Тригонометрия

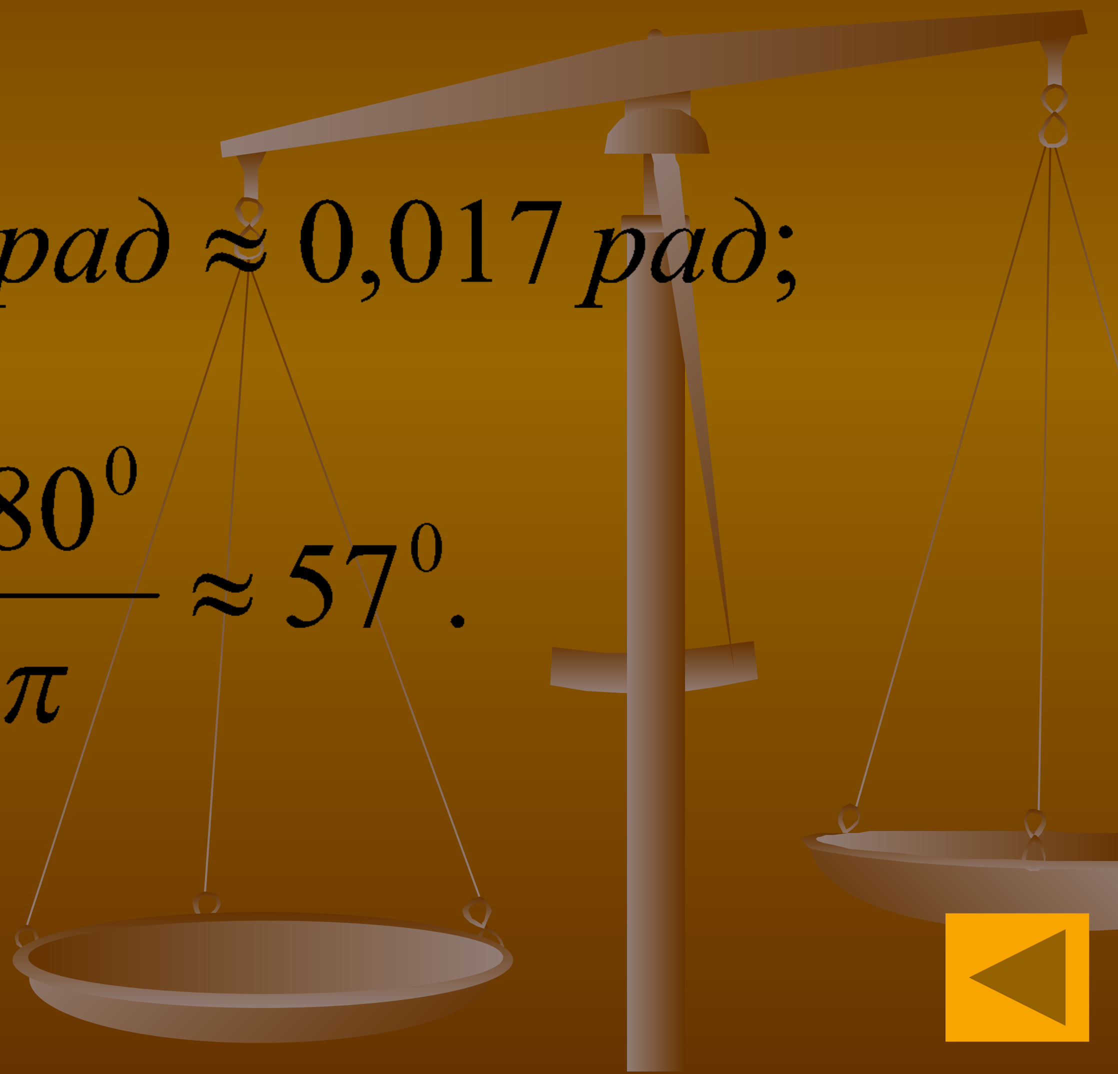
Урок алгебры в 10 классе

Содержание

Соотношение между градусной и радианной мерами угла

$$1^0 = \frac{\pi}{180}\,рад \approx 0{,}017\,рад;$$

$$1\,рад = \frac{180^0}{\pi} \approx 57^0.$$



Соотношения между функциями одного аргумента

$$1.\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$2.\ tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$3.\ ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$4.\ 1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$5.\ 1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$6.\ tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$$

Значения тригонометрических функций

α / Функция	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
sinα	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
cosα	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tgα	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
ctgα	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-

Функции двойного и тройного аргументов

$$1.\ \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$2.\ \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$3.\ tg\,2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

$$4.\ \sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$5.\ \cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$6.\ tg\,3\alpha = \frac{3tg\alpha - tg^3\alpha}{1-3tg^2\alpha}$$

Формулы сложения

$$1.\ \sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$

$$2.\ \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta$$

$$3.\ \cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

$$4.\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

$$5.\ tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha\cdot tg\beta}$$

$$6.\ tg(\alpha-\beta)=\frac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha\cdot tg\beta}$$

Формулы приведения

-tga

φ	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	$tg\varphi$	$ctg\varphi$
$\alpha+2\pi n$	sina	cosa	tga	ctga
$-\alpha$	-sina	cosa	-tga	-ctga
$\pi-\alpha$	sina	-cosa	-tga	-ctga
$\pi+\alpha$	-sina	-cosa	tga	ctga
$\frac{\pi}{2}-\alpha$	cosa	sina	ctga	tga
$\frac{\pi}{2}+\alpha$	cosa	-sina	-ctga	-tga
$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	-cosa	sina	ctga	tga
$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	-cosa	-sina	-ctga	-tga

Функции половинного аргумента

$$1.\ \sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$2.\ \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$3.\ tg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$$

$$4.\ tg\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

$$5.\ tg\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Формулы суммы и разности одноимённых функций

$$1.\ \sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$2.\ \sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$3.\ \cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$4.\ \cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$5.\ tg\alpha\pm tg\beta=\frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$$

$$6.\ ctg\alpha\pm ctg\beta=\frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$$

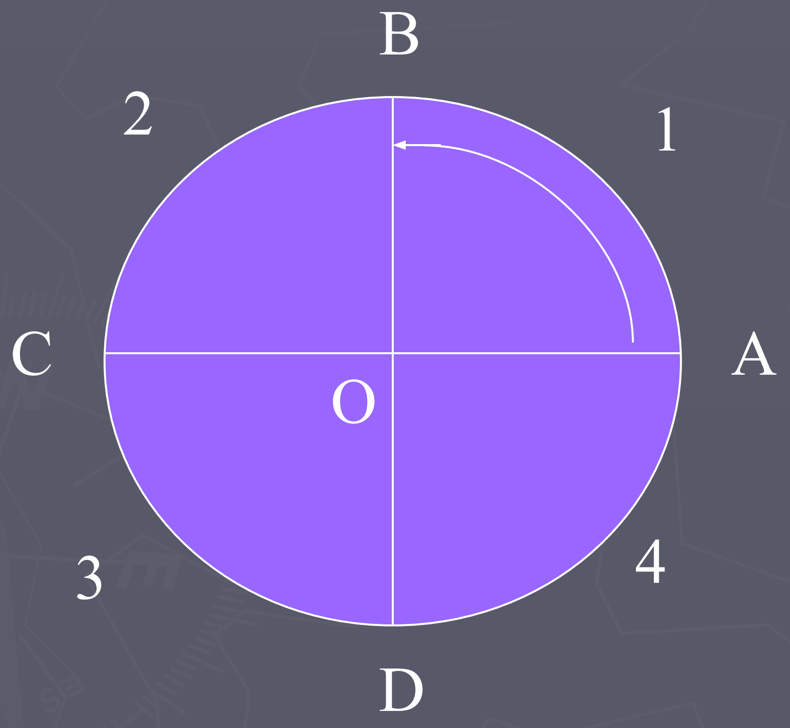
Формулы преобразования произведения в сумму

$$1.\ \sin\alpha\cdot\cos\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2}$$

$$2.\ \sin\alpha\cdot\sin\beta=\frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}$$

$$3.\ \cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{2}$$

Числовая окружность



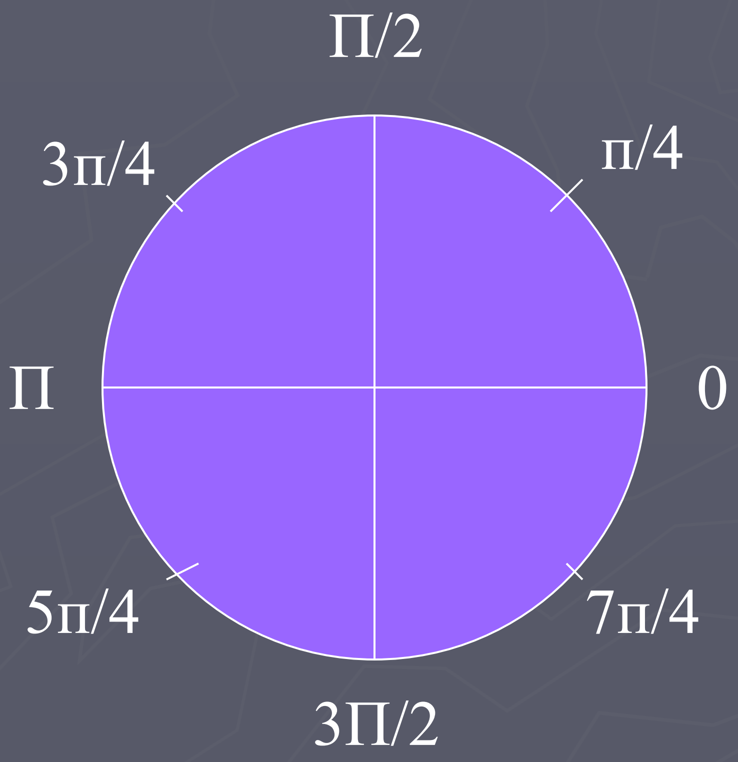
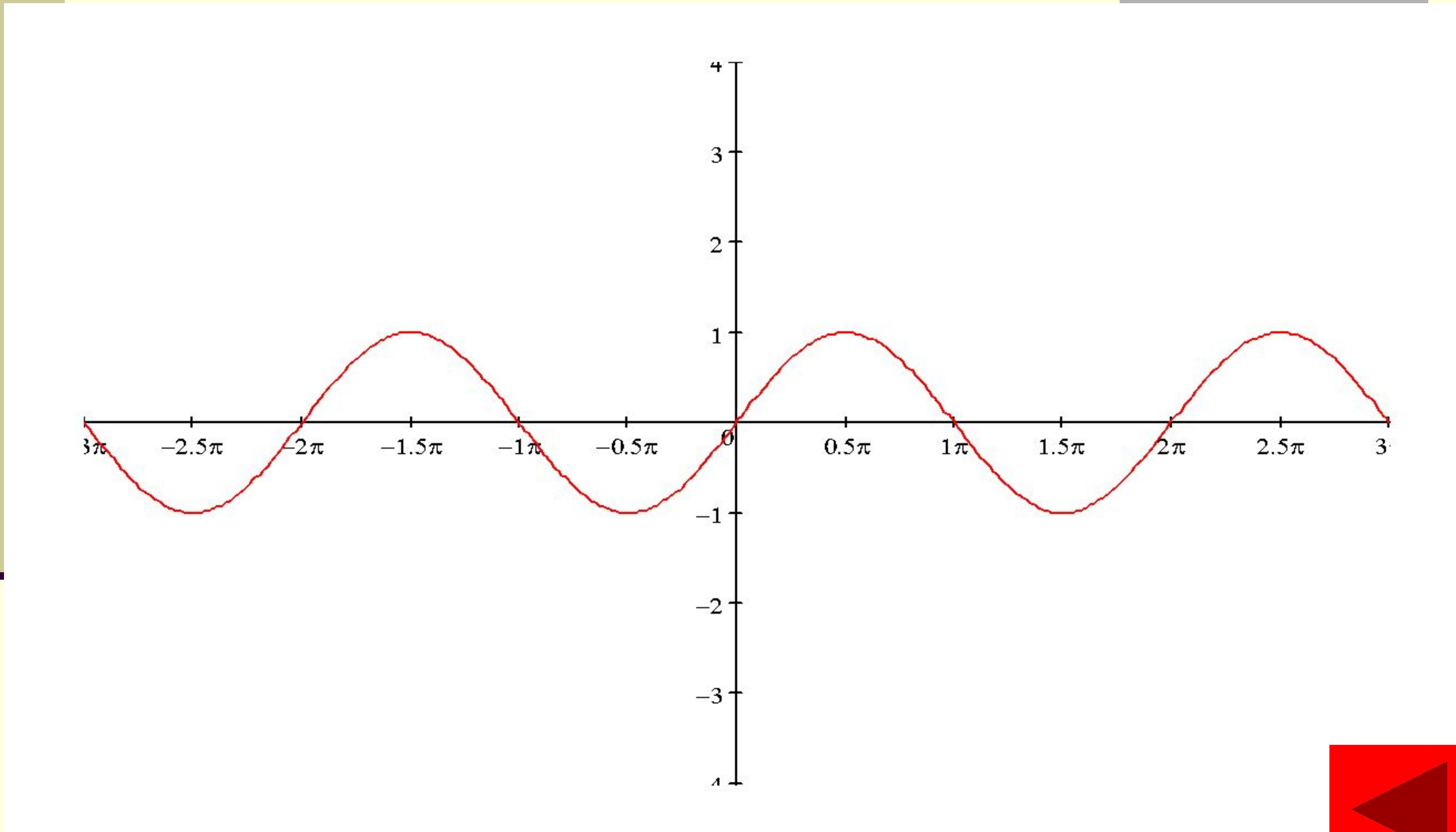


График функции y=sinx



Свойства функции y=sinx

- D(y)=R
- E(y)=[-1;1]
- Функция периодическая T= 2π
- Функция нечётная
- y=0 при x= πn

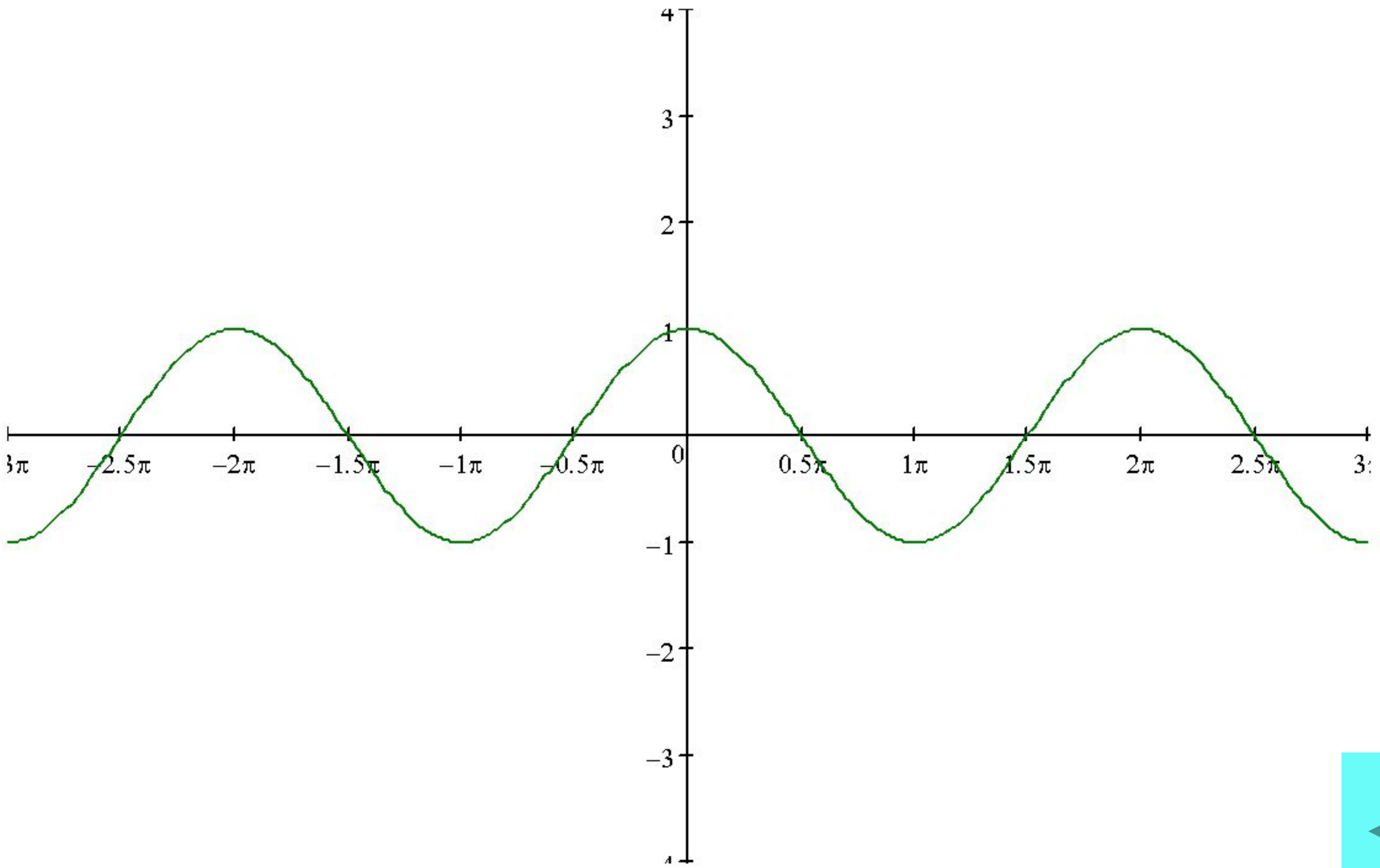
y=1 при x= $\dfrac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$ y=-1 при x= $-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$

y>0 пи x $\in\left(\pi+2\pi n;2\pi+2\pi n\right), n\in Z$

y<0 при x $\in\left(0+2\pi n;\pi+2\pi n\right), n\in Z$

- Возрастает на отрезке $\left[\dfrac{\pi}{2}+2\pi n;\dfrac{3\pi}{2}+2\pi n\right], n\in Z$
- Убывает на отрезке $\left[-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n;\dfrac{\pi}{2}+2\pi n\right], n\in Z$

График функции y=cosx



Свойства функции y=cosx

- D(y)=R
- E(y)=[-1;1]
- Функция периодическая T=2π
- Функция чётная
- Y=0 при $X=\frac{\pi}{2}+\pi n, n\in Z$
- y=1 при $X=2\pi n, n\in Z$ y=-1 при $X=\pi+2\pi n, n\in Z$
- Y>0 при $X\in\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{\pi}{2}+2\pi n\right), n\in Z$
- Y<0 при $X\in\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{3\pi}{2}+2\pi n\right), n\in Z$
- Возрастает на отрезке $[\pi+2\pi n;2\pi+2\pi n], n\in Z$
- Убывает на отрезке $[0+2\pi n;\pi+2\pi n], n\in Z$

Проверь себя!

Тест

Работу выполнили:

Ученики *11* «А» класса:

Федосеева Анастасия
Тукташев Андрей

Учитель:

Александрова Любовь Анатольевна

2007 год