






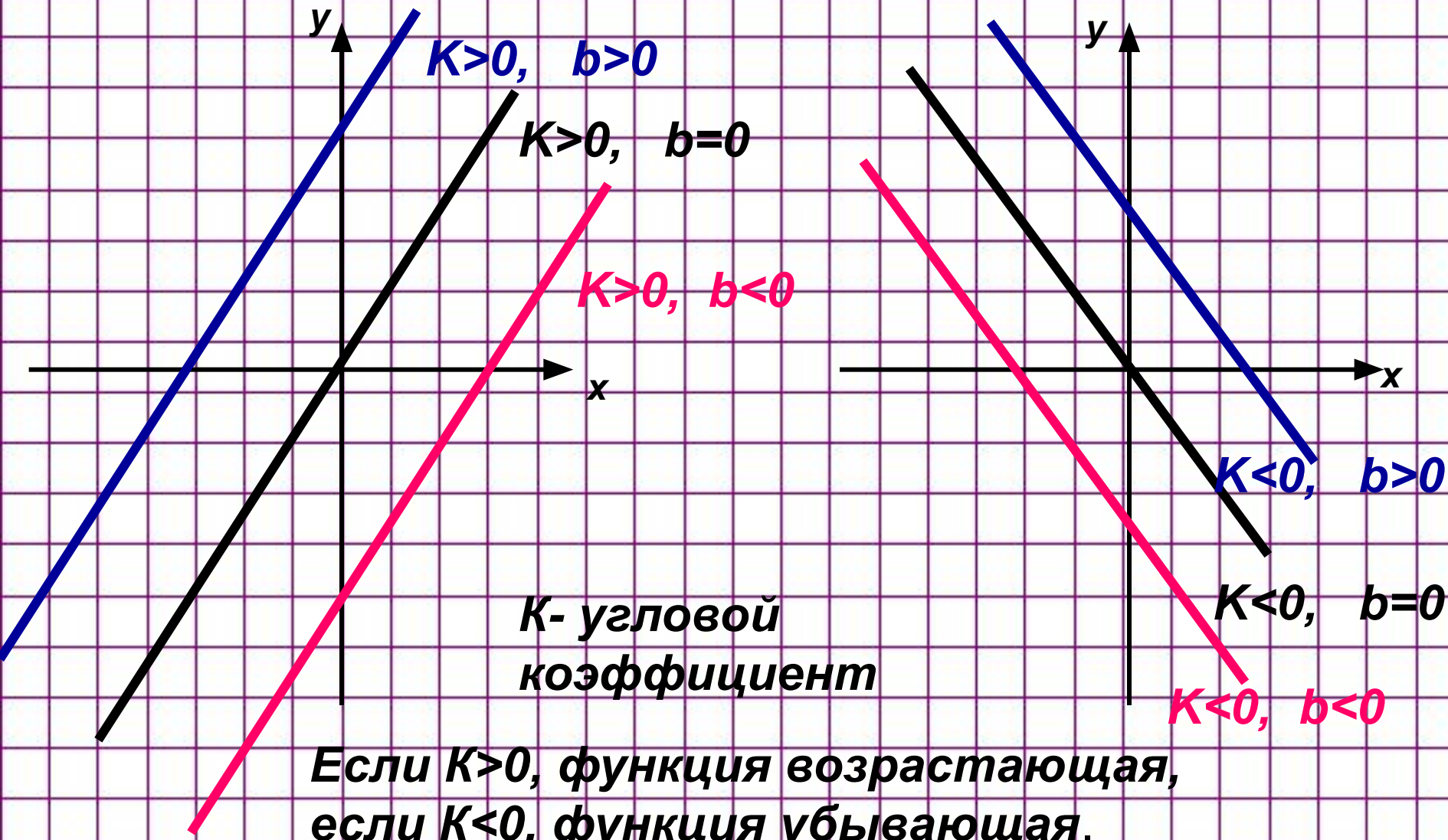


# Функции и графики.

**Автор учитель МОУ -  
Гимназия №2 г.Раменское  
Колчанова В.В.**

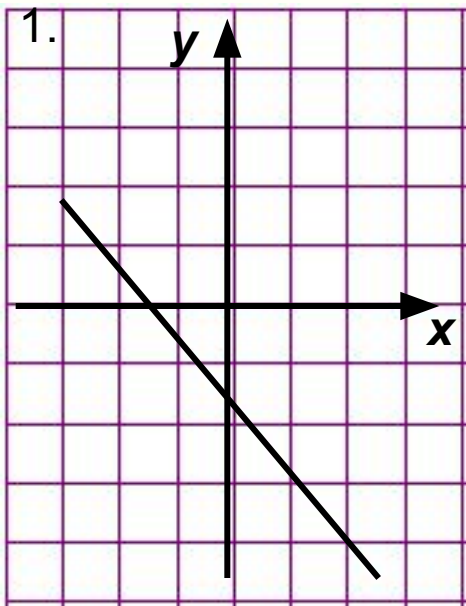
-  **Линейная функция**
-  **Квадратичная функция**
-  **Обратная пропорциональность**
-  **Задачи ГИА**
-  **Свойства функций**
-  **Построение графика  
кусочной функции и её  
исследование**
-  **Тестовая работа**

# Линейная зависимость $y=kx+b$

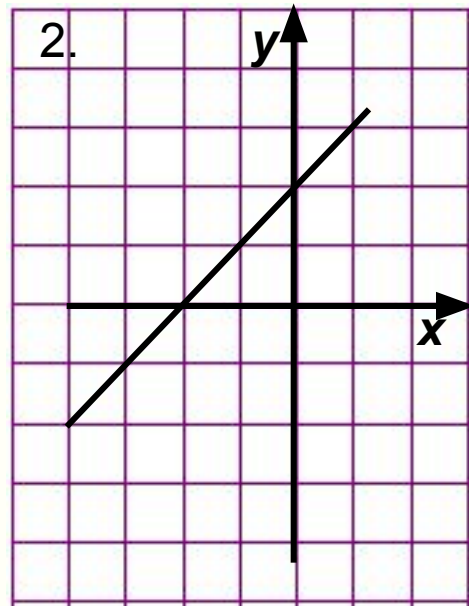


На рисунке изображены графики функций вида  $y=kx+b$ .

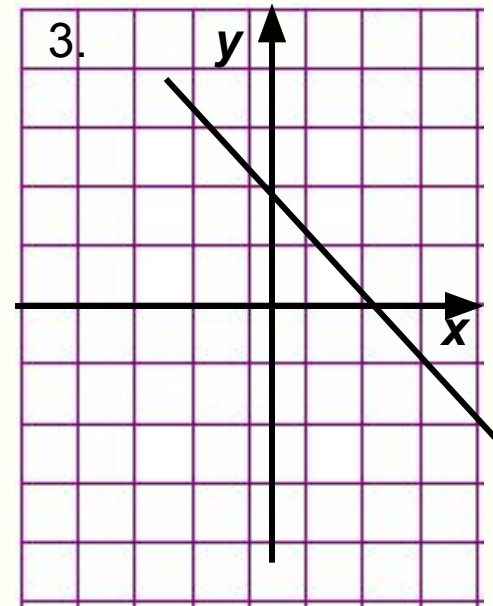
Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .



а)  $k > 0, b > 0$



б)  $k < 0, b > 0$

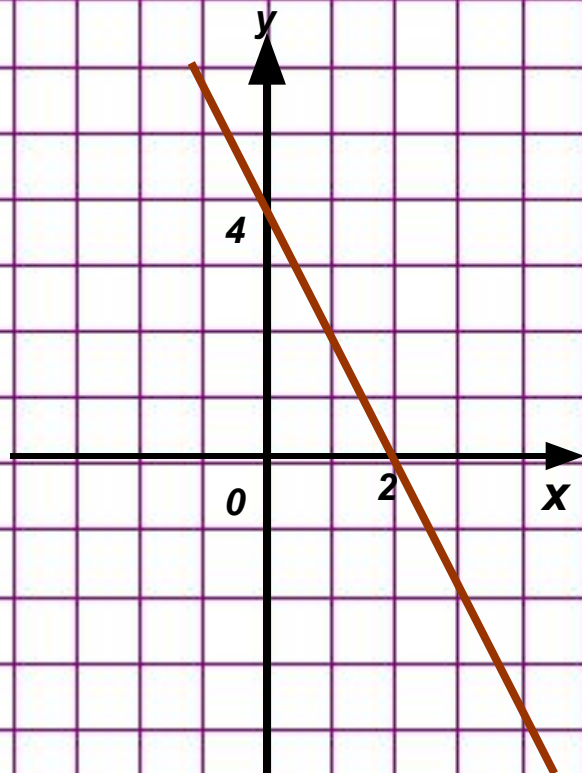


в)  $k < 0, b < 0$

Ответ:

1	2	3
<b>в</b>	<b>а</b>	<b>б</b>

**График какой линейной функции изображен на рисунке?**



1)  $y=2x+4$

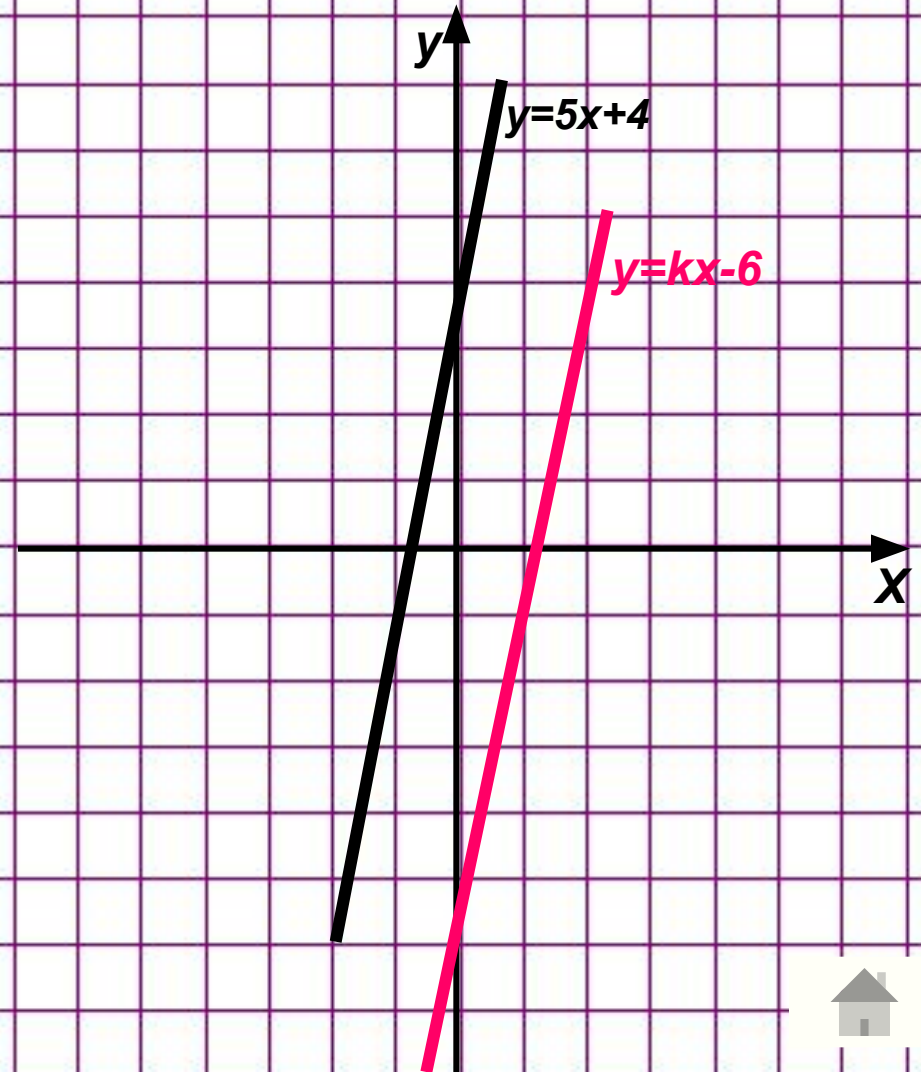
~~2)  $y=-2x+4$~~

3)  $y=0,5x+4$

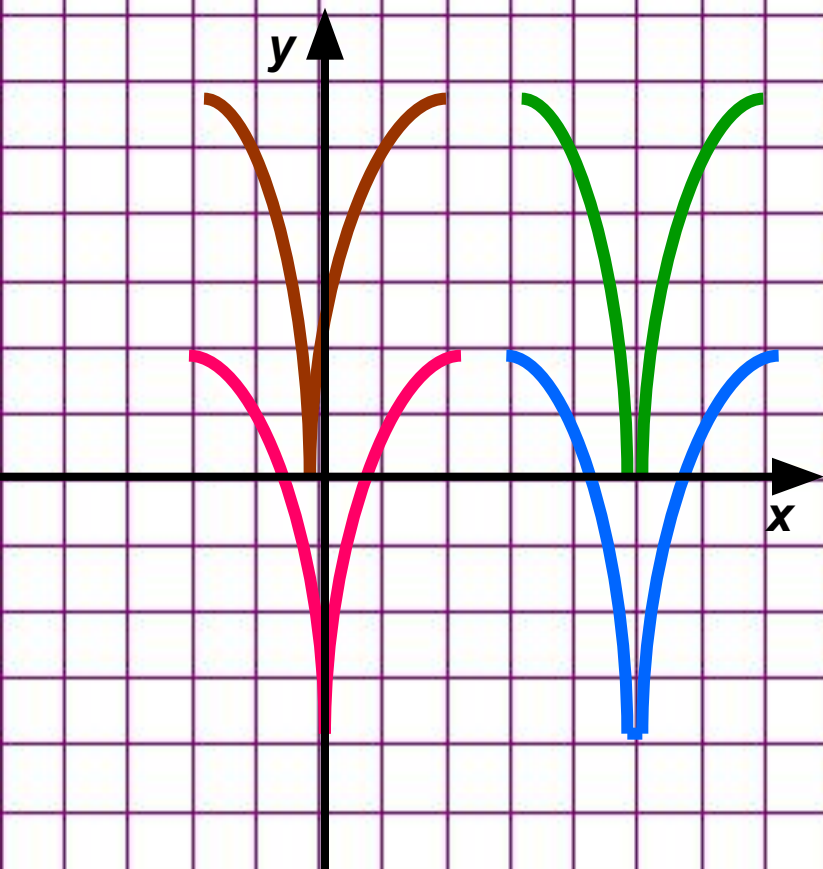
4)  $Y=-0,5x+4$

**Прямые  $y=kx-6$  и  $y=5x+4$  параллельны.  
Какие значения может принимать  $k$ ?**

**Ответ: 5**




# Преобразование графиков квадратичной функции.



Запишите уравнение  
квадратичной функции:

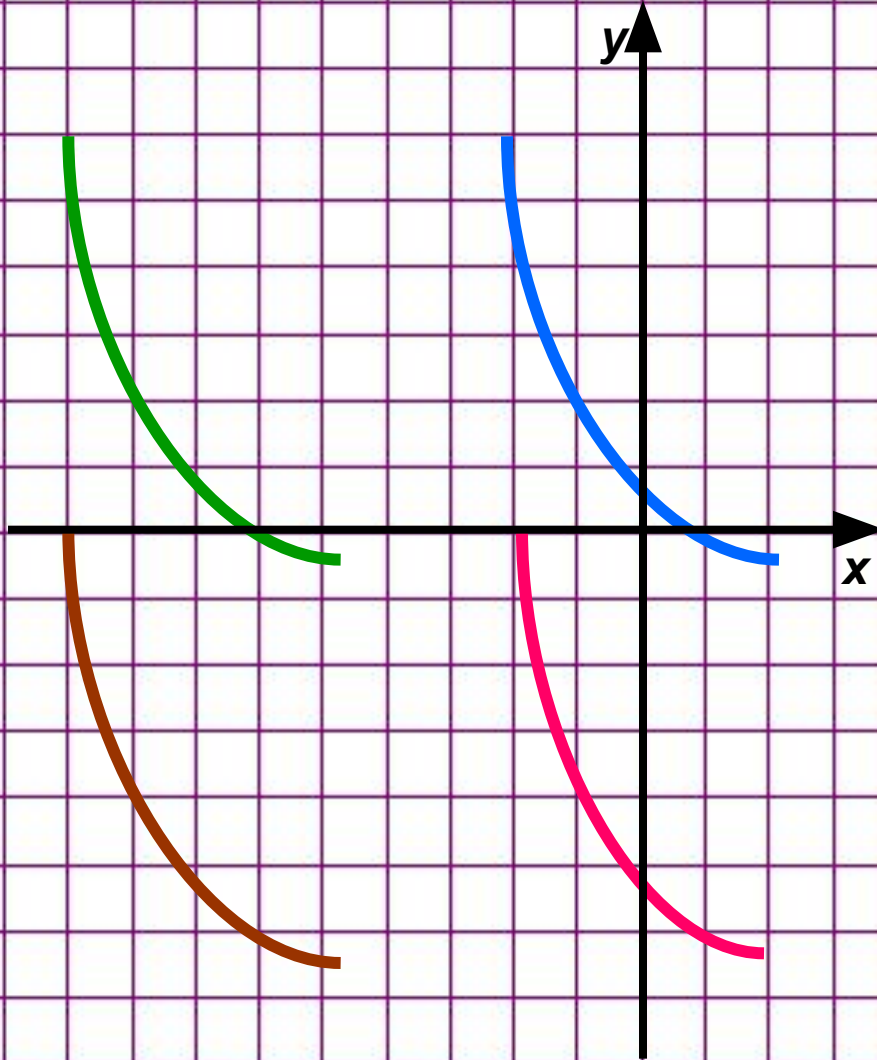
  $y =$

  $y =$

  $y =$

  $y =$

# Преобразование графиков квадратичной функции.



Запишите уравнение  
квадратичной функции:

  $y =$

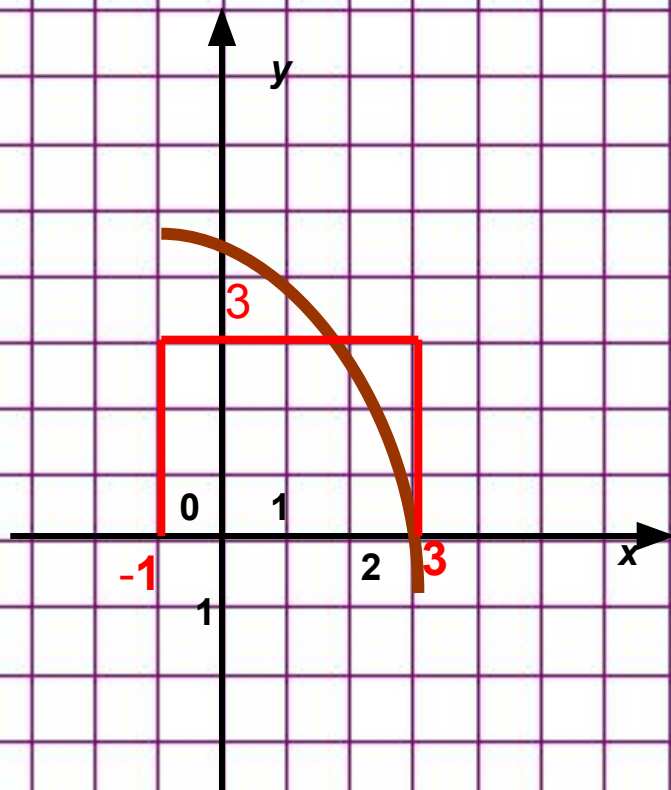
  $y =$

  $y =$

  $y =$



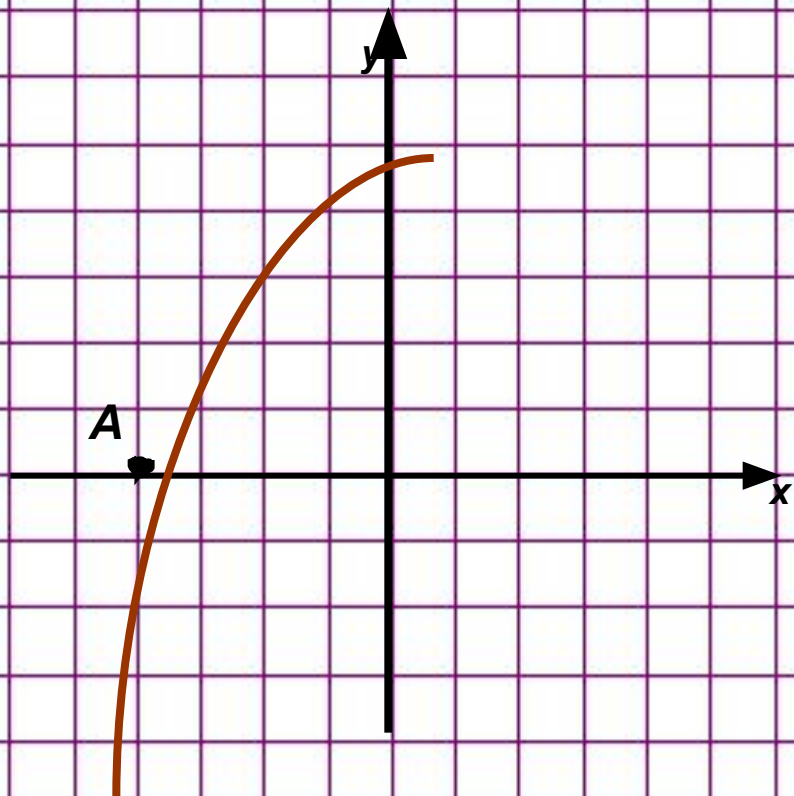
## Решение квадратных неравенств



На рисунке изображен график функции  $y=x^2-2x$ . Используя график функции решите неравенство  $x^2-2x<3$ .

- 1)  $(-1;3)$
- 2)  $[-1;3]$
- 3)  $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$
- 4)  $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$

**Нули функции.**



**На рисунке  
изображен график  
функции  $y=2x^2+3x-2$ .  
Вычислите абсциссу  
точки A**

**Ответ: - 2**

Дана квадратичная функция  $y = ax^2 + bx + c$

На каком рисунке изображен график этой функции, если известно, что  $a > 0$ , и квадратный трехчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня разных знаков?

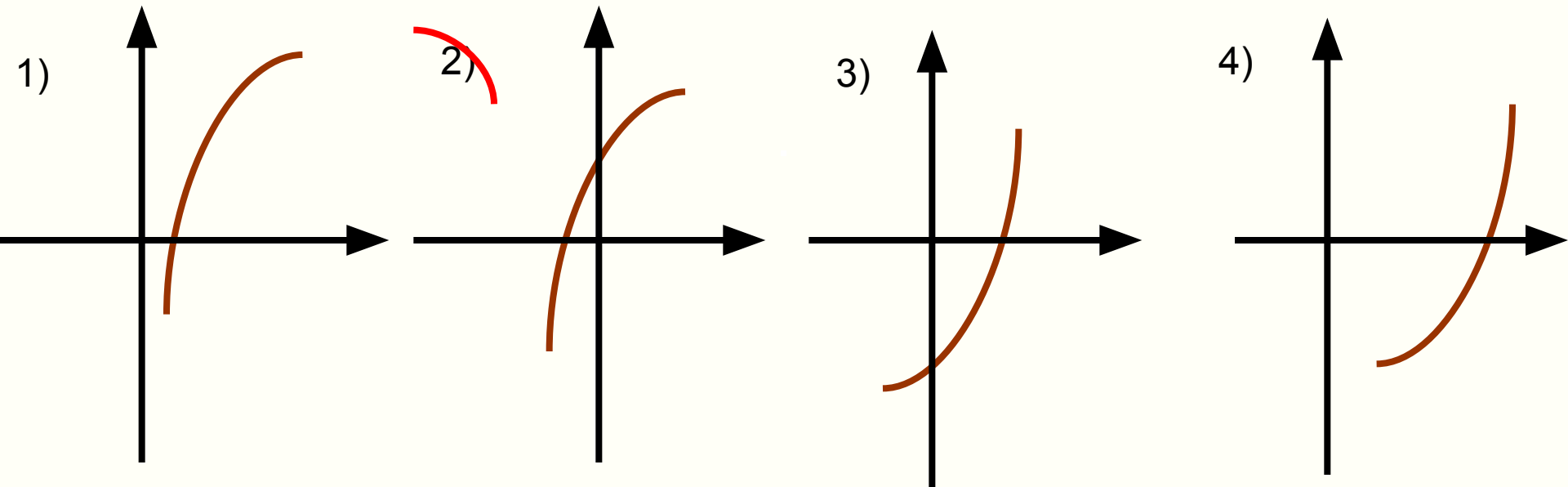


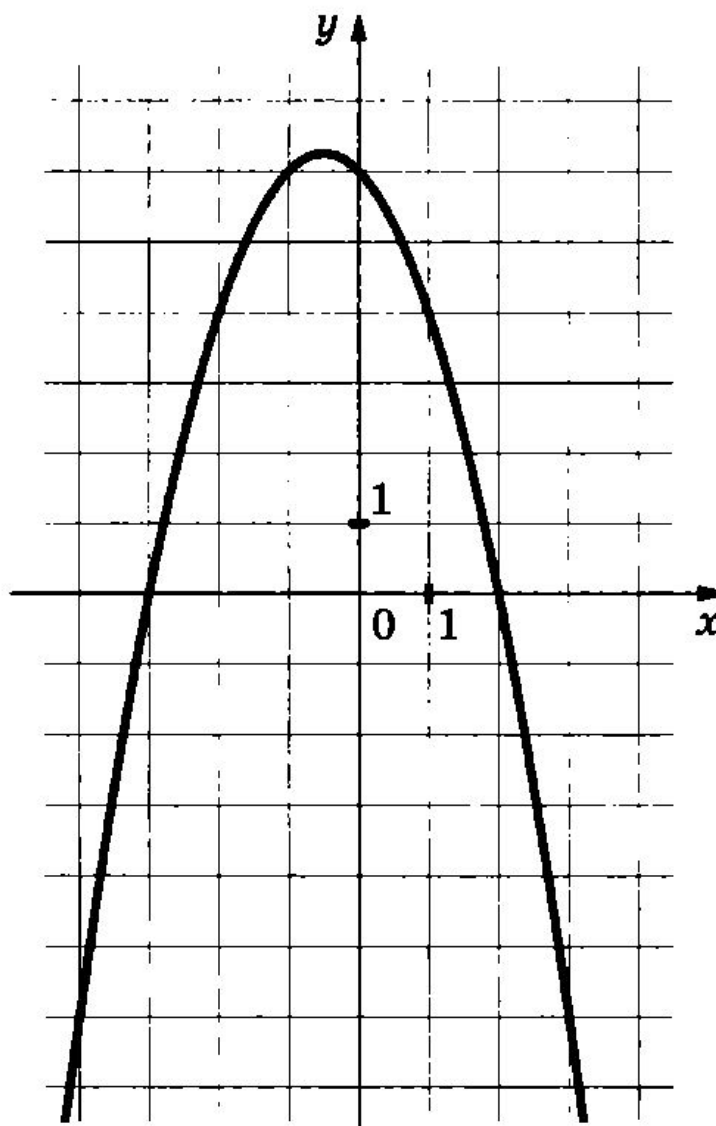
График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

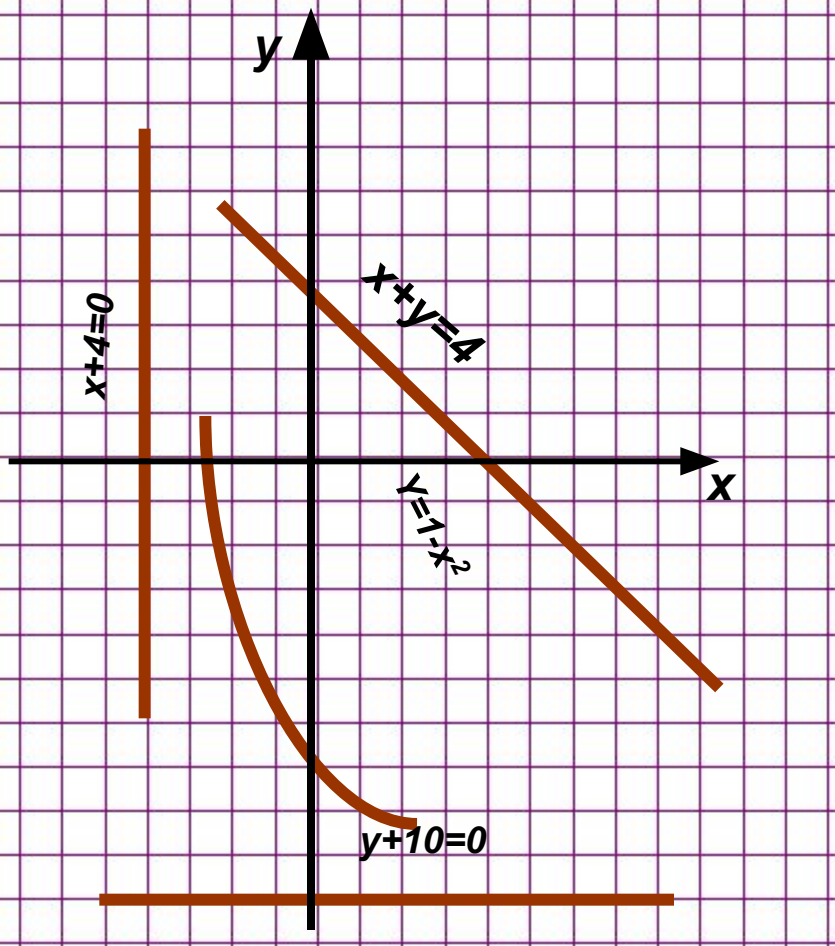
1)  $y = x^2 + x - 6$

2)  $y = -x^2 - x + 6$

3)  $y = -x^2 + x + 6$

4)  $y = x^2 - x - 6$





**На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая имеет два решения.**

$$a) \begin{cases} y = 1 - x^2 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

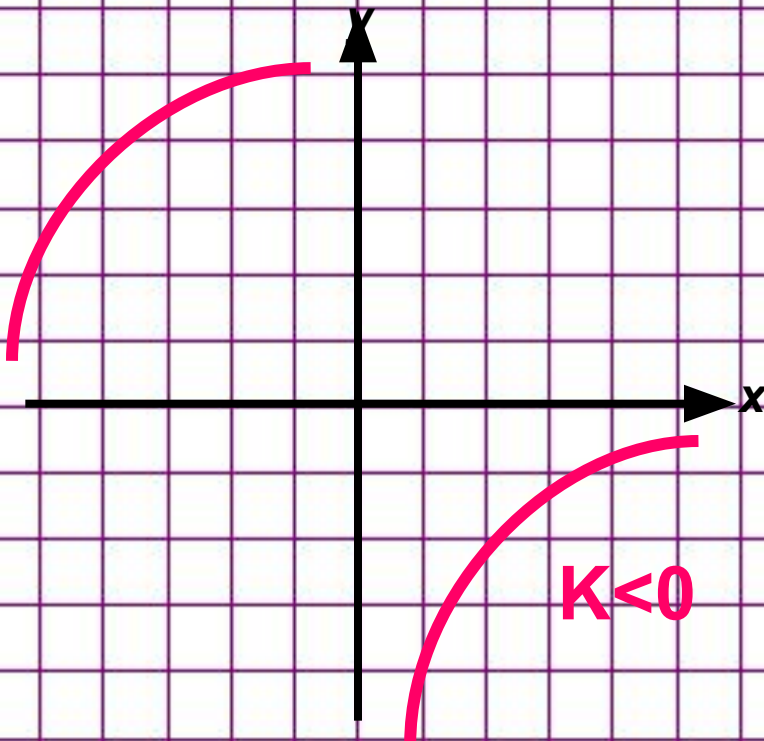
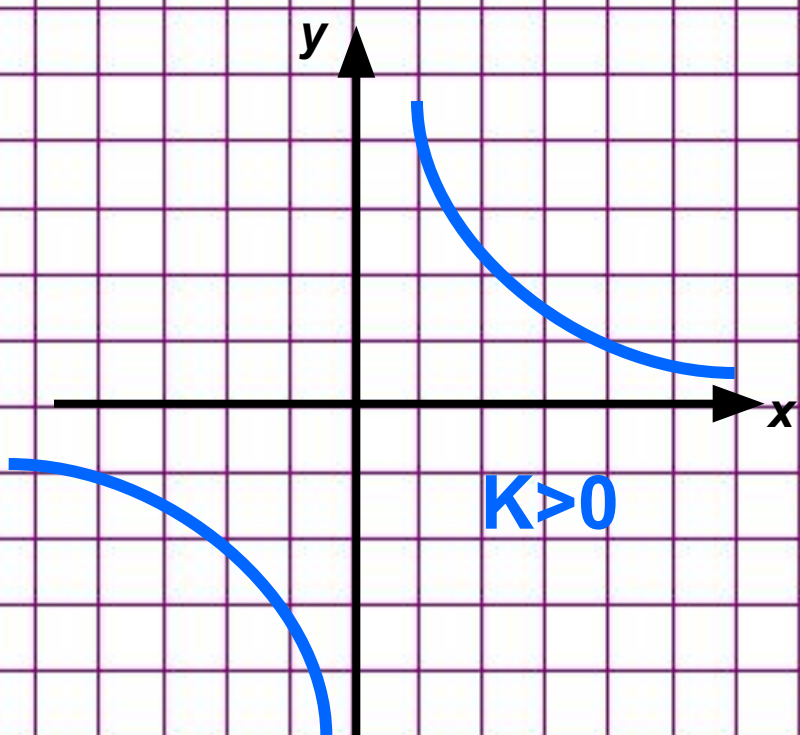
$$б) \begin{cases} y = 1 - x^2 \\ x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} y = 1 - x^2 \\ y + 10 = 0 \end{cases}$$

г) Такой системы нет



# Обратная пропорциональность $y=k/x$

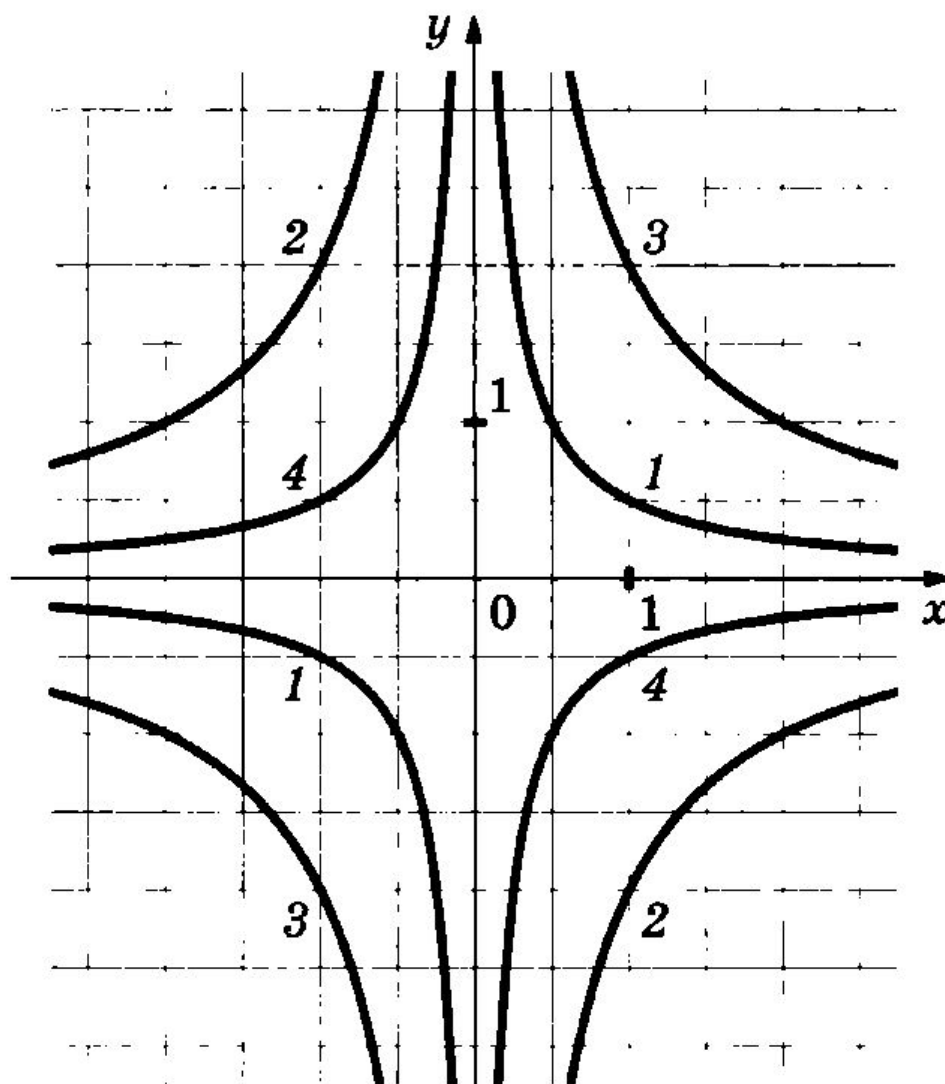


Каждой из трех дробно-линейных функций сопоставьте график, изображенный на рисунке.

А)  $y = \frac{2}{x}$

Б)  $y = -\frac{2}{x}$

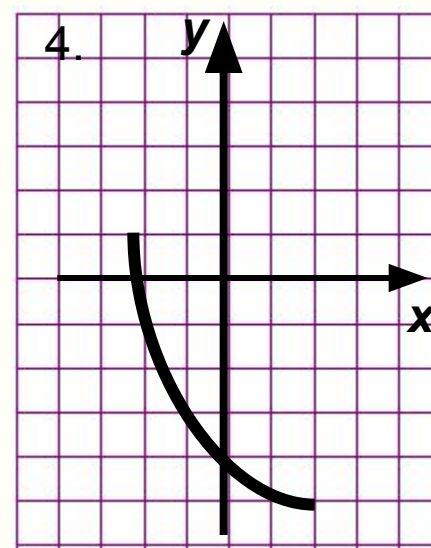
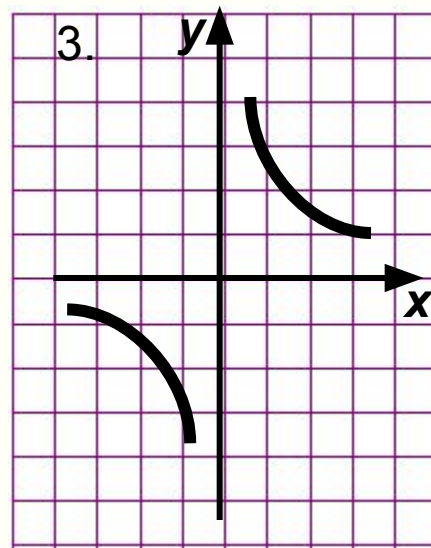
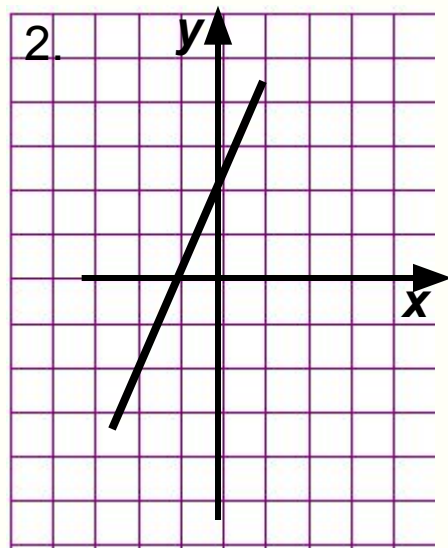
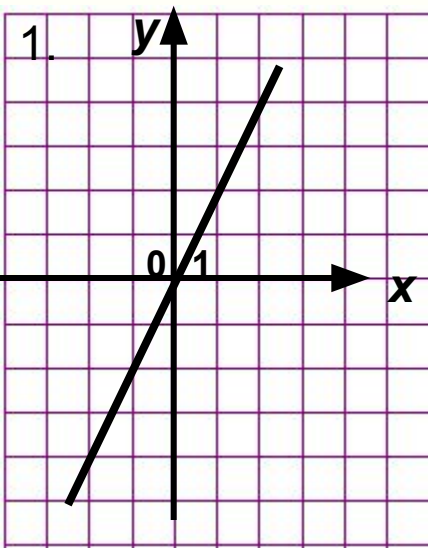
В)  $y = \frac{1}{2x}$



Ответ:

А	Б	В
3	4	1

**Каждый график соотнести с соответствующей ему формулой**



a)  $y = \frac{2}{x}$

б)  $y = 2x$

в)  $y = 2 - x^2$

г)  $y = 2x + 2$

**Ответ:**

1	2	3	4
<b>б</b>	<b>г</b>	<b>а</b>	<b>в</b>





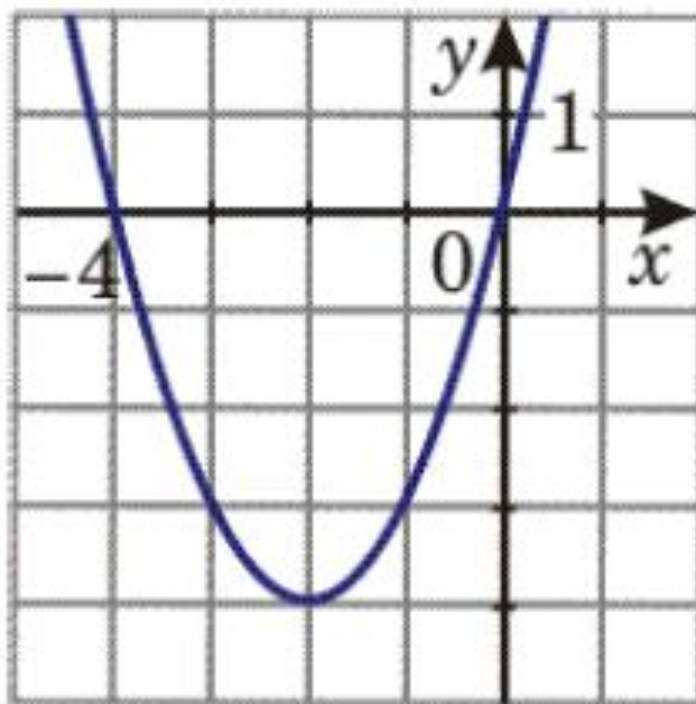
График какой из перечисленных ниже функций изображён на рисунке?

1)  $y = x^2 + 4$

2)  $y = x^2 + 4x$

3)  $y = -x^2 - 4x$

4)  $y = -x^2 - 4$

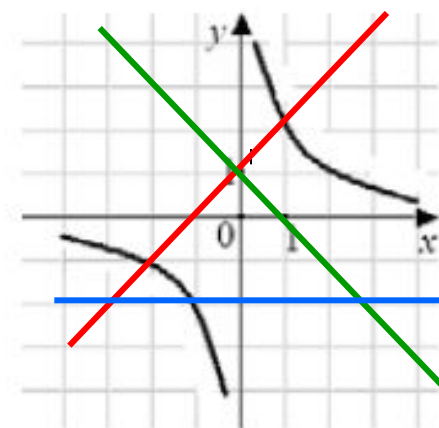


Гипербола, изображённая на рисунке, задаётся уравнением  $y = \frac{2}{x}$ . Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями.

### СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

### УТВЕРЖДЕНИЯ

- А)  $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = x + 1 \end{cases}$  1) система имеет одно решение
- Б)  $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = 1 - x \end{cases}$  2) система имеет два решения
- В)  $\begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = -2 \end{cases}$  3) система не имеет решений

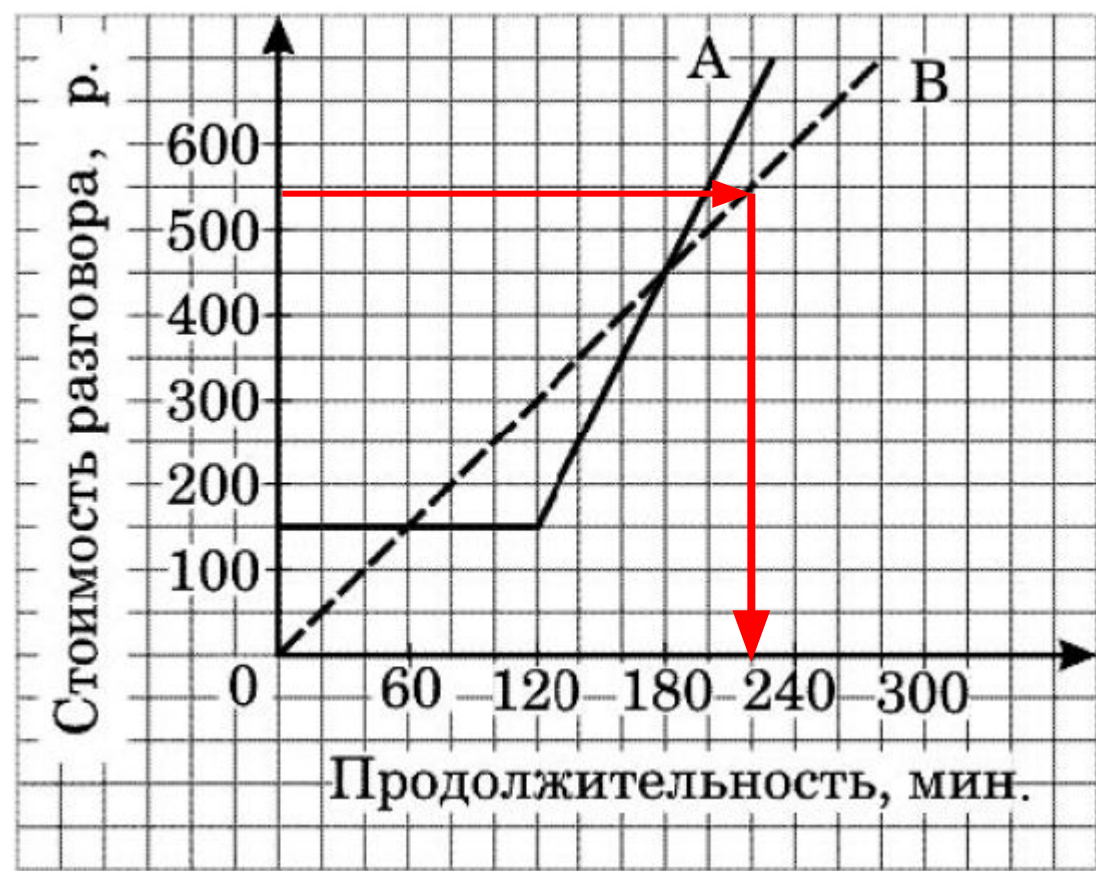


Ответ:

А	Б	В
2	3	1

16.

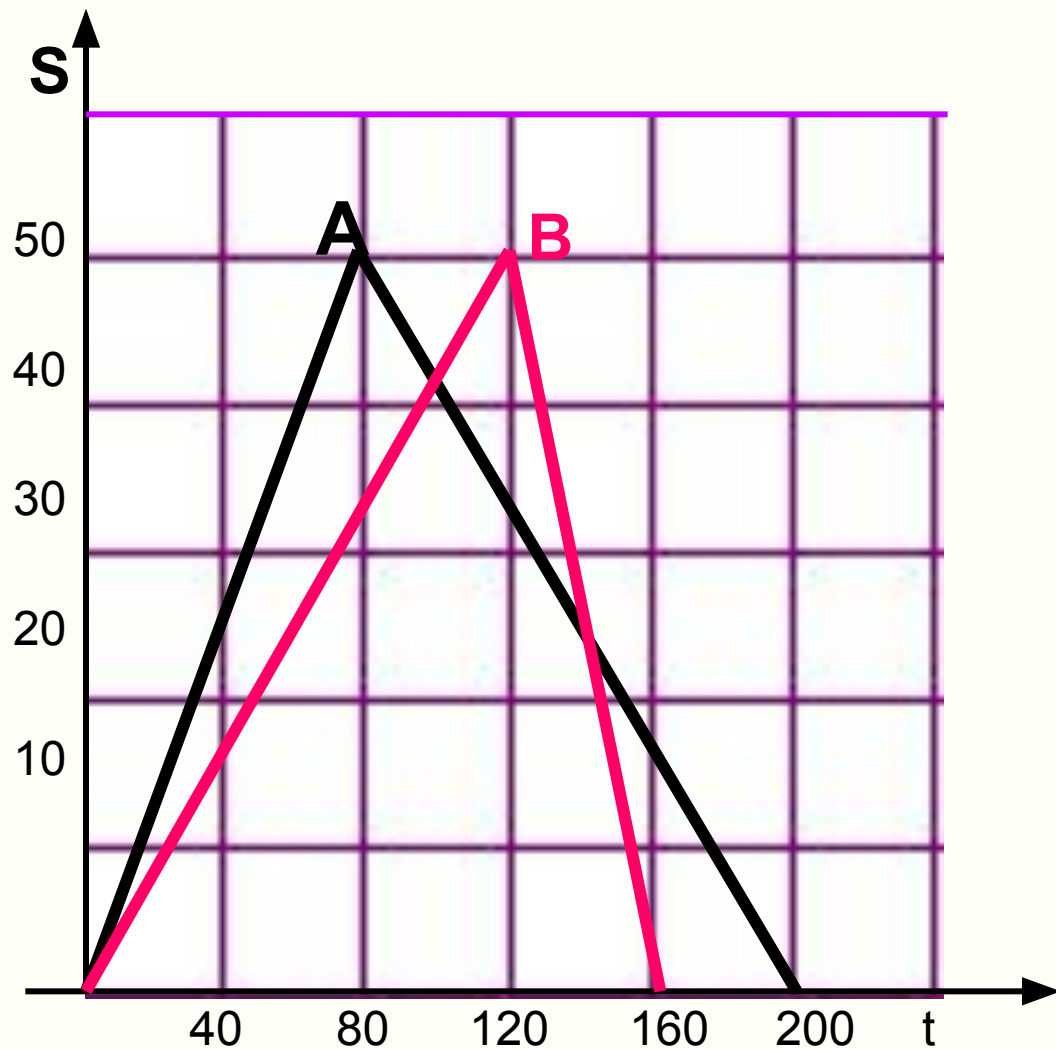
Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



**Ответ: 220 мин**

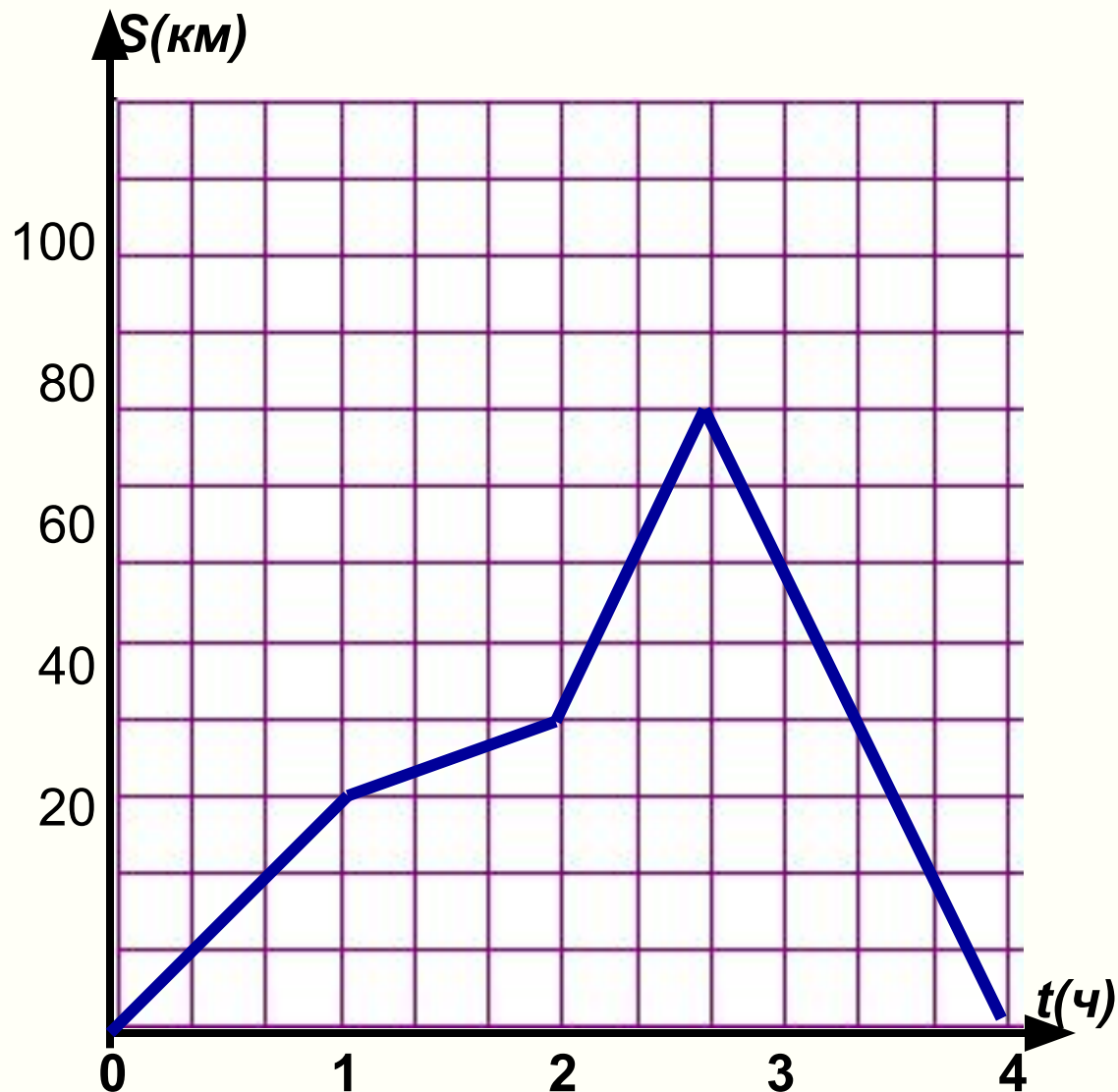


**Алексей (А) и Виктор соревновались в 50-метровом бассейне на дистанции 100 метров. Графики их заплывов показаны на рисунке. По горизонтальной оси отложено время (в секундах), а по вертикали – расстояние пловца от старта (в метрах). Кто быстрее проплыл первую половину дистанции и на сколько секунд он обогнал соперника?**



**Ответ: Алексей на 40 секунд.**

*На рисунке изображен график движения автомобиля из пункта А в пункт В и обратно. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на всем пути.*



**Ответ: 40 км/ч**

**Постройте график функции**

$$y = \frac{(x^2 - 2x)|x|}{x - 2}$$

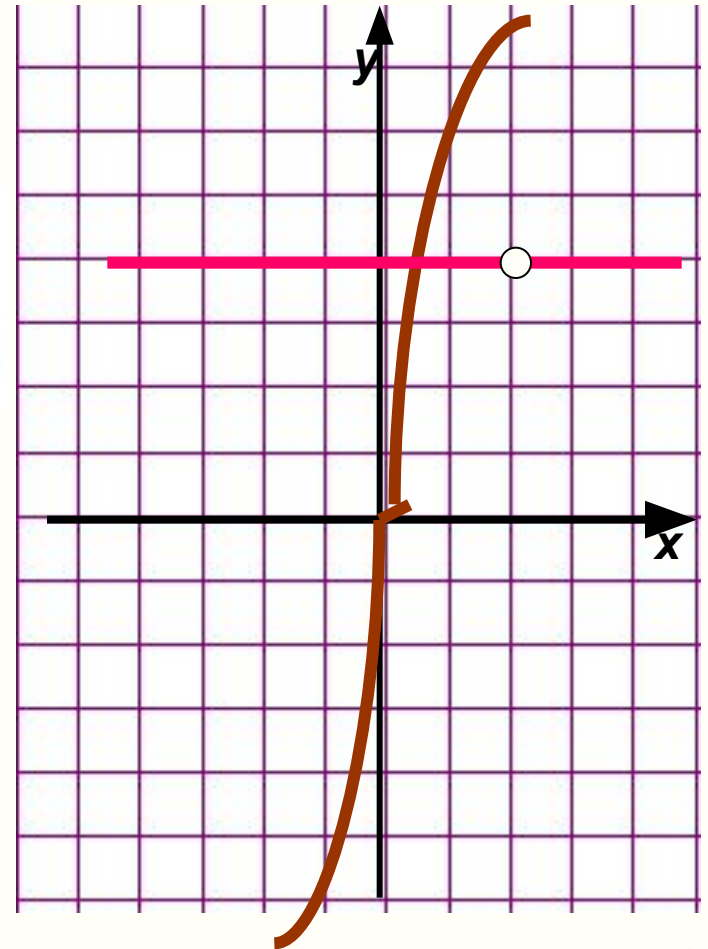
**и определите, при каких значениях с прямая  $y=c$  не имеет с графиком ни одной общей точки.**

$$D(y) = (-\infty; 2) \cup (2; \infty)$$

$$\frac{(x^2 - 2x)|x|}{x - 2} = \frac{x(x - 2)|x|}{x - 2} = x|x| = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$$

**Ответ:  $c=4$**



# Свойства функции.

1. Область определения функции – множество значений аргумента, для которых функция имеет смысл. Обозначается  $D(y)$ .

**Задача.** Найти область определения функции

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x} \text{ и построить её график.}$$

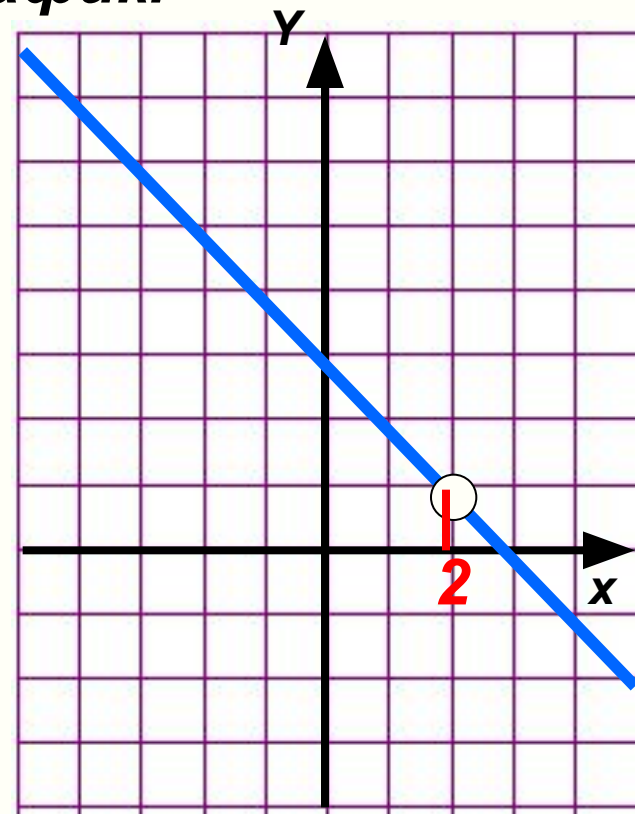
$$D(y) = (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$$

**Упростим выражение**

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x} = \frac{(x - 3)(x - 2)}{2 - x} = \frac{-(2 - x)(x - 3)}{2 - x} = -x + 3$$

**Строим график функции**  $y = -x + 3$

**Выкалываем точку с абсциссой 2**



## 2. Область значений, ограниченность.

Область значений – множество значений функции, обозначается  $E(f)$

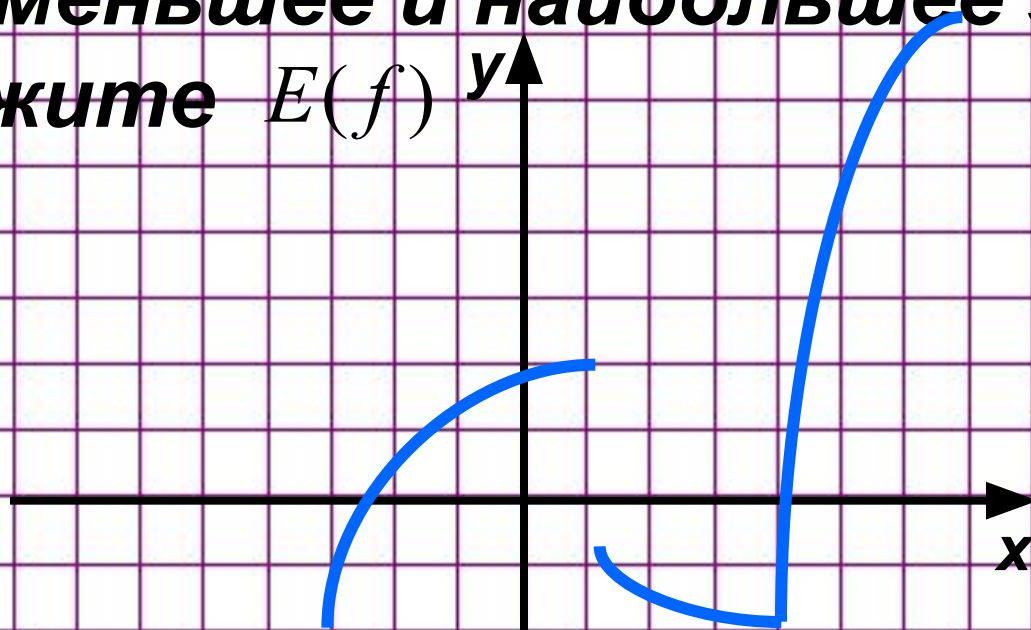
Функция ограничена снизу, если для любого  $x \in D(f)$  выполняется неравенство  $f(x) \geq a$ , где  $a$  – некоторое число.

Функция ограничена сверху, если для любого  $x \in D(f)$  выполняется неравенство  $f(x) \leq a$ , где  $a$  – некоторое число.

Функция называется ограниченной, если для любого  $x \in D(f)$  выполняется неравенство  $a \leq f(x) \leq b$  где  $a, b$  – некоторые числа.



Функция  $f(x)$  задана графиком, на области определения  $[-3;7]$ , найдите её наименьшее и наибольшее значения, укажите  $E(f)$



Наименьшее  
значение

Наибольшее  
значение

$$E(f) = [-1; 7]$$

### 3. Нули функции,

### промежутки знакопостоянства.

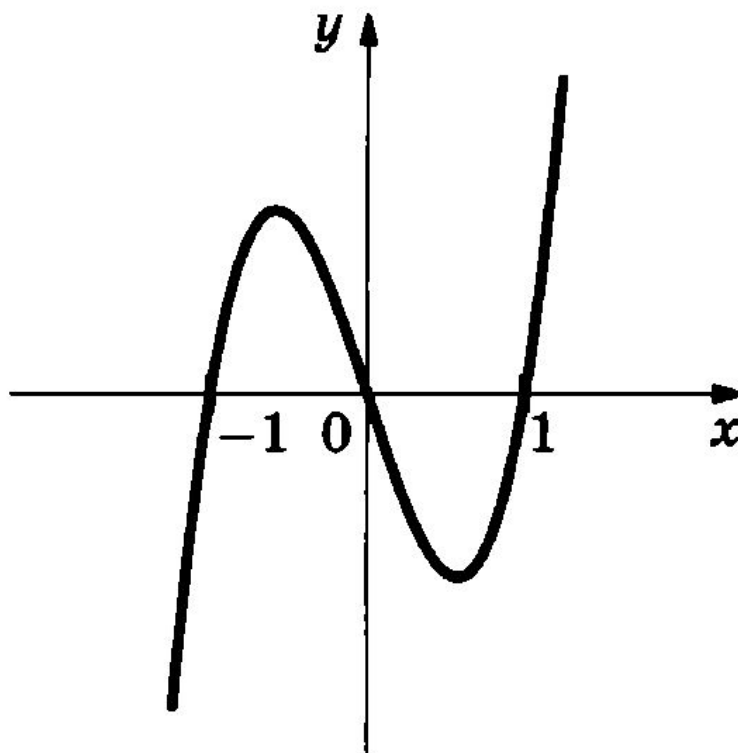
На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Решите неравенство  $f(x) > 0$ .

1)  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

2)  $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$

3)  $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$

4)  $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$



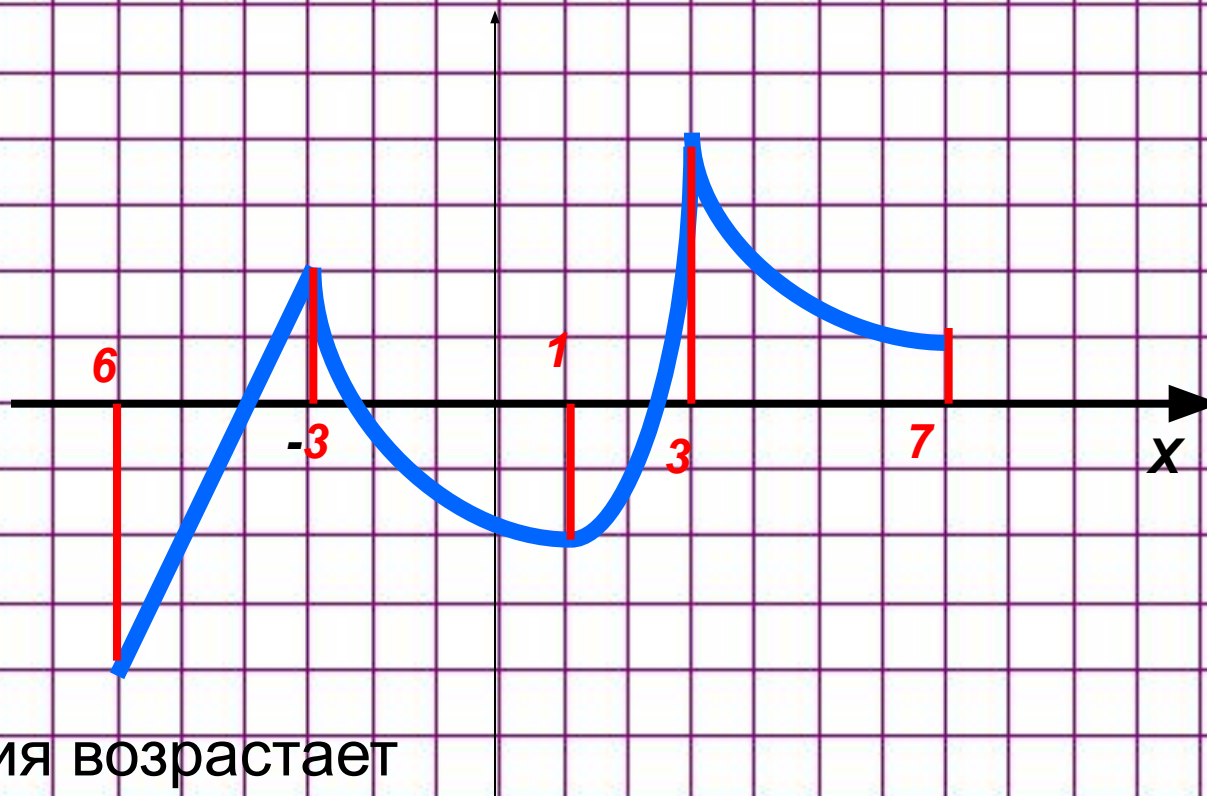
## 4. Монотонность функции.

Функция  $f$  называется возрастающей на множестве  $X$ , если большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

Функция  $f$  называется убывающей на множестве  $X$ , если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

Функцию, возрастающую на множестве  $X$  или убывающую на множестве  $X$ , называют монотонной функцией на множестве  $X$ .

**Задача. По графику функции, область определения которой  $[-6,7]$ , укажите промежутки монотонности функции.**



Функция возрастает

Функция убывает

## **5. Четность и нечетность функций.**

**Функция  $f$  называется четной, если для любого  $x \in D(f)$  верно равенство  $f(-x) = f(x)$**

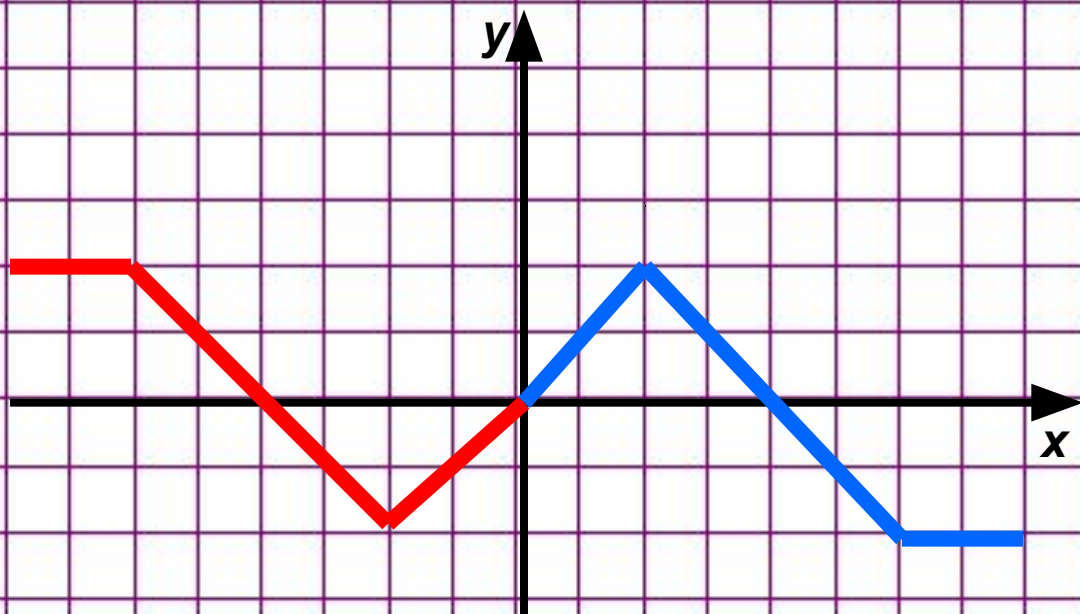
**Функция  $f$  называется нечетной, если для любого  $x \in D(f)$  верно равенство  $f(-x) = -f(x)$**

**Область определения четной и нечетной функции  
есть множество симметричное относительно нуля**

**График четной функции симметричен относительно  
оси ординат, а график нечетной функции  
симметричен относительно начала координат**



**Задача. Дан фрагмент графика  $g(x)$  нечетной функции  $g(x)$  которая определена на  $[-7;7]$  достройте график  $g(x)$  и заполните пропуски.**



$$g(-4) =$$

$$g(x) > 0 \text{ на}$$

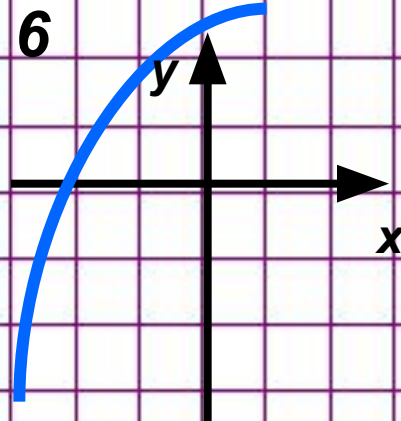
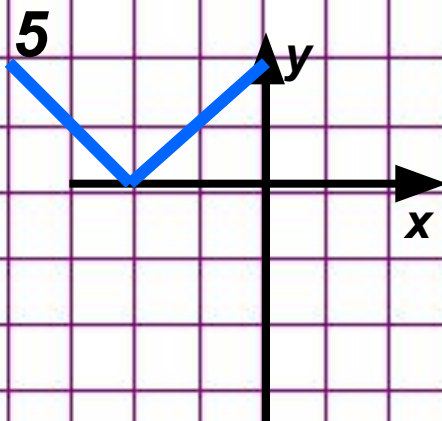
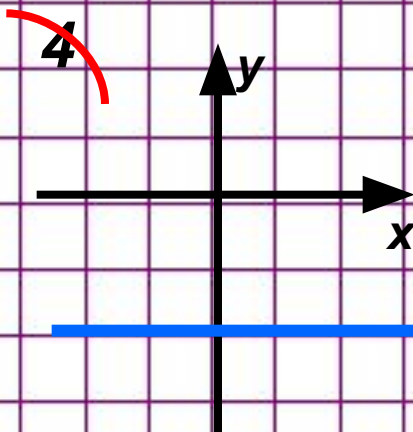
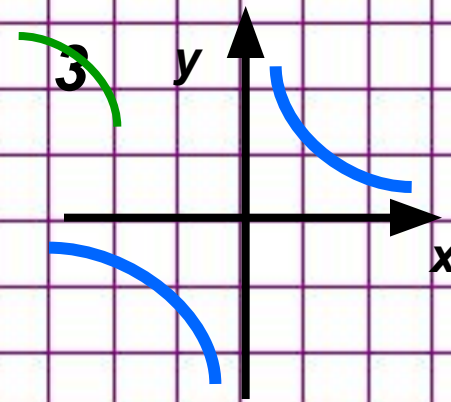
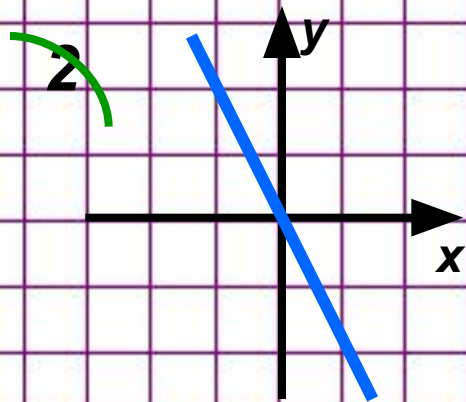
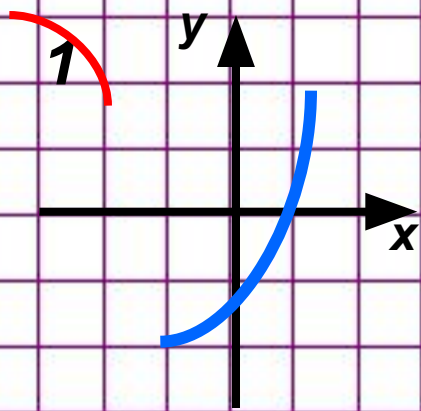
$$g(x) < 0 \text{ на}$$

$$E(g) =$$

$g(x)$  **возрастает на**

$g(x)$  **убывает на**

**Задача. Определите какие из функций, графики которых даны на чертежах являются четными, нечетными, а какие не обладают ни одним из этих свойств.**



**Четные** 1, 4

**Нечетные**

2, 3

# **Построение графика кусочной функции и её исследование.**

**При каких значениях  $p$  прямая  $y=p$  имеет три общие точки с графиком функции  $y=f(x)$ , где**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{если } x < -2 \\ \frac{5x - 2}{4}, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 8x + 14, & \text{если } x > 2? \end{cases}$$



$$f(x) = \frac{6}{x}$$

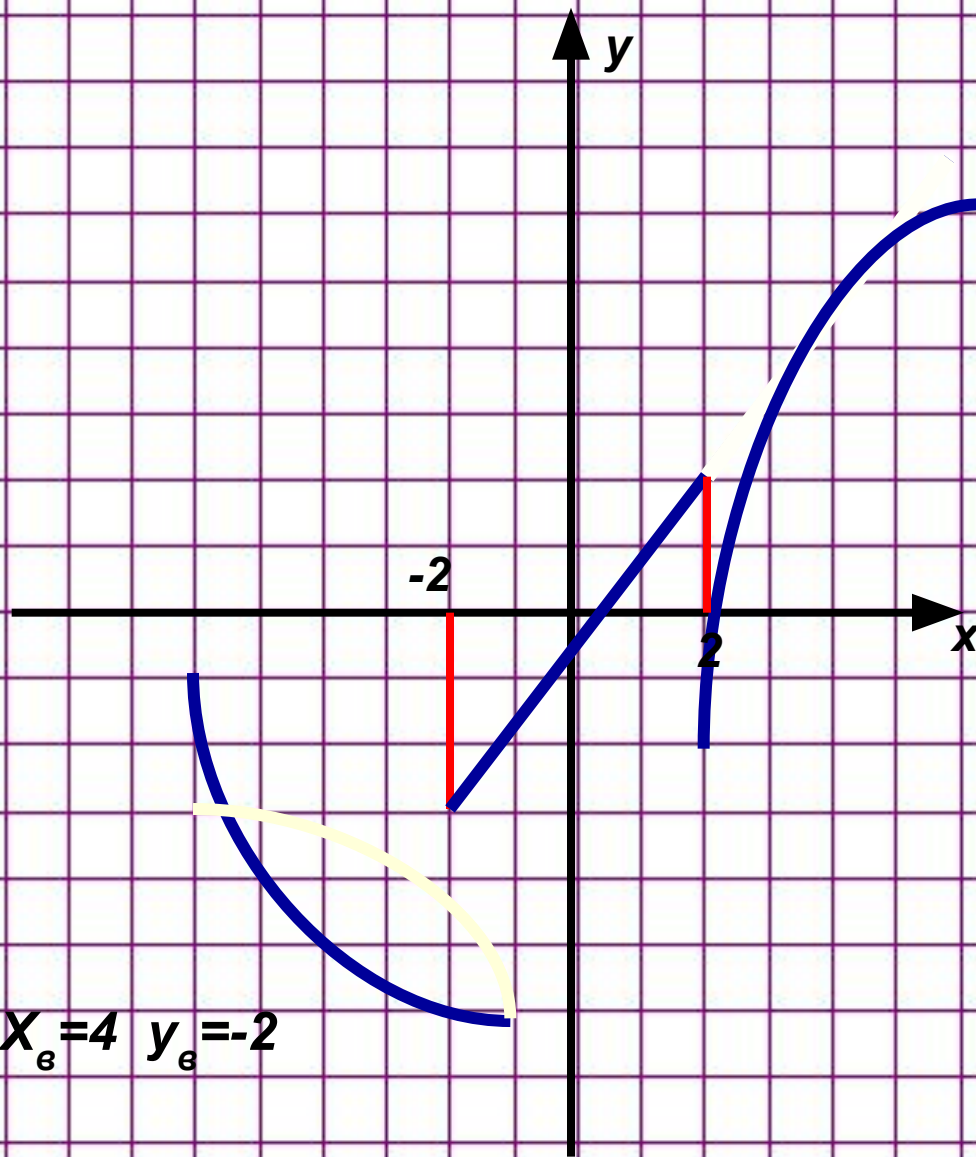
<b>x</b>	<b>-6</b>	<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>
<b>y</b>	<b>-1</b>	<b>-2</b>	<b>-3</b>	<b>-6</b>

$$f(x) = \frac{5x - 2}{4}$$

<b>x</b>	<b>-2</b>	<b>6</b>
<b>y</b>	<b>-3</b>	<b>7</b>

$$f(x) = x^2 - 8x + 14$$

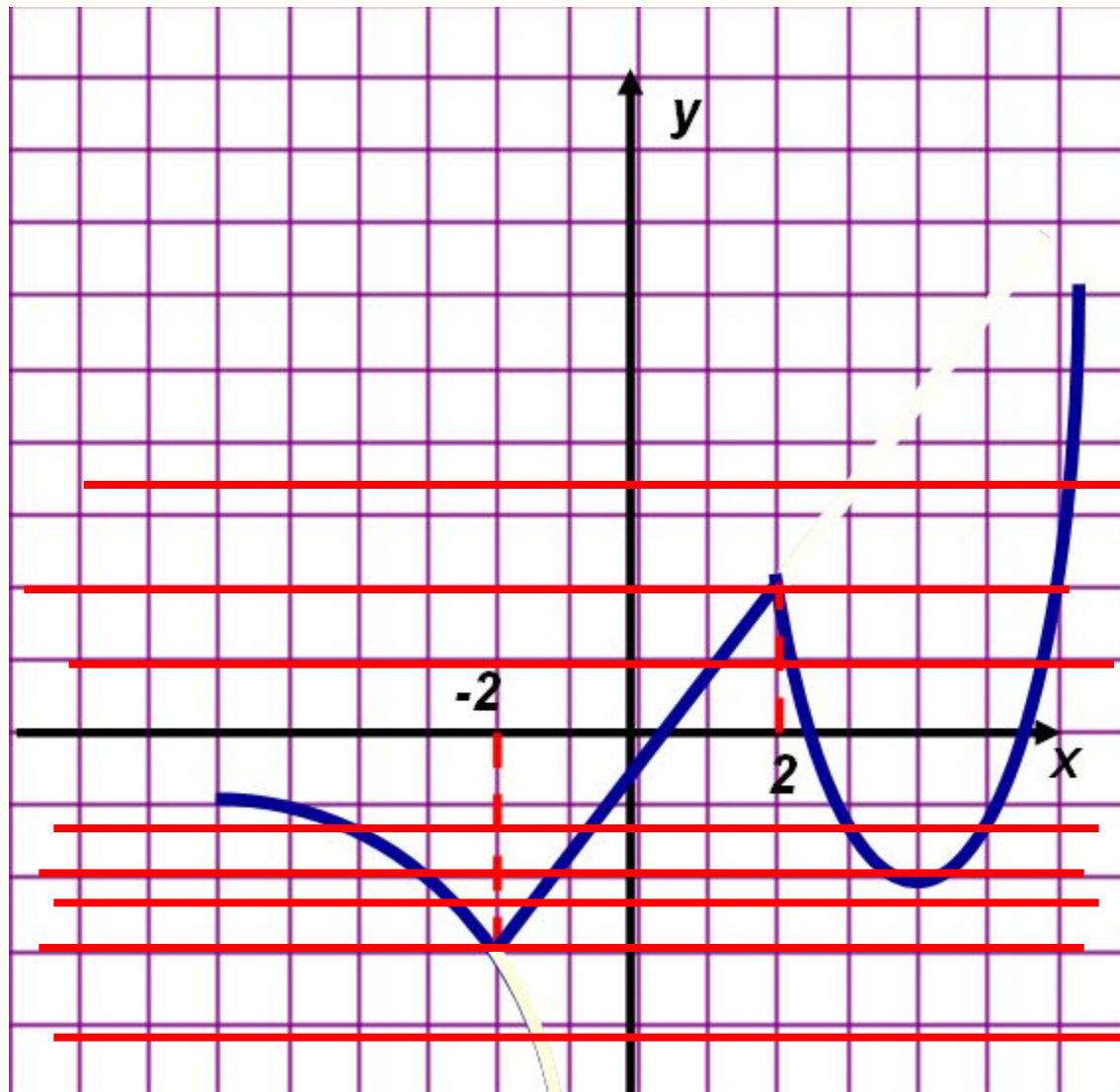
$$x_s = 4 \quad y_s = -2$$



При каких значениях  $r$  прямая  $y=r$  имеет три общие точки с графиком функции  $y=f(x)$ , где

Значение $P$	Количество точек
$P < -3$	Точек нет
$P = -3$	Одна точка
$-3 < P < -2$	Две точки
$P = -2$	Три точки
$-2 < P < 0$	Четыре точки
$0 \leq P < 2$	Три точки
$P = 2$	Две точки
$P > 2$	Одна точка

Ответ: при  $P = -2$  и при  $0 \leq P < 2$



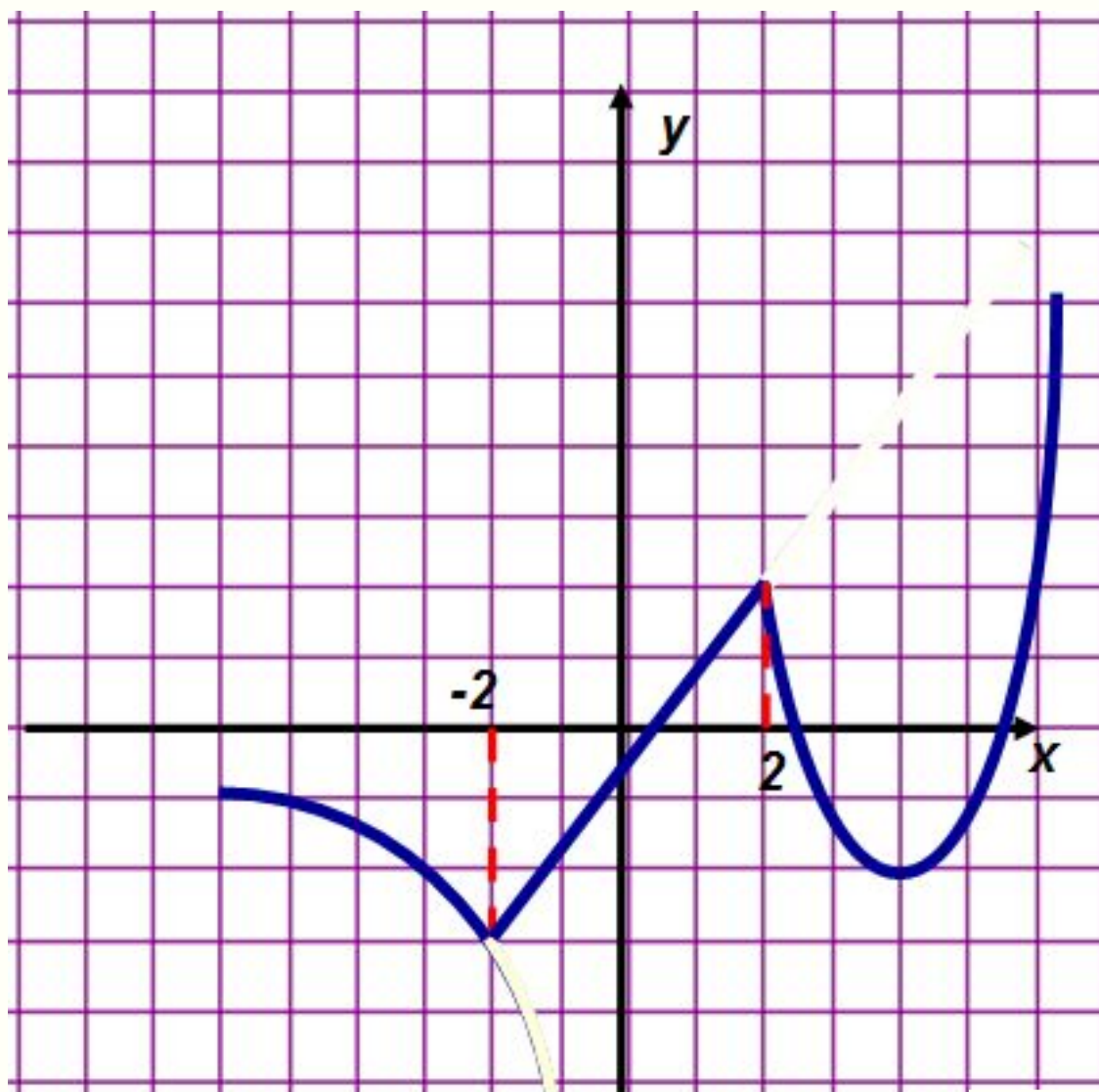
# Исследование функции.

1. Нули функции

2. Промежутки  
знакопостоянства

3. Промежутки  
возрастания

4. Промежутки  
убывания



# Тест по теме функции и графики

№1

Чему равно значение функции  $y = kx + b$  при  $x = 0$ ?

1) 0

2)  $k$

3)  $b$

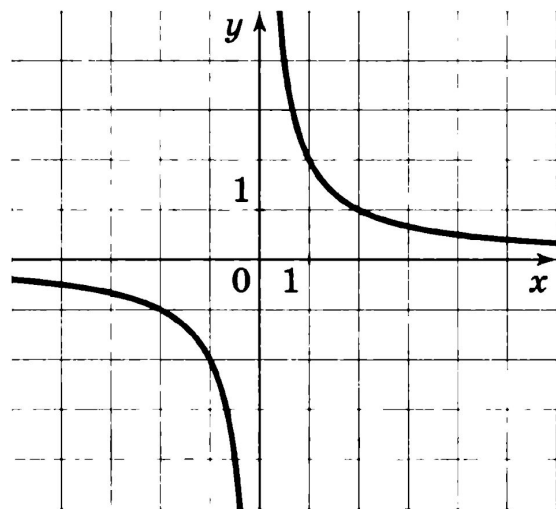
4)  $k + b$

№2

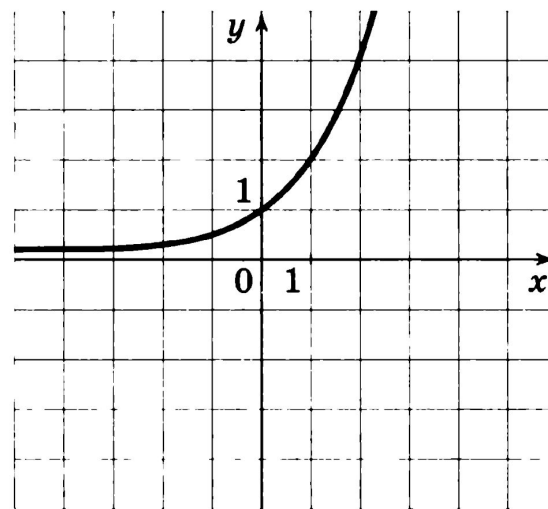
На одном из рисунков изображен график функции  $y = \frac{2}{x}$ .

Укажите номер этого рисунка.

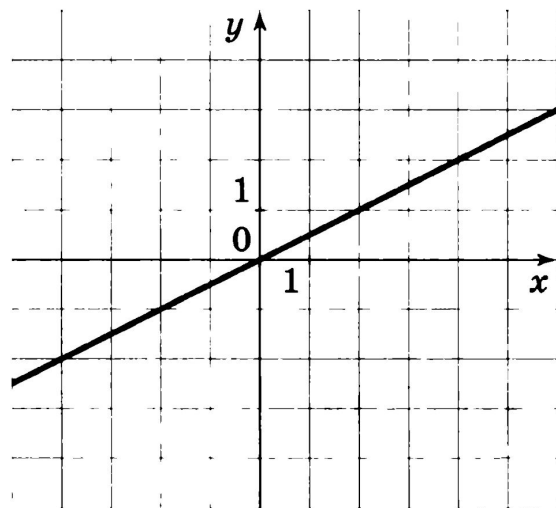
1)



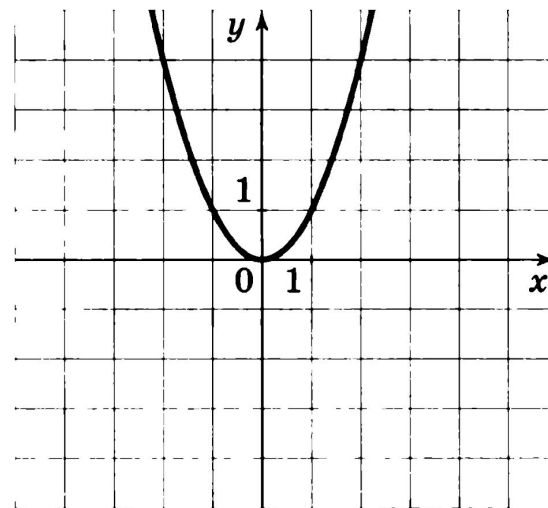
2)



3)



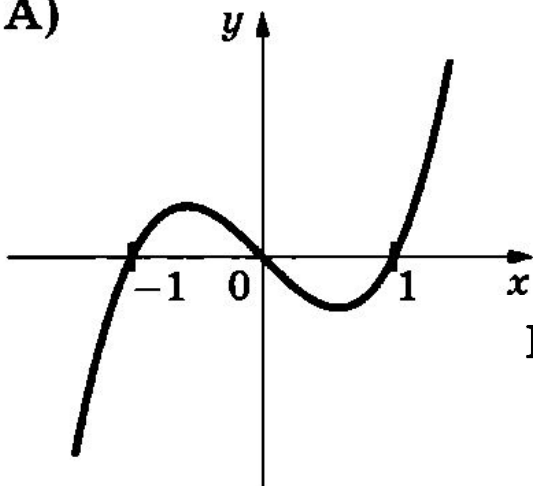
4)



### №3

Каждому из трех предложенных графиков функции  $y = f(x)$  сопоставьте решение неравенства  $f(x) > 0$  со значениями переменной.

А)

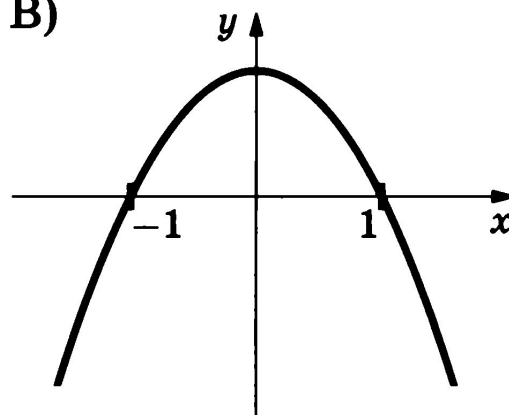


1)  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

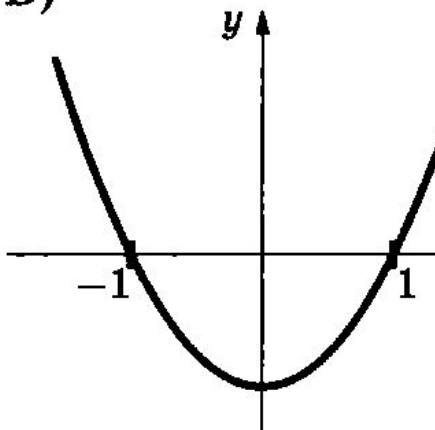
2)  $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$

3)  $(-1; 1)$

Б)



В)



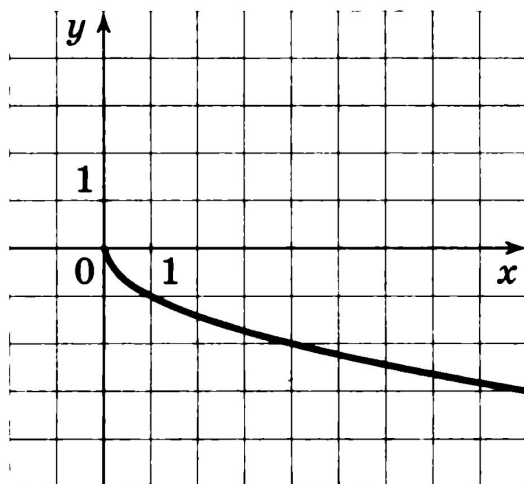
Ответ:

А	Б	В
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

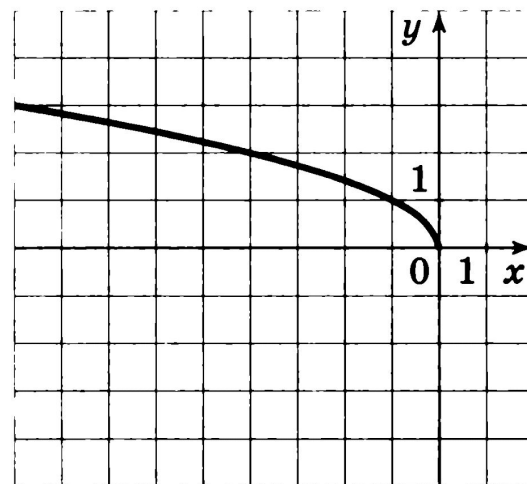
**№4**

На одном из рисунков изображен график функции  $y = \sqrt{-x}$ .  
Укажите номер этого рисунка.

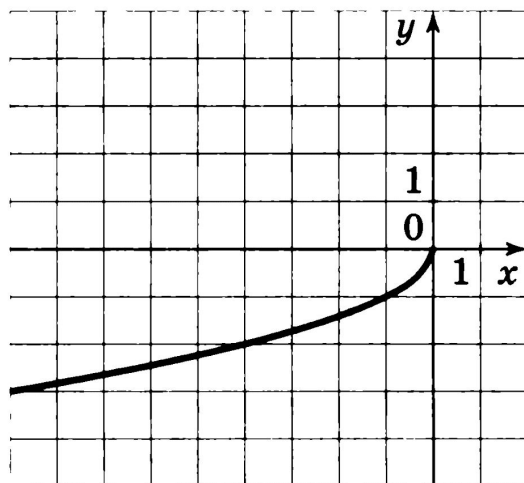
1)



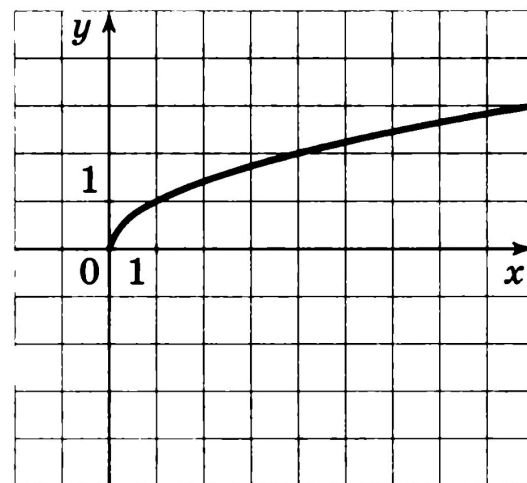
2)



3)



4)



№5

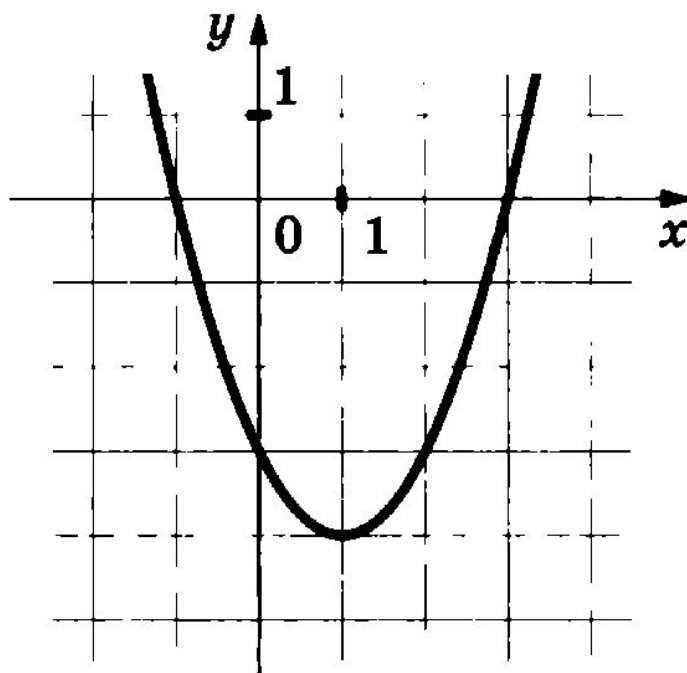
График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

1)  $y = x^2 - 2x - 3$

2)  $y = -x^2 + 2x + 3$

3)  $y = x^2 + 2x - 3$

4)  $y = -x^2 - 2x + 3$

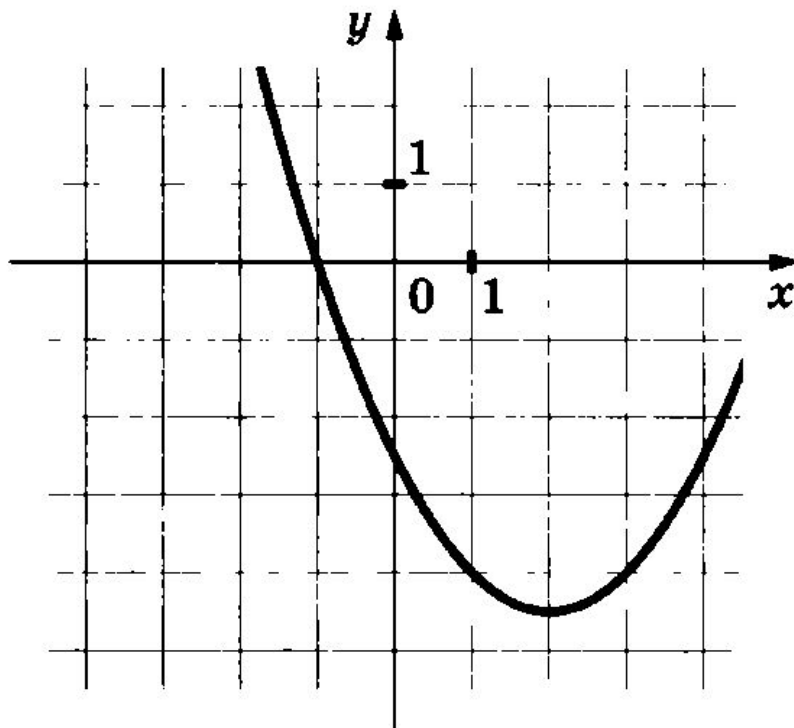




№6

На рисунке изображен график функции  $y = ax^2 + bx + c$ .

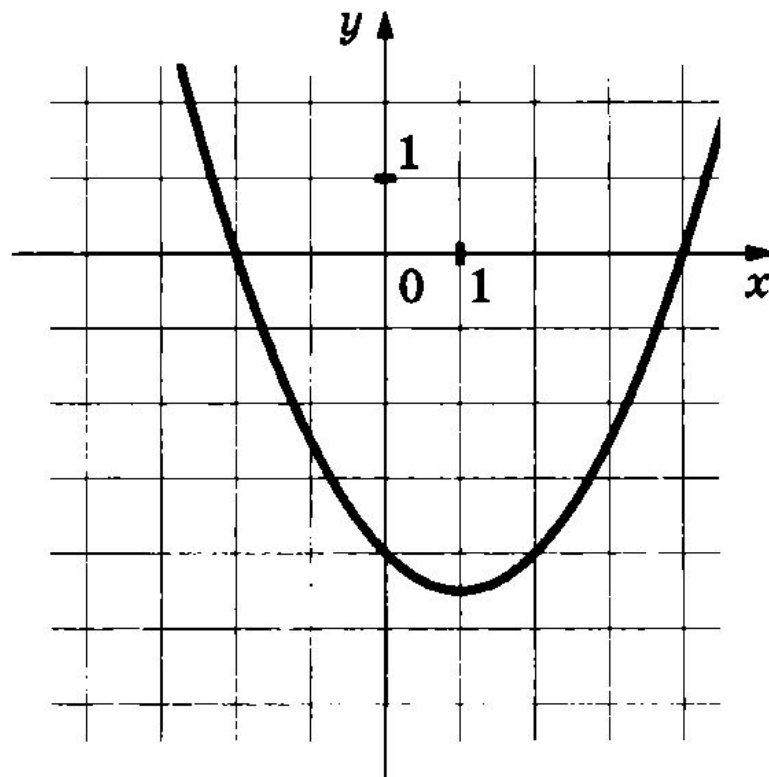
Чему равно  $\frac{-b}{2a}$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_

№7

На рисунке изображен график функции  $y = ax^2 + bx + c$ .  
Чему равно  $c$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_

# Ответы на вопросы теста.

№ вопроса	Ответ
1	3
2	1
3	2 1 3
4	3
5	1
6	2
7	-4

## Оценка за тест

7 ответов 5

6 ответов 4

4, 5 ответов 3

<4 ответов 2

