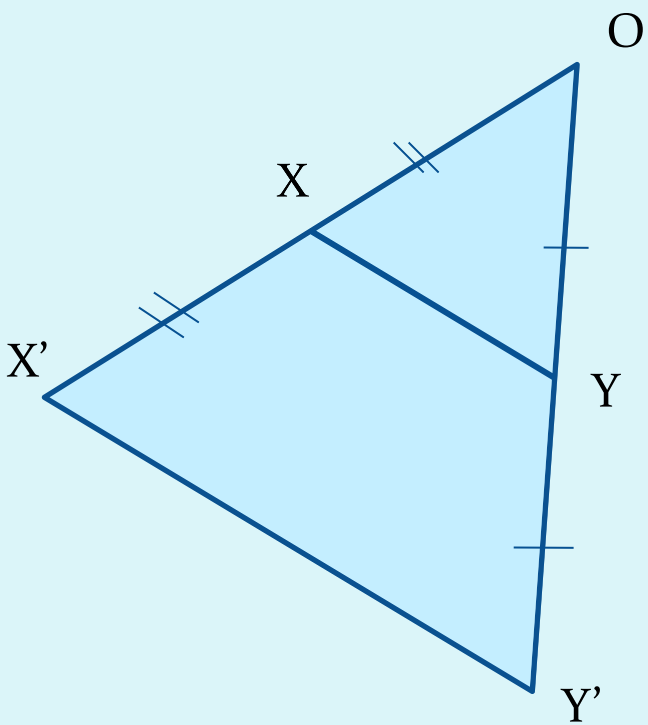
Геометрия.
Подобие треугольников.

Определение!
Преобразование фигуры F в фигуру F’ – называется преобразованием **подобия**, если при этом расстояние между точками изменяется в одно и тоже число раз.

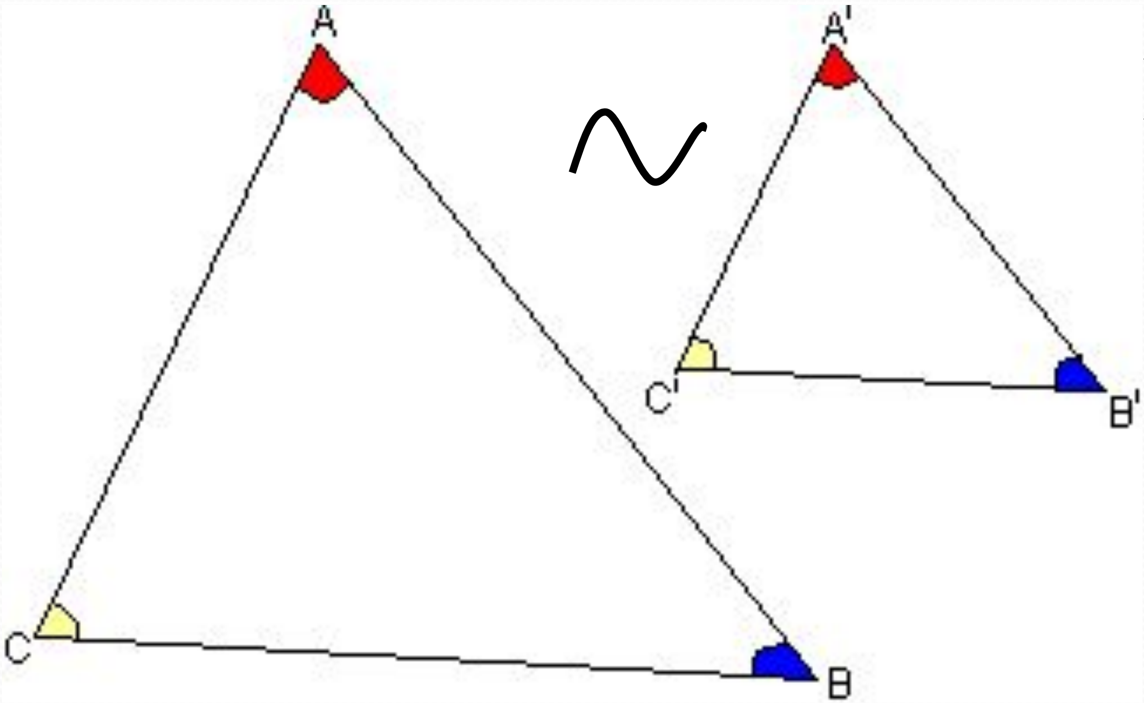


x’y’=2xy
x’y’=kxy

k>0 ***гомотетия*** есть преобразование подобия.

Определение!

Два треугольника подобны, если у них соответствующие углы равны, а стороны пропорциональны.

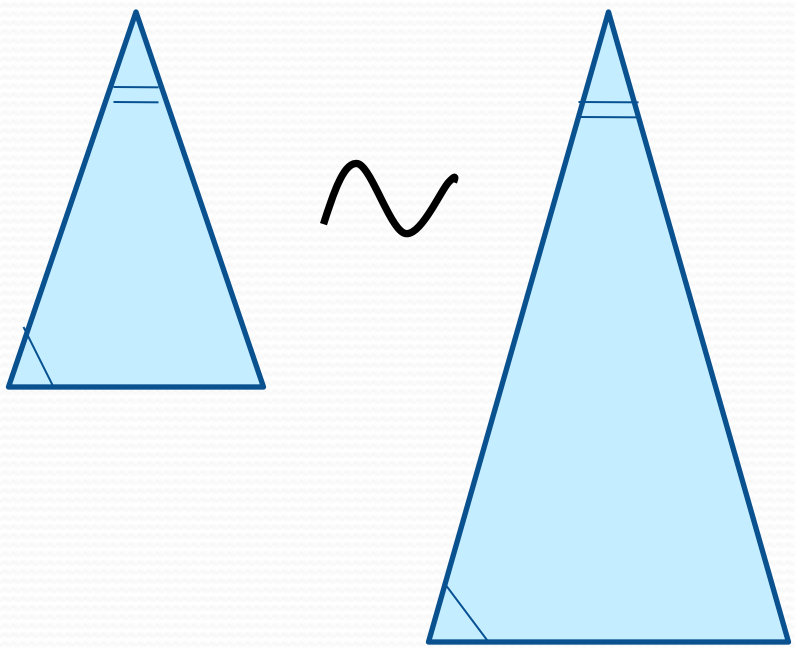


$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Теорема!

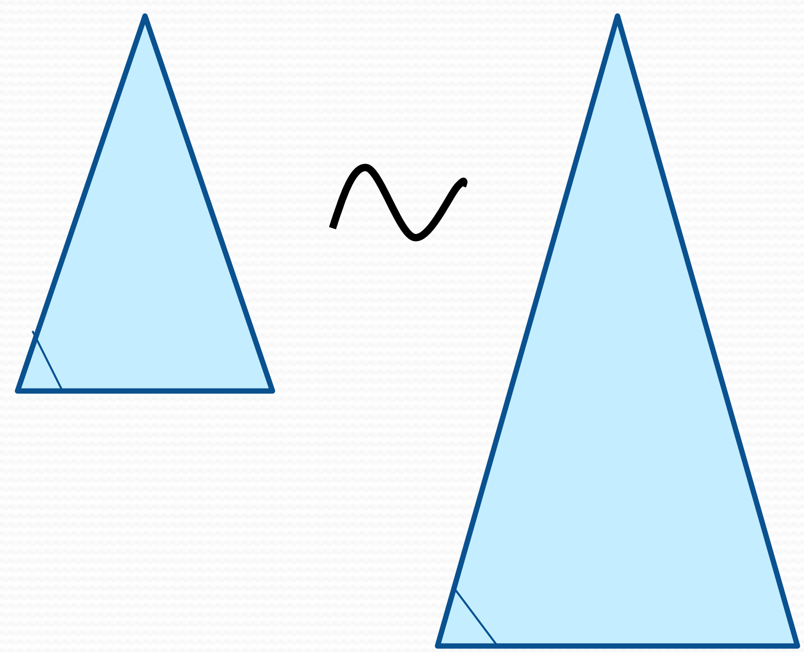
I признак подобия

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.



II признак подобия

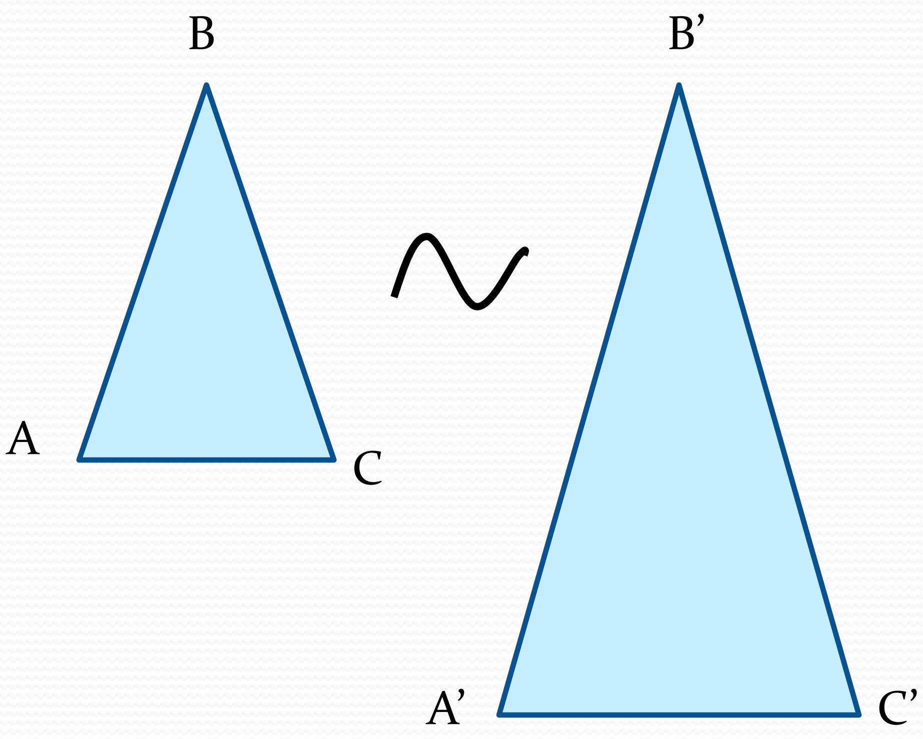
Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника, а углы, образованные этими сторонами равны, то эти треугольники подобны.



<u>Теорема!</u>

III признак подобия

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то эти треугольники подобны.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = К$$

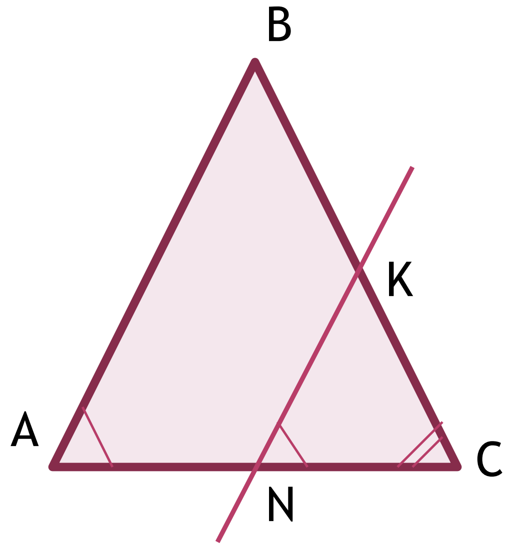
Теорема!

Прямая, параллельная одной из сторон треугольника, отсекает треугольник, подобный данному.

Дано:
△ ABC
NK //AB

Доказать:

△NKC ∼ △ ABC



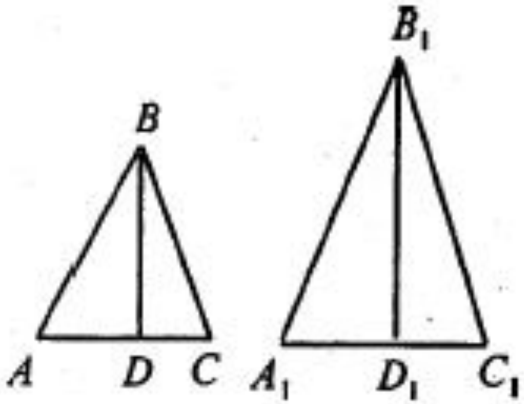
Рассмотрим △ NKC и △ ABC

∠ C – общий
∠ BAC = ∠ KNC – как соответственные при параллельных AB, NK и секущей AC.

⇓

△NKC ∼ △ ABC по двум углам.

Докажите, что соответствующие высоты подобных треугольников относятся как соответствующие стороны.



$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$. Пусть BD — высота ΔABC, B_1D_1 — высота $\Delta A_1B_1C_1$.

Рассмотрим ΔABD и $\Delta A_1B_1D_1$.

а) $\angle A = \angle A_1$ (так как $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$);

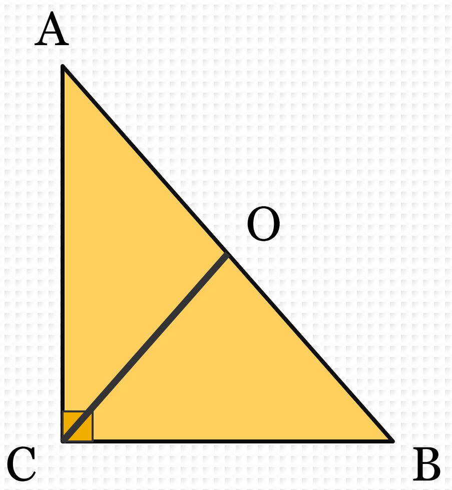
б) $\angle D = \angle D_1$ (прямые углы).

Значит, $\Delta ABD \sim \Delta A_1B_1D_1$ (по двум углам), то есть:

$$\frac{B_1D_1}{BD} = \frac{A_1B_1}{AB}.$$

Что и требовалось доказать.

Подобие прямоугольных треугольников.



Теорема!

Для подобия двух прямоугольных треугольников достаточно, чтобы у них было по равному острому углу.

$$CO = \sqrt{AO \cdot BO}$$

$$CB = \sqrt{AB \cdot OB}$$

$$AC = \sqrt{AB \cdot AO}$$

А теперь решим задачи!

1. В треугольниках ABC и KMN $\angle A = \angle M$, $\angle C = \angle N$, $AC = 6$ см, $MN = 2$ см, $AB = 3{,}3$ см. Сторона BC больше стороны KN на 3,2 см. Найдите неизвестные стороны треугольников.

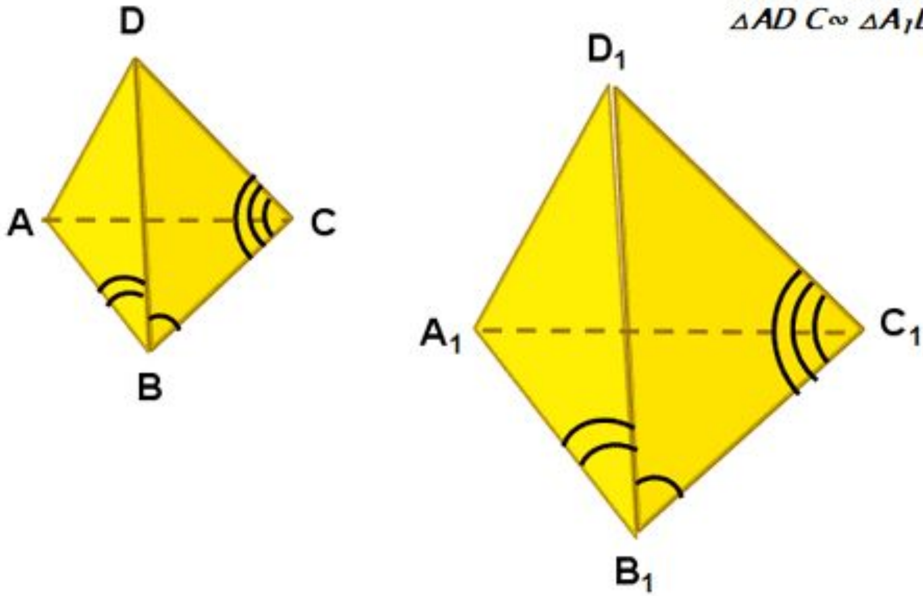
2. Прямая DE, параллельная стороне AC треугольника ABC, отсекает от него треугольник DBE, стороны которого в три раза меньше сторон треугольника ABC. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь трапеции $ADEC$ равна 24 см^2.

3. Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Площади треугольников BOC и AOD относятся как 1:9. Диагонали трапеции 16 см и 24 см. Найдите длины отрезков, на которые точка O делит диагонали.

4.

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$
$\angle DBC = \angle D_1B_1C_1$
$\angle DCB = \angle D_1C_1B_1$
$\angle ABD = \angle A_1B_1D_1$

Доказать: $\triangle ABD \sim \triangle A_1B_1D_1$
$\triangle BDC \sim \triangle B_1D_1C_1$
$\triangle ADC \sim \triangle A_1D_1C_1$



Работа выполнена
ученицами 9 класса «А»
школы № 531
Черноморцевой Викторией
Овсепян Дианой.