

# Принцип Дирихле

Проект обучающихся в 6А классе  
Жаворонкова Павла и Касьянова Романа.

Руководитель: учитель математики высшей категории,  
Отличник народного просвещения Разумова Зинаида Андреевна.



Наш проект - учебный, практического применения.

---

В школьном туре олимпиады встретилась задача.

Мы решили изучить подробнее этот вопрос:

- Познакомились с литературой по этой теме.
- Рассмотрели исторический материал.
- Изучили принцип Дирихле.
- Подготовили реферат и презентацию.
- Научились применять его при решении задач.
- Планируем выступить перед учащимися 6 классов.

# Биография



***Дирихле родился в вестфальском городе Дюрене в семье почтмейстера.***

***В 12 лет Дирихле начал учиться в гимназии в Бонне, спустя два года в иезуитской гимназии в Кёльне, где в числе прочих преподавателей его учил Георг Ом.***

***С 1822 по 1827 г. жил в качестве домашнего учителя в Париже, где вращался в кругу Фурье.***



# Биография



- ***В 1827г. устраивается на должность приватдоцента университета Бреслау (Вроцлав).***
- ***В 1829 г. он перебирается в Берлин, где проработал непрерывно 26 лет, сначала как доцент.***
- ***Затем с 1831 г. как экстраординарный профессор.***
- ***С 1839 г. как ординарный профессор Берлинского университета.***

***В 1855 г. Дирихле становится в качестве преемника Гаусса профессором высшей математики в Гёттингенском университете.***



# Принцип Дирихле



***Принцип Дирихле устанавливает связь между объектами и контейнерами при выполнении определённых условий.***

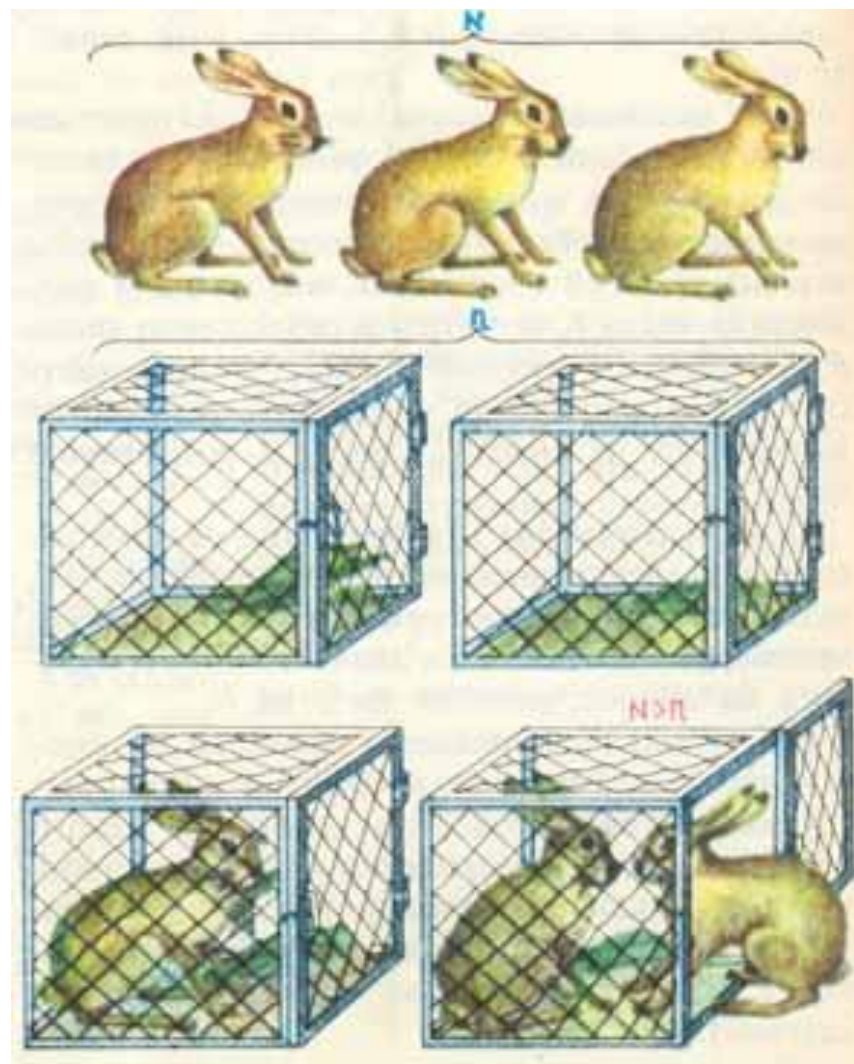
# Принцип Дирихле

Если в  $n$  клетках сидит  $m$  зайцев,

причем  $m > n$ ,

*то хотя бы в одной клетке сидят,*

*по крайней мере, два зайца.*



# Принцип Дирихле



В первой тарелке 3 яблока



В первой и пятой тарелках по 2 яблока

# Принцип Дирихле



Если в  $n$  клетках  
сидит  $m$  голубей,

причем  $m < n$ ,

*то хотя бы в одна клетка  
останется свободной.*





# Обобщенный принцип Дирихле

Предположим,  $m$  зайцев рассажены в  $n$  клетках. Тогда если  $m > n$ , то хотя бы в одной клетке содержится **не менее**  $m:n$  зайцев, а также хотя бы в одной другой клетке содержится **не более**  $m:n$  зайцев.

# Задача 1.



В классе 15 учеников. Докажите, что найдутся как минимум 2 ученика, отмечающих дни рождения в один месяц.

Решение:

Пусть 15 учеников будут «зайцы». Тогда «клетками» будут месяцы года, их 12. Так как  $15 > 12$ , то, по принципу Дирихле, найдется, как минимум, одна «клетка», в которой будет сидеть, по крайней мере, 2 «зайца».

Ответ:

Найдется месяц, в котором будут отмечать дни рождения не менее 2 учеников класса.

## Задача 2.



В ковре размером  $3 \times 3$  метра Коля проделал 8 дырок. Докажите, что из него можно вырезать коврик размером  $1 \times 1$  метр, не содержащий внутри себя дырок.

Решение:

Разрежем ковер на 9 ковриков размерами  $1 \times 1$  метр, Так как ковриков - «клеток» - 9, а дырок - «голубей» - 8.

Ответ:

Найдется коврик без дырок внутри.



## Задача 3.

В 3А классе учится 27 школьников, знающих всего 109 стихотворений. Докажите, что найдется школьник, знающий не менее 5 стихотворений.

Решение:

Предположим, что каждый школьник знает не более 4 стихотворений. Значит, 27 школьников знают не более  $4 \cdot 27 = 108$  (стихотворений)

Ответ:

Значит найдется школьник, знающий не менее 5 стихотворений.

# Задача 4.



В городе 15 школ. В них обучается 6015 школьников. В концертном зале городского Дворца культуры 400 мест. Доказать, что найдётся школа, ученики которой не поместятся в этот зал.

Решение:

Предположим, что в каждой школе не более 400 учеников. Значит во всех школах  $15 \cdot 400 = 6000$  (школьников).

Ответ:

Поэтому ученики этой школы не поместятся в зал на 400 мест.

# Задача 5.



В школе 5 восьмых классов: 8А, ..., 8Д. В каждом из них учится по 32 человека. Докажите, что найдутся 14 человек, родившихся в один месяц.

Решение:

Предположим, что в каждом месяце родилось не более 13 учеников. Значит за 12 месяцев родилось  $12 \cdot 13 = 156$  (школьников). Но по условию в школе обучается  $5 \cdot 32 = 160$  (человек).

Ответ:

Значит, найдется месяц, в котором родилось больше, чем 13 учеников, то есть хотя бы 14.

## Задача 6.

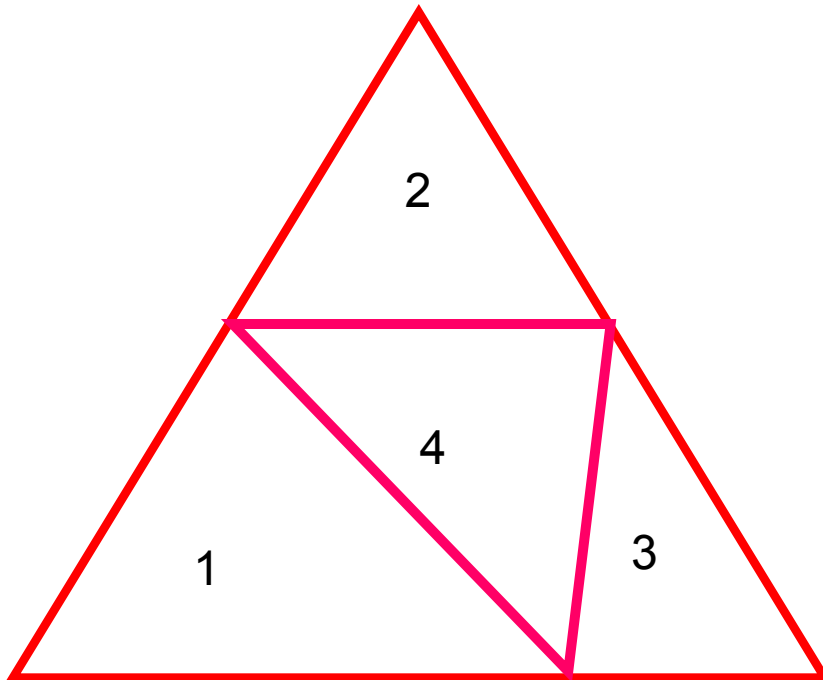


Внутри равностороннего треугольника со стороной 1 см расположено 5 точек. Докажите, что расстояние между некоторыми двумя из них меньше 0,5 см.

Решение:

Можно получить 4 «клетки», разбив равносторонний треугольник с помощью проведения отрезков, соединяющих середину сторон. Тогда получим 4 равносторонних треугольника со сторонами по 0,5 см, которые и будут у нас «клетками».

# Задача 6.

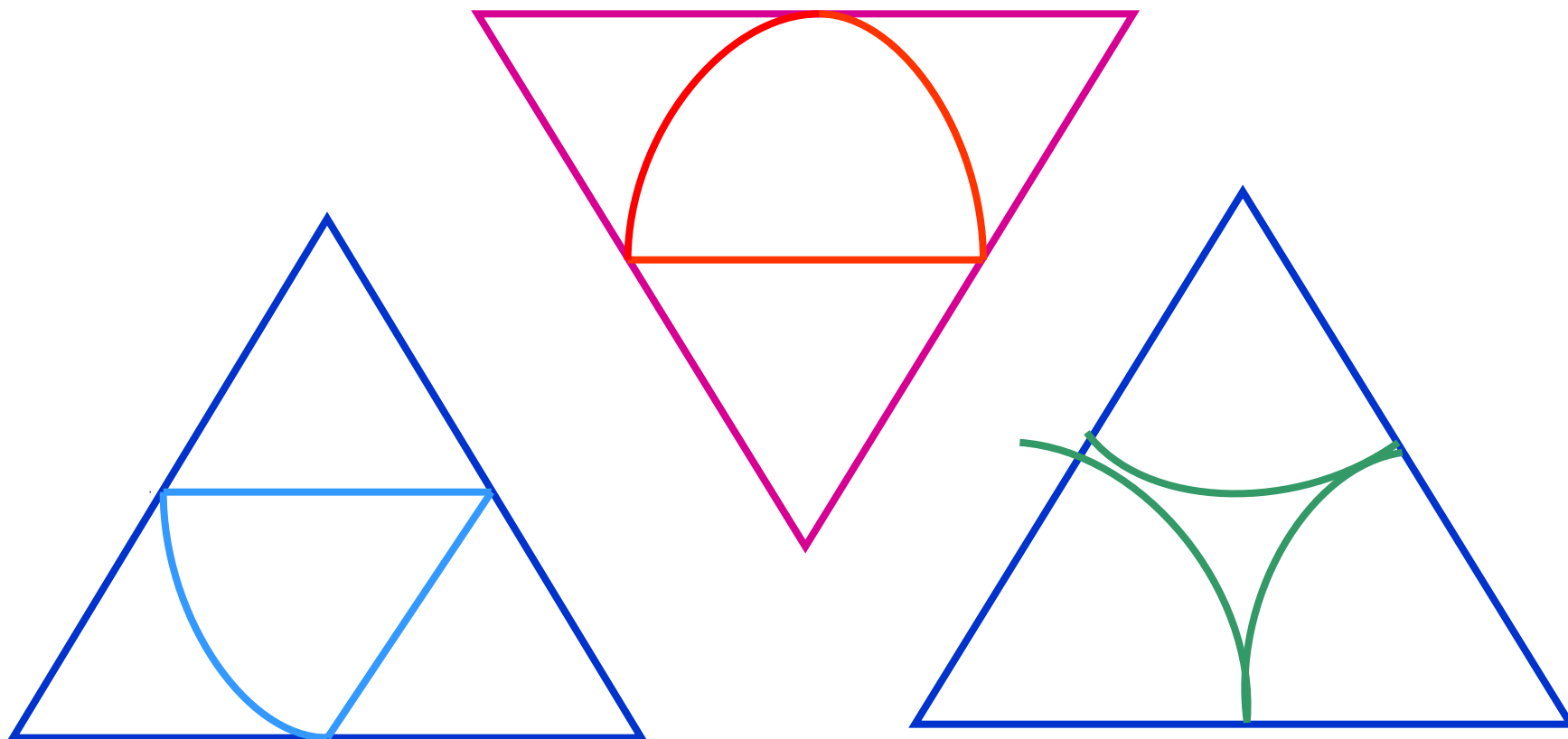


Треугольники – «клетки»,  
5 точек – 5 «зайцев».

$5 > 4$ , по принципу Дирихле,  
найдется равносторонний  
треугольник со стороной  
0,5см, в который попадут  
не менее двух точек.



# Задача 6.





# Выводы:

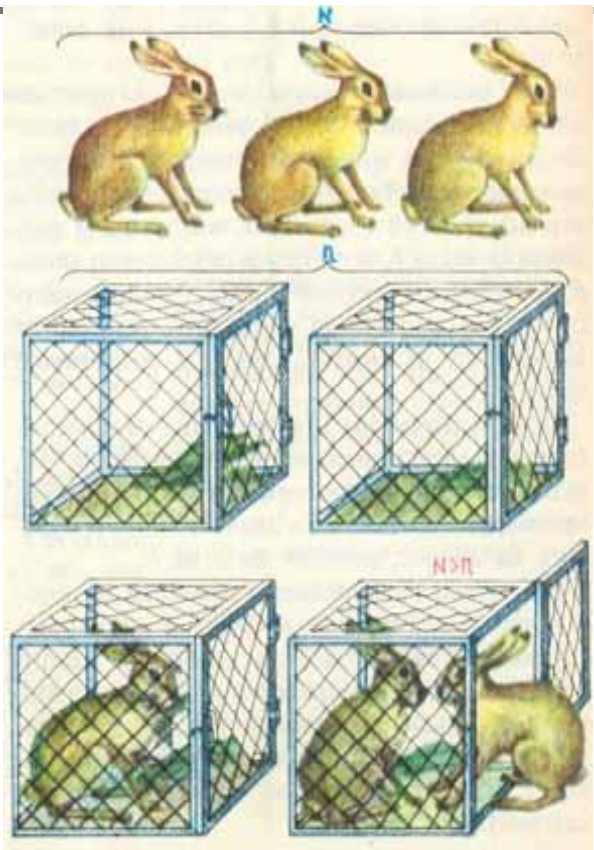
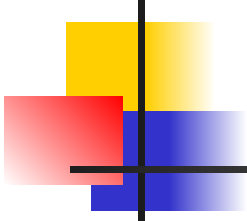
---

**Таким образом, применяя данный метод, надо:**

- **Определить, что удобно в задаче принять за «клетки», а что за «зайцев».**
- **Получить «клетки»; чаще всего «клеток» меньше (больше), чем «зайцев» на одну (или более).**
- **Выбрать для решения требуемую формулировку принципа Дирихле.**
- ■ **Принцип Дирихле важен, интересен, полезен. Его можно применять в повседневной жизни, что развивает логическое мышление.**
- ■ **Многие олимпиадные задачи решаются, используя это специальный метод. Он дает возможность обобщать.**

С п а с и б о з а в н и м а н и е !





# Задача 6.

