

Саратовский государственный университет,  
факультет нелинейных процессов

# Нелинейная динамика общества

А.А. Короновский



И молвил Морж: "Пришла пора  
Подумать о делах:  
О башмаках и сургуче.  
Капусте, королях,  
И почему, как суп в котле.  
Кипит вода в морях".

**Льюис Кэрролл.**  
**Алиса в Зазеркалье**

«The time has come», the Walrus said,  
«To talk of many things:  
Of shoes - and ships - and sealing-wax  
Of cabbages - and kings  
And why the sea is boiling hot  
And whether pigs have wings».

**Lewis Carroll.**  
**Through the looking glass**

В каждой естественной науке  
заключено столько истины,  
сколько в ней математики.

**Иммануил Кант**



# Почему социальные науки труднее для изучения?

- «Неудобные» характерные временные масштабы
- Разномасштабность, разнородность и нелинейность изучаемых явлений и процессов
- Постоянное усложнение общества, его самоорганизация
- Невозможность повторить изучаемый процесс
- Невозможность провести эксперимент

# Эксперименты Эша



# Зачем?

... обращение к наукам, изучающим сложность мира, вовсе не означает, что мы предлагаем «свести» гуманитарные науки к физике. Наша задача заключается не в редукции, а в достижении согласия.

И.Р. Пригожин. «Кость еще не брошена».

# Уравнение Мальтуса

«...Человек, появившийся на свет, уже занятый другими людьми, если он не получил от родителей средств к существованию, если общество не нуждается в его труде, не имеет права требовать для себя пропитания, ибо он лишний на этом свете... На великом пиршестве Природы для него нет прибора. Природа приказывает ему удалиться и, если он не может прибегнуть к состраданию кого-либо из пирующих, она сама принимает меры к тому, чтобы ее приказание было приведено в исполнение»



# Уравнение Мальтуса

$N(t)$  - число особей в популяции;

$\frac{dN(t)}{dt}$  - скорость изменения численности популяции;

$\mu_p N(t)$  - рождаемость;

$\mu_c N(t)$  - смертность;



# Уравнение Мальтуса

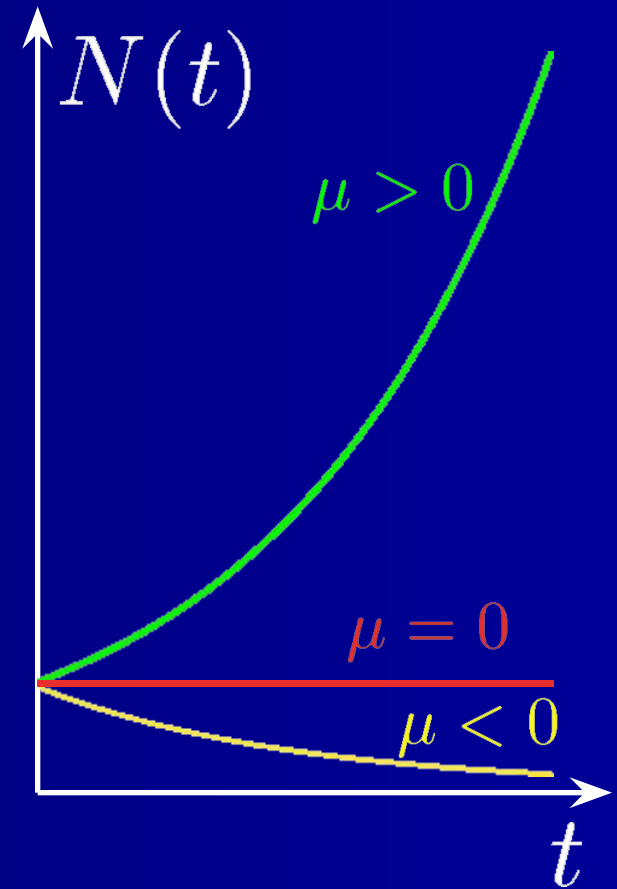
$$\frac{dN(t)}{dt} = +\mu_p N(t) - \mu_c N(t)$$

$\mu = \mu_p - \mu_c$  - коэффициент прироста;

# Уравнение Мальтуса

$$\frac{dN(t)}{dt} = \mu N(t)$$

$$N(t) = N(0) \exp(\mu t)$$

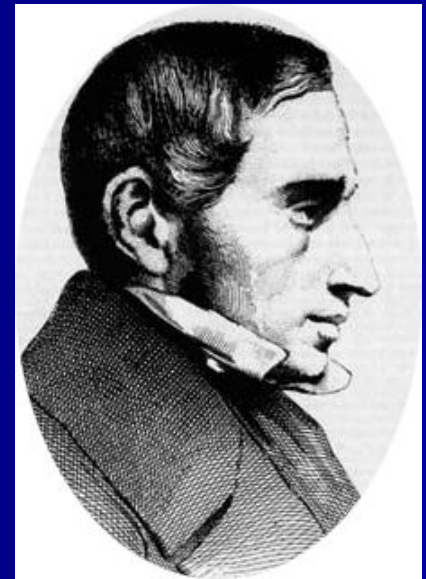


# Уравнение Ферхюльста

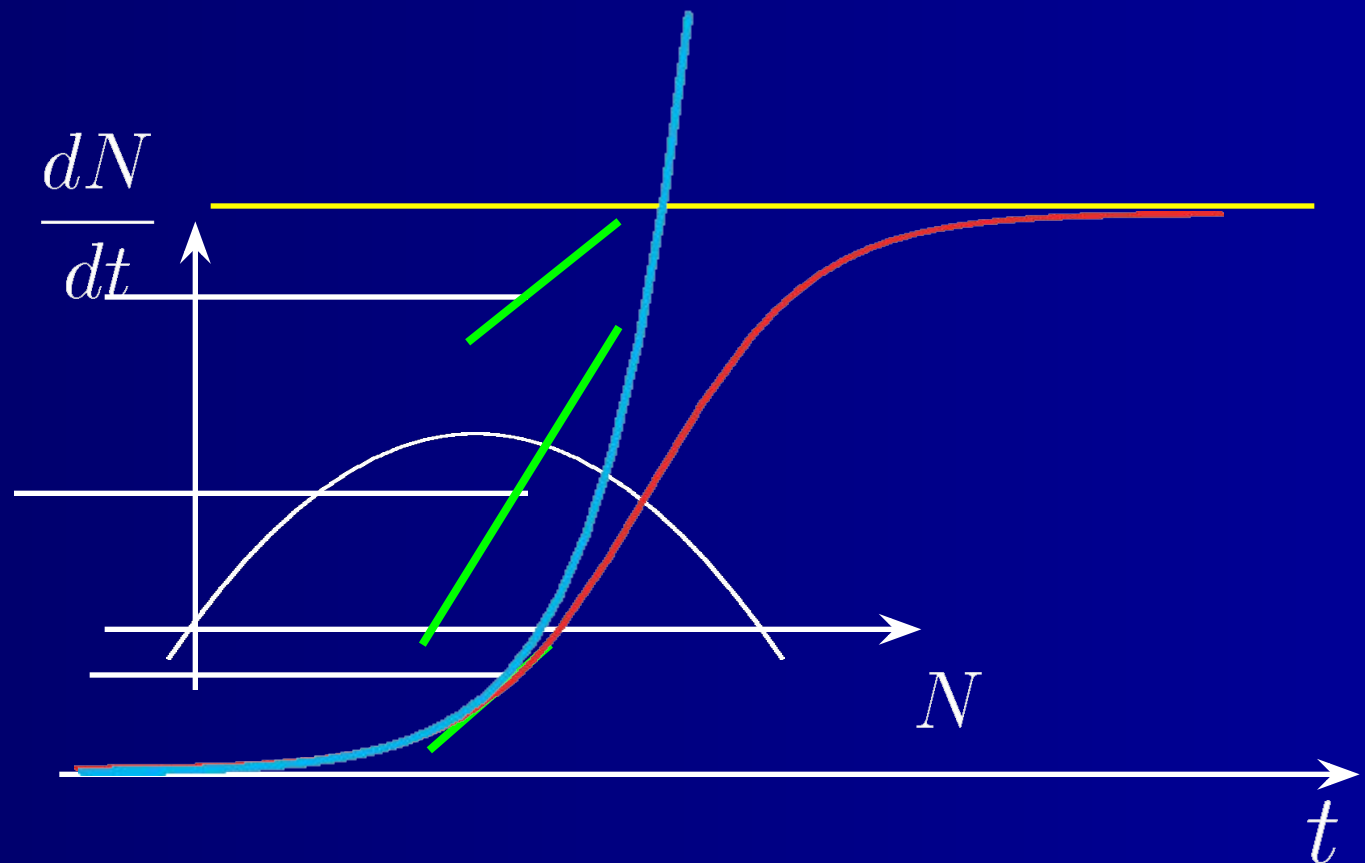
$$\boxed{\mu = \text{const}} \longrightarrow \mu = \mu(N)$$

$$\mu(N) \approx \begin{cases} \mu, & N \approx 0 \\ 0, & N \approx K \end{cases}$$

$$\boxed{\mu(N) = \mu \frac{K - N}{K}}$$



# Графическое решение уравнения Ферхюльста

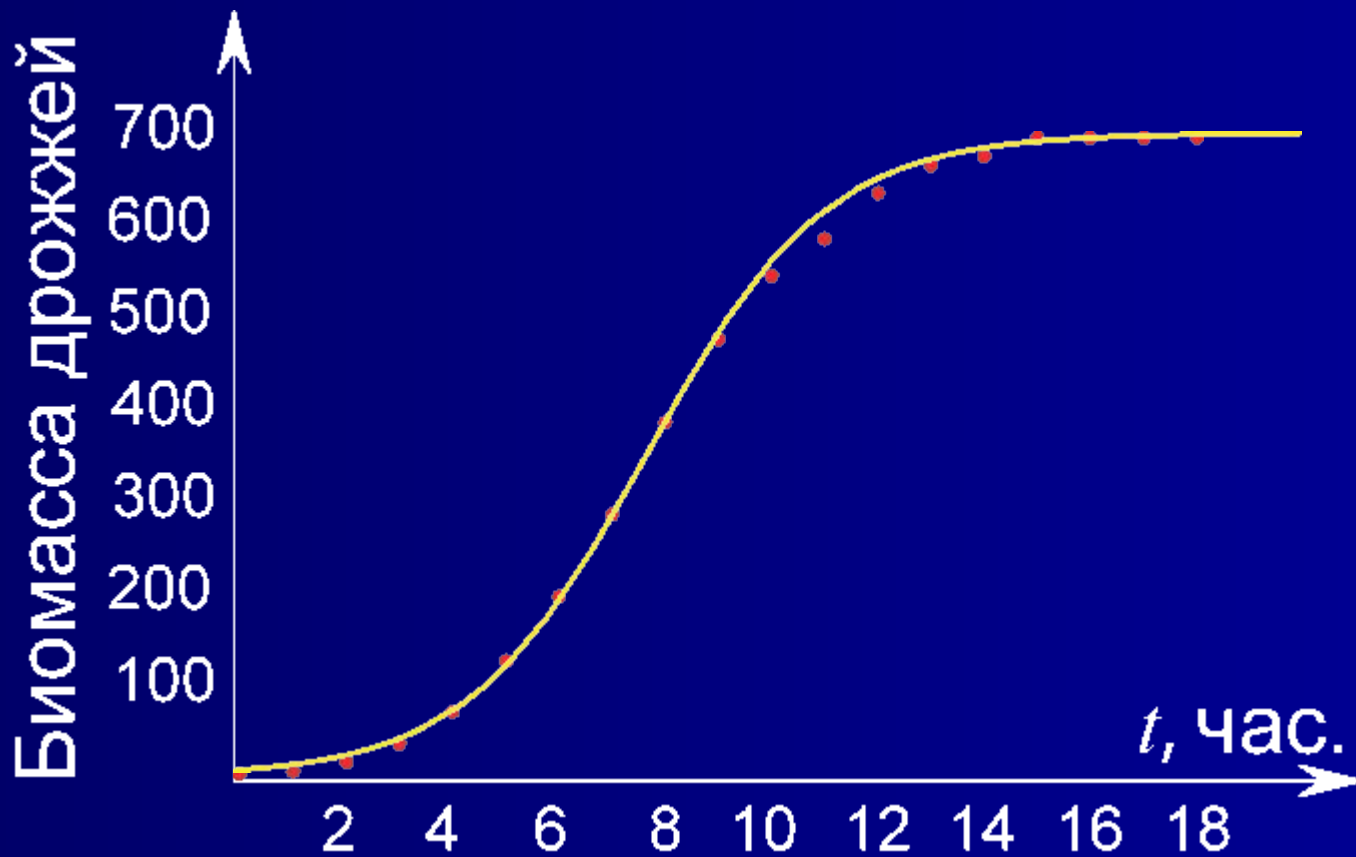


# Аналитическое решение уравнения Ферхюльста

$$N(t) = \frac{KN_0}{N_0 + (K - N_0)e^{-\mu(t-t_0)}}$$

$$N(t_0) = N_0 \quad N_0 = K/2$$

# Колония дрожжей



# Нелинейная динамика изменения численности населения

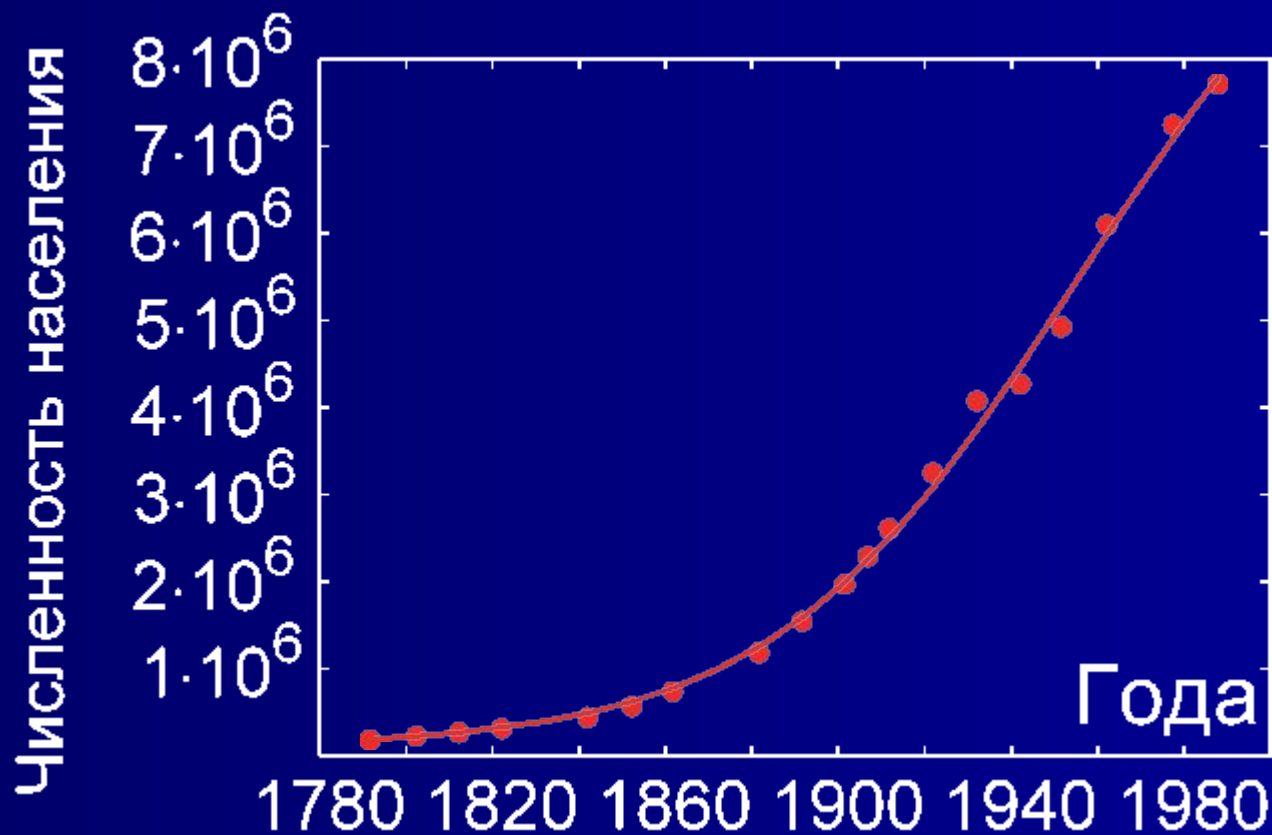


# Математические модели роста численности популяций

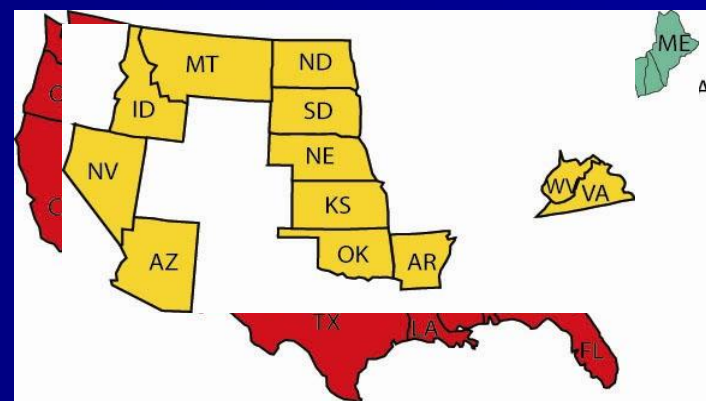
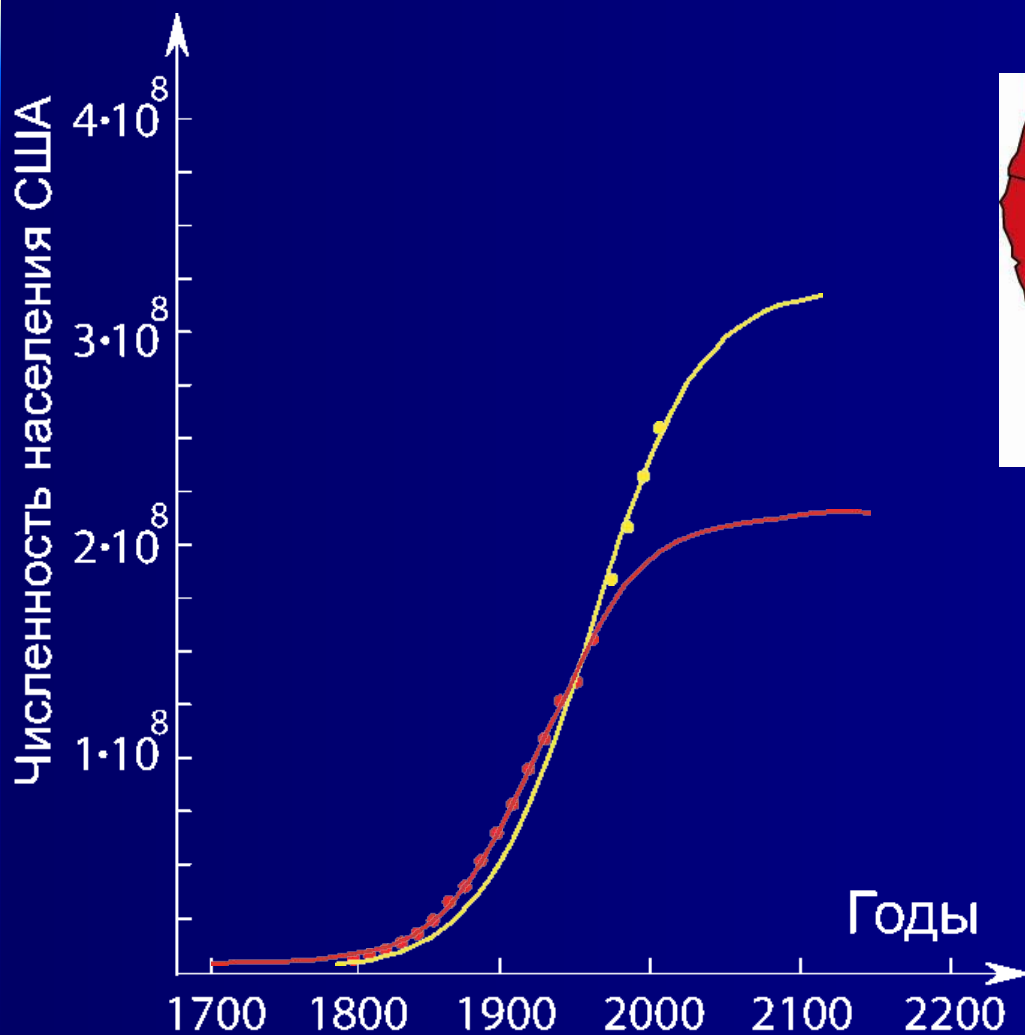
- Модель Мальтуса (модель экспоненциального роста), 1798
- Модель Ферхюльста (модель логистического роста популяции), 1840
- Модель С.П. Капицы (феноменологическая теория гиперболического роста численности населения Земли), 1990-2000
- ...



# Население штата Нью-Йорк



# Динамика численности населения США



# Моделирование пространственного распределения

Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Динамика численности населения как процесс, подчиняющийся уравнению диффузии. Доклады академии наук. 2000. Т. 372. С. 397

$$N(t) = \sum_i N_i(t) \quad \frac{dN_i}{dt} = \mu_i \frac{N_i(K_i - N_i)}{K_i}$$

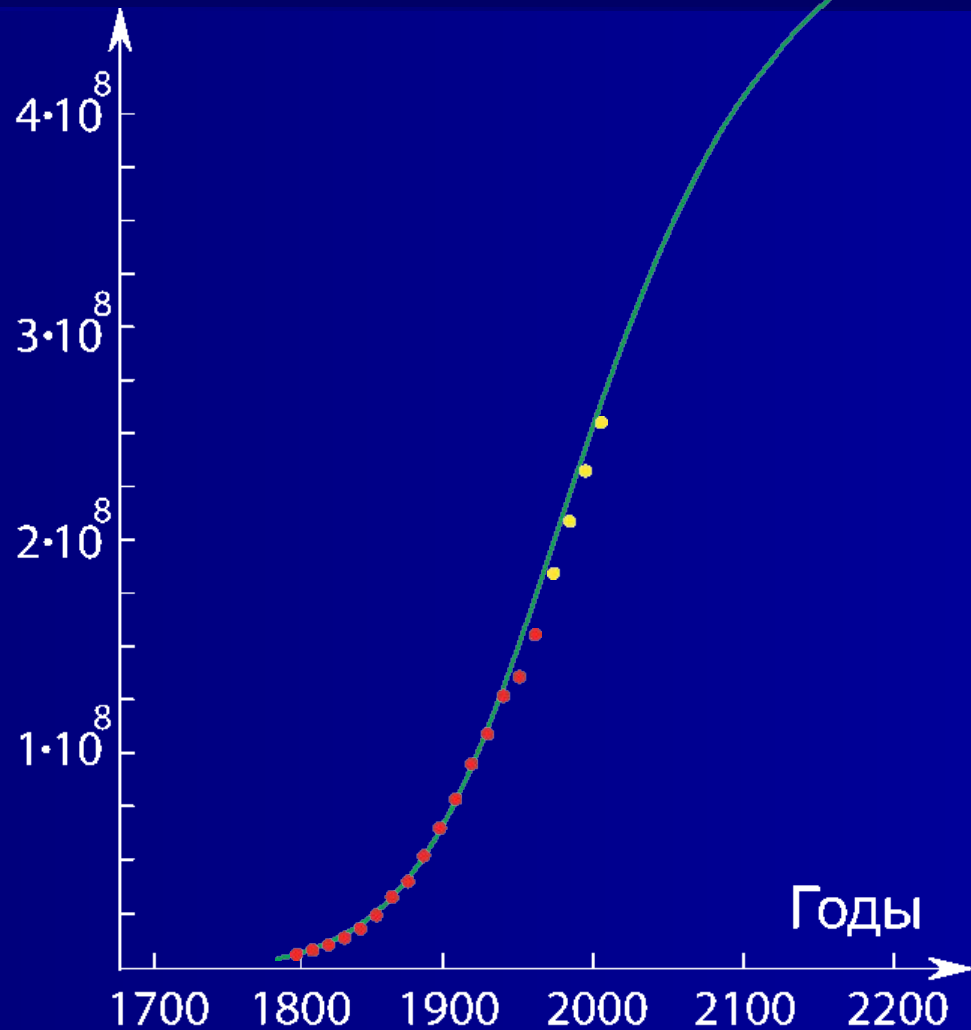
$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu(\mathbf{r}) \frac{n(k(\mathbf{r}) - n)}{k(\mathbf{r})} \quad N(t) = \int_S n(\mathbf{r}, t) dS$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu \frac{n(k - n)}{k} + D \nabla^2 n$$

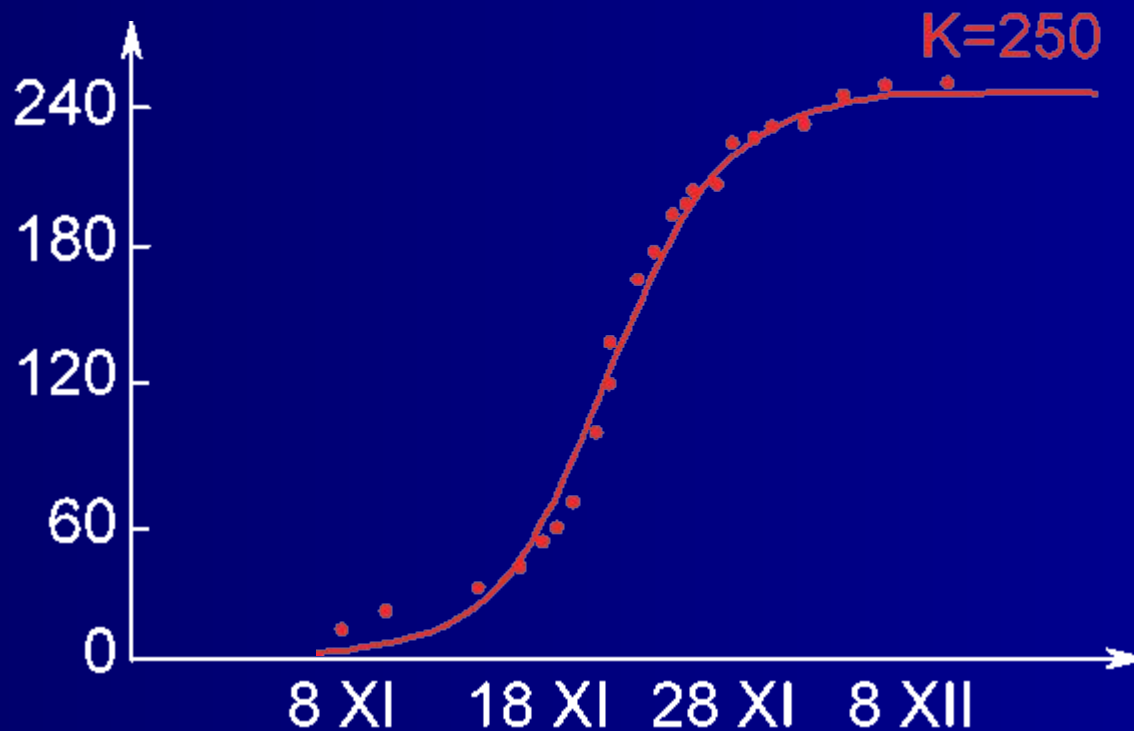
# Одномерный ареал проживания

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu \frac{n(k-n)}{k} + D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

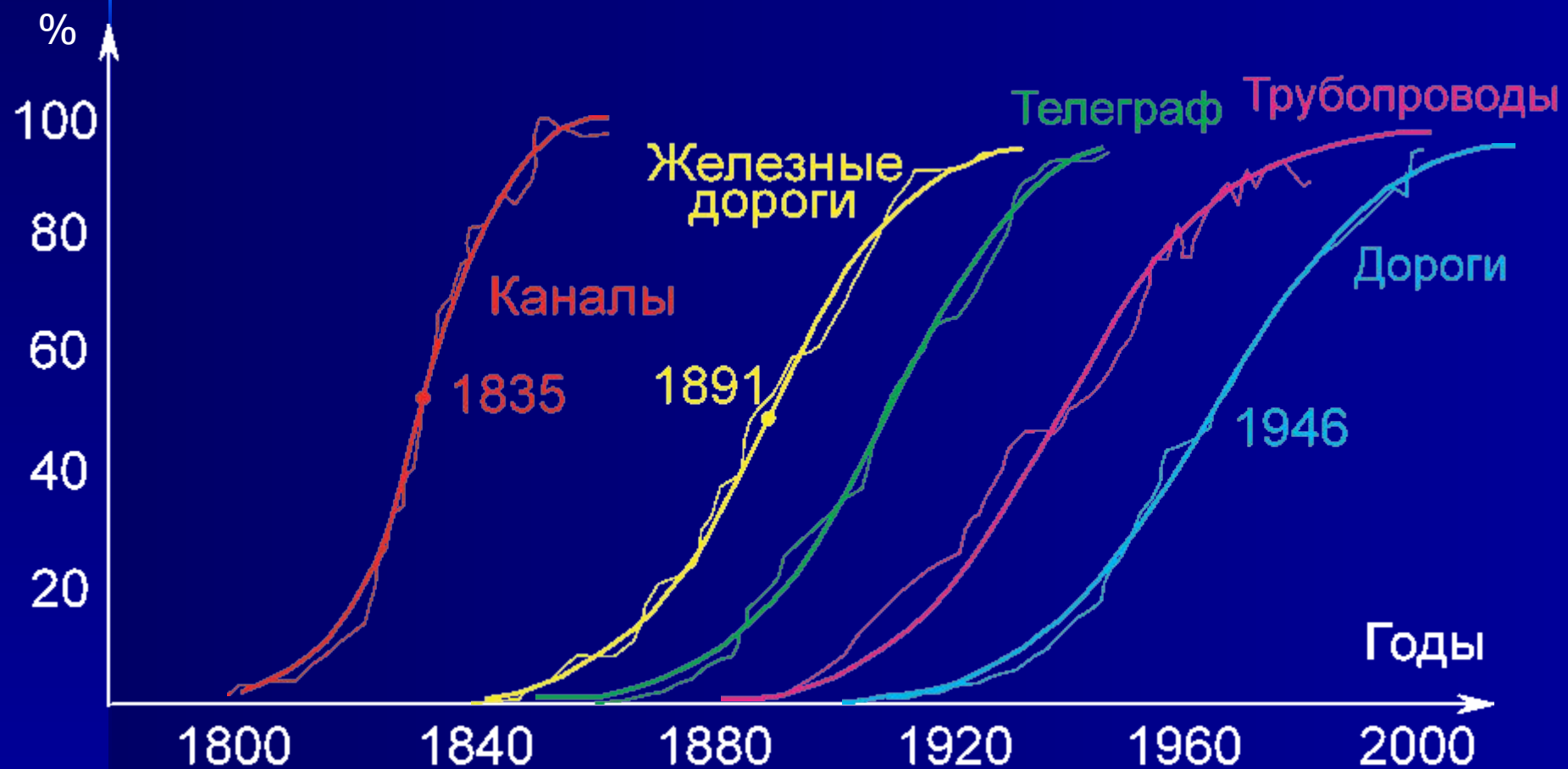
$$N(t) = N_0 \int_0^1 n(x, t) dx$$



# Движение протеста в Англии (1830 год)



# Динамика развития инфраструктуры США



# Еще немного математики...

$$N(t) = \frac{K}{1 + e^{-\mu(t-t_0)}}$$

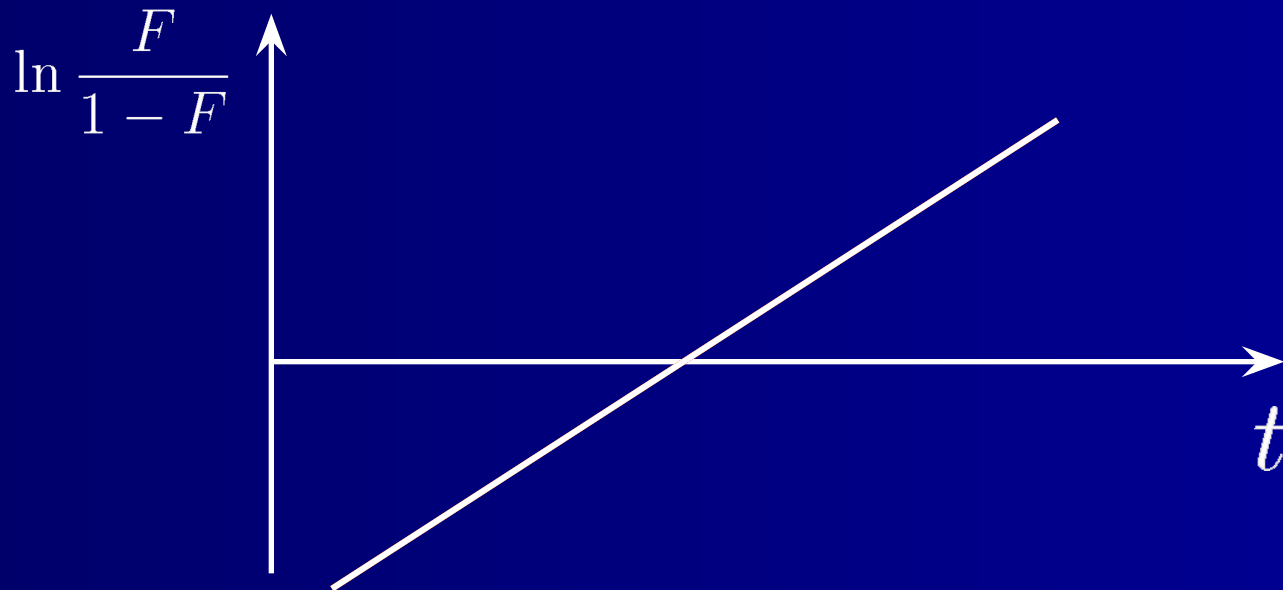
$$F = N/K$$

$$F + F e^{-\mu(t-t_0)} = 1$$

$$e^{\mu(t-t_0)} = \frac{F}{1 - F}$$

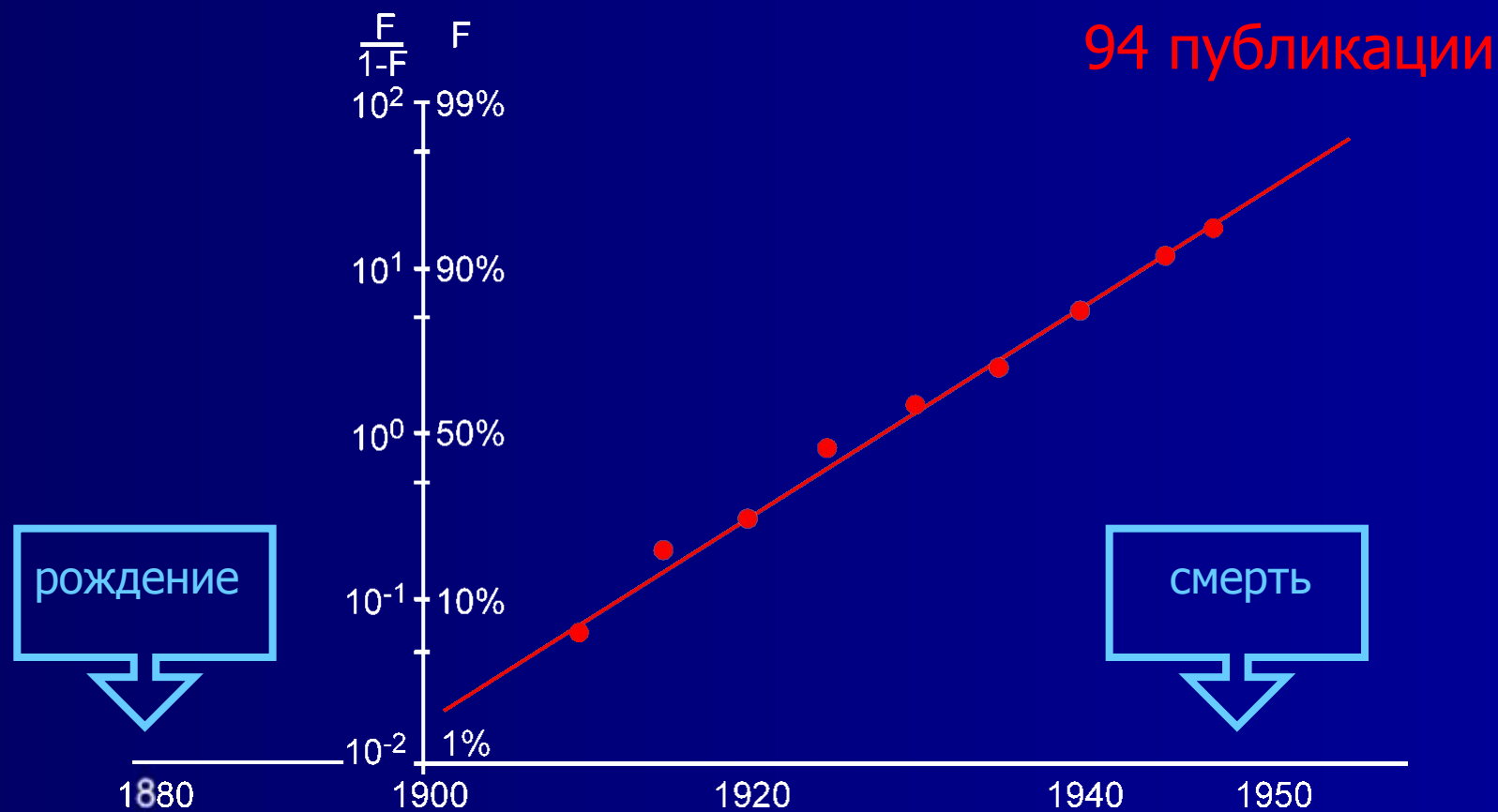
# Визуализация данных

$$e^{\mu(t-t_0)} = \frac{F}{1-F} \Rightarrow \ln \frac{F}{1-F} = \mu(t - t_0)$$





# Количество публикаций (Лотка)

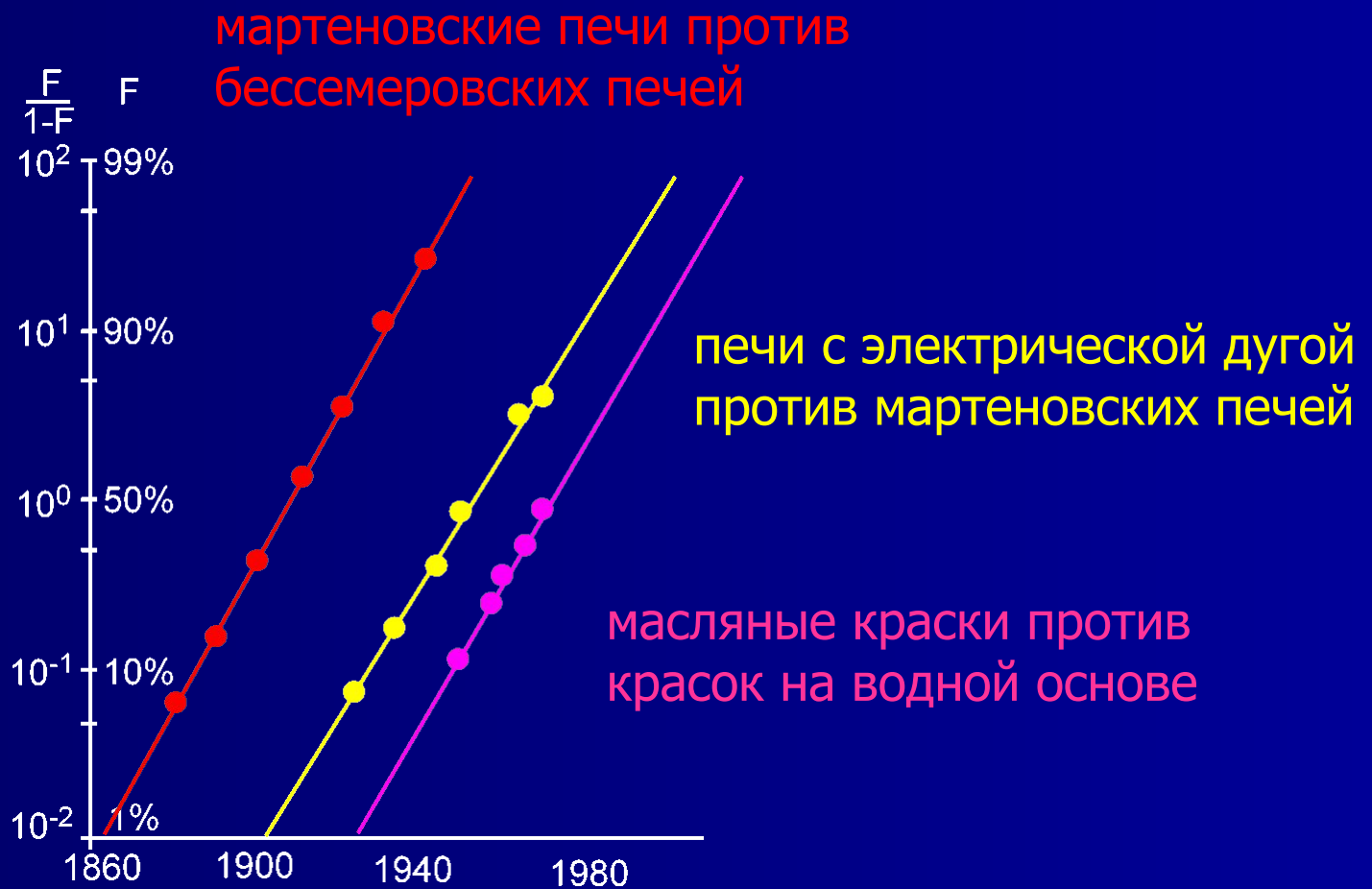


# Смена технологий

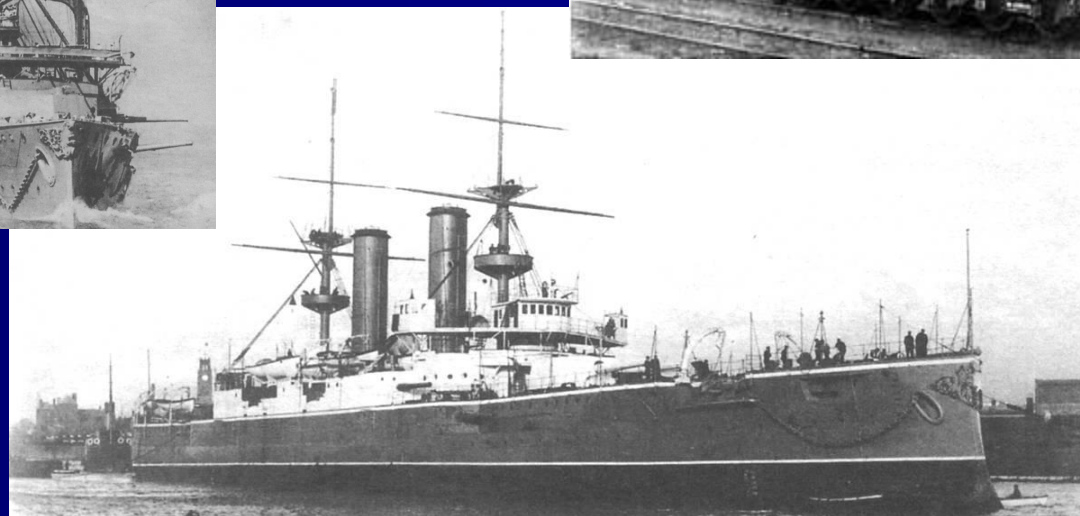
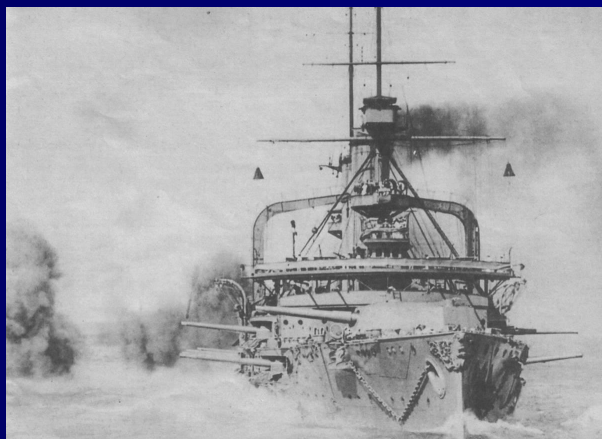
$F$  ( $0 < F < 1$ ) – доля новой («молодой») технологии

$(1 - F)$  – доля старой технологии

# Смена технологий

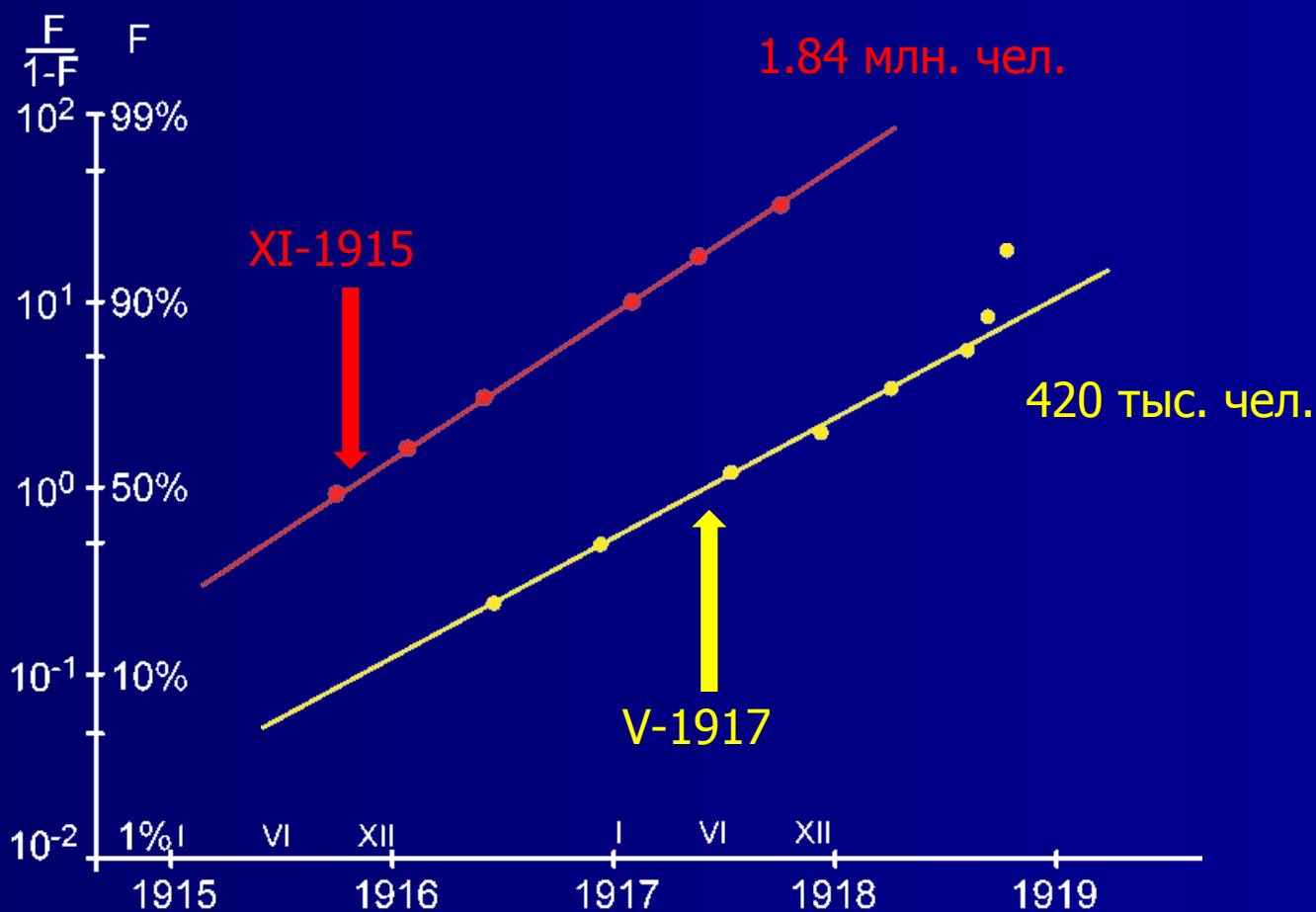


# I Мировая война

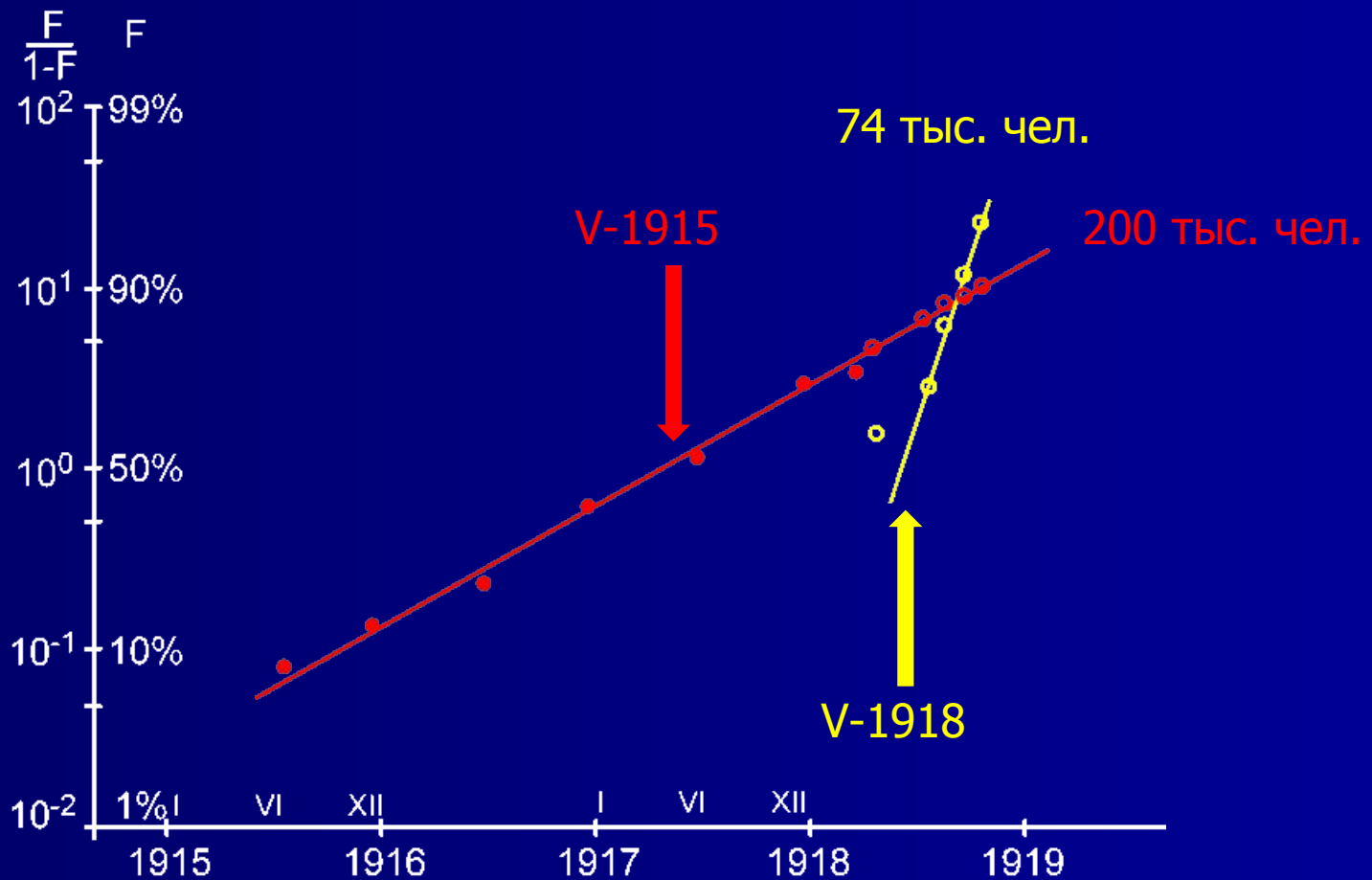


# I Мировая война:

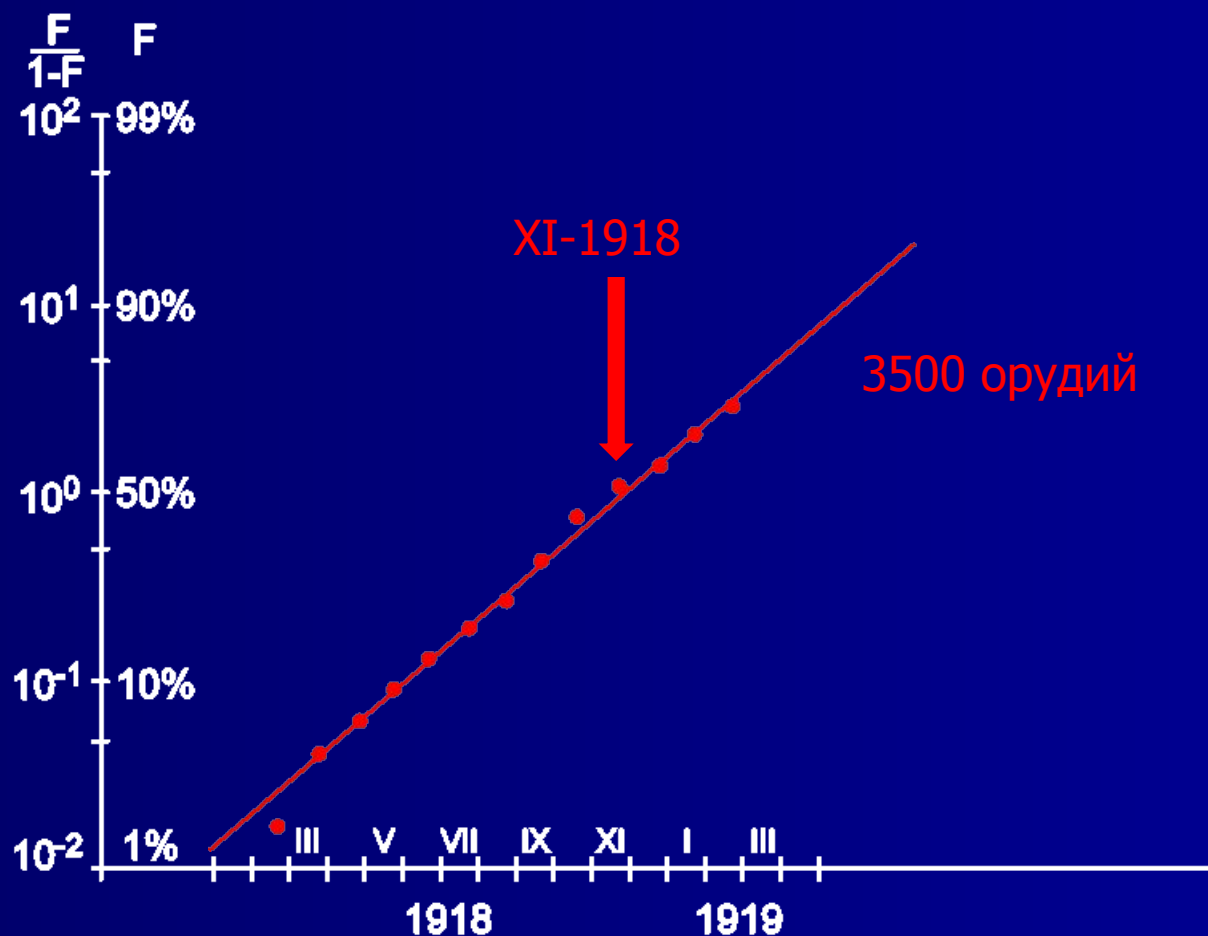
## численность английской армии и число убитых английских солдат



# I Мировая война: число убитых немецких солдат на британском фронте



# Число орудий, доставленных США в Европу



# Эпидемии в человеческом обществе





# Немного формул...

$x$  - численность здоровых индивидуумов

$y$  - численность больных индивидуумов

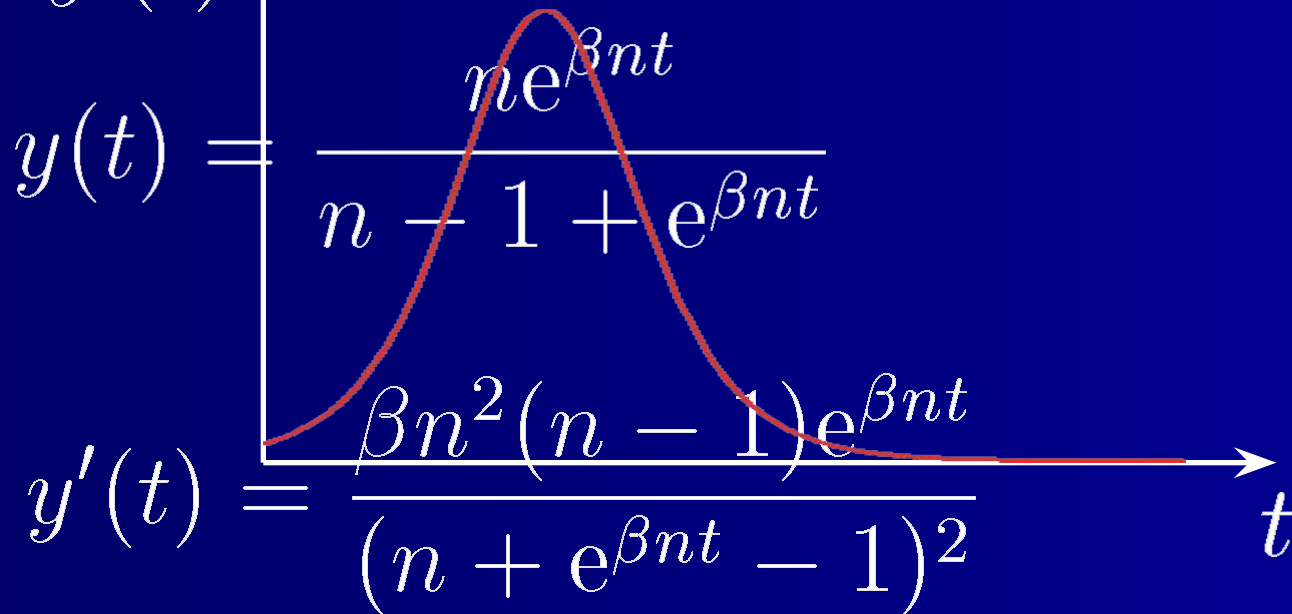
$n$  - общая численность

$$x + y = n \quad dy = \beta xy dt$$

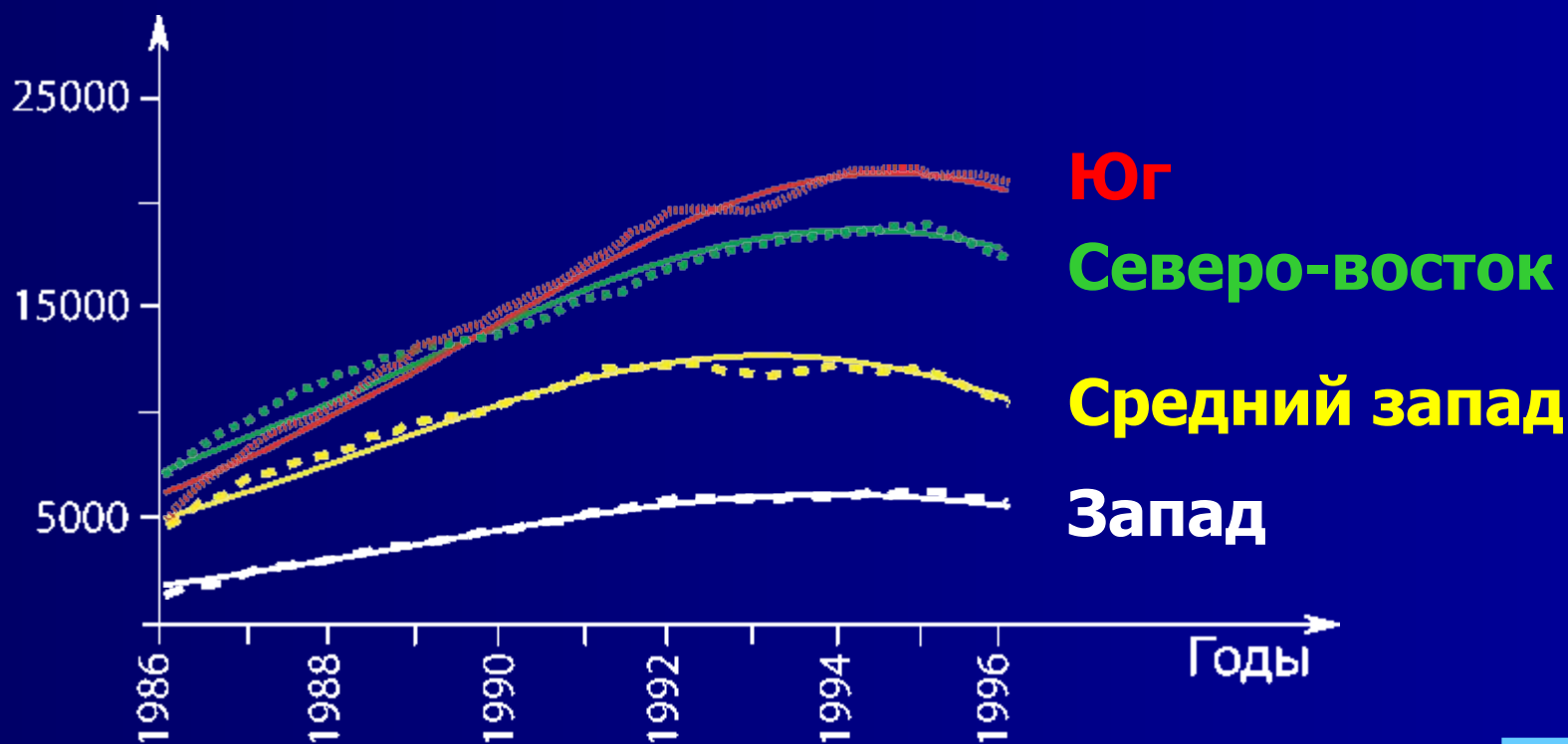

$$\frac{dy}{dt} = \beta y(n - y)$$

# Зависимость от времени

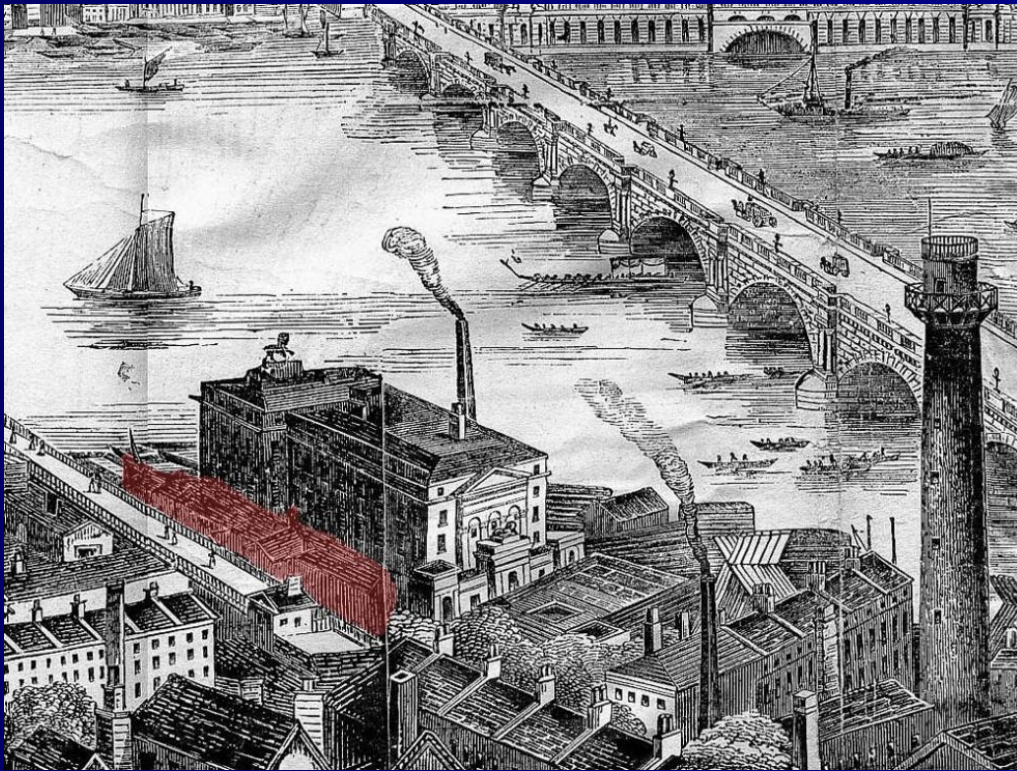
$$\frac{dy}{dt} = \beta y(n - y) \quad y(0) = 1$$



# Распространение СПИДа по регионам США

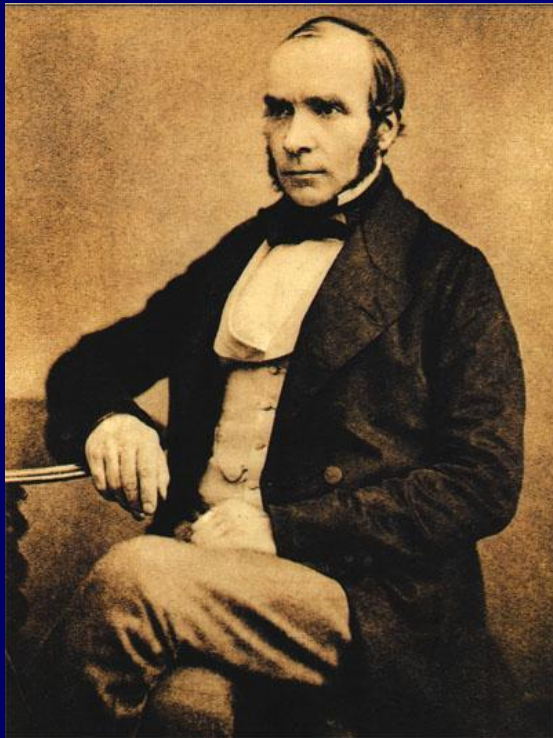


# Вспышка холеры : Лондон, 1854 год



С 31 августа по 2 сентября 1854 года зарегистрировано 83 смертельных исхода от холеры.

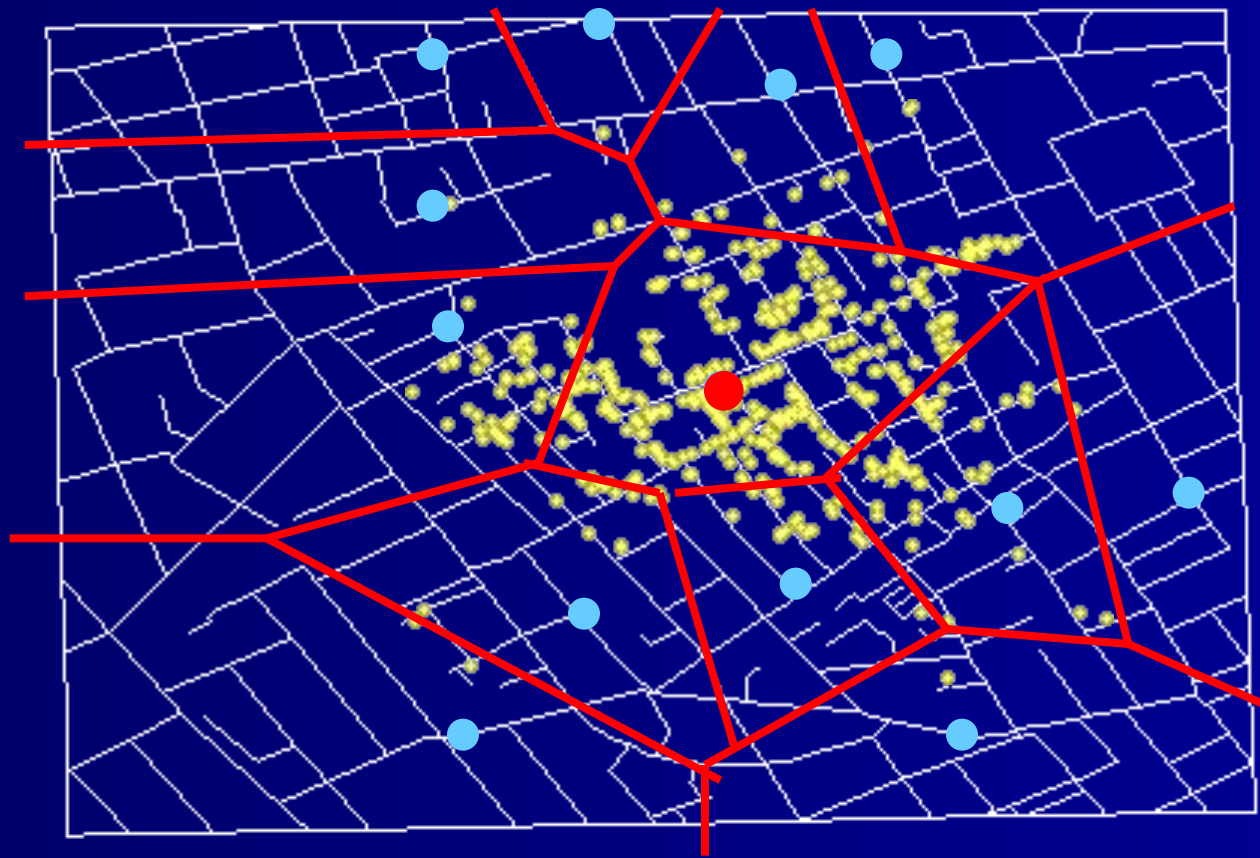
# Джон Сноу (John Snow) (1813-1858)



фотография 1857 года



# Холера: Лондон, 1854 год

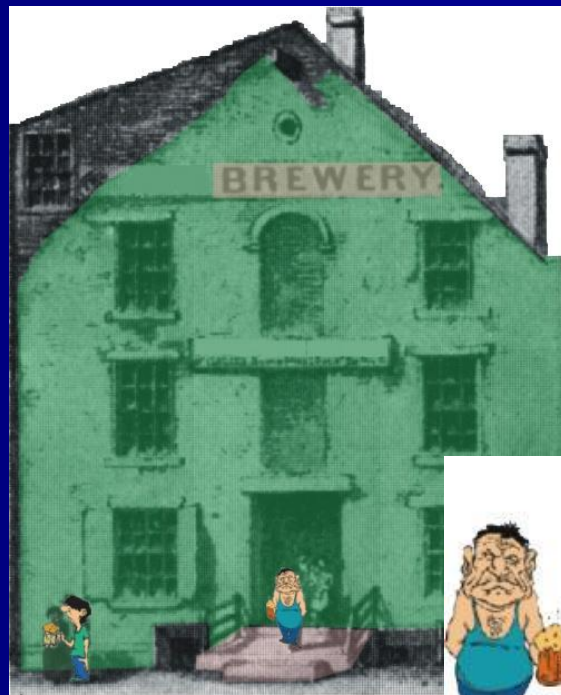




# Пивоварня в районе Broad Street

70 рабочих,  
0 смертей

«... they do not  
drink water at all...»



# Литература

- Смит Дж. Модели в экологии. М.: Мир, 1976.
- Marchetti C. A Simple mathematical model of war events. History and measure. **VII(3-4)** (1992) 297.
- Плотинский Ю.М. Теоретические и эмпирические модели социальных процессов. М.: Логос, 1998, 279 с.
- Короновский А.А., Трубецков Д.И. Нелинейная динамика в действии. Саратов: Изд-во ГосУНЦ "Колледж". 2002. 324 с.: илл.
- Безручко Б.П., Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Путь в синергетику. М.: УРСС. 2010.
- Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов. Под ред. Ильина И.В. и Трубецкова Д.И. М.: Изд-во МГУ. 2010.