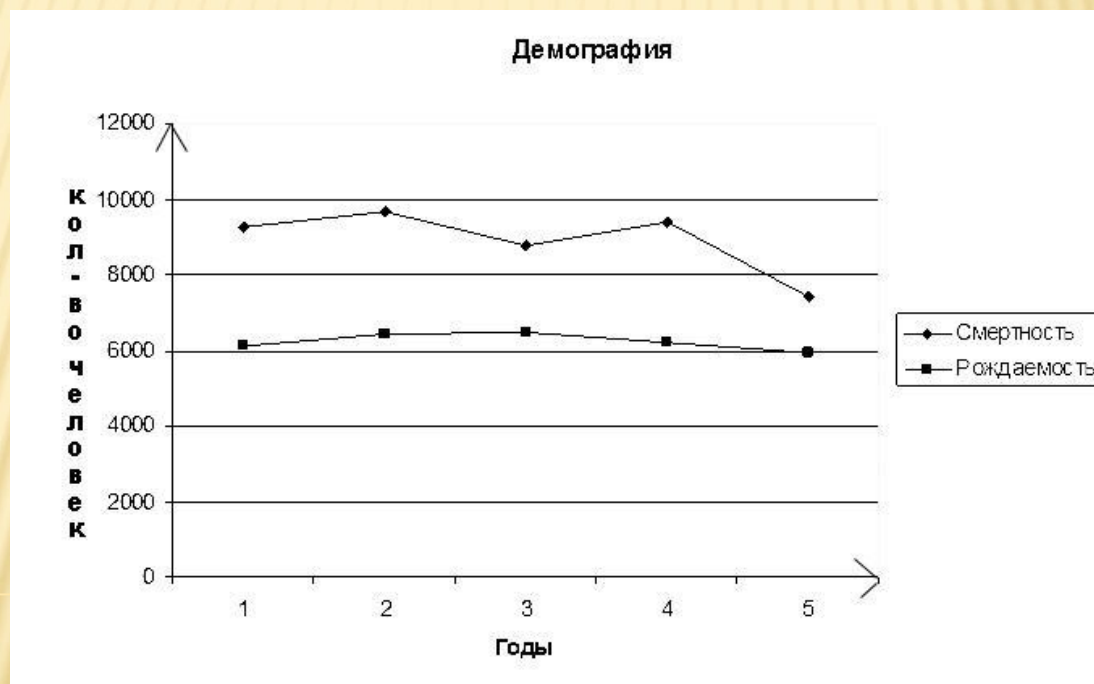
$$u = u(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где  $x_1, \dots, x_n$  — факторы, влияющие на полезность  $u$ .



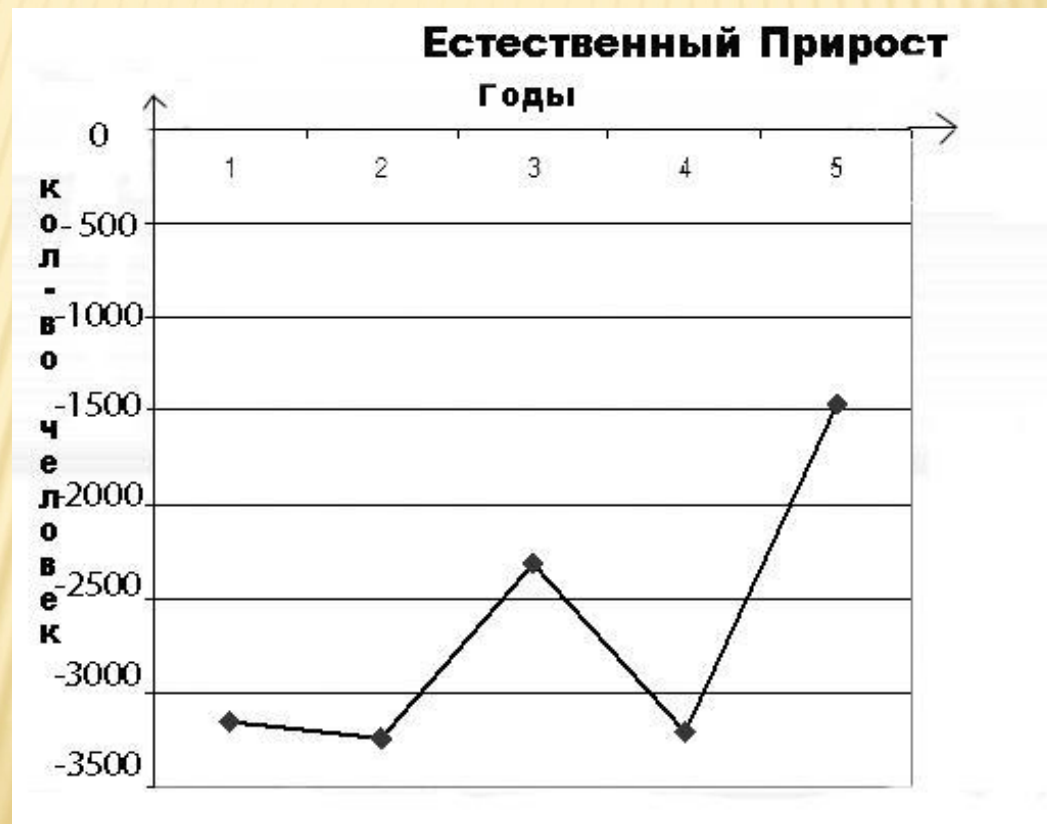
# Статистика

## Демография рождаемости и смертности в Хакасии за 5 лет



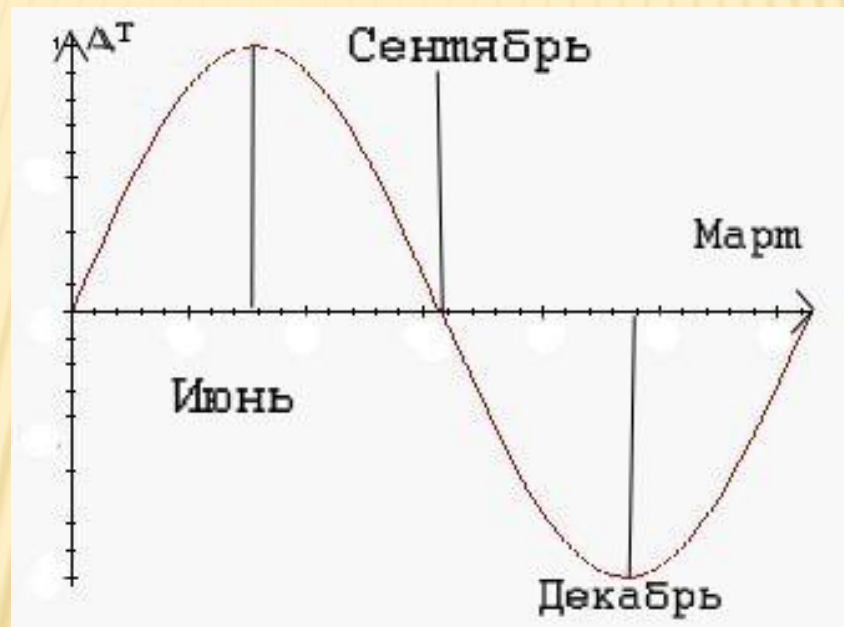


Естественный прирост – статистика, которая следует из графика смертности и рождаемости.



# Дни солнцестояния

Почему в марте долгота дня меняется быстро, а в июне и декабре – медленно?



С помощью графика мы можем увидеть, что точки, где график, похожий на график синуса, пересекает ось времени соответствуют 23 сентября и 21 марта

# Задача №1

---

- Человек кидает мяч. Какую скорость, траекторию он ему сообщает?
- **Ответ:** Множество траекторий полёта в однородном гравитационном поле без сопротивления воздуха соответствует **параболе**.

# Задача №2

---

Какую траекторию полёта имеют космические тела и почему?

**Ответ:** Траектория в форме **параболы**. Потому что при своей большой скорости и малом весе они не захватываются гравитационным полем других космических тел.

# Задача №3

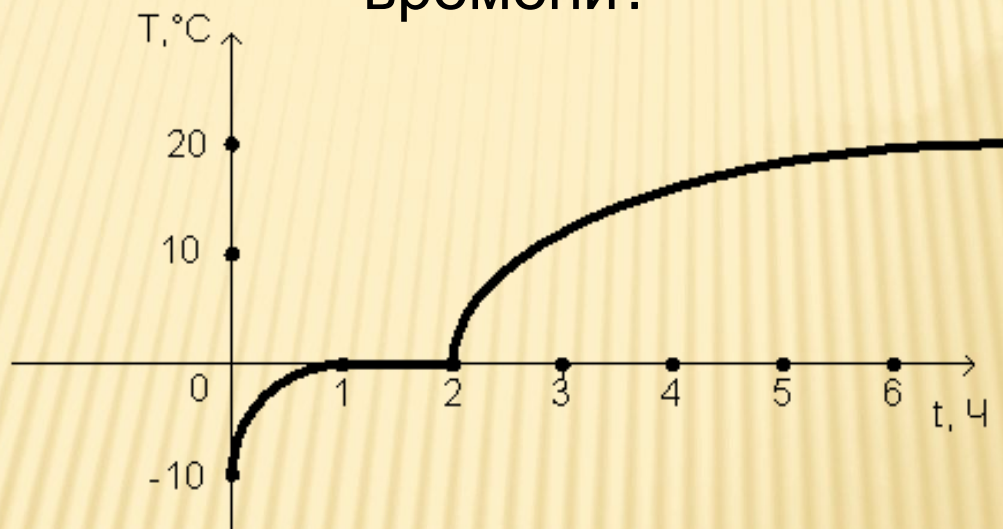
---

Какую форму принимает поверхность жидкости при вращении тонкого прямоугольного сосуда вокруг своей вертикальной оси?

**Ответ: Форму параболы.**

# График таяния льда

С мороза в комнату внесли банку со льдом. Как измениться его температура с течением времени?



Глядя на график, мы можем увидеть, что лёд вначале согреется до температуры 0 градусов, а потом будет нагреваться до того, пока его температура не будет равна комнатной.

# Таблица стоимости проезда

Представлена таблица стоимости проезда в пригородном транспорте, где

$n$  – номер зоны;

$m$  – стоимость проезда.

$n$  зависит от  $m$  или  $m$  от  $n$ ?

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$	1	1.5	2	2.5	3.5	4	5.5	6.5	8.5

Так как чем больше номер зоны, тем больше проезд, то  $n$  независимая переменная, а  $m$  – зависимая. Здесь прямая зависимость.

# Заключение

---

Подведём итоги всего вышесказанного.

Мы рассмотрели основные области применения функции и её свойства.

Мы надеемся, что наш проект убедил вас в том, что функция является неотъемлемой частью нашей жизни и наук в целом.



---

**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!**