Принцип Дирихле

Проект обучающихся в 6А классе
Жаворонкова Павла и Касьянова Романа.
Руководитель: учитель математики высшей категории,
Отличник народного просвещения Разумова Зинаида Андреевна.

Наш проект - учебный, практического применения.

В школьном туре олимпиады встретилась задача.

Мы решили изучить подробнее этот вопрос:
- Познакомились с литературой по этой теме.
- Рассмотрели исторический материал.
- Изучили принцип Дирихле.
- Подготовили реферат и презентацию.
- Научились применять его при решении задач.
- Планируем выступить перед учащимися 6 классов.

Биография

Дирихле родился в вестфальском городе Дюрене в семье почтмейстера.

В 12 лет Дирихле начал учиться в гимназии в Бонне, спустя два года в иезуитской гимназии в Кёльне, где в числе прочих преподавателей его учил Георг Ом.

С 1822 по 1827 г. жил в качестве домашнего учителя в Париже, где вращался в кругу Фурье.

Биография

- В 1827г. устраивается на должность приватдоцента университета Бреслау (Вроцлав).
- В 1829 г. он перебирается в Берлин, где проработал непрерывно 26 лет, сначала как доцент.
- Затем с 1831 г. как экстраординарный профессор.
- С 1839 г. как ординарный профессор Берлинского университета.

В 1855 г. Дирихле становится в качестве преемника Гаусса профессором высшей математики в Гёттингенском университете.

Принцип Дирихле

Принцип Дирихле устанавливает связь между объектами и контейнерами при выполнении определённых условий.

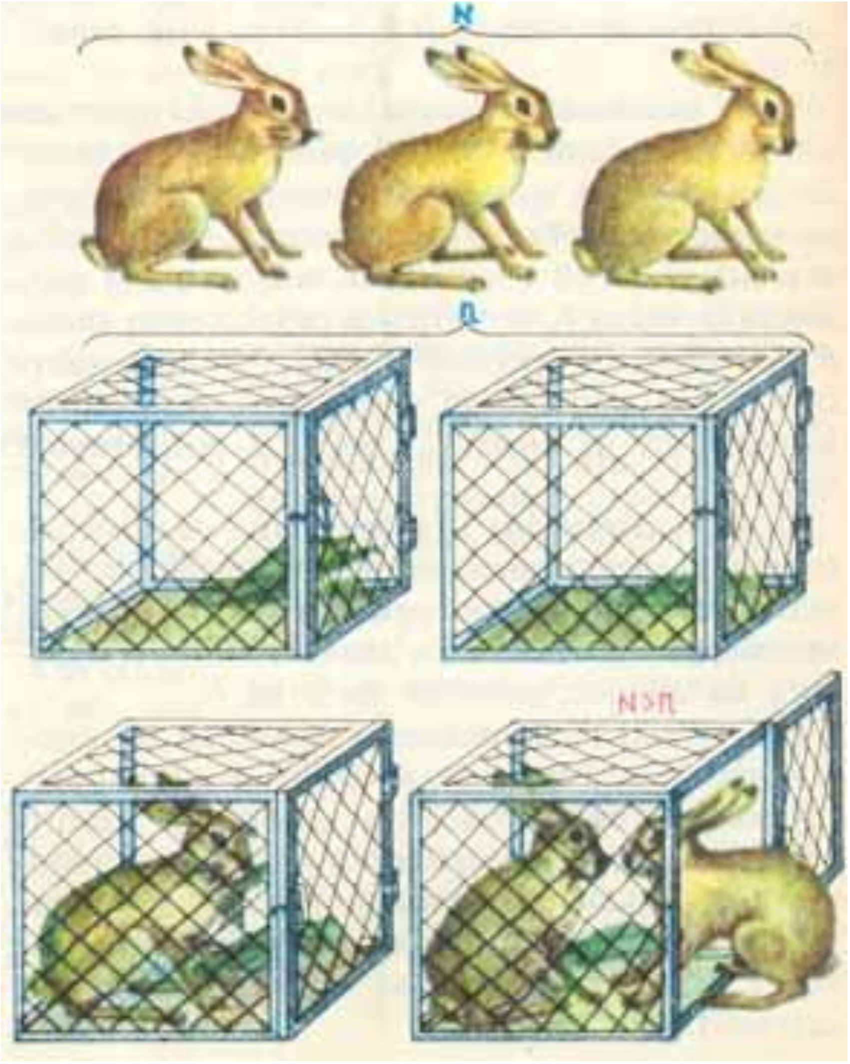
Принцип Дирихле

Если в n клеткам сидит m зайцев,

причем m > n,

то хотя бы в одной клетке сидят,

по крайней мере, два зайца.



Принцип Дирихле

Принцип Дирихле

Если в n клетках

сидит m голубей,

причем $m < n$,

то хотя бы в одна клетка

останется свободной.

Обобщенный принцип Дирихле

Предположим, m зайцев рассажены в n клетках. Тогда если $m > n$, то хотя бы в одной клетке содержится **не менее** $m:n$ зайцев, а также хотя бы в одной другой клетке содержится **не более** $m:n$ зайцев.

Задача 1.

В классе 15 учеников. Докажите, что найдутся как минимум 2 ученика, отмечающих дни рождения в один месяц.

Решение:

Пусть 15 учеников будут «зайцы». Тогда «клетками» будут месяцы года, их 12. Так как 15>12, то, по принципу Дирихле, найдется, как минимум, одна «клетка», в которой будет сидеть, по крайней мере, 2 «зайца».

Ответ:

Найдется месяц, в котором будут отмечать дни рождения не менее 2 учеников класса.

Задача 2.

В ковре размером 3х3 метра Коля проделал 8 дырок. Докажите, что из него можно вырезать коврик размером 1х1 метр, не содержащий внутри себя дырок.

Решение:

Разрежем ковер на 9 ковриков размерами 1х1 метр, Так как ковриков - «клеток» - 9, а дырок - «голубей» - 8.

Ответ:

Найдется коврик без дырок внутри.

Задача 3.

В 3А классе учится 27 школьников, знающих всего 109 стихотворений. Докажите, что найдется школьник, знающий не менее 5 стихотворений.

Решение:

Предположим, что каждый школьник знает не более 4 стихотворений. Значит, 27 школьников знают не более $4 \cdot 27 = 108$(стихотворений)

Ответ:

Значит найдется школьник, знающий не менее 5 стихотворений.

Задача 4.

В городе 15 школ. В них обучается 6015 школьников. В концертном зале городского Дворца культуры 400 мест. Доказать, что найдётся школа, ученики которой не поместятся в этот зал.

Решение:

Предположим, что в каждой школе не более 400 учеников. Значит во всех школах 15 • 400= 6000(школьников).

Ответ:

Поэтому ученики этой школы не поместятся в зал на 400 мест.

Задача 5.

В школе 5 восьмых классов: 8А, …, 8Д. В каждом из них учится по 32 человека. Докажите, что найдутся 14 человек, родившихся в один месяц.

Решение:

Предположим, что в каждом месяце родилось не более 13 учеников. Значит за 12 месяцев родилось 12•13=156(школьников). Но по условию в школе обучается 5•32=160(человек).

Ответ:

Значит, найдется месяц, в котором родилось больше, чем 13 учеников, то есть хотя бы 14.

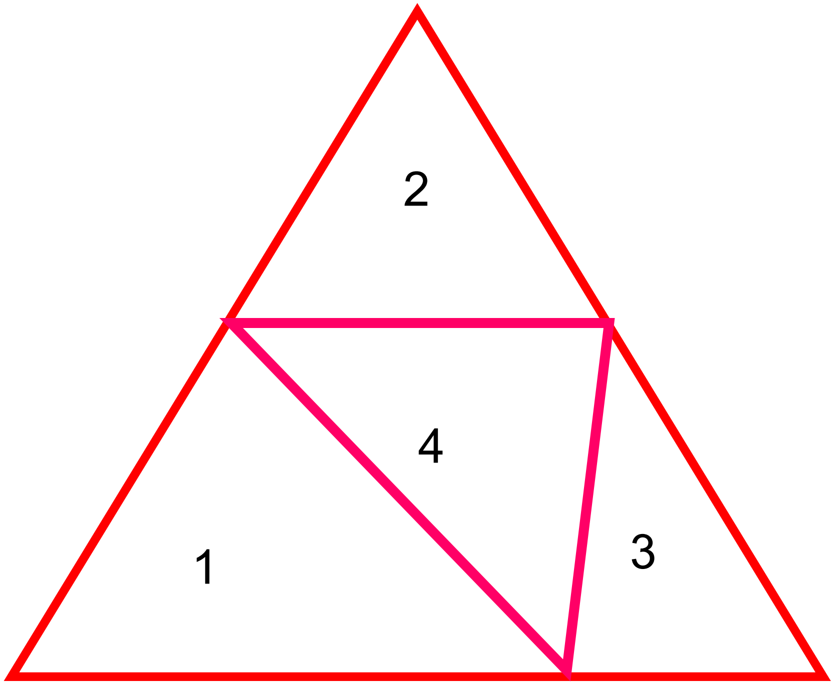
Задача 6.

Внутри равностороннего треугольника со стороной 1см расположено 5 точек. Докажите, что расстояние между некоторыми двумя из них меньше 0,5см.

Решение:

Можно получить 4 «клетки», разбив равносторонний треугольник с помощью проведения отрезков, соединяющих середину сторон. Тогда получим 4 равносторонних треугольника со сторонами по 0,5 см, которые и будут у нас «клетками».

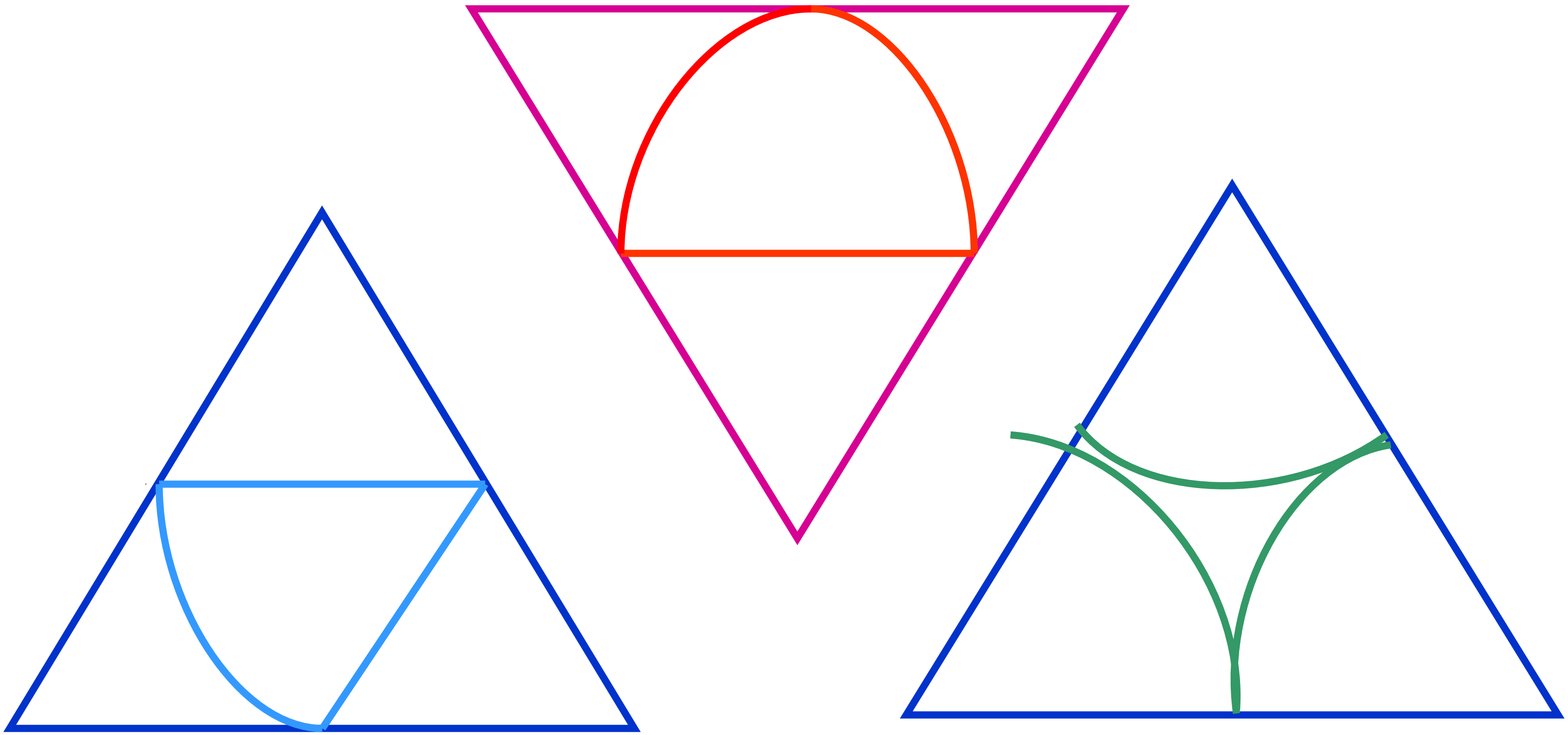
Задача 6.



Треугольники – «клетки»,
5 точек – 5 «зайцев».

5>4, по принципу Дирихле, найдется равносторонний треугольник со стороной 0,5см, в который попадут не менее двух точек.

Задача 6.

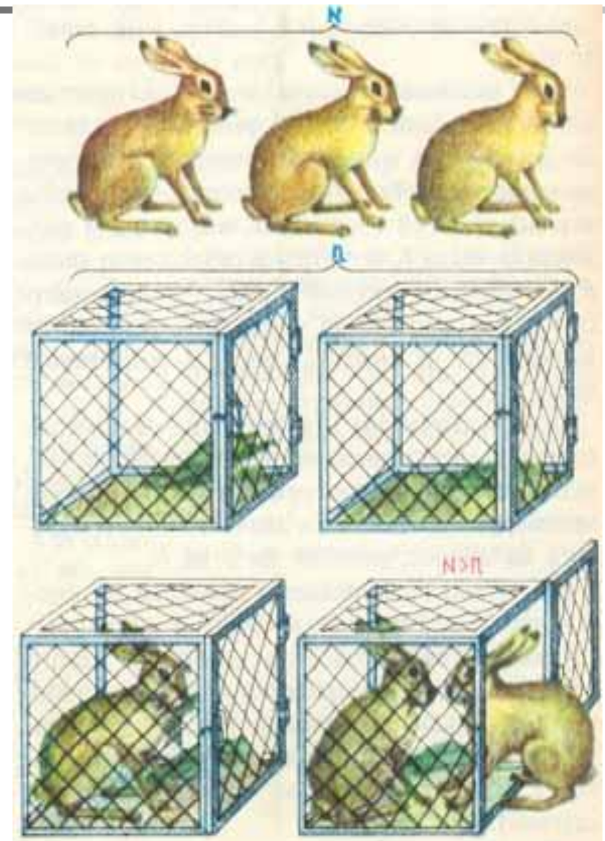


Выводы:

Таким образом, применяя данный метод, надо:

- **Определить, что удобно в задаче принять за «клетки», а что за «зайцев».**
- **Получить «клетки»; чаще всего «клеток» меньше (больше), чем «зайцев» на одну (или более).**
- **Выбрать для решения требуемую формулировку принципа Дирихле.**
- **Принцип Дирихле важен, интересен, полезен. Его можно применять в повседневной жизни, что развивает логическое мышление.**
- **Многие олимпиадные задачи решаются, используя это специальный метод. Он дает возможность обобщать.**

Спасибо за внимание!


N
n
N>n

Задача 6.