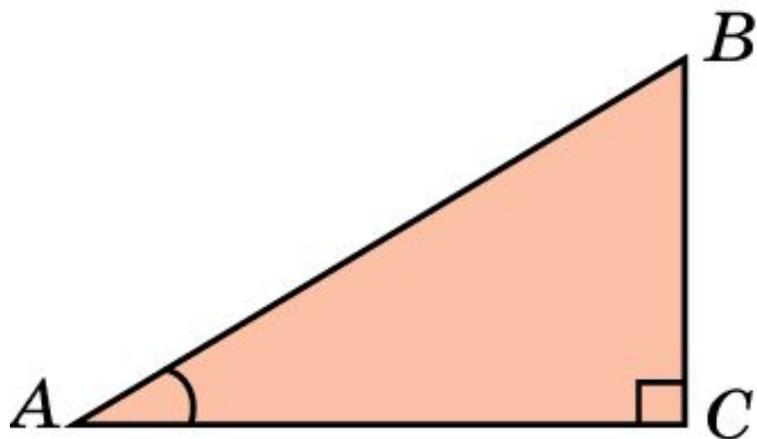


Синус и косинус острого угла

Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего к этому углу катета к гипотенузе. Синус угла A обозначается $\sin A$.

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего к этому углу катета к гипотенузе. Косинус угла A обозначается $\cos A$.



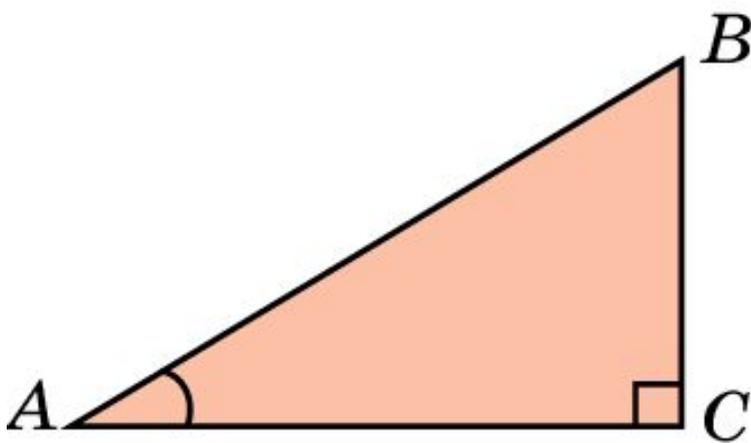
По определению,

$$\sin A = \frac{BC}{AB}, \quad \cos A = \frac{AC}{AB}.$$

Тангенс и котангенс острого угла

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего к этому углу катета к прилежащему. Тангенс угла A обозначается $\operatorname{tg} A$.

Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего к этому углу катета к противолежащему. Котангенс угла A обозначается $\operatorname{ctg} A$.



По определению,

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}, \quad \operatorname{ctg} A = \frac{AC}{BC}.$$

Тригонометрические функции

Синус, косинус, тангенс и котангенс называют тригонометрическими функциями острого угла.

Из определения тригонометрических функций следует:

- 1) катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на синус противолежащего угла;
- 2) катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на косинус прилежащего угла;
- 3) катет прямоугольного треугольника равен произведению второго катета на тангенс противолежащего угла;
- 4) катет прямоугольного треугольника равен произведению второго катета на котангенс прилежащего угла.

Вопрос 1

Что называется синусом острого угла прямоугольного треугольника?

Ответ: Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего к этому углу катета к гипотенузе.

Вопрос 2

Как обозначается синус угла A ?

Ответ: Синус угла A обозначается $\sin A$.

Вопрос 3

Что называется косинусом острого угла прямоугольного треугольника?

Ответ: Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего к этому углу катета к гипотенузе.

Вопрос 4

Как обозначается косинус угла A ?

Ответ: Косинус угла A обозначается $\cos A$.

Вопрос 5

Что называется тангенсом острого угла прямоугольного треугольника?

Ответ: Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего к этому углу катета к прилежащему.

Вопрос 6

Как обозначается тангенс угла A ?

Ответ: Тангенс угла A обозначается $\operatorname{tg} A$.

Вопрос 7

Что называется котангенсом острого угла прямоугольного треугольника?

Ответ: Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего к этому углу катета к противолежащему.

Вопрос 8

Как обозначается котангенс угла A ?

Ответ: Котангенс угла A обозначается $\operatorname{ctg} A$.

Вопрос 9

Что называется тригонометрическими функциями острого угла?

Ответ: Тригонометрическими функциями острого угла называются синус, косинус, тангенс и котангенс.

Вопрос 10

Чему равен катет, лежащий против угла в 30° ?

Ответ: Катет, лежащий против угла в 30° равен половине гипотенузы.

Упражнение 1

Найдите значения тригонометрических функций угла в 30° .

Ответ:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$
$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}.$$

Упражнение 2

Найдите значения тригонометрических функций угла в 45° .

Ответ: $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$, $\operatorname{ctg} 45^\circ = 1$.

Упражнение 3

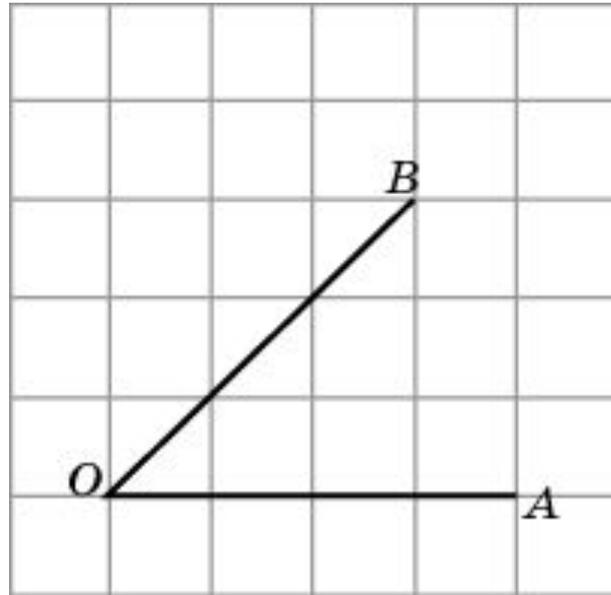
Найдите значения тригонометрических функций угла в 60° .

Ответ: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$,

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}, \quad \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Упражнение 4

Найдите значения тригонометрических функций угла AOB , изображенного на рисунке.

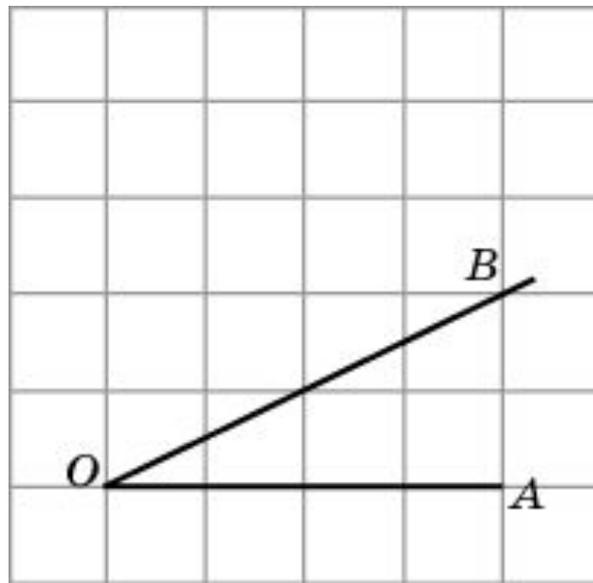


Ответ: $\sin \angle AOB = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \angle AOB = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\operatorname{tg} \angle AOB = 1$, $\operatorname{ctg} \angle AOB = 1$.

Упражнение 5

Найдите значения тригонометрических функций угла AOB , изображенного на рисунке.

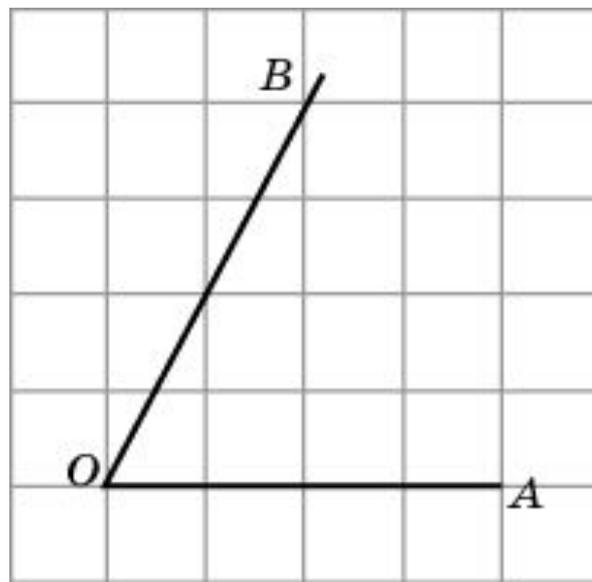


Ответ: $\sin \angle AOB = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos \angle AOB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\operatorname{tg} \angle AOB = 0,5$, $\operatorname{ctg} \angle AOB = 2$.

Упражнение 6

Найдите значения тригонометрических функций угла AOB , изображенного на рисунке.

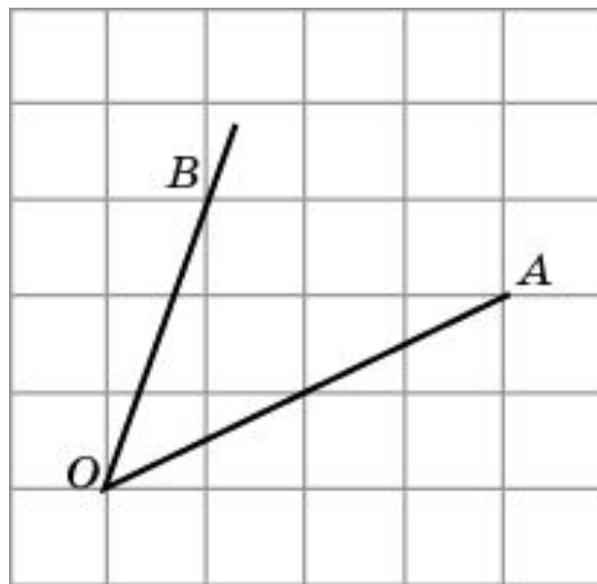


Ответ: $\sin \angle AOB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos \angle AOB = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\operatorname{tg} \angle AOB = 2$, $\operatorname{ctg} \angle AOB = 0,5$.

Упражнение 7

Найдите значения тригонометрических функций угла AOB , изображенного на рисунке.

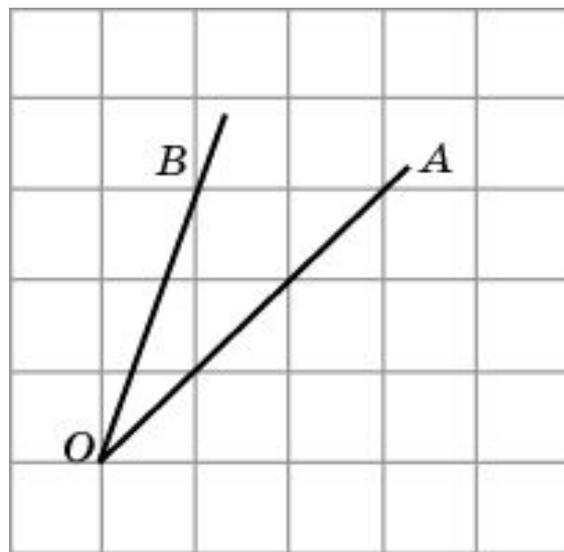


Ответ: $\sin \angle AOB = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \angle AOB = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\operatorname{tg} \angle AOB = 1, \quad \operatorname{ctg} \angle AOB = 1.$$

Упражнение 8

Найдите значения тригонометрических функций угла AOB , изображенного на рисунке.

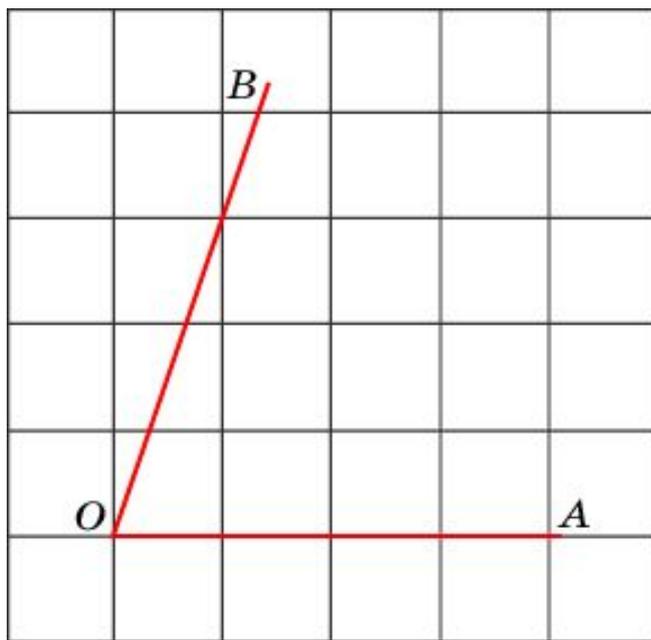


Ответ: $\sin \angle AOB = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos \angle AOB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\operatorname{tg} \angle AOB = 0,5$, $\operatorname{ctg} \angle AOB = 2$.

Упражнение 9

На клетчатой бумаге изобразите угол, тангенс которого равен: а) 1; б) 0,5; в) 2; г) 3.

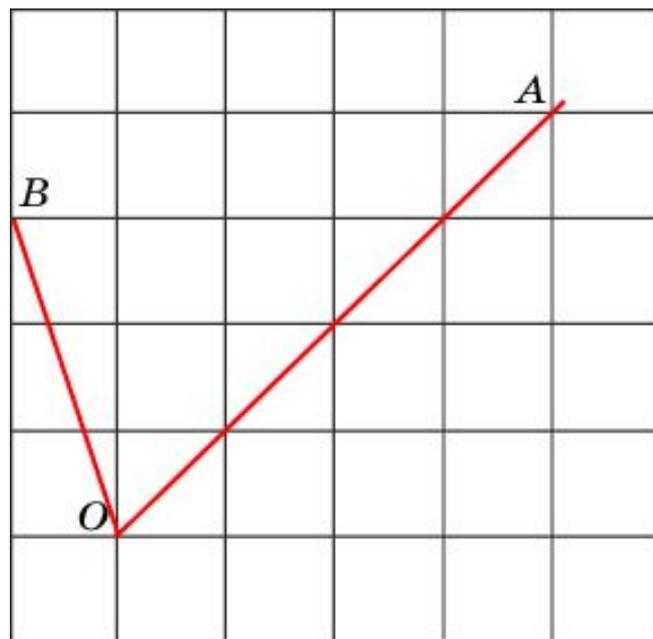


Ответ:

г)

Упражнение 10

От луча OA отложите угол, тангенс которого равен: а) $1/2$; б) $1/3$; в) 2 .



в)

Ответ:

Упражнение 11

Может ли синус (косинус) угла быть равен $\sqrt{2}$?

Ответ: Нет, значения синуса и косинуса меньше единицы.

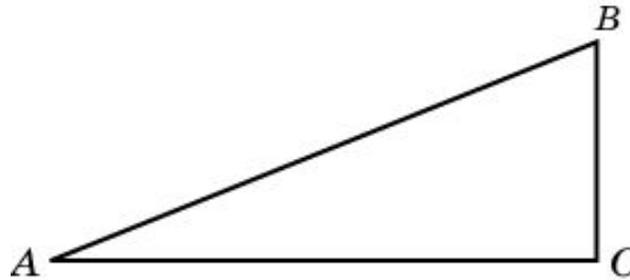
Упражнение 12

Может ли тангенс (котангенс) угла быть равен $\sqrt{2}$

Ответ: Да.

Упражнение 13

Катеты прямоугольного треугольника равны 12 см и 5 см. Найдите все тригонометрические функции его меньшего угла A .



Ответ: $\sin A = \frac{5}{13}$, $\cos A = \frac{12}{13}$,

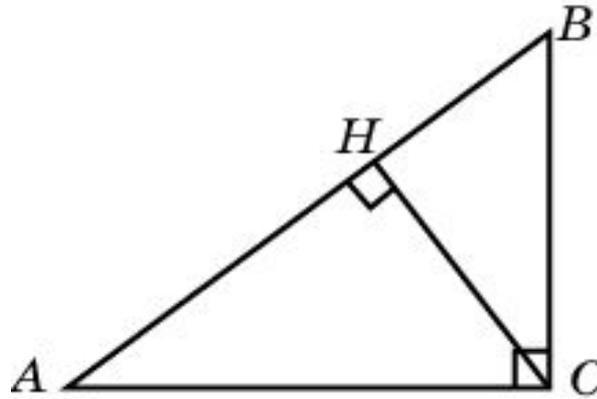
$$\operatorname{tg} A = \frac{5}{12}, \quad \operatorname{ctg} A = \frac{12}{5}.$$

Упражнение 14

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $AC = 5$, $AH = 4$. Найдите:

а) $\sin B$;

б) $\cos B$.



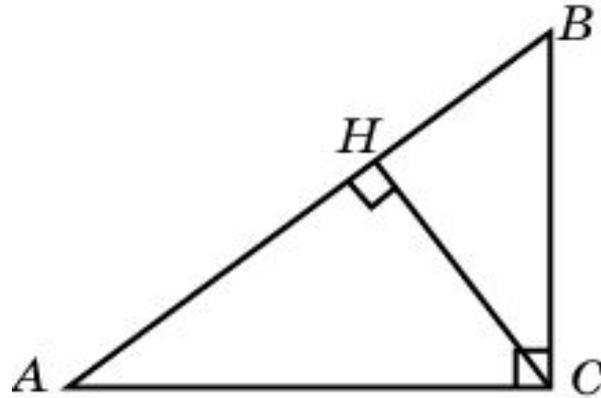
Ответ: а) 0,8. б) 0,6.

Упражнение 15

В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH – высота, $BC = 5$, $BH = 3$. Найдите:

а) $\sin A$;

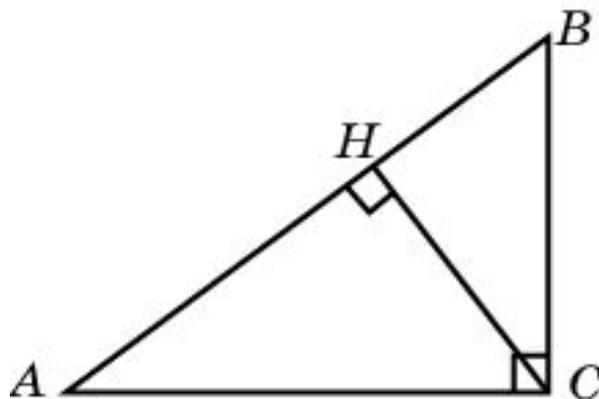
б) $\cos A$.



Ответ: а) 0,6; б) 0,8.

Упражнение 16

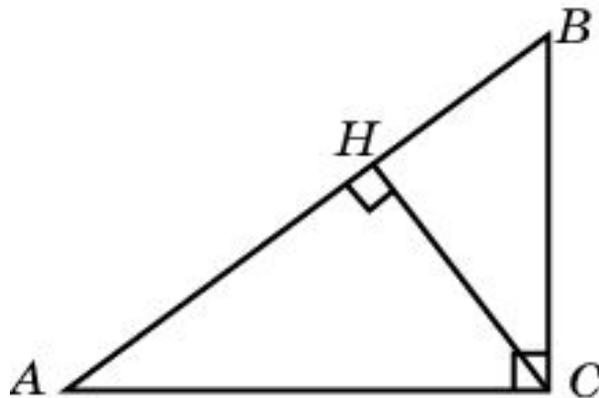
В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 5$, высота CH равна 3. Найдите $\sin B$.



Ответ: 0,8.

Упражнение 17

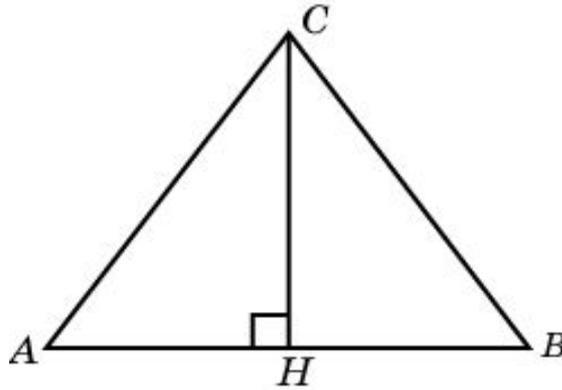
В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 5$, высота CH равна 4. Найдите $\sin A$.



Ответ: 0,6.

Упражнение 18

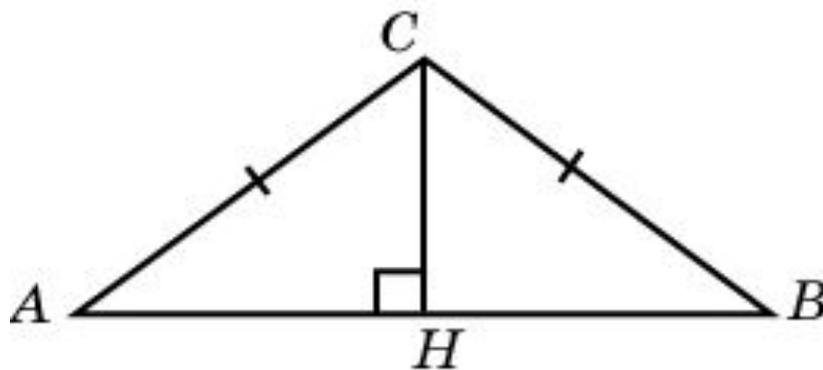
Высота, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна 8 см, основание равно 12 см. Найдите синус и косинус угла A при основании треугольника.



Ответ: $\sin A = \frac{4}{5}$, $\cos A = \frac{3}{5}$.

Упражнение 19

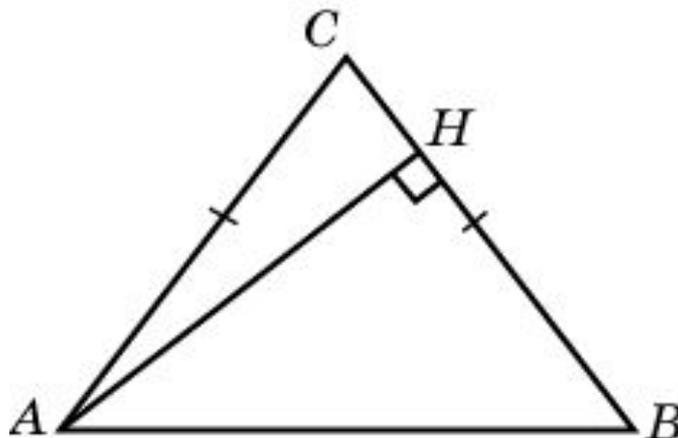
В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $AB = 8$.
Найдите $\operatorname{tg} A$.



Ответ: 0,75.

Упражнение 20

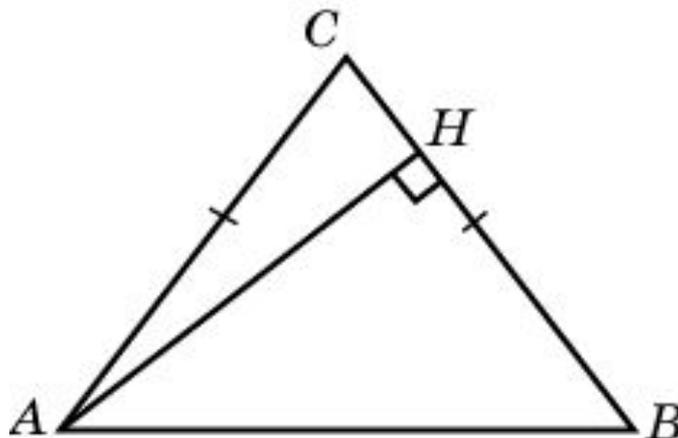
В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 5$, высота AH равна 4. Найдите $\sin A$.



Ответ: 0,8.

Упражнение 21

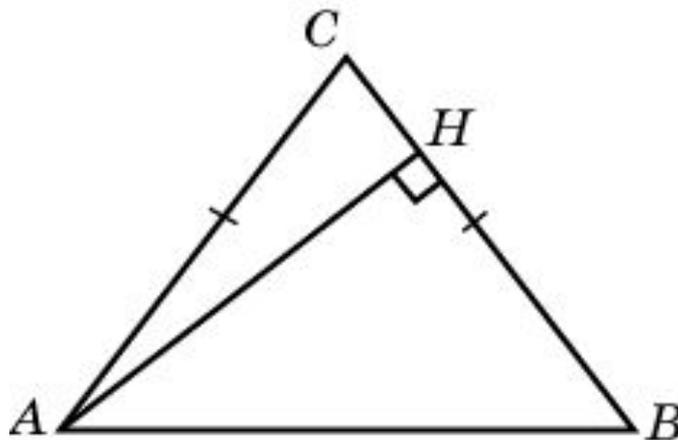
В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 5$, высота AH равна 4. Найдите $\cos A$.



Ответ: 0,6.

Упражнение 22

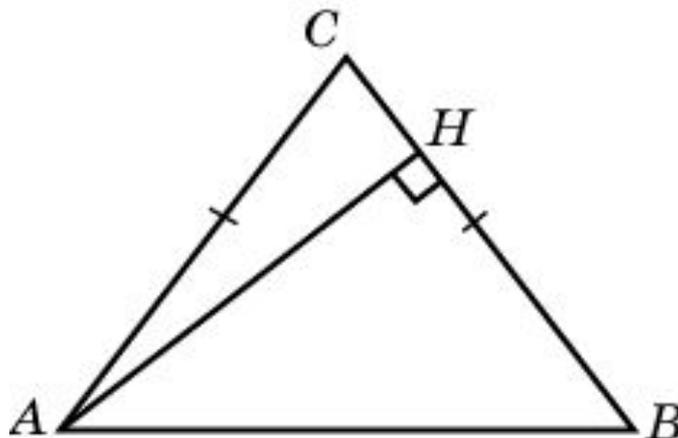
В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 5$, AH – высота, $BH = 3$. Найдите $\cos A$.



Ответ: 0,6.

Упражнение 23

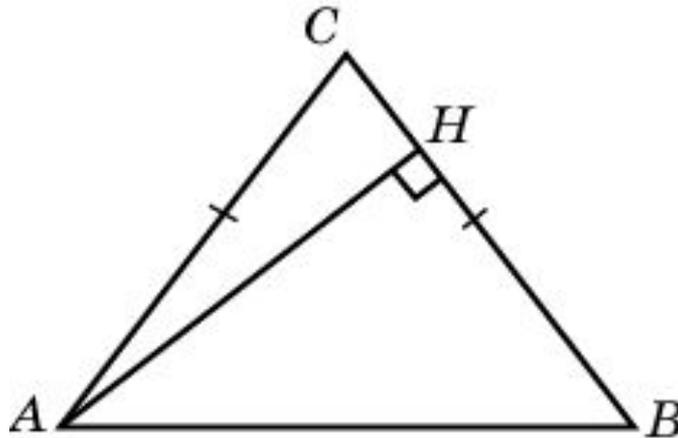
В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\sin A = 0,8$. Найдите косинус угла BAH .



Ответ: 0,8.

Упражнение 24

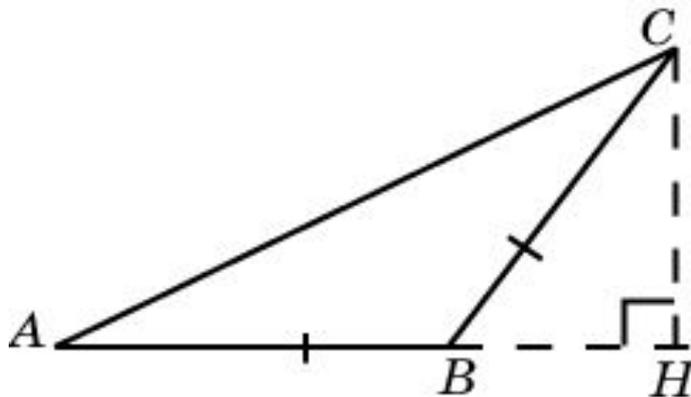
В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\sin A = 0,8$. Найдите синус угла BAH .



Ответ: 0,6.

Упражнение 25

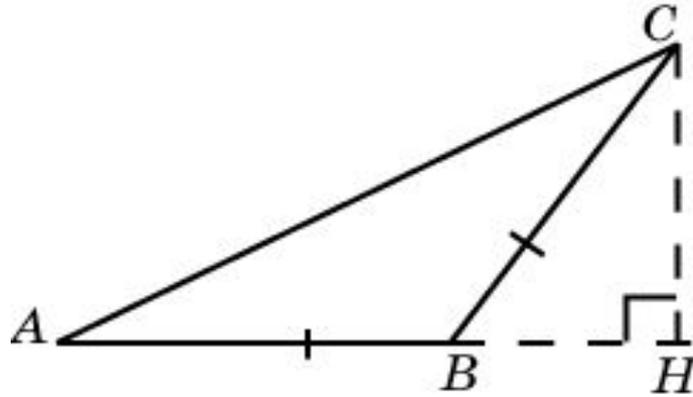
В треугольнике ABC $AB = BC$, $AC = 10$, CH – высота, $AH = 8$. Найдите $\sin C$.



Ответ: 0,6.

Упражнение 26

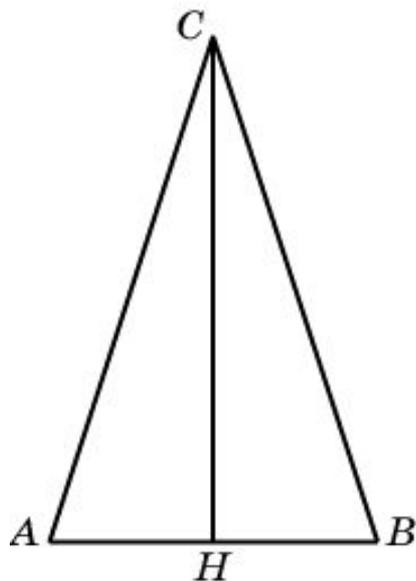
В треугольнике ABC $AB = BC$, CH - высота, $\sin C = 0,4$. Найдите косинус угла ACH .



Ответ: 0,4.

Упражнение 27*

Найдите синус угла в 18° .



Решение. Рассмотрим золотой треугольник ABC , у которого угол C равен 36° . Проведем высоту CH .

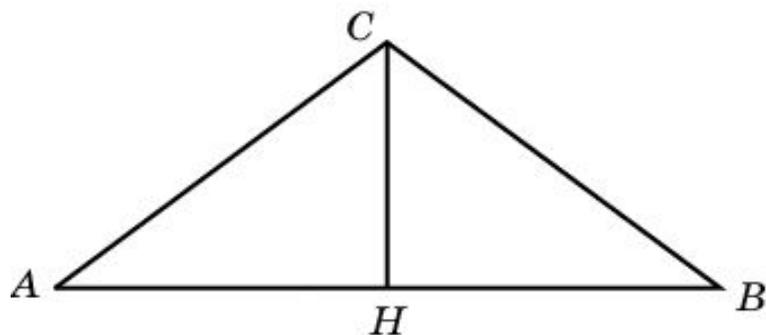
Если $AC = 1$, то $AH = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$.

Следовательно, $\sin 18^\circ = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$.

Ответ: $\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$.

Упражнение 28*

Найдите синус угла в 54° .



Решение. Рассмотрим золотой треугольник ABC , у которого угол C равен 108° . Проведем высоту CH . Если $AC = 1$, то

$$AH = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}.$$

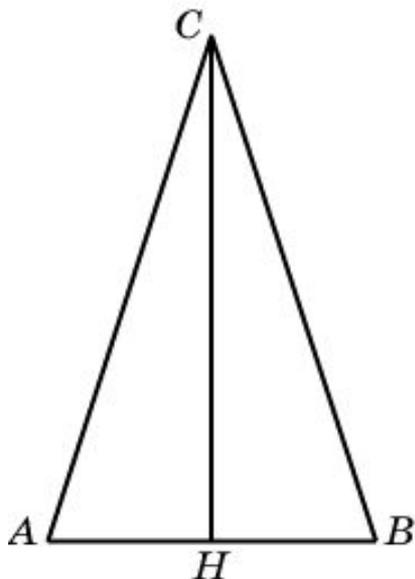
Следовательно,

$$\sin 54^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}.$$

Ответ: $\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$.

Упражнение 29*

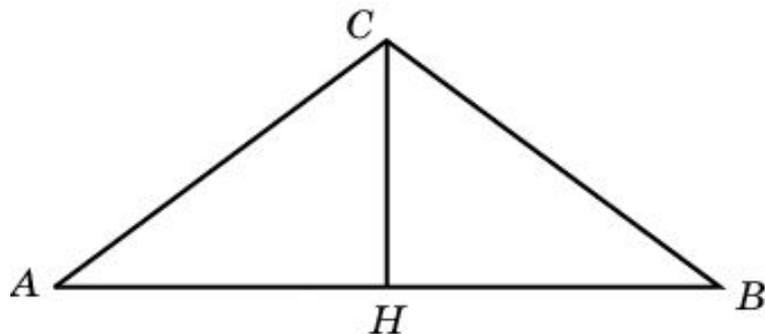
Найдите косинус угла в 18° .



Ответ: $\frac{\sqrt{5 + \sqrt{5}}}{8}$.

Упражнение 30*

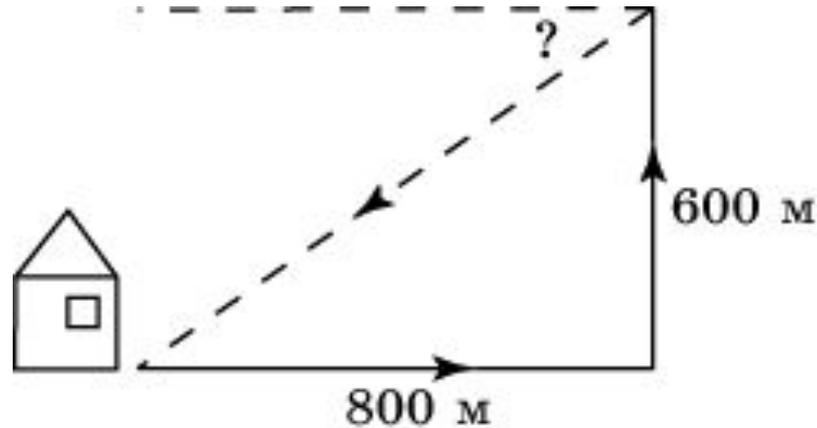
Найдите косинус угла в 54° .



Ответ: $\frac{\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}{4}$.

Упражнение 31

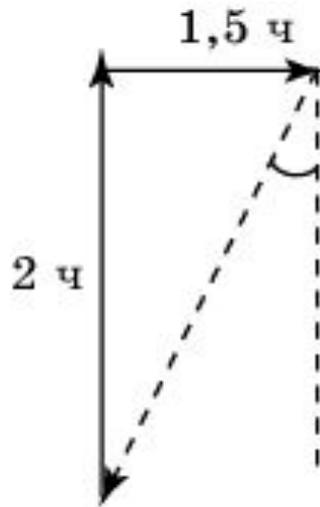
Мальчик прошел от дома по направлению на восток 800 м. Затем повернул на север и прошел 600 м. Под каким углом к направлению на запад он должен идти, чтобы вернуться домой? В ответе укажите целое число градусов. (Используйте таблицу тригонометрических функций.)



Ответ: 37°.

Упражнение 32

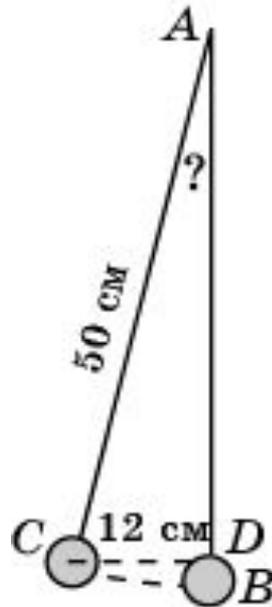
Грибник, войдя в лес, в течение двух часов шел в направлении на север, а затем с той же скоростью в течение полутора часов – на восток. Под каким углом к направлению на юг он должен идти, чтобы вернуться к месту, где он вошел в лес? В ответе укажите целое число градусов. (Используйте таблицу тригонометрических функций.)



Ответ: 37°.

Упражнение 33

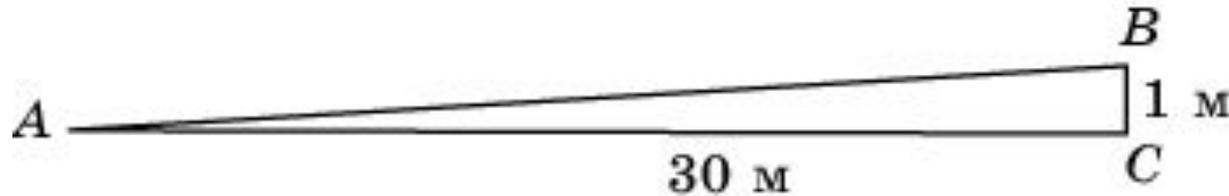
Маятник AB длиной 50 см отклонили от положения равновесия на расстояние CD , равное 12 см. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол, который образует новое положение AC маятника с положением равновесия AB



Ответ: 14° .

Упражнение 34

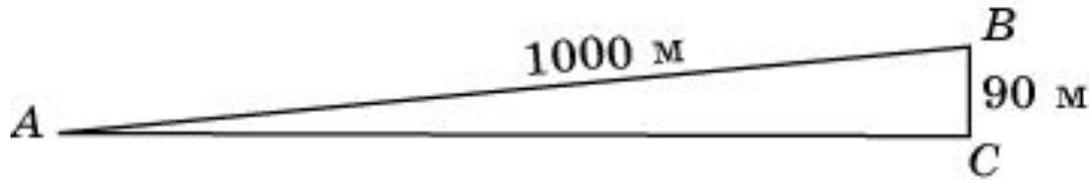
Горная железная дорога поднимается на 1 м на каждые 30 м пути. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол подъема в градусах. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



Ответ: 2° .

Упражнение 35

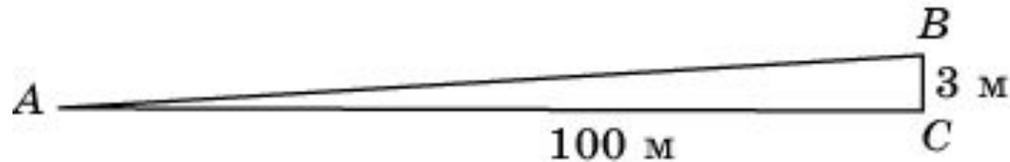
Человек, пройдя вверх по склону холма 1000 м, поднялся на 90 м над плоскостью основания холма. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите (в среднем) угол наклона холма в градусах. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



Ответ: 5° .

Упражнение 36

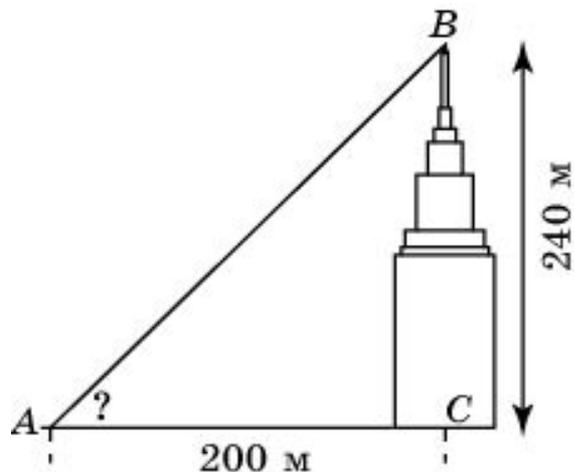
Используя таблицу тригонометрических функций, найдите приближенное значение угла, под которым виден столб высотой 3 м, находящийся от наблюдателя на расстоянии 100 м. В ответе укажите целое число градусов.



Ответ: 2° .

Упражнение 37

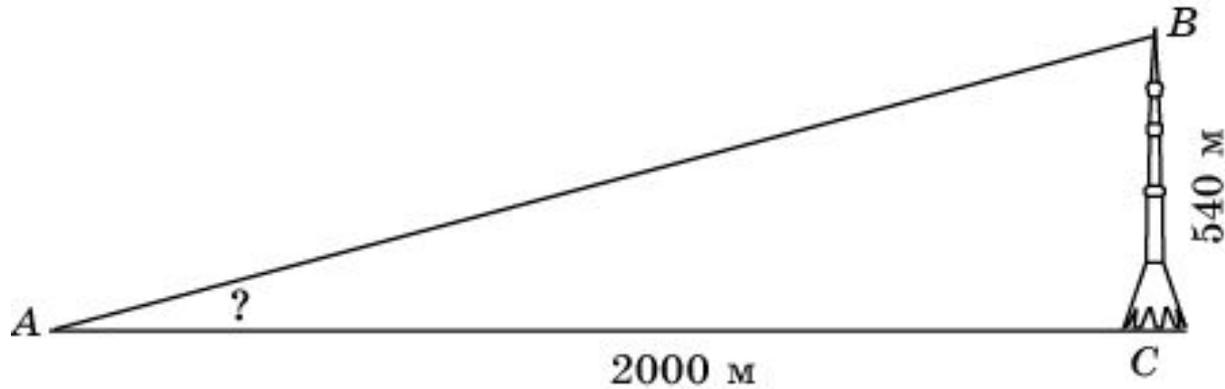
Высота башни главного здания МГУ имени М.В. Ломоносова равна 240 м. Под каким углом видна эта башня с расстояния 200 м? В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу градусов.



Ответ: 50°.

Упражнение 38

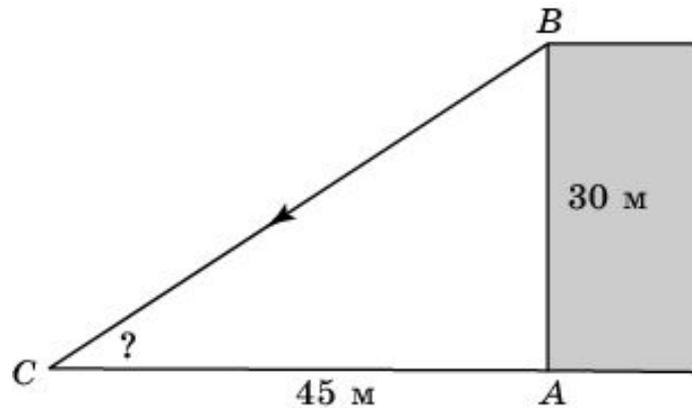
Высота Останкинской телевизионной башни – 540 м. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол в градусах, под которым видна башня с расстояния 2000 м.



Ответ: 15° .

Упражнение 39

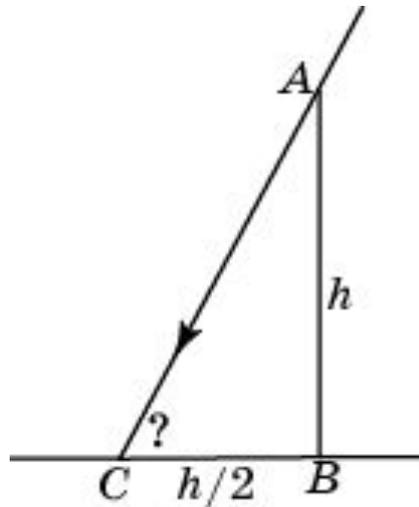
Строение высоты 30 м бросает тень длиной 45 м. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол наклона солнечных лучей. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



Ответ: 34°.

Упражнение 40

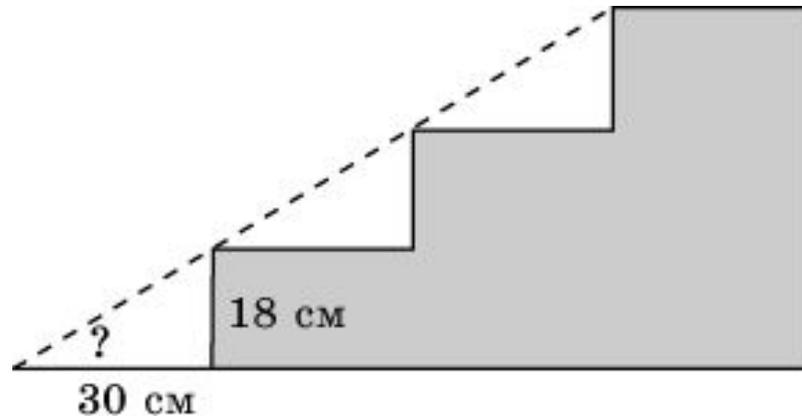
Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол наклона солнечных лучей, если длина тени стоящего человека в два раза меньше его роста. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



Ответ: 64° .

Упражнение 41

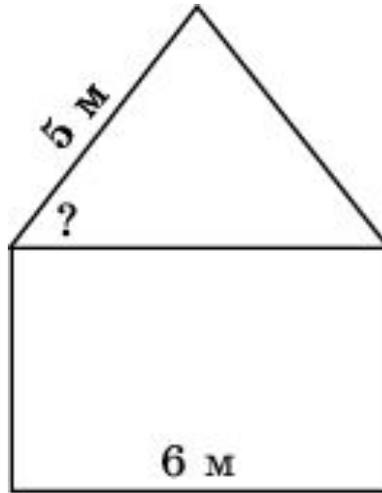
Лестница имеет ступеньки, ширина которых равна 30 см, а высота – 18 см. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол подъема лестницы. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



Ответ: 31°.

Упражнение 42

Ширина дачного домика равна 6 м, ширина одного ската его двускатной крыши равна 5 м. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол между стропилами крыши и потолком.



Ответ: 53° .

Упражнение 43

Ширина футбольных ворот равна 8 ярдам. Расстояние от 11-метровой отметки до линии ворот равно 12 ярдам. Найдите угол, под которым видны ворота с 11-метровой отметки. В ответе укажите целое число градусов.



Ответ: 37° .

Таблица тригонометрических функций

A	$\sin A$	$\operatorname{tg} A$	A	$\sin A$	$\operatorname{tg} A$	A	$\sin A$	$\operatorname{tg} A$
30'	0,0087	0,0087	30°	0,50	0,58	60°	0,87	1,73
1°	0,0175	0,0175	31°	0,52	0,60	61°	0,87	1,80
2°	0,035	0,035	32°	0,53	0,62	62°	0,88	1,88
3°	0,05	0,05	33°	0,54	0,65	63°	0,89	1,96
4°	0,07	0,07	34°	0,56	0,68	64°	0,90	2,02
5°	0,09	0,09	35°	0,57	0,70	65°	0,91	2,15
6°	0,10	0,11	36°	0,59	0,73	66°	0,91	2,25
7°	0,12	0,12	37°	0,60	0,75	67°	0,92	2,36
8°	0,14	0,14	38°	0,62	0,78	68°	0,93	2,48
9°	0,16	0,16	39°	0,63	0,81	69°	0,93	2,61
10°	0,17	0,18	40°	0,64	0,84	70°	0,94	2,78
11°	0,19	0,19	41°	0,66	0,87	71°	0,95	2,90
12°	0,21	0,21	42°	0,67	0,9	72°	0,95	3,08
13°	0,23	0,23	43°	0,68	0,93	73°	0,96	3,27
14°	0,24	0,25	44°	0,69	0,97	74°	0,96	3,49
15°	0,26	0,27	45°	0,71	1,00	75°	0,97	3,73
16°	0,28	0,29	46°	0,72	1,04	76°	0,97	4,01
17°	0,29	0,31	47°	0,73	1,07	77°	0,97	4,33
18°	0,31	0,32	48°	0,74	1,11	78°	0,98	4,71
19°	0,33	0,34	49°	0,75	1,15	79°	0,98	5,15
20°	0,34	0,36	50°	0,77	1,19	80°	0,98	5,67
21°	0,36	0,38	51°	0,78	1,23	81°	0,99	6,31
22°	0,37	0,40	52°	0,79	1,28	82°	0,99	7,12
23°	0,39	0,42	53°	0,80	1,33	83°	0,992	8,14
24°	0,41	0,45	54°	0,81	1,38	84°	0,994	9,51
25°	0,42	0,47	55°	0,82	1,43	85°	0,996	11,43
26°	0,44	0,49	56°	0,83	1,48	86°	0,998	14,30
27°	0,45	0,51	57°	0,84	1,54	87°	0,999	19,08
28°	0,47	0,53	58°	0,85	1,60	88°	1,00	28,64
29°	0,48	0,55	59°	0,86	1,66	89°	1,00	57,29