



Однородные тригонометрические уравнения

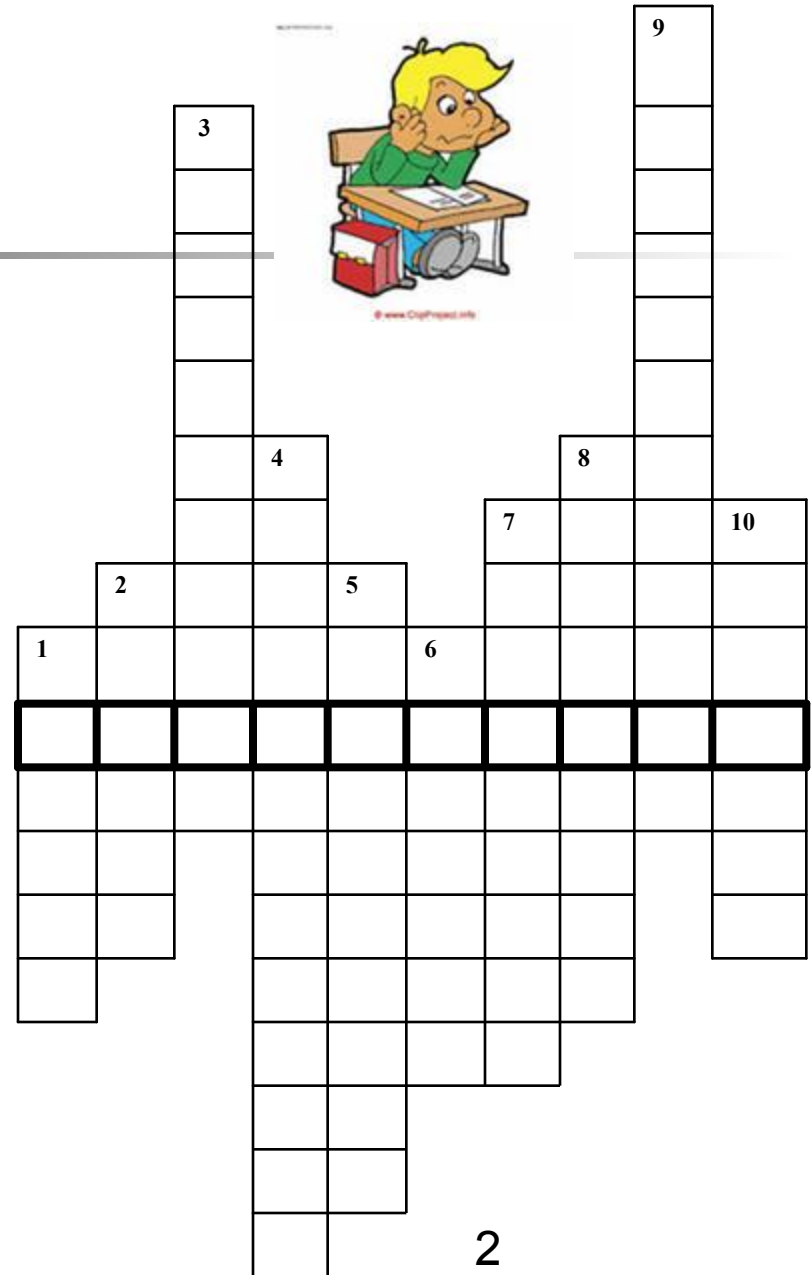


МОУ ВСОШ №1 г.Каменка
Челбаева Вера Александровна

Кроссворд



1. Значение переменной, обращающее уравнение в верное равенство
2. Единица измерения углов
3. Числовой множитель в произведении
4. Раздел математики, изучающий тригонометрические функции
5. Какая математическая модель необходима для введения тригонометрических функций?
6. Какая из тригонометрических функций чётная?
7. Как называется верное равенство?
8. Равенство с переменной
9. Уравнения, имеющие одинаковые корни
10. Множество корней уравнения



Однородные тригонометрические уравнения

- Определение 1. Уравнение вида $a \sin x + b \cos x = 0$ называют однородным тригонометрическим уравнением первой степени.
- Определение 2. Уравнение вида $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ называют однородным тригонометрическим уравнением второй степени.



Алгоритм решения однородных уравнений первой степени

- **Деление обеих частей уравнения на $\cos x$, $\cos x \neq 0$**
- **Пример** Решить уравнение $2 \sin x - 3 \cos x = 0$.

Решение. Разделив обе части уравнения почленно на $\cos x$, получим:

$$2 \operatorname{tg} x - 3 = 0; \quad \operatorname{tg} x = \frac{3}{2}; \quad x = \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi n.$$

Ответ: $x = \operatorname{arctg} \frac{3}{2} + \pi n.$





Решить самостоятельно:

Вариант 1

Решите уравнение $\sqrt{3} \sin 4x + \cos 4x = 0$ и найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Вариант 2

Решите уравнение $\sqrt{3} \sin 6x - 3 \cos 6x = 0$ и найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.



Алгоритм решения однородного тригонометрического уравнения второй степени

Алгоритм решения уравнения

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$$

1. Посмотреть, есть ли в уравнении член $a \sin^2 x$.
2. Если член $a \sin^2 x$ в уравнении содержится (т. е. $a \neq 0$), то уравнение решается делением обеих его частей на $\cos^2 x$ и последующим введением новой переменной $z = \operatorname{tg} x$.
3. Если член $a \sin^2 x$ в уравнении не содержится (т. е. $a = 0$), то уравнение решается методом разложения на множители: за скобки выносят $\cos x$.



Однородные тригонометрические уравнения второй степени

- **Пример 2.** Решить уравнение $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 0$.

Решение. Разделив обе части уравнения почленно на $\cos^2 x$, получим:

$$\operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 2 = 0.$$

Введя новую переменную $z = \operatorname{tg} x$, получим:

$$z^2 - 3z + 2 = 0;$$

$$z_1 = 1, z_2 = 2.$$

Значит, либо $\operatorname{tg} x = 1$, либо $\operatorname{tg} x = 2$. Из уравнения $\operatorname{tg} x = 1$ находим:

$$x = \operatorname{arctg} 1 + \pi n, \text{ т. е. } x = \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

Из уравнения $\operatorname{tg} x = 2$ находим: $x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, x = \operatorname{arctg} 2 + \pi n$.



Однородные тригонометрические уравнения второй степени

- **Пример 3.** Решить уравнение $\sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$.

Решение. Здесь отсутствует член вида $a \sin^2 x$, значит, делить обе части уравнения на $\cos^2 x$ нельзя. Решим уравнение методом разложения на множители:

$$\cos x (\sqrt{3} \sin x + \cos x) = 0;$$

$$\cos x = 0 \quad \text{или} \quad \sqrt{3} \sin x + \cos x = 0.$$

Из первого уравнения находим: $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$.

Второе уравнение — однородное тригонометрическое уравнение первой степени. Решим его с помощью почленного деления обеих частей уравнения на $\cos x$:

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 0; \quad \sqrt{3} \operatorname{tg} x + 1 = 0;$$

$$\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}; \quad x = \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \pi n; \quad x = -\frac{\pi}{6} + \pi n.$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, x = -\frac{\pi}{6} + \pi n; n \in \mathbf{Z}$.





Решить самостоятельно:

Вариант 1

- 1. $\sin^2 x + \sin x \cos x = 0$
- 2. $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0;$

Вариант 2

- 1. $\sin^2 x = 3 \sin x \cos x$
- 2. $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0;$

