

**Тема: Применение свойств и признаков равенства прямоугольных треугольников к решению практических задач.**

(Урок геометрии – 7 класс)

Цель: показать практическое применение свойств и признаков равенства прямоугольных треугольников к решению практических задач; познакомить с историей развития некоторых математических идей, их влияние на жизнь современного общества;

Развивать интуицию, способность ориентироваться в новых ситуациях, стремление к применению полученных знаний, воспитывать уважение к значимости полученных знаний.

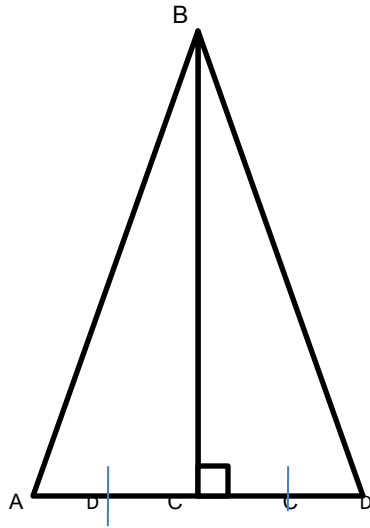


*«Сближение теории с практикой даёт самые благотворные результаты, и не одна только практика от этого выигрывает».*

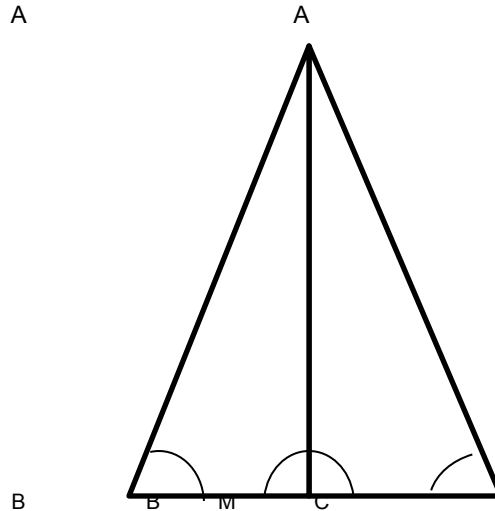
*П.А. Чебышев*



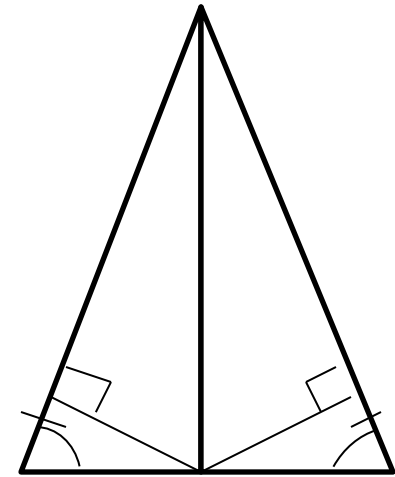
Найдите пары равных треугольников и объясните их равенство.



$AD = DC$   
 $\angle BDC - \text{прямой}$        $\angle C = \angle B$



$\angle C = \angle B$   
 $\angle ADB = \angle ADC$        $\angle C = \angle B$   
 $\angle CDM - \text{прямой}$        $\angle AMB - \text{прямой}$   
 $CD = BE$



$AD =$   
 $\angle BEM - \text{прямой}$

**Решение:**

Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по двум катетам  
 $BD$  общая сторона  
 $AD = CD$  по условию  
 $\angle ADB + \angle BDC = 180^\circ$   
 $\angle ADB = 90^\circ$

**Решение:**

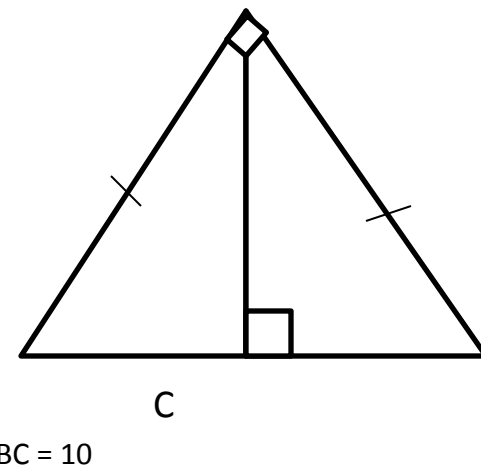
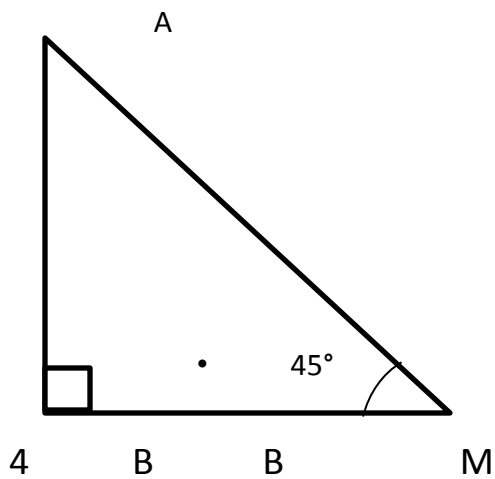
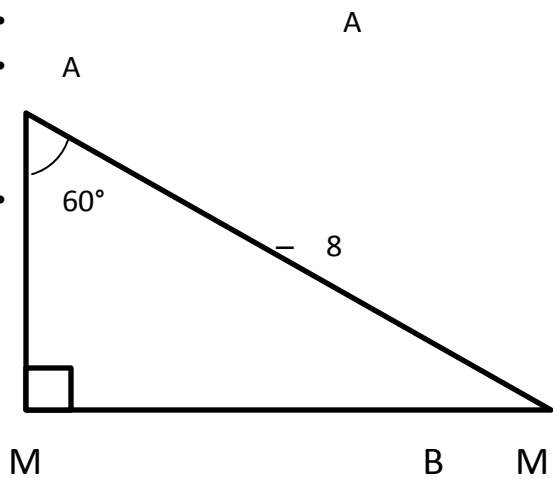
Треугольники  $ADC$  и  $ADB$  (по катету и острому углу)  
 $\angle C = \angle B$   
 $AD$  общая сторона  
 $\angle ADC = \angle ADB = 90^\circ$  (смежные)

**Решение:**

1. Треугольники  $CMD$  и  $BME$  равны по катету и острому углу  
 2. Треугольники  $ADM$  и  $AEM$  равны по гипотенузе и острому углу  
 $AM$  общая сторона  
 Треугольник  $BAC$  равнобедренный  
 $AM$  высота, биссектриса  
 $\angle DAM = \angle EAM$

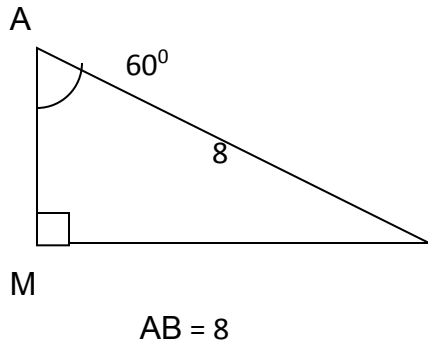
• Найти длину отрезка  $AM$ .

- 
- 
- 
- 

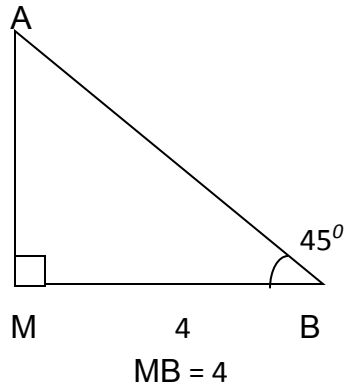


- РЕШЕНИЕ

В

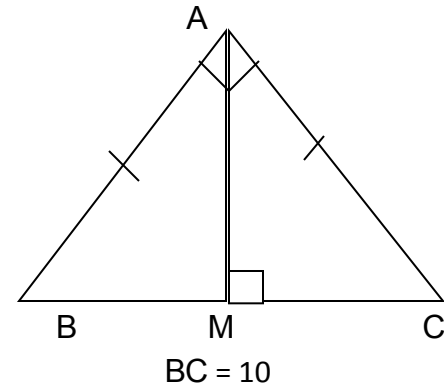


Решение:  
 $\angle B = 30^\circ$   
 $AM$  равен  
 половине  $AB$   
 $AM = 4$



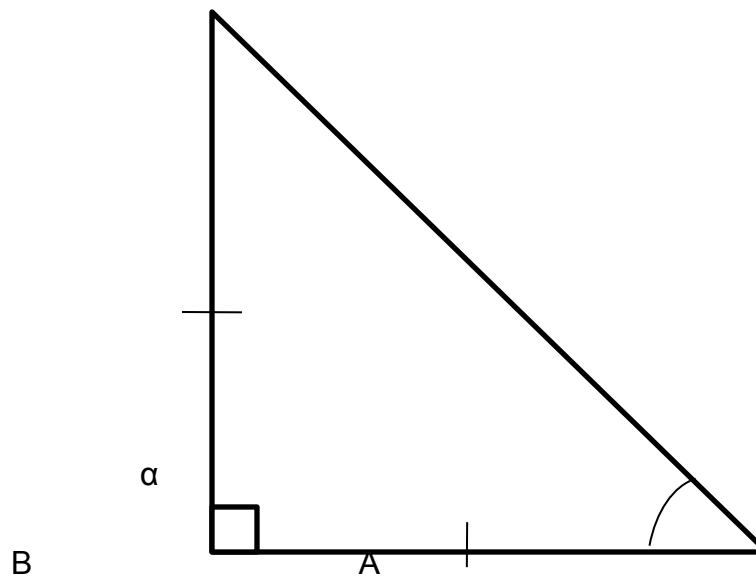
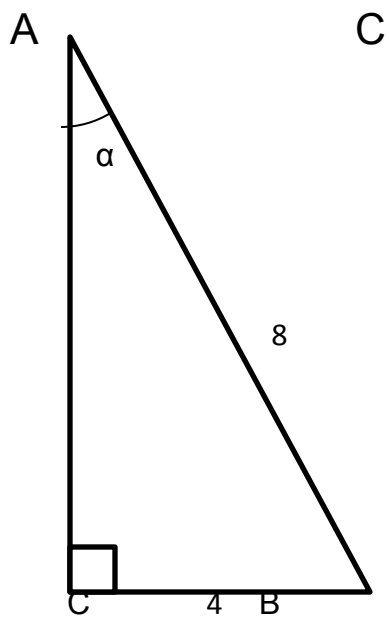
Решение:  
 $\angle A + \angle B = 90^\circ$   
 $\angle A = 45^\circ$   
 $AMB$   
 равнобедренный  
 $AM = MB$   
 $AM = 4$

A

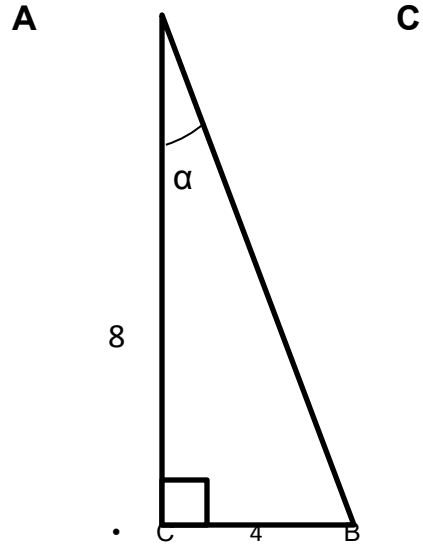


Решение:  
 $\angle B + \angle C = 90^\circ$   
 $ABC$  равнобедренный  
 $\angle B = \angle C = 45^\circ$   
 $\angle BAM = \angle CAM = 45^\circ$   
 $AMB$  и  $ACM$  равнобедренные  
 $BM = AM = MC = 5$

- Найти угол  $\alpha$

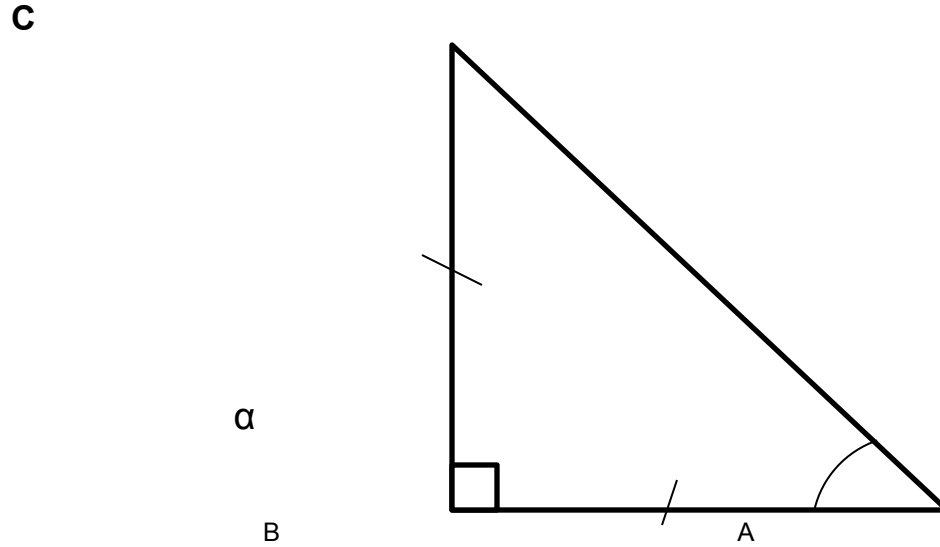


РЕШЕНИЕ



CB равен половине AB

$\alpha = 30^\circ$



Треугольник ABC равнобедренный

CB = AB

$\angle A = \angle C; \angle A + \angle C = 90^\circ$

$\alpha = 45^\circ$



- **II. Самостоятельная работа (работа в группах).**

За решение каждой задачи пять баллов

- Карточки с заданиями лежат на партах

- 

- 

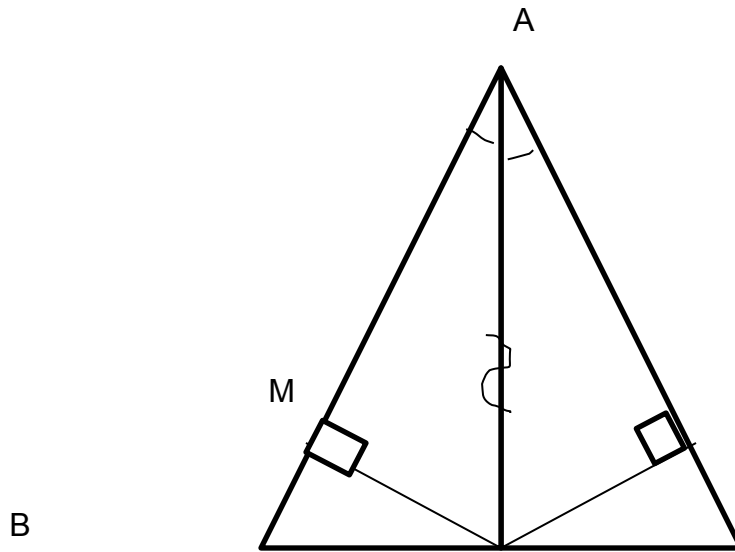
- 1. Доказать, что точка биссектрисы угла равноудалена от его сторон.

- 

- 2. Доказать, что каждая точка, равноудалённая от сторон угла, лежит на его биссектрисе.

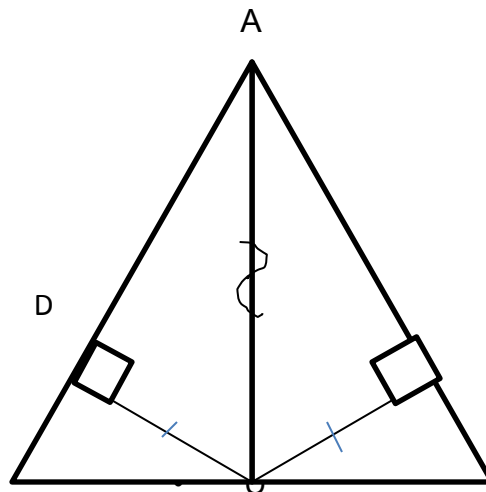
-

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ №1.



треугольники  $AMO$  и  $ADO$  прямоугольные ( $\angle OMA$  и  $\angle ODA$  прямые),  
они равны по гипотенузе и острому углу, так как  $\angle MAO = \angle DAO$  ( $AO$ - биссектриса угла  $BAC$ )  
 $AO$  общая сторона  
Из равенства треугольников следует равенство отрезков  $MO$  и  $OD$

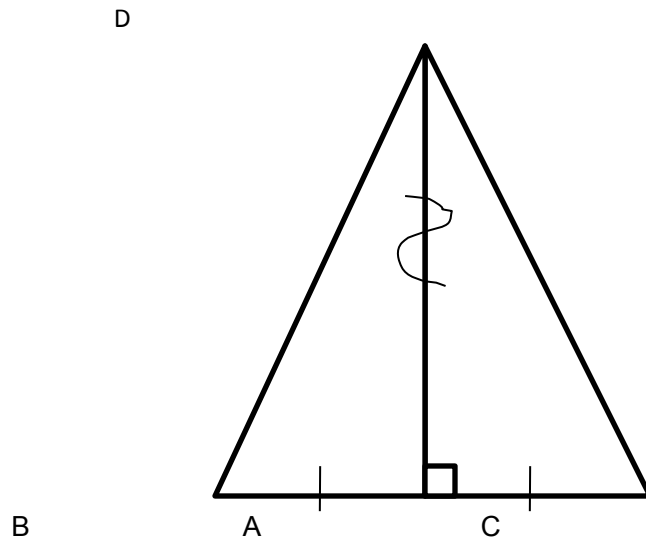
- РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ №2



- треугольники  $ADO$  и  $AMO$  прямоугольные ( $\angle ODA$  и  $\angle OMA$  прямые)
- они равны по гипотенузе и катету, так как  $DO = OM$  по условию
- $AO$  общая сторона
- Из равенства треугольников следует равенство углов  $DAO$  и  $OAM$ .
- Значит  $AO$  - биссектриса

- **III. Решение практических задач.** (Задания написаны на карточках)
- 1. Населённые пункты  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  расположены так, что пункт  $A$  находится в нескольких километрах к югу от  $D$ , а пункты  $B$  и  $C$  – на одинаковых расстояниях к западу и востоку (соответственно) от  $A$ . Верно ли, что  $B$  и  $C$  находятся на одинаковом расстоянии от  $D$ ?

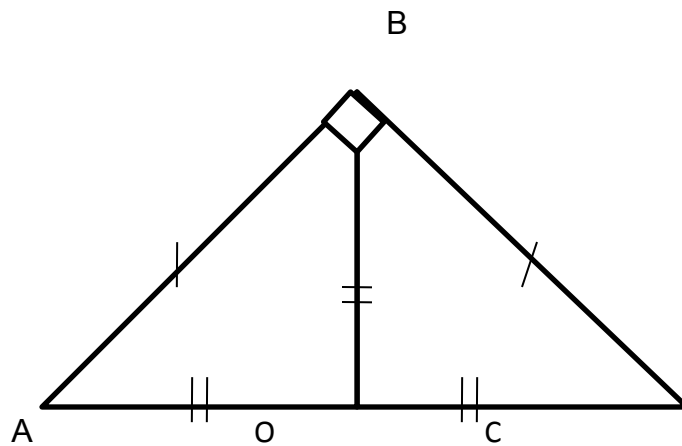
- **Решение задачи №1:**
- Треугольники  $DAB$  и  $DAC$  равны по двум катетам, значит,  $BD = CD$ .
- 



ОТВЕТ: верно

- 2. Жители трёх домов ( $A, B, C$ ), расположенных в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника хотят выкопать общий колодец с таким расчётом, чтобы он был одинаково удалён от всех домов. В каком месте надо копать?

- **Решение задачи №2**
- Копать надо в точке  $O$ .



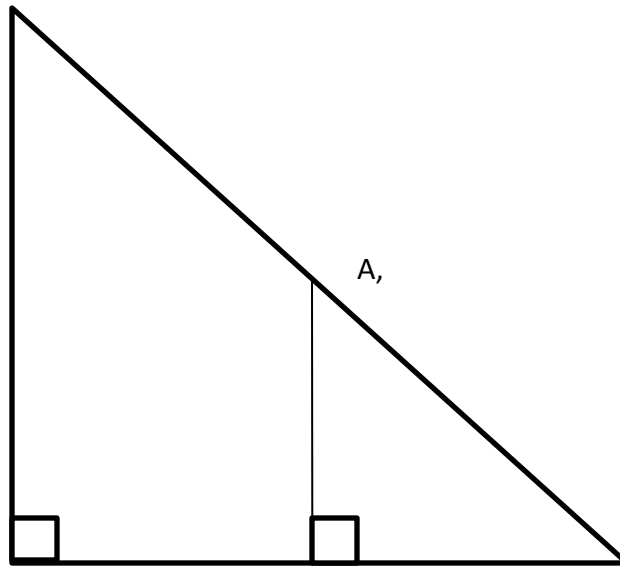
- 
- 
- 
- 
- 
-

- **Задачи Фалеса:**
- а) Египтяне задали Фалесу трудную задачу: найти высоту одной из громадных пирамид. Фалес нашёл для этой задачи простое и красивое решение. Он воткнул в землю вертикально длинную палку и сказал: «Когда тень от этой палки будет той же длины, что и сама палка, тень от пирамиды будет иметь ту же длину, что и высота пирамиды.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

A



Треугольник  $ACB$  – равнобедренный

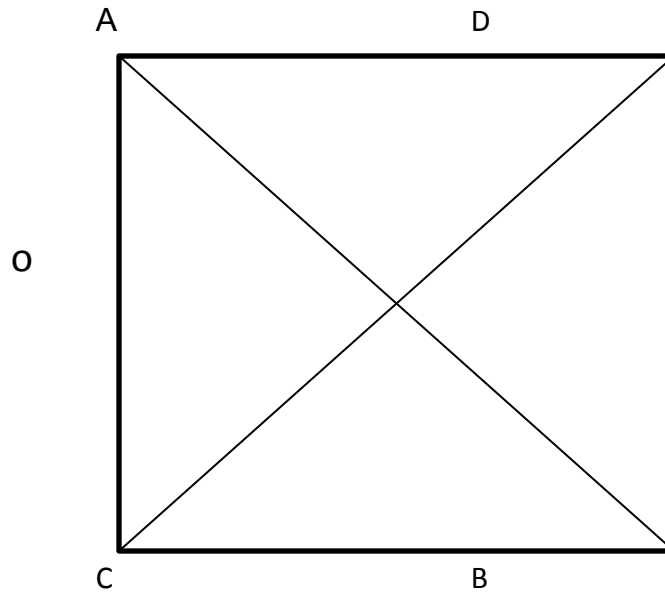
$$AC = CB$$

Треугольник  $A_1C_1B$  – равнобедренный

$$A_1C_1 = C_1B.$$

- б) Ещё одно из свойств прямоугольного треугольника, доказанное Фалесом. Нарисуем прямоугольный треугольник  $ABC$  и разделим его гипотенузу  $AC$  точкой  $O$  пополам. Как вы думаете, какой отрезок длиннее:  $AO$  или  $OB$ ? То есть куда ближе идти из середины гипотенузы – к острому углу или к прямому?

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ



Достроим треугольник  $ACB$  до прямоугольника  $ADBC$ .  $AB = DC$  и точка  $O$  – середина каждого из них.  
Следовательно,  $AO = OB = OC$ .

## IV. Компьютерная презентация.

### Биография Фалеса



Существовало предание, что Фалес был финикийцем, ставший гражданином Милета.

Фалес Милетский жил в самом конце VII - первой половине VI в. до н. э. (с. 625 – 548 до н. э.). Фалес Милетский был уроженцем греческого торгового города Милета, расположенного в Малой Азии на берегу Эгейского моря.

В VI веке до н. э. Милет находился в расцвете славы. Это был многолюдный и шумный город купцов, торговцев, ремесленников, мореплавателей. Жемчужиной Эллады называли его и греки, и чужестранцы. Как рассказывают древние историки, в четырёх гаванях города встречались корабли, прибывшие из Сирии, Финикии, Египта, Крита. Главная гавань называлась Львиной. Узкий вход в неё охраняли два огромных мраморных льва. На широкой набережной толпились носильщики, матросы, менялы, проводники. Вся эта шумная толпа набрасывалась на чужеземцев, прибывших в Милет, предлагая услуги. От огромных ворот порта с шестнадцатью мраморными кодонами вела в город широкая главная улица. Милет – родина Фалеса.

Неподалёку от ворот стоял величественный храм Аполлона с мраморными жертвенниками и статуями. Но купцов, прибывших из разных стран в Милет, привлекали не только красоты города. Тончайшая шерсть из милетских овец славилась всюду. Садоводы Милета выводили прекрасные сорта роз. Из лепестков роз изготавливали драгоценное розовое масло. Окрестности города утопали в густых оливковых садах. В далёкие путешествия отправлялись милетские торговцы-моряки. Эти путешествия были опасны. Порой приходилось бороться с разбушевавшейся стихией, обороняться от пиратов, а при высадке на сушу отражать нападения туземцев. Но не только мужества требовала жизнь от тогдашних мореплавателей. Она требовала ещё и умения ответить на многие вопросы. Как ориентироваться в море? Как определить расстояние от берега до корабля? Тесная зависимость жизненного успеха людей от решения теоретических вопросов привела к тому, что город Милет стал колыбелью античной науки, а учёный Фалес – её родоначальником.

«Ищи что-нибудь одно мудрое, выбирай что-нибудь одно доброе, так ты уймёшь пустословие болтливых людей».

Фалес был купцом. Он хорошо зарабатывал, умело торгуя оливковым маслом. Много путешествовал: посетил Египет, Среднюю Азию, халдею. Всюду изучал опыт, накопленный жрецами, ремесленниками и мореходами: познакомился с египетской и вавилонской школами математики и астрономии. Возвратившись на родину, Фалес отошел от торговли и посвятил свою жизнь занятиями наукой, окружив себя учениками, - так образовывалась милетская ионийская школа, из которой вышли многие знаменитые греческие учёные. Фалес дожил до глубокой старости.

- 
- **Вклад в науку**
- Фалес Милетский имел титул одного из семи мудрецов Греции, он был поистине первым философом, первым математиком, астрономом и вообще первым по всем наукам в Греции, -- он был тем же для Греции, чем Ломоносов для России.
- Карьеру он начал как купец и еще в молодости попал в Египет. В Египте Фалес застрял на много лет, изучая науки в Фивах и Мемфисе. Считается, что геометрию и астрономию в Грецию привез он. Во всяком случае, одному у него могут поучиться все философы – краткости. Полное собрание его сочинений, по преданию, составляло всего 200 стихов. Трудно сейчас сказать, что в научном перечне принадлежит действительно Фалесу и что приписано ему потомками, восхищающимися его гением. Несомненно, в лице Фалеса Греция впервые обрела одновременно философа математика и естествоиспытателя. Не случайно древние причислили его к «великолепной семёрке» мудрецов древности.

- **Фалес – математик**

- Условно ему приписывают открытие доказательств ряда теорем:
- - о делении круга диаметром пополам;
- - о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника;
- - о равенстве вертикальных углов;
- - один из признаков равенства прямоугольных треугольников и другое.
- 

- 
- **Задачи Фалеса**

- Фалес открыл любопытный способ определения расстояния от берега до видимого корабля. Доказательством признаков равенства треугольников занимались ещё пифагорейцы. По словам Прокла, Евдем Родосский приписывает Фалесу Милетскому доказательство теоремы о «равенстве» двух треугольников, имеющих равными сторону и два прилежащих к ней угла (второй признак равенства треугольников). Одни источники утверждают, что для этого им был использован признак подобия треугольников. Потомки Фалеса обязаны ему тем, что он, пожалуй впервые ввел в науку, и в частности – в математику, доказательство. Известно сейчас, что многие математические правила были открыты много раньше, чем в Греции. Но все – опытным путём. Строго логическое доказательство правильности каких-либо предложений на основании общих приложений, принятых за достоверные истины, было изобретено греками. Характерная и совершенно новая черта греческой математики заключается в постепенном переходе при помощи доказательства от одного предложения к другому. Именно такой характер математике придал Фалес. И даже сегодня, через 25 веков, приступая к доказательству, например, теоремы о свойствах ромба, вы, в сущности, рассуждаете почти так, как это делали ученики Фалеса.
-

- **Домашнее задание:** придумать и решить практическую задачу, в которой были бы использованы свойства или признаки равенства прямоугольных треугольников

Спасибо за урок