

Задачи по моделированию в среде Excel



Компьютерный эксперимент

Чтобы дать жизнь новым конструкторским разработкам, внедрить новые технические решения в производство или проверить новые идеи, нужен эксперимент. В недалеком прошлом такой эксперимент можно было провести либо в лабораторных условиях на специально создаваемых для него установках, либо на натуре, т.е. на настоящем образце изделия, подвергая его всяческим испытаниям. Это требует больших материальных затрат и времени. В помощь пришли компьютерные исследования моделей. При проведении компьютерного эксперимента проверяют правильность построения моделей. Изучают поведение модели при различных параметрах объекта. Каждый эксперимент сопровождается осмыслением результатов. Если результаты компьютерного эксперимента противоречат смыслу решаемой задачи, то ошибку надо искать в неправильно выбранной модели или в алгоритме и методе ее решения. После выявления и устранения ошибок компьютерный эксперимент повторяется.

- Под *математической моделью* понимают систему математических соотношений — формул, уравнений, неравенств и т.д., отражающих существенные свойства объекта или процесса.

- **Задачи по моделированию из различных предметных областей**
- **Экономика**
- **Астрономия**
- **Физика**
- **Экология**
- **Биология**
- **География**

Экономика

Экономика

Машиностроительный завод, реализуя продукцию по договорным ценам, получил определенную выручку, затратив на производство некоторую сумму денег. Определить отношение чистой прибыли к вложенным средствам.

Постановка задачи

Цель моделирования — исследовать процесс производства и реализации продукции с целью получения наибольшей чистой прибыли. Пользуясь экономическими формулами найти отношение чистой прибыли к вложенным средствам.

- Основными параметрами объекта моделирования являются: выручка, себестоимость, прибыль, рентабельность, налог с прибыли.
- Исходные данные:
 - выручка V ;
 - затраты (себестоимость) S .
- Другие параметры найдем, используя основные экономические зависимости. Значение прибыли определяется как разность между выручкой и себестоимостью $P = V - S$.
- Рентабельность r вычисляется по формуле: .
- Прибыль, соответствующая предельному уровню рентабельности 50%, составляет 50% от себестоимости продукции S , т.е. $S \cdot 50/100 = S/2$, поэтому налог с прибыли N определяется следующим образом:
 - если $r \leq 50$, то $N = P \cdot 32/100$ р., иначе $N = S/2 \cdot 32/100 + (P - S/2) \cdot 75/100$.
- Чистая прибыль $P_{ч} = P - N$.
- И, наконец, результат решения этой задачи — отношение чистой прибыли к вложенным средствам $q = P_{ч}/S$.
- Так выглядит электронная таблица в формате отображения формул:

	А.	В.
1.	Рентабельность производства	
2.	<i>Исходные данные</i>	
3.	Выручка (р.)	
4.	Себестоимость (р.)	
5.		
6.	Прибыль (р.)	=B2-B3
7.	Рентабельность (%)	=B4/B3*100
8.	Налог (р.)	=ЕСЛИ(B7<=50;B6*0,32;B4/2*0,32+(B6-B4/2)*0,75)
9.	Чистая прибыль (р.)	=B4-B6
10.	Отношение чистой прибыли к вложенным средствам	=B7/B3

Компьютерный эксперимент

1. Ввести в компьютерную модель исходные данные.

Например: $V=3000$; $S=2000$.

2. Исследовать, как изменяется отношение чистой прибыли к вложенным средствам, если менять только выручку, оставляя постоянной себестоимость.

3. Исследовать, как изменяется отношение чистой прибыли к вложенным средствам, если менять только себестоимость, оставляя постоянной выручку.

4. Как измениться модель, если налог вычисляется следующим образом:

рентабельность	$\leq 30\%$	от 30 до 70%	$> 70\%$
налог	20%	40%	60%

Изменится только формула в ячейке B8.

8. Налог (р.)	<code>=ЕСЛИ(B7<=30; B6*0,2;ЕСЛИ(B7<=70; B6*0,4; B6*0,6))</code>
----------------------	---

Анализ результатов

- Полученная модель позволяет в зависимости от рентабельности определять налог с прибыли, автоматически пересчитывать размер чистой прибыли, находить отношение чистой прибыли к вложенным средствам.
- Проведенный компьютерный эксперимент показывает, что отношение чистой прибыли к вложенным средствам увеличивается при увеличении выручки и уменьшается при увеличении себестоимости продукции.



Астрономия



Задача .

Определите скорость движения планет по орбите. Для этого составьте компьютерную модель Солнечной системы.

Постановка задачи

Цель моделирования — определить скорость движения планет по орбите.

Объект моделирования — Солнечная система, элементами которой являются планеты. Внутреннее строение планет в расчет не принимается. Будем рассматривать планеты как элементы, обладающие следующими характеристиками:

название;

R - удаленность от Солнца (в астрономических единицах; астроном. ед. — среднее расстояние от Земли до Солнца);

t - период обращения вокруг Солнца (в годах);

V - скорость движения по орбите (астр.ед./год), предполагая, что планеты движутся вокруг Солнца по окружностям с постоянной скоростью.

Разработка модели

Исходные данные:

R - расстояние от планеты до Солнца,

t - период обращения планеты вокруг Солнца.

Т.к. планеты движутся вокруг Солнца по окружностям с постоянной скоростью, значение скорости найдем по формуле:

$$V = \frac{S}{t} = \frac{2\pi \cdot R}{t}, \quad (1)$$

Данную модель реализуем в среде электронных таблиц. Диапазон ячеек D3:D11 содержат формулы. Так выглядит таблица в формате отображения формул:

	A.	B.	C.	D.
1.	Модель Солнечной системы			
2.	Планета	Расстояние от Солнца (астр.ед.)	Период обращения вокруг Солнца (год)	Скорость движения по орбите (астр.ед./год)
3.	Меркурий	0,387	0,24	$=2 * \pi * V_3 / C_3$
4.	Венера	0,723	0,62	$=2 * \pi * V_4 / C_4$
5.	Земля	1,000	1,00	$=2 * \pi * V_5 / C_5$
6.	Марс	1,524	1,88	$=2 * \pi * V_6 / C_6$
7.	Юпитер	5,203	11,86	$=2 * \pi * V_7 / C_7$
8.	Сатурн	9,539	29,46	$=2 * \pi * V_8 / C_8$
9.	Уран	19,18	84,02	$=2 * \pi * V_9 / C_9$
10.	Нептун	30,07	164,79	$=2 * \pi * V_{10} / C_{10}$
11.	Плутон	39,44	247,7	$=2 * \pi * V_{11} / C_{11}$

Компьютерный эксперимент

1. Выполните расчеты по формулам.

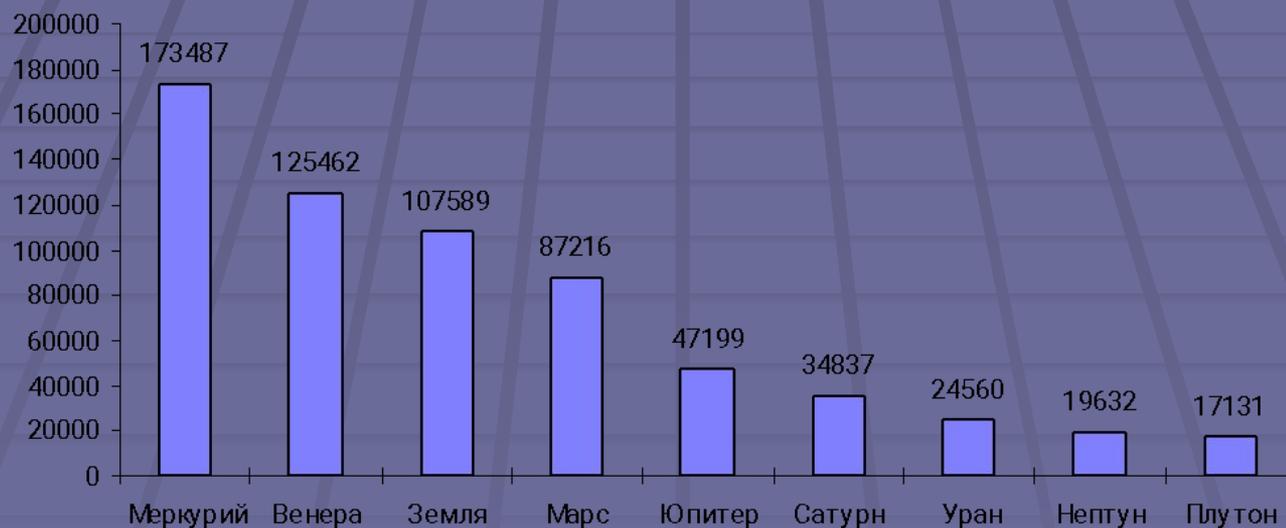
	A.	B.	C.	D.
1.	Модель Солнечной системы			
2.	Планета	Расстояние от Солнца (астр.ед.)	Период обращения вокруг Солнца (год)	Скорость движения по орбите (астр.ед./год)
3.	Меркурий	0,387	0,24	10,132
4.	Венера	0,723	0,62	7,327
5.	Земля	1,000	1,00	6,283
6.	Марс	1,524	1,88	5,093
7.	Юпитер	5,203	11,86	2,756
8.	Сатурн	9,539	29,46	2,034
9.	Уран	19,18	84,02	1,434
10.	Нептун	30,07	164,79	1,147
11.	Плутон	39,44	247,7	1,000

2. Вычислите скорость движения планет по орбите в км/ч и постройте график в виде столбчатой диаграммы для скоростей.

В данной модели формула (1) будет иметь вид:

$$V = \frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot 150000000}{t \cdot 365 \cdot 24}$$

Скорость движения планет по орбите (км/ч)



(1 астрономическая единица = 150 млн. км.)

- Анализ результатов

- 1. Проанализируйте результаты расчетов. Можно ли утверждать, что планеты, находящиеся ближе к Солнцу имеют большую скорость движения по орбите?
- 2. Представленная модель Солнечной системы является статической. При построении этой модели мы пренебрегали изменениями расстояния от планет до Солнца во время их движения по орбите. Чтобы знать, какая планета дальше и каковы примерные соотношения между расстояниями, этой информации вполне достаточно. Если же мы хотим определить расстояние между Землей и Марсом, то пренебрегать временными изменениями нельзя, и здесь придется использовать уже динамическую модель.



Физика

Физика

Задача

При подъеме в гору “заглох” мотор у машины. Остановится ли машина на горе или же она будет скатываться вниз.

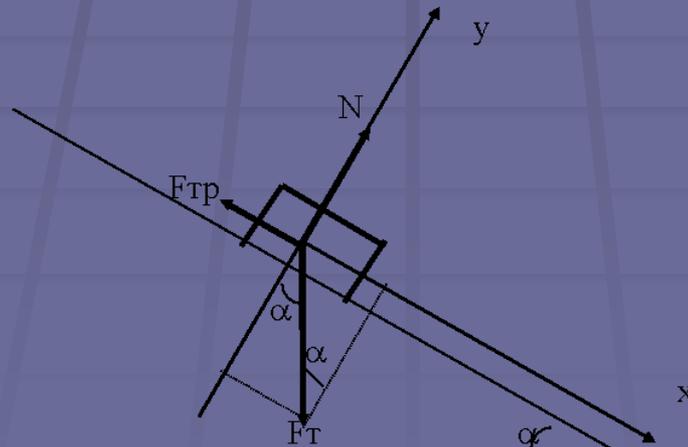
Постановка задачи

Цель моделирования — пользуясь знакомыми физическими законами движения тела под действием нескольких сил, исследовать данную ситуацию при различных значениях исходных данных.

Объектом моделирования является система, состоящая из двух компонентов: машина и дорога.

Разработка модели

Необходимо рассмотреть силы, действующие на машину в данной системе.



На машину действуют три силы: сила тяжести $F_T=mg$, сила трения $F_{тр}$ и сила реакции опоры N .

По I закону Ньютона тело находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно, если равнодействующая всех приложенных к телу сил равна нулю, т.е. $F=0$.

II закон Ньютона в векторной форме записывается так: $F_T+N+F_{тр}=0$.

Запишем его в скалярной форме, для этого рассмотрим проекции сил

на ось x:	на ось y:
$(F_T)_x=m*g*\sin\alpha;$	$(F_T)_y=-m*g*\cos\alpha;$
$N_x=0;$	$N_y=N;$
$(F_{тр})_x=-F_{тр}$	$(F_{тр})_y=0$
Уравнение: $m*g*\sin\alpha-F_{тр}=0$	Уравнение: $-m*g*\cos\alpha+N=0$

$$F_{тр}= m*g*\sin\alpha$$

$$N= m*g*\cos\alpha$$

Так как $F_{тр}=\mu*N$, то $m*g*\sin\alpha=\mu* m*g*\cos\alpha$

$$\sin\alpha=\mu* \cos\alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\mu$$

Итак, если $\operatorname{tg}\alpha>\mu$, то машина стоит на месте, в противном случае она будет скатываться вниз.

	А.	В.
1.	Задача о дорожном происшествии	
2.	Исходные данные:	
3.	μ	
4.	α (град.)	
5.	Результат	=ЕСЛИ(TAN(B4*ПИ()/180)> B3;"Поедет";"Стоит на горе")

Компьютерный эксперимент

Введите в компьютерную модель исходные данные.

(Например: $\mu=0,5$; $\alpha=12$)

Найти такой коэффициент трения при котором машина поедет с горы (при данном угле).

Найти такой угол при котором машина будет стоять на горе (при данном коэффициенте трения).

Каков будет результат, если силой трения пренебречь.

Анализ результатов

Данная компьютерная модель позволяет проводить вычислительный эксперимент, взамен физическому. Меняя значения исходных данных, можно видеть все изменения происходящие в системе.

Интересно заметить, что в построенной модели результат не зависит ни от массы автомобиля, ни от ускорения свободного падения.



ЭКОЛОГИЯ

ЭКОЛОГИЯ

Задача .

- *Представьте себе, что на Земле останется только один источник пресной воды — озеро Байкал. На сколько лет Байкал обеспечит население всего мира водой?*

- Разработка модели
- Для построения математической модели определим исходные данные. Обозначим:
 - V - объем озера Байкал 23000 км³;
 - N - население Земли 6 млрд. чел.;
 - p - потребление воды в день на 1 человека (в среднем) 300 л.
 - Так как 1 л. = 1 дм³ воды, необходимо выполнить перевод V воды озера из км³ в дм³. $V \text{ (км}^3\text{)} = V * 10^9 \text{ (м}^3\text{)} = V * 10^{12} \text{ (дм}^3\text{)}$
 - Результат — количество лет, за которое население Земли использует воды Байкала, обозначим g .
Итак, $g = (V * 1000000000000) / (N * p * 365)$
 - Так выглядит электронная таблица в режиме отображения формул:

Компьютерный эксперимент

1. Введите в компьютерную модель исходные данные.

	А.	В.
1.	Задача об использовании вод Байкала	
2.	<i>Исходные данные</i>	
3.	$V(\text{км}^3)$	23000
4.	N (чел)	6000000000
5.	p (л)	300
6.	g (год)	35

2. Сколько лет можно будет пользоваться водами Байкала, если потребляемость воды увеличится до 400 литров на человека?
3. Сколько лет можно будет пользоваться водами Байкала, если население Земли уменьшится до 5,7 млрд. чел.?

Анализ результатов

Построенная модель позволяет прогнозировать время использования вод Байкала с учетом потребляемости воды на 1 человека, изменения численности населения всего мира. Данную модель можно уточнить, учитывая изменения климатических условий.



Биология

БИОЛОГИЯ

Задача .

- Для производства вакцины на заводе планируется выращивать культуру бактерий. Известно, что если масса бактерий - x г., то через день она увеличится на $(a-bx)x$ г., где коэффициенты a и b зависят от вида бактерий. Завод ежедневно будет забирать для нужд производства вакцины t г. бактерий. Для составления плана важно знать, как изменяется масса бактерий через 1, 2, 3, ..., 30 дней..

Разработка модели

Исходные данные:

a и b - коэффициенты;

x_0 - начальная масса бактерий;

m - масса бактерий, забираемых для нужд производства;

Количество бактерий каждого следующего дня зависит от количества бактерий предыдущего дня и вычисляется по формуле:

$$x_{i+1} = x_i + (a - b * x_i) * x_i - m$$

- масса бактерий в следующий день.

Результатами являются значения массы бактерий через 1, 2, 3, 4 ... 30 дней.

Так выглядит электронная таблица в режиме отображения формул:

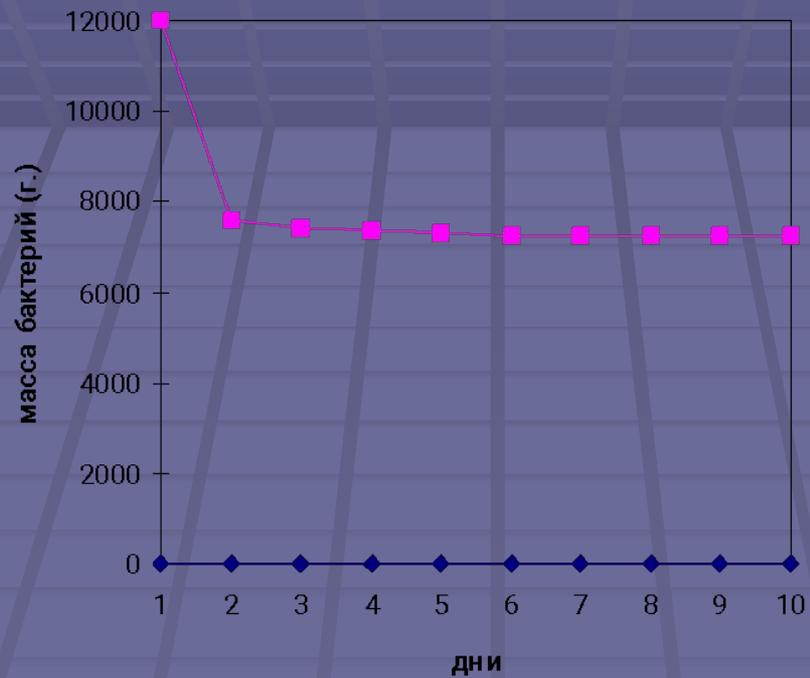
	А.	В.
1.	Задача о производстве вакцины	
2.	<i>Исходные данные</i>	
3.	a	
4.	b	
5.	m (г.)	
6.	1 день (г.)	
7.	2 день (г.)	=B6+(B\$3-B\$4*B6)*B6-B\$5
8.	3 день (г.)	=B7+(B\$3-B\$4*B7)*B7-B\$5
9.	4 день (г.)	=B8+(B\$3-B\$4*B8)*B8-B\$5
	
35.	30 день (г.)	=B34+(B\$3-B\$4*B34)*B34-B\$5

Компьютерный эксперимент

1. Введите в компьютерную модель исходные данные (например $a=1$, $b=0.0001$, $m=2000$, $x_0=12000$) и постройте график зависимости массы бактерий от количества дней.

Результаты вычислений выглядят следующим образом:

	А.	В.
1.	Задача о производстве вакцины	
2.	<i>Исходные данные</i>	
3.	a	1
4.	b	0,0001
5.	m (г.)	2000
6.	1 день (г.)	12000
7.	2 день (г.)	7600
8.	3 день (г.)	7424
9.	4 день (г.)	7336,422
10.	5 день (г.)	7290,535
11.	6 день (г.)	7265,88
12.	7 день (г.)	7252,459
13.	8 день (г.)	7245,102
14.	9 день (г.)	7241,054
15.	10 день (г.)	7238,821
...		
35.	30 день (г.)	7236,068



Анализ результатов

Видно, что масса бактерий достаточно быстро убывает и становится близкой к 7236 граммам.



География



Задача .

- *Какова будет численность населения России в 2010 году?*

Постановка задачи

- Объектом моделирования является процесс изменения численности населения в зависимости от времени. На этот процесс влияют многие факторы: экология, состояние медицинского обслуживания, экономическая ситуация в стране, международная обстановка и многое другое. Обобщив демографические данные, ученые вывели функцию, выражающую зависимость численности населения от времени:
- $f(t) = a \cdot b^t$ где коэффициента a и b для каждого государства свои,
- e основание натурального логарифма.
- Эта формула лишь приближенно отражает реальность. Для нахождения значений коэффициентов a и b можно воспользоваться статистическим справочником. Взяв из справочника значения $f(t)$ (численность населения в момент времени t), можно приближенно подобрать a и b так, чтобы теоретические значения $f(t)$, вычисляемые по формуле, не сильно отличались от фактических данных в справочнике.

- Использование компьютера как инструмента учебной деятельности дает возможность переосмыслить традиционные подходы к изучению многих вопросов естественнонаучных дисциплин, усилить экспериментальную деятельность учащихся, приблизить процесс обучения к реальному процессу познания, основанному на технологии моделирования.
- Решение задач из различных областей деятельности человека на компьютере базируются не только на знаниях учащимися технологии моделирования, но, естественно, и на знаниях данной предметной области. В связи с этим, предложенные уроки по моделированию целесообразнее проводить после изучения учащимися материала на общеобразовательном предмете, учителю информатики необходимо сотрудничать с учителями разных образовательных областей. Известен опыт проведения бинарных уроков, т.е. уроков, проводимых учителем информатики совместно с учителем-предметником.

