Моделирование производственного процесса промышленного предприятия

Туркина Александра Сергеевна

Научный руководитель:
к.ф.-м.н., доцент
Веденяпин Александр Дмитриевич

Рассмотрим волгоградский металлургический завод «Красный Октябрь». Этот завод состоит из ряда цехов, выпускающих различную продукцию. По величине потребления электроэнергии выделяется сталеплавильный цех (СПЦ). Также на заводе имеется кислородная станция, вырабатывающая кислород, который расходуется в СПЦ.

$\alpha_t V$ - количество кислорода, идущее в основное производство;

$\beta_t V$ - количество кислорода, идущее на хранение в газгольдер, где α_t и β_t - параметры, зависящие от t, $\alpha_t + \beta_t \leq 1$;

C_t - количество кислорода, идущее в основное производство из газгольдера;

$V(t)$ - максимальный выпуск кислорода в час;

Предприятие рассчитывается за потребление электроэнергии по единому тарифу. Но у завода есть возможность рассчитываться за электроэнергию по тарифу, дифференцированному по зонам суток. По этому предлагается способ снижения затрат по оплате электроэнергии.

Рассмотрим такую модель производства:

x(t) – производство кислорода,

$$\alpha_t V + \beta_t V = x(t);$$

y(t) – потребление кислорода СПЦ,

$$\alpha_t V + C_t = y(t);$$

Sg – стоимость газгольдера;

Суточные затраты на производство кислорода по дифференцированному тарифу:

$$\sum_{t=0}^{24} S_t(\alpha_t V + \beta_t V)$$

Затраты на потребляемый кислород по единому тарифу:

$$\sum_{t=0}^{24} S_0(\alpha_t V + C_t)$$

$$n\left(\sum_{t=0}^{24} S_0 y(t) - \sum_{t=0}^{24} S_t x(t)\right) - S_g = 0$$

где n-количество дней, через которое завод начнет получать прибыль.

Необходимо выполнение некоторых ограничений:

1) За сутки СПЦ должен израсходовать весь произведенный кислород

$$\sum_{t=0}^{24} (\beta_t V - C_t) = 0$$

2) В любой момент времени газгольдер не должен быть пустым

$$0 \le \sum_{t=0}^{t_0} (\beta_t V - C_t) < V_g$$

Затраты на приобретение газгольдера	Затраты на произ-во кислорода по единому тарифу	Затраты на произ-во кислорода по тарифу диф-му	Выигрыш за сутки	Кол-во дней окуп-ти затрат
500000	47460,6	44773,1	2687,46	187

Теперь рассмотрим практическую задачу минимизации затрат на потребление электроэнергии для выработки кислорода.

Зададим начальный $t_0 = 0$ и конечный $t_1 = 24$ моменты времени.

Суточные затраты на производство кислорода задаются так:

$$\int_0^{24} x(t)s(t)e^{-x'(t)}dt$$

где x(t) – производство кислорода в час;

s(t) – цены на электроэнергию, $x(0) = x_0$

$$x(24) = x_0$$

Сформулируем некоторые ограничения:

1) $$\int_0^{24}(x(t)-y(t))dt=0$$

y(t) – потребность в кислороде,

- это значит, что за сутки СПЦ должен израсходовать весь произведенный кислород;

2) $$0\le\int_0^{t}(x(t)-y(t))dt<V_g$$

- это ограничение на то, что в любой момент времени газгольдер не должен быть пустым,

V(t)-объем сохраненного газа, V(t)<Vg

Запишем уравнение Эйлера для данного функционала:

$$x''(t)x(t) - x'(t) - x(t)\frac{s'(t)}{s(t)} - 1 = 0$$

Так как s=const на любых отрезках времени, то s'=0, отсюда уравнение Эйлера примет вид:

$$x''(t)x(t) - x'(t) - 1 = 0$$

Это дифференциальное уравнение второго порядка, не содержащее явно независимой переменной.

Дифференциальное уравнение первого порядка, не разрешимое относительно производной:

$$(x'(t)+1)-\ln\left|x'(t)+1\right|=\ln\left|x(t)C\right|$$

где C=const.

Также отметим, что $\left|x'(t)+1\right|\neq 0$ и $\left|x(t)\right|\neq 0$

$$x'(t)\neq -1 \qquad x(t)\neq 0$$

Выражаем x(t), получаем $x(t)=C_1\dfrac{e^{x'(t)}}{(x'(t)+1)}$

$$t = C_1 \int \frac{e^k}{(k+1)^2} dk + C_2$$

В результате получили решение дифференциального уравнения в параметрическом виде:

$$x(k, C_1) = C_1 \frac{e^k}{(k+1)}$$

$$t(k, C_1, C_2) = C_1 \int \frac{e^k}{(k+1)^2} dk + C_2$$

где $k \neq -1$

Обозначим $\varphi(k) = \int \frac{e^k}{(k+1)^2} dk$

Из граничных условий: $x(0) = x_0$ и $x(24) = x_0$

имеем $C_1\varphi(k_0) + C_2 = 0$

$C_1\varphi(k_1) + C_2 = 24$

Отсюда получаем $\varphi(k_0) = -\frac{C_2}{C_1}$

$$\varphi(k_1) = \frac{24 - C_2}{C_1}$$

Так как функция $\varphi(k)$ строго возрастающая, у нее будет существовать обратная функция.

$$k_0 = \varphi^{-1}\left(\frac{-C_2}{C_1}\right)$$

$$k_1 = \varphi^{-1}\left(\frac{24-C_2}{C_1}\right)$$

Из граничных условий и k_0 , k_1 следует

$$x_0(k_0, C_1) = C_1 \frac{e^{\varphi^{-1}\left(\frac{-C_2}{C_1}\right)}}{\left(\frac{-C_2}{C_1}+1\right)}$$

$$x_1(k_1, C_1) = C_1 \frac{e^{\varphi^{-1}\left(\frac{24-C_2}{C_1}\right)}}{\left(\frac{24-C_2}{C_1}+1\right)}$$

Спасибо за внимание!