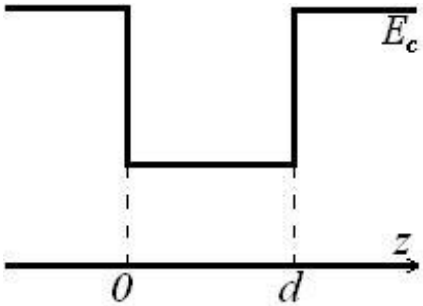
Образовательный семинар аспирантов и студентов

Обменное усиление *g*-фактора в двумерном электронном газе

Криштопенко С.С.

11 ноября, ИФМ РАН, 2010

Одноэлектронная задача в параболической зоне



$$\hat{H}_0 = p_z \frac{1}{2m^*} p_z + \frac{1}{2m^*}\left(p_x^2 + \left(p_y - \frac{eB}{c} x \right)^2 \right) + V(z) + \mu_B g^* B \hat{\sigma}_z$$

$$\varphi_{n_z,n,k}^{(\sigma_z)}(x,y,z) = c(z)\chi_{\sigma_z}\left|n,k\right\rangle$$

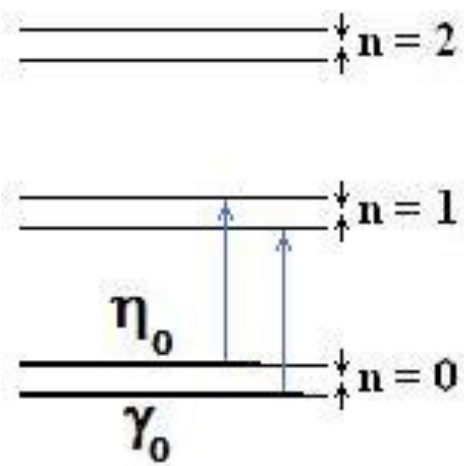
$$\left|n,k\right\rangle = \begin{cases} 0, n<0 \\ \dfrac{\exp(iky)}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}\, a_H L}} \exp\left(-\dfrac{\tilde{x}^2}{2a_H^2}\right) H_n\left(\dfrac{\tilde{x}}{a_H}\right), n \geq 0 \end{cases}$$

$$\tilde{x} = x - k a_H^2$$

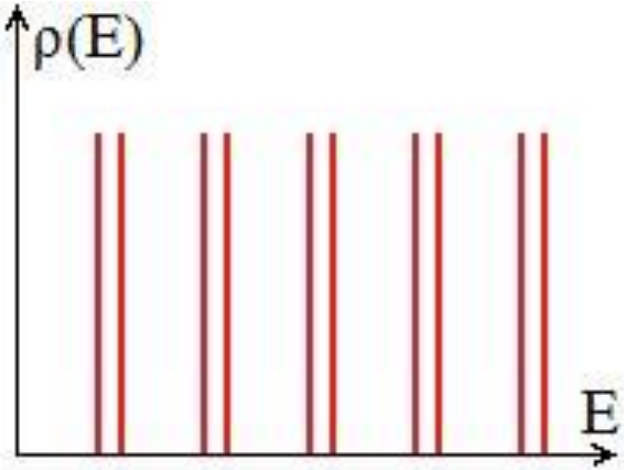
$$a_H^2 = \frac{\hbar c}{eB}$$

$$E_0 = E_{n_z} + \hbar\omega_c\left(n + 1/2\right) + \mu_B g^* B \sigma_z$$

$$\rho(E) = \frac{1}{2\pi a_H^2} \delta\left(E - \hbar\omega_c\left(n+1/2\right) - \mu_B g^* B \sigma_z\right)$$



$$\omega_c = \frac{eB}{m^* c}$$



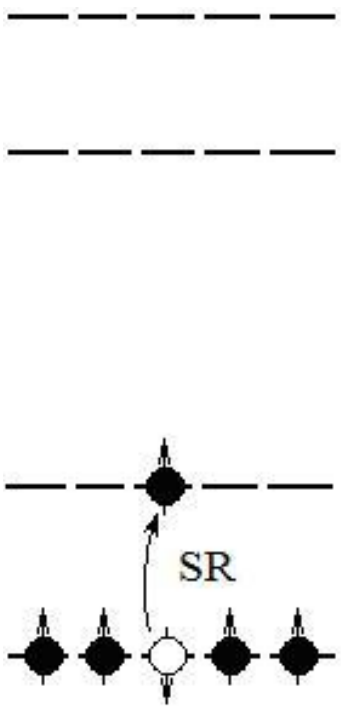
Методы измерения g-фактора в 2D электронном газе

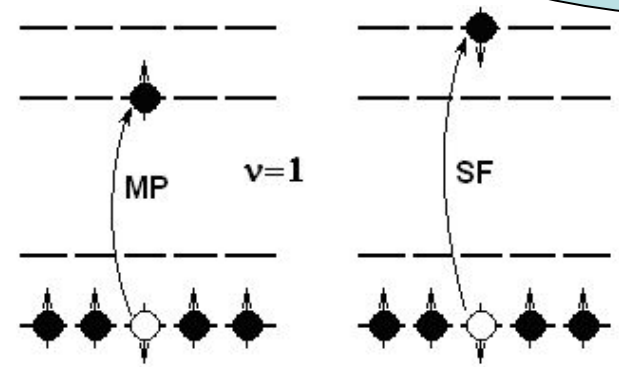
Магнитооптические методы

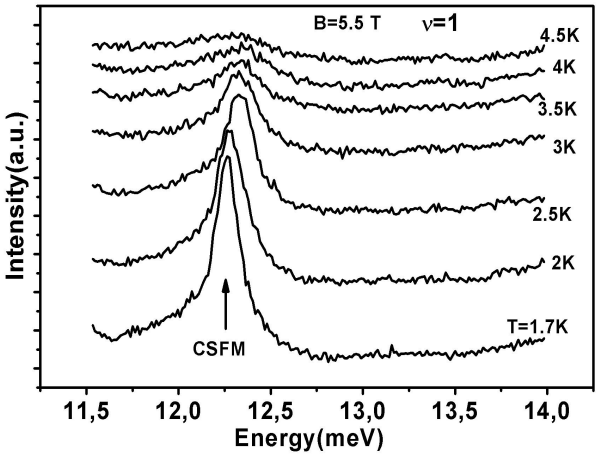
Магнитотранспортные методы

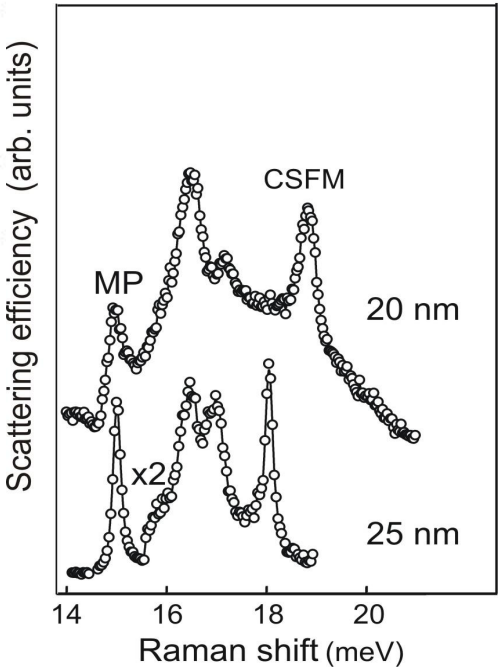
Электронный спиновый резонанс

Циклотронные возбуждения с переворотом спина









Обменное усиление g-фактора в 2D электронном газе

PHYSICAL REVIEW VOLUME 174, NUMBER 3 15 OCTOBER 1968

Effects of a Tilted Magnetic Field on a Two-Dimensional Electron Gas*

F. F. Fang and P. J. Stiles
IBM Watson Research Center, Yorktown Heights, New York
(Received 23 May 1968)

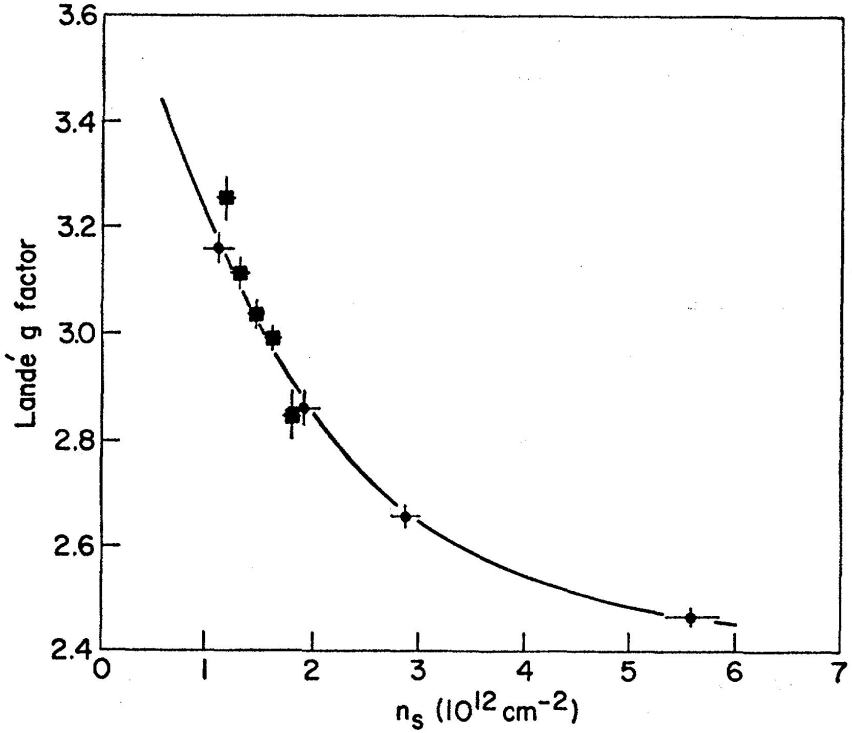


Fig. 8. Landé g factor as a function of the surface-electron concentration.

PHYSICAL REVIEW VOLUME 178, NUMBER 3 15 FEBRUARY 1969

g Factor of the Two-Dimensional Interacting Electron Gas

J. F. Janak
IBM Watson Research Center, Yorktown Heights, New York 10598
(Received 27 September 1968)

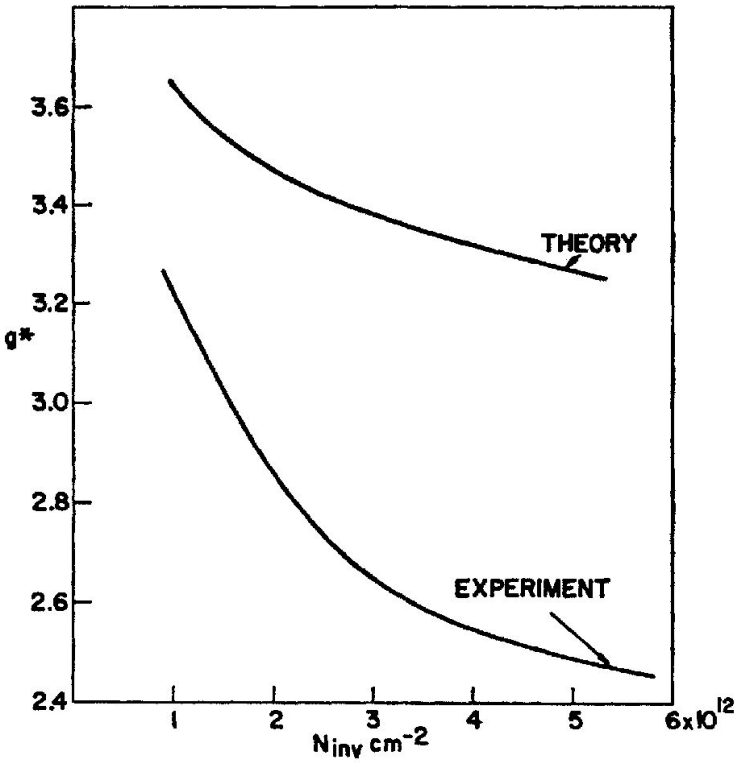


Fig. 1. Quasiparticle g-factor g^*.

$$g_k^* \mu_B H \equiv E_{k\uparrow} - E_{k\downarrow} = g\mu_B H + \Sigma_\uparrow(k, E_{k\uparrow}) - \Sigma_\downarrow(k, E_{k\downarrow})$$

Обменное усиление g-фактора в 2D электронном газе

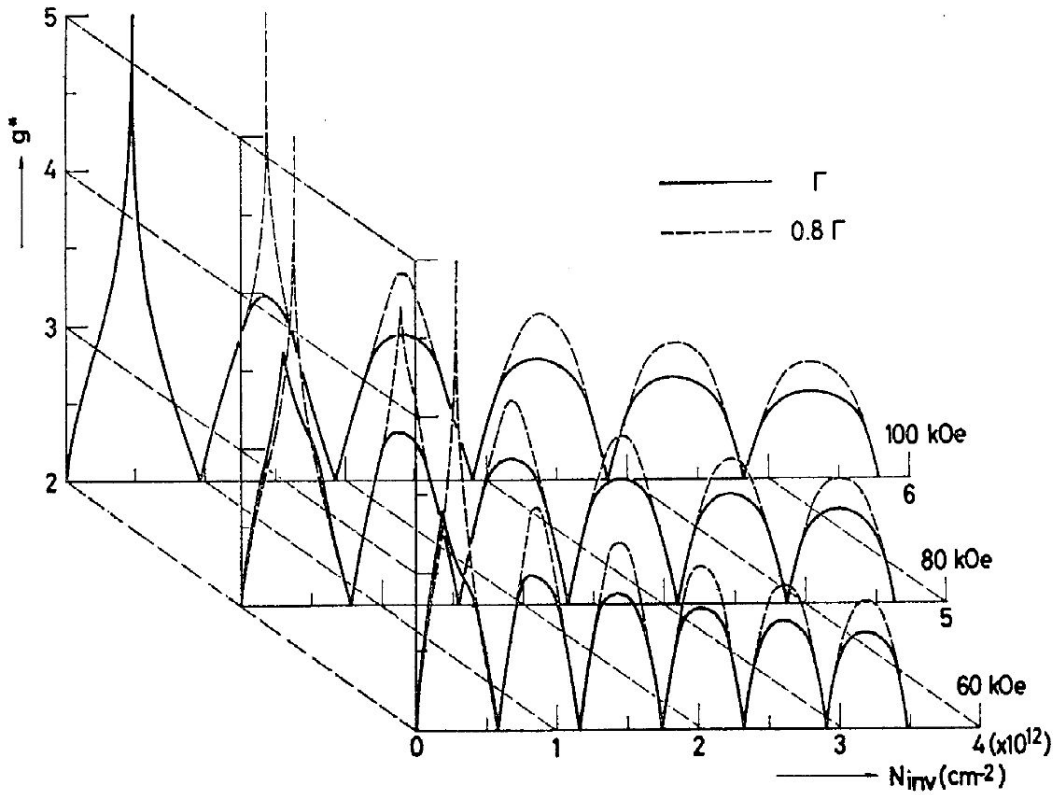
JOURNAL OF THE PHYSICAL SOCIETY OF JAPAN, Vol. 37, No. 4, OCTOBER, 1974

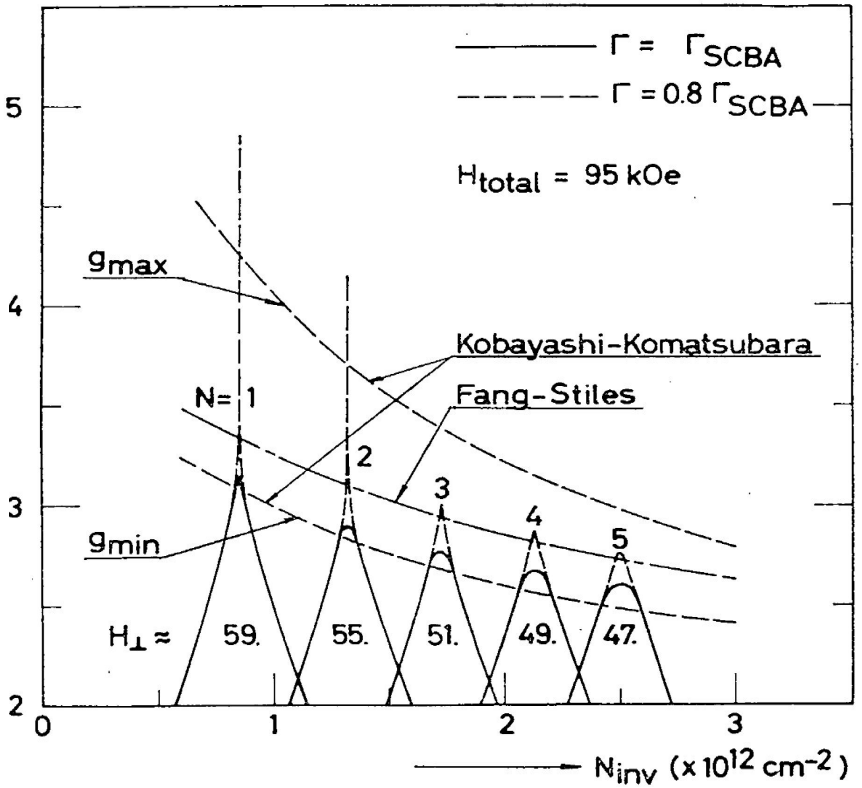
Theory of Oscillatory *g* Factor in an MOS Inversion Layer under Strong Magnetic Fields*

Tsuneya ANDO and Yasutada UEMURA

Department of Physics, University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo 113

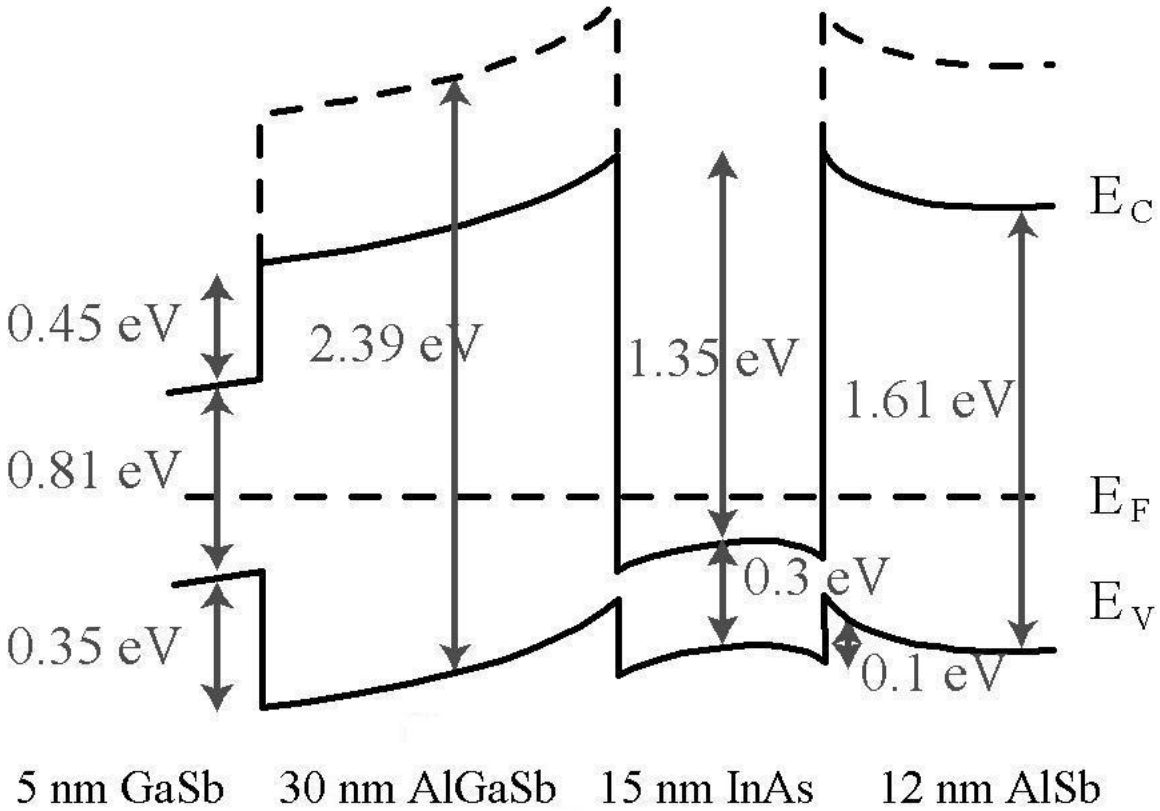
(Received May 14, 1974)



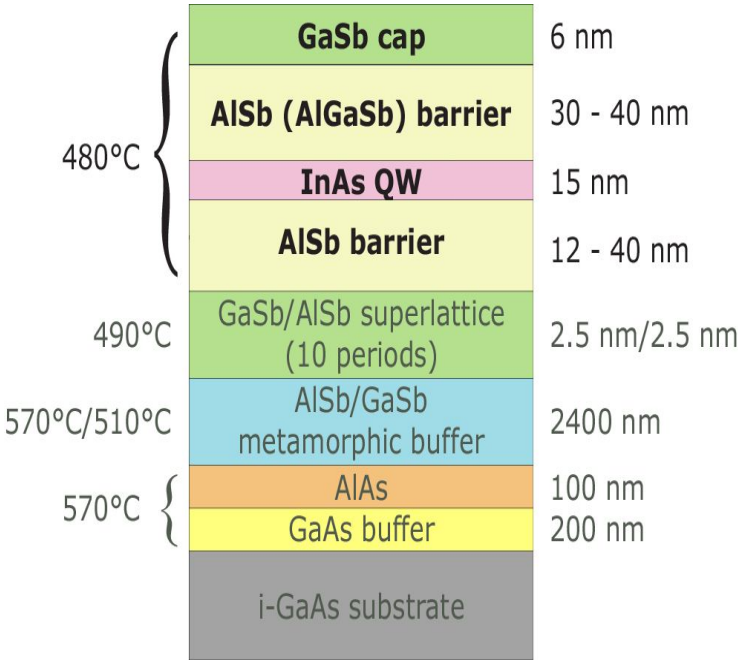


$$g^*\mu_B H = 2\mu_B H + \sum_q \frac{V(q)}{\epsilon(q,0)} \cdot (n_{N\uparrow} - n_{N\downarrow}) \cdot J_{NN}(q)^2$$

Зонная структура номинально нелегированных образцов InAs /AlSb



m_c~0.03m_0
μ~9·10^5 см^2/В·с



2D электронный газ в КЯ InAs возникает вследствие ионизации доноров на поверхности покрывающего слоя GaSb и глубоких доноров в барьерах AlSb, что приводит к возникновению встроенного электрического поля. Пунктирной линией показано положение Г-долины в зоне проводимости AlSb.

Мотивации для теоретического исследования обменного усиления g-фактора в гетероструктурах InAs/AlSb

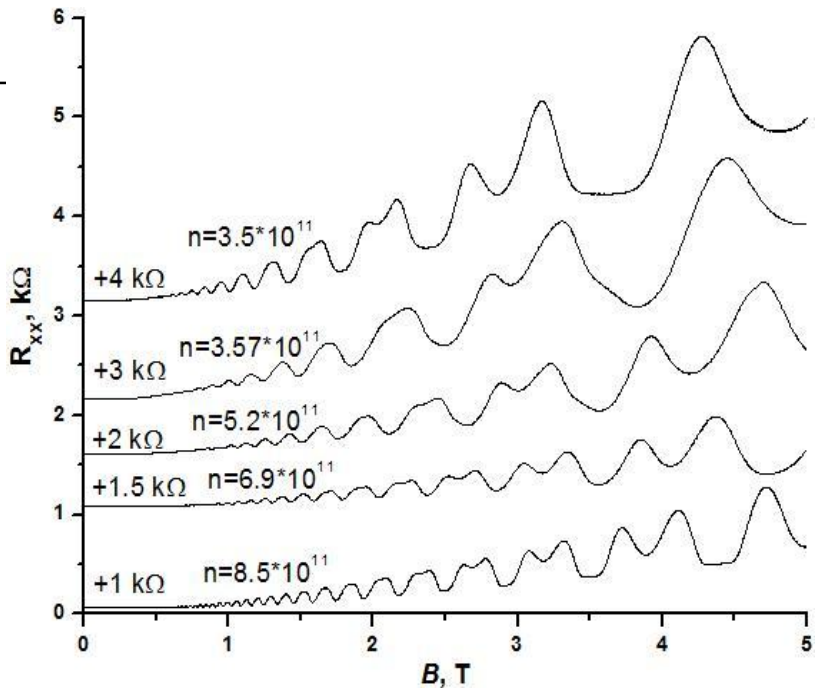
Физика и техника полупроводников, 2008, том 42, вып. 7

Обменное усиление g-фактора в гетероструктурах InAs/AlSb

© *В.Я. Алешкин, В.И. Гавриленко, А.В. Иконников, С.С. Криштопенко, Ю.Г. Садофьев, К.Е. Спирин*¶

Институт физики микроструктур Российской академии наук,
603950 Нижний Новгород, Россия

Концентрация носителей n_s, 10^{12} см$^{-2}$	Номер уровня Ландау	B_-, Тл	B_+, Тл	g^*
0.85	3	4.72	5.4	24.7 (*)
	4	3.73	4.11	23.1 (*)
	5	3.1	3.32	22.2 (*)
	6	2.63	2.78	19.9
	7	2.3	2.39	16
0.69	4	3.85	4.37	26 (*)
	5	3.05	3.35	24.2 (*)
	6	2.53	2.71	21.8
	7	2.17	2.27	17.3
0.52	2	3.92	4.69	26.5 (*)
	3	2.89	3.23	23.2 (*)
	4	2.31	2.45	15.7
0.35	1	4.28	5.93	29.9 (*)
	2	2.67	3.16	26.7 (*)
	3	1.97	2.17	21.3



Осцилляции g-фактора 2D электронов в квантующих магнитных полях

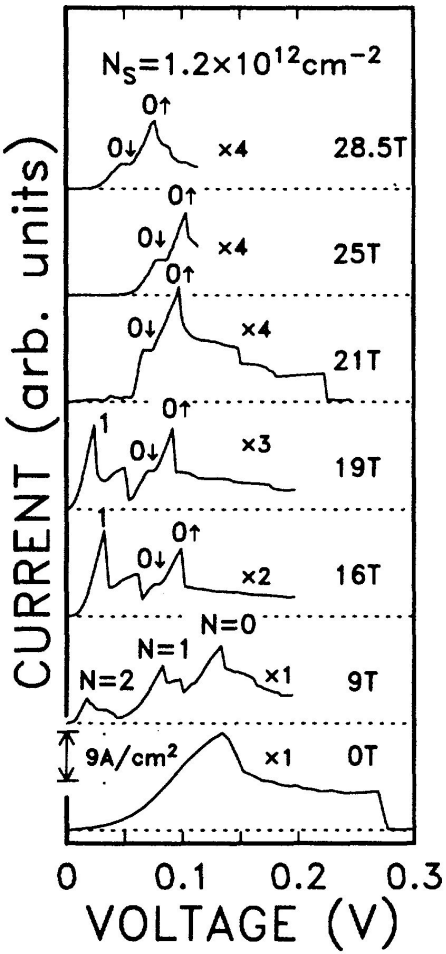
RAPID COMMUNICATIONS

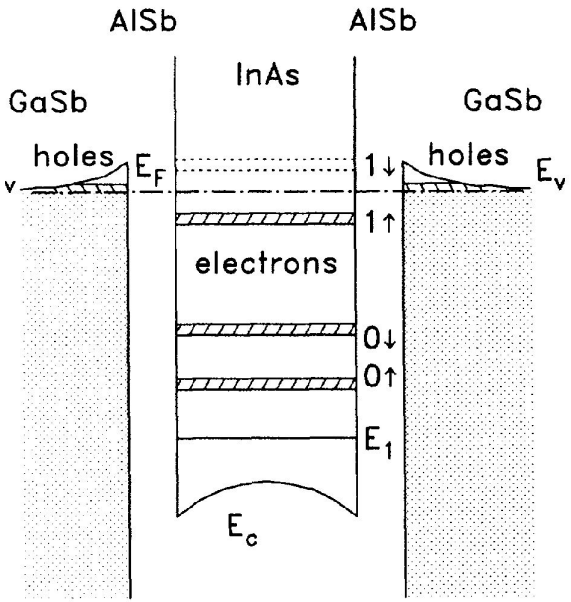
PHYSICAL REVIEW B VOLUME 47, NUMBER 20 15 MAY 1993-II

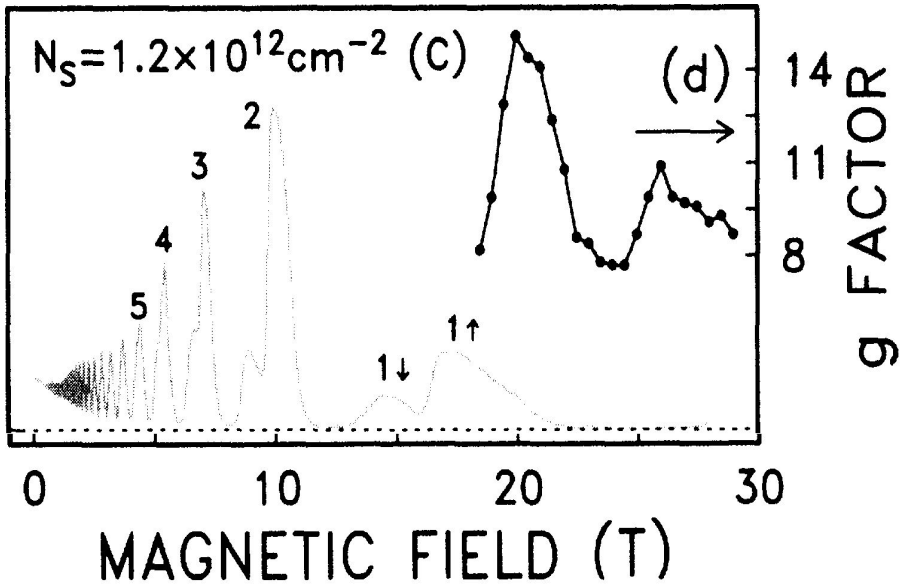
Oscillatory Landé factor of two-dimensional electrons under high magnetic fields

E. E. Mendez and J. Nocera
IBM Research Division, Thomas J. Watson Research Center, P.O. Box 218, Yorktown Heights, New York 10598

W. I. Wang
Department of Electrical Engineering, Columbia University, New York, New York 10027
(Received 1 March 1993)



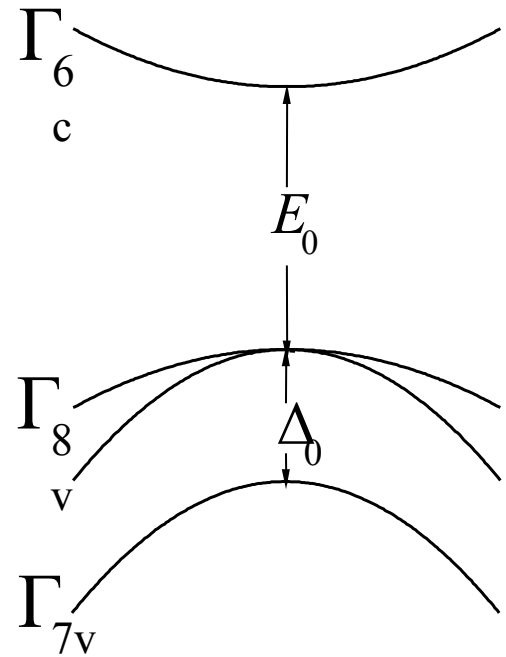




Приближение Хартри и модель Кейна

$$H_{(1e)}(\vec{r},z)\Psi_N(\vec{r},z)=E_N\Psi_N(\vec{r},z)$$
$$H_{(1e)}=H_{8\times8}^{\vec{k}\cdot\vec{p}}-E_{Donors}(z)\cdot z+e\varphi_{e-e}$$
$$\nabla\left(\varepsilon\nabla\varphi_{e-e}\right)=-4\pi e\sum_{N'}\Psi_{N'}^{+}\Psi_{N'}$$

$$H_{8\times8}^{\vec{k}\cdot\vec{p}}=H_{b,b^+}+H_Z+H_\varepsilon$$



$$H_{b,b^+}=\begin{pmatrix}
E_C(z) & 0 & -\frac{Pb^+}{a_B} & \frac{\{Pk_z\}}{\sqrt{6}a_B} & \frac{Pb}{\sqrt{3}a_B} & 0 & -\frac{\{Pk_z\}}{2\sqrt{3}a_B} & -\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{Pb}{a_B}\\
0 & E_C(z) & 0 & -\frac{Pb^+}{\sqrt{3}a_B} & \frac{\{Pk_z\}}{\sqrt{6}a_B} & \frac{Pb}{a_B} & -\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{Pb^+}{a_B} & \frac{\{Pk_z\}}{2\sqrt{3}a_B}\\
-\frac{Pb}{a_B} & 0 & E_V(z) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
\frac{\{Pk_z\}}{\sqrt{6}a_B} & -\frac{Pb}{\sqrt{3}a_B} & 0 & E_V(z) & 0 & 0 & 0 & 0\\
\frac{Pb^+}{\sqrt{3}a_B} & \frac{\{Pk_z\}}{\sqrt{6}a_B} & 0 & 0 & E_V(z) & 0 & 0 & 0\\
0 & \frac{Pb^+}{a_B} & 0 & 0 & 0 & E_V(z) & 0 & 0\\
-\frac{\{Pk_z\}}{2\sqrt{3}a_B} & -\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{Pb}{a_B} & 0 & 0 & 0 & 0 & E_V(z)-\Delta & 0\\
-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{Pb^+}{a_B} & \frac{\{Pk_z\}}{2\sqrt{3}a_B} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_V(z)-\Delta
\end{pmatrix}$$

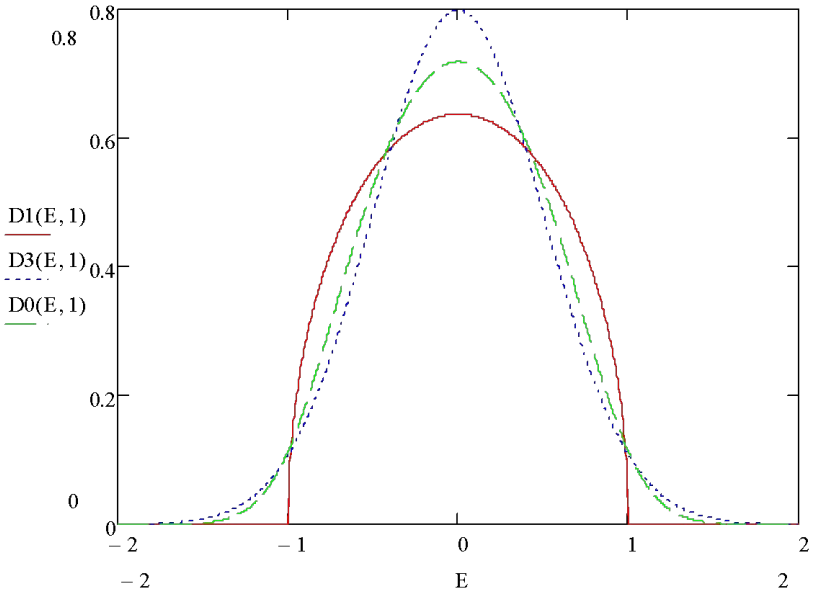
$$b^+=\frac{a_B}{\sqrt{2}}(k_x+ik_y)$$
$$b=\frac{a_B}{\sqrt{2}}(k_x-ik_y)$$
$$bb^+-b^+b=1$$
$$b\left|n,k\right\rangle=\sqrt{n}\left|n-1,k\right\rangle$$
$$b^+\left|n,k\right\rangle=\sqrt{n+1}\left|n+1,k\right\rangle$$

Учёт уширения уровней Ландау

$$\Psi^{(i)}_{n_Z,n,k}(x,y,z)=\begin{pmatrix} c_1^{(i)}(z,n_Z,n)\cdot|n,k\rangle \\ c_2^{(i)}(z,n_Z,n)\cdot|n+1,k\rangle \\ c_3^{(i)}(z,n_Z,n)\cdot|n-1,k\rangle \\ c_4^{(i)}(z,n_Z,n)\cdot|n,k\rangle \\ c_5^{(i)}(z,n_Z,n)\cdot|n+1,k\rangle \\ c_6^{(i)}(z,n_Z,n)\cdot|n+2,k\rangle \\ c_7^{(i)}(z,n_Z,n)\cdot|n,k\rangle \\ c_8^{(i)}(z,n_Z,n)\cdot|n+1,k\rangle \end{pmatrix}$$

$$|n,k\rangle=\begin{cases} 0, n<0 \\ \dfrac{\exp(iky)}{\sqrt{2^n n!\sqrt{\pi}\,a_H L}}\exp\left(-\dfrac{\tilde{x}^2}{2a_H^2}\right)H_n\left(\dfrac{\tilde{x}}{a_H}\right), n\geq 0 \end{cases}$$

$$\tilde{x}=x-ka_B^2$$



$$H_{(1e)}(\vec{r},z)\Psi^{(i)}_{n,k}(\vec{r},z)=E^{(i)}_n\Psi^{(i)}_{n,k}(\vec{r},z)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon\frac{\partial}{\partial z}\varphi_{e-e}\right)=-4\pi e\sum_{n',i'}\sum_{p=1}^{8}\int_{-\infty}^{E_F}D(E-E^{(i')}_{n'})\left|c_p^{(i')}(z,n')\right|^2dE$$

$$D_\Sigma(E)=\sum_{n,i}D(E-E^{(i)}_n)$$

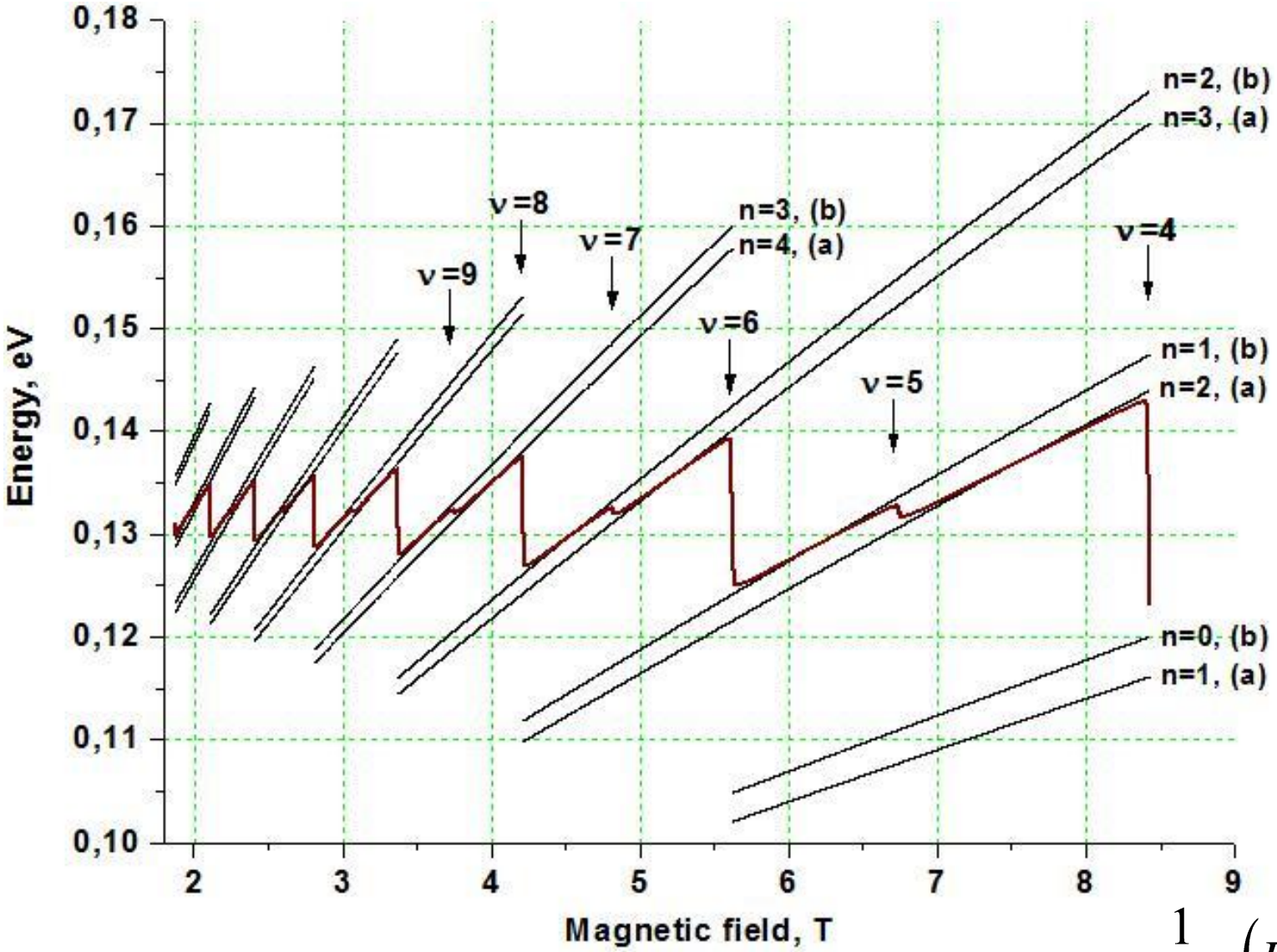
$$D(E)=\frac{1}{2\pi a_B^2}\frac{2}{\sqrt{2\pi}\Gamma}\exp\left(-2\frac{E^2}{\Gamma^2}\right)$$

Энергия Ферми определяется из нормировки полной плотности состояний:

$$n_S=\int_{-\infty}^{E_F}D_\Sigma(E)dE$$

$$\Gamma=\Gamma_0\sqrt{\frac{B}{B_0}}$$

Уровни Ландау и положение уровня Ферми в приближении Хартри



$$g_{(1e)} = \frac{1}{\mu_B B}\left(E^{(b)}_{n_F-1} - E^{(a)}_{n_F}\right)$$

Поправки, связанные с обменным взаимодействием

$$\Sigma_n^{(i)} = -\sum_{n',i'} \nu_{n'}^{(i')} \int \frac{q\,dq}{(2\pi)^2} \left(\frac{a_B^2 q^2}{2}\right)^{|n-n'|} e^{-\frac{a_B^2 q^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int_{-\infty}^{+\infty} dz \widetilde{D}(q,z,z') \widetilde{L}_{n,n'}^{(i,i')}\left(\frac{a_B^2 q^2}{2}, z, z\right) \widetilde{L}_{n',n}^{(i',i)}\left(\frac{a_B^2 q^2}{2}, z', z'\right)$$

$$\nu_n^{(i)} = 2\pi a_B^2 \int_{-\infty}^{E_F} D(E - E_n^{(i)})\,dE$$

$$\widetilde{L}_{n,n'}^{(i,i')}(q,z,z') = \left(c_1^{(i)}(z,n)^* c_1^{(i')}(z',n') + c_4^{(i)}(z,n)^* c_4^{(i')}(z',n') + c_7^{(i)}(z,n)^* c_7^{(i')}(z',n')\right)\sqrt{\frac{\min(n,n')!}{\max(n,n')!}} L_{\min(n,n')}^{|n-n'|}\left(\frac{q^2 a_B^2}{2}\right) +$$

$$+\left(c_2^{(i)}(z,n)^* c_2^{(i')}(z',n') + c_5^{(i)}(z,n)^* c_5^{(i')}(z',n') + c_8^{(i)}(z,n)^* c_8^{(i')}(z',n')\right)\sqrt{\frac{\min(n+1,n'+1)!}{\max(n+1,n'+1)!}} L_{\min(n,n')+1}^{|n-n'|}\left(\frac{q^2 a_B^2}{2}\right) +$$

$$+\left(c_3^{(i)}(z,n)^* c_3^{(i')}(z',n')\right)\sqrt{\frac{\min(n-1,n'-1)!}{\max(n-1,n'-1)!}} L_{\min(n,n')-1}^{|n-n'|}\left(\frac{q^2 a_B^2}{2}\right) + \left(c_6^{(i)}(z,n)^* c_6^{(i')}(z',n')\right)\sqrt{\frac{\min(n+2,n'+2)!}{\max(n+2,n'+2)!}} L_{\min(n,n')+2}^{|n-n'|}\left(\frac{q^2 a_B^2}{2}\right)$$

Кулоновская функция Грина

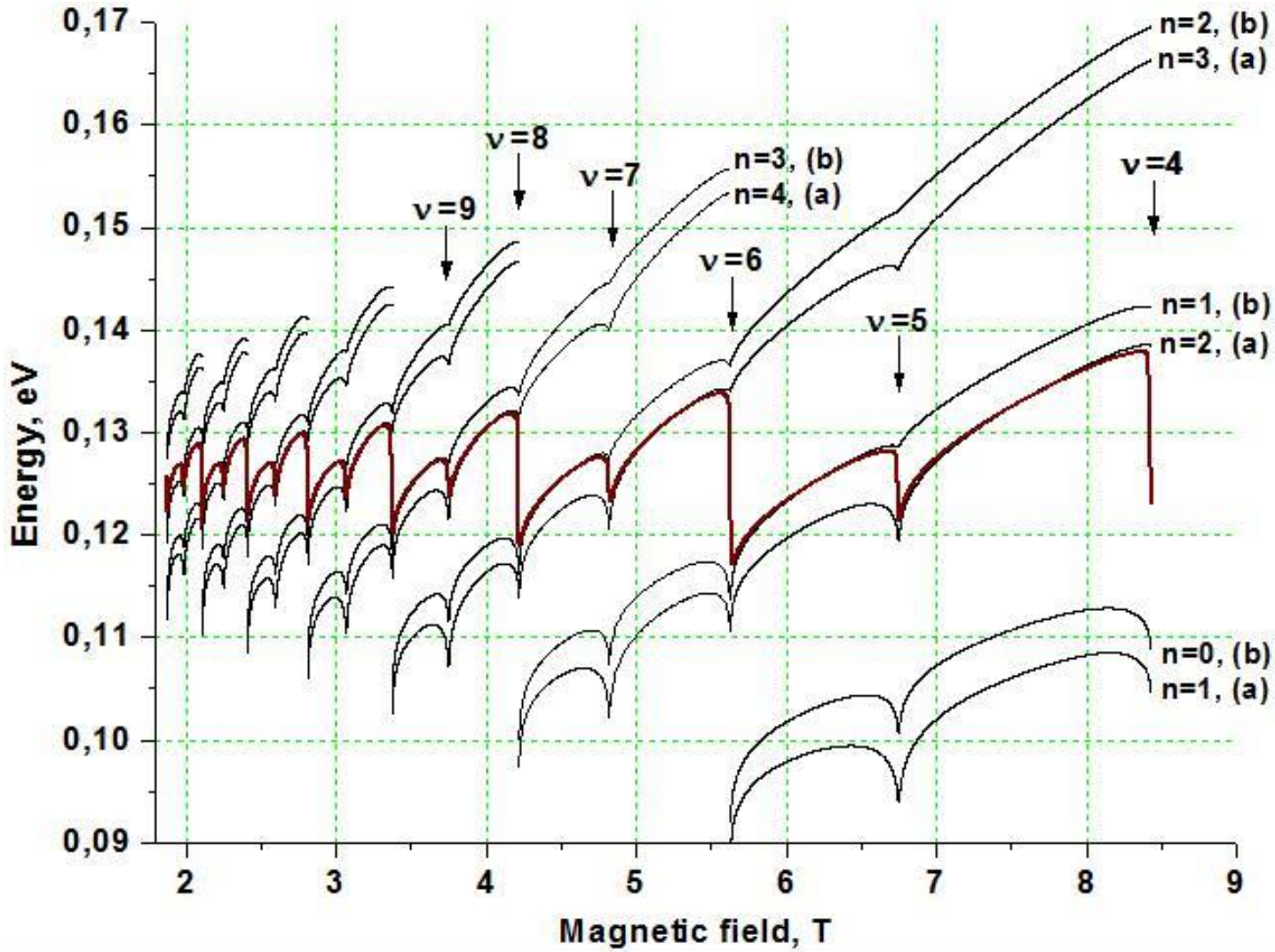
$$\left(\frac{\partial}{\partial z}\varepsilon(z)\frac{\partial}{\partial z} - \varepsilon(z) q^2\right)\widetilde{D}(q,z,z') = -4\pi e\,\delta(z - z')$$

Экранировка в приближении Томаса-Ферми:

$$\widetilde{D}(q,z,z') \to \frac{\widetilde{D}(q,z,z')}{\widetilde{\varepsilon}(q)}$$

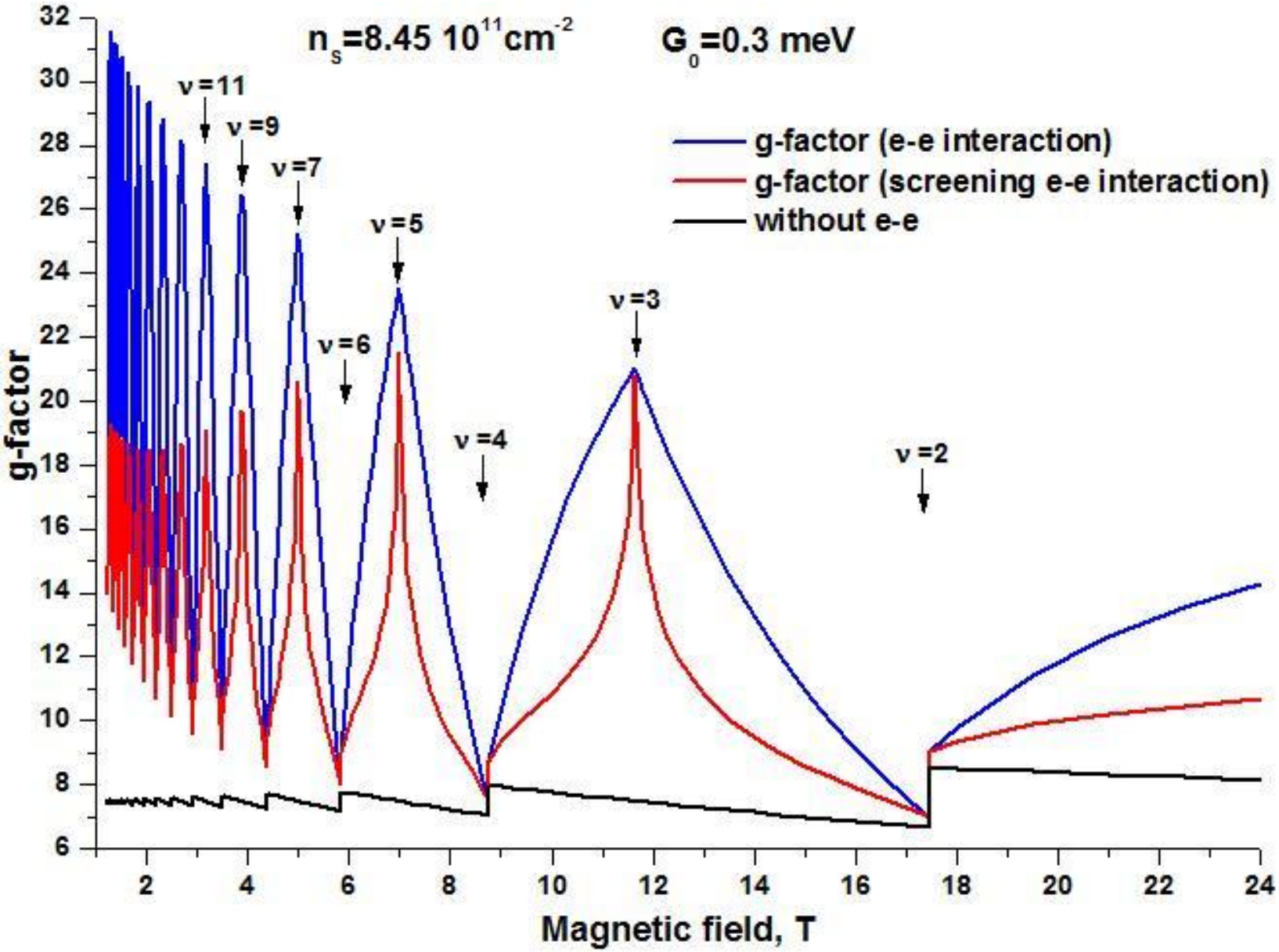
$$\widetilde{\varepsilon}(q) = 1 + \sum_{n,i} \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \int_{-\infty}^{+\infty} dz \widetilde{D}(q,z,z') \widetilde{L}_{n,n}^{(i,i)}(0,z,z) \widetilde{L}_{n,n}^{(i,i)}(0,z',z') D_n^{(i)}(E_F)$$

Уровни Ландау квазичастиц и положение уровней Ферми в приближении Хартри-Фока

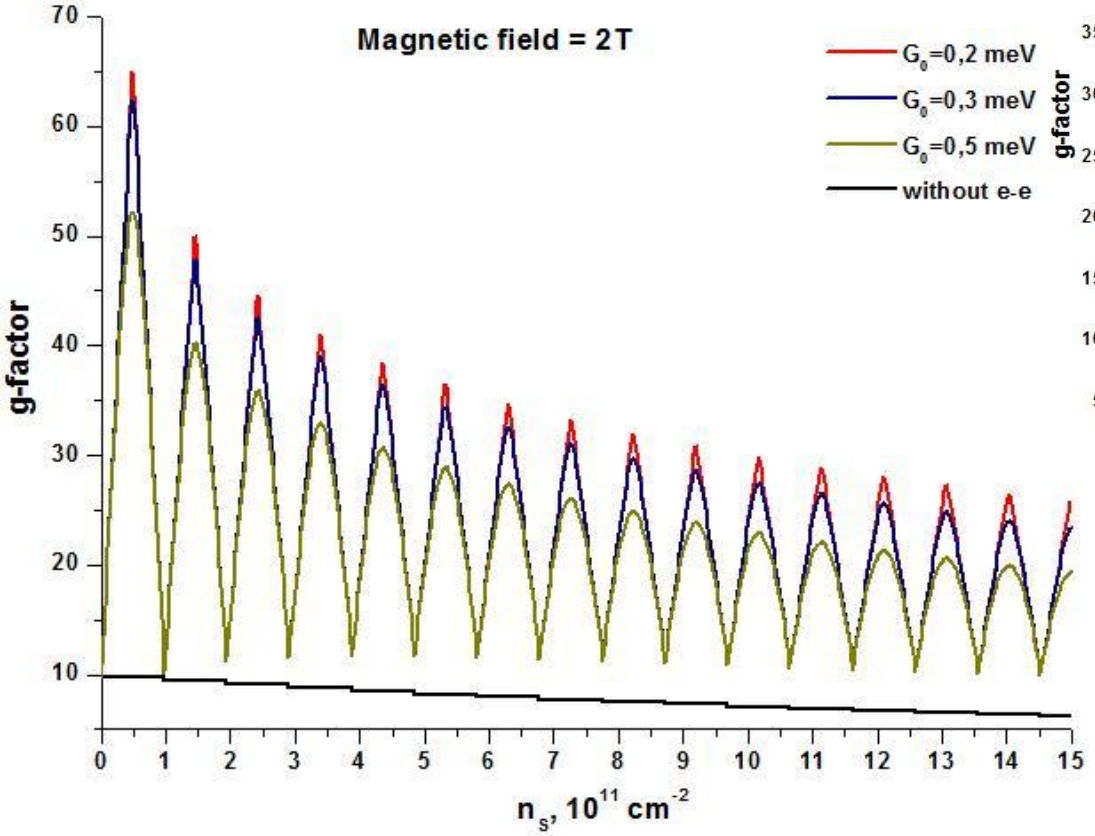


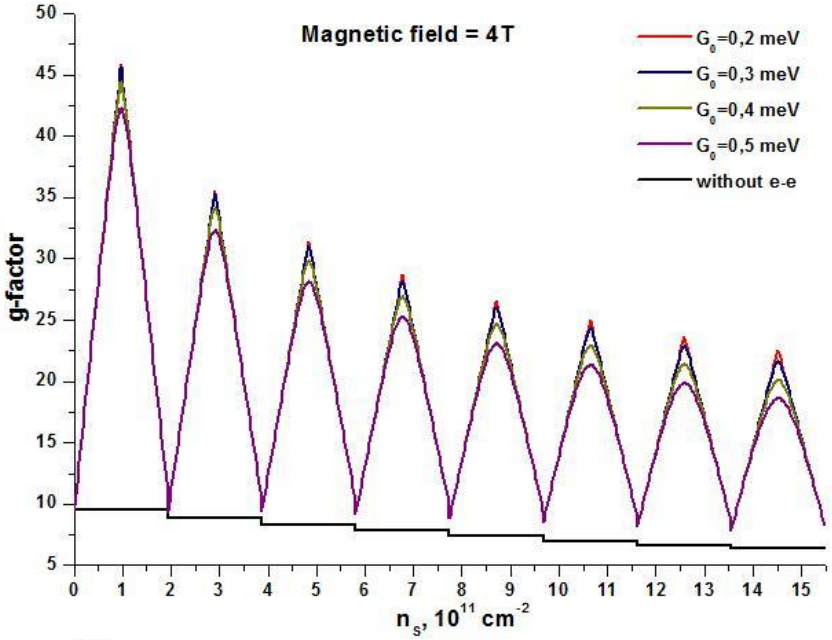
$$g^* = \frac{1}{\mu_B B}\left(\widetilde{E}^{(b)}_{n_F-1} - \widetilde{E}^{(a)}_{n_F}\right) = g_{(1e)} + \frac{1}{\mu_B B}\left(\Sigma^{(b)}_{n_F-1} - \Sigma^{(a)}_{n_F}\right)$$

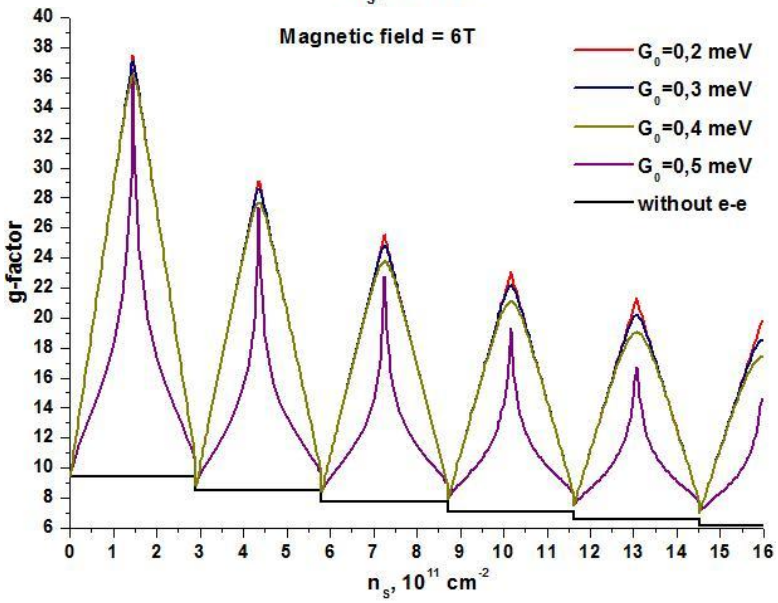
Осцилляции g-фактора в КЯ InAs/AlSb от магнитного поля



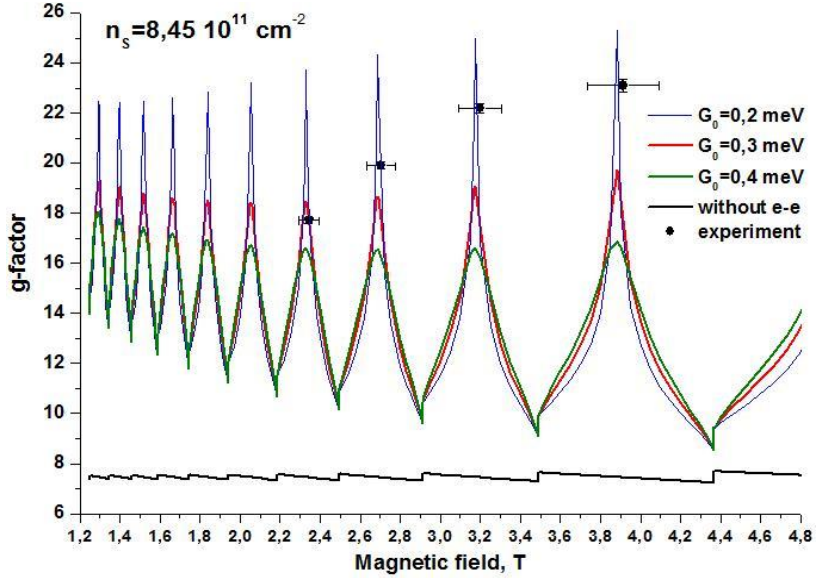
Обменное усиление g-фактора в 2D электронном газе в КЯ InAs/AlSb

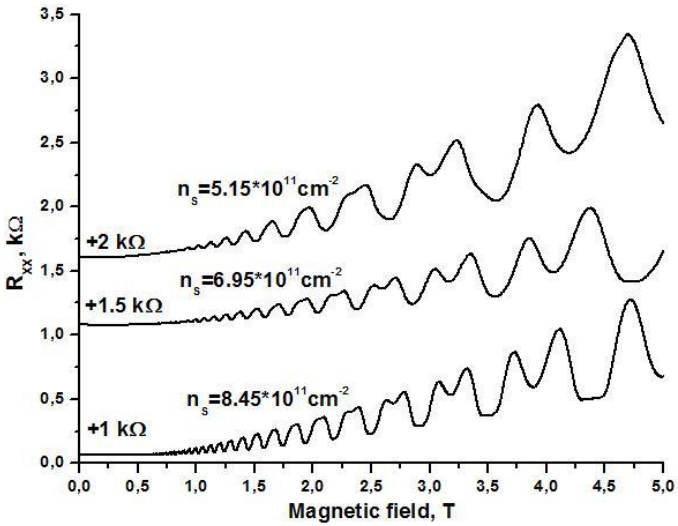


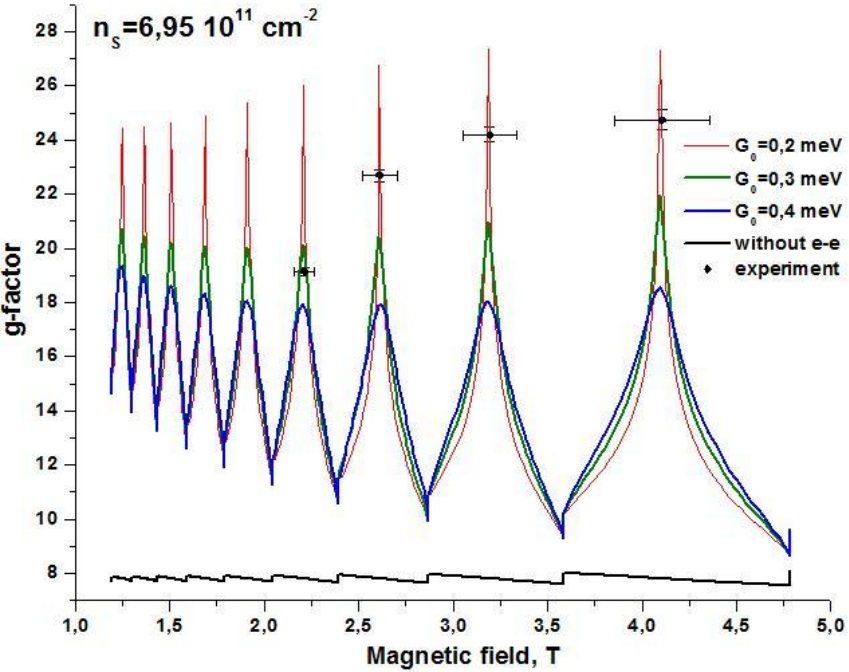


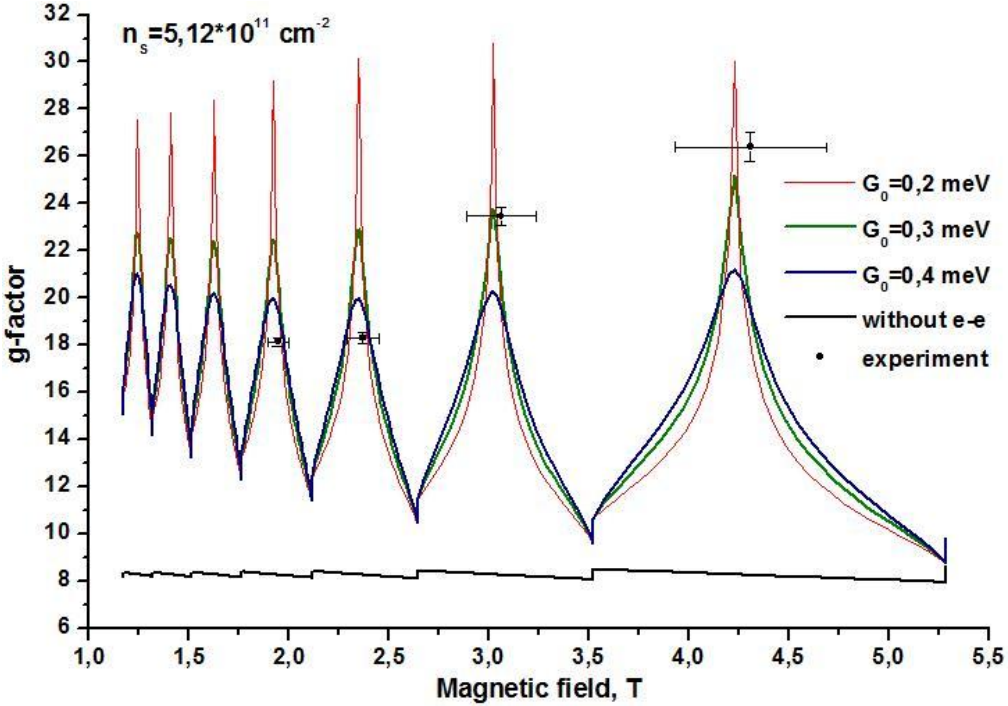


Сравнение с экспериментом в умеренных магнитных полях

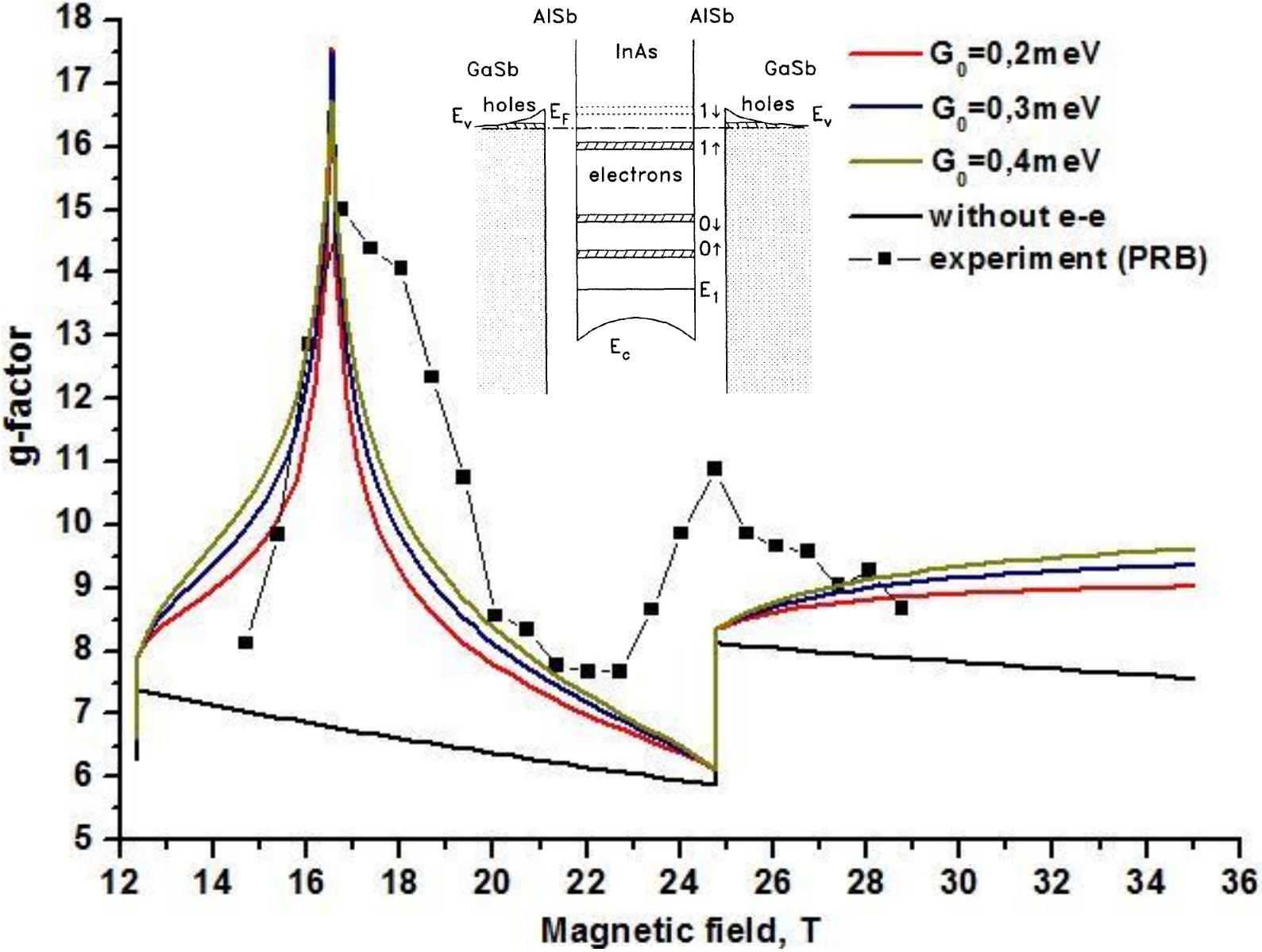








Сравнение с экспериментом в Phys. Rev. B 47, 13937 (1993).



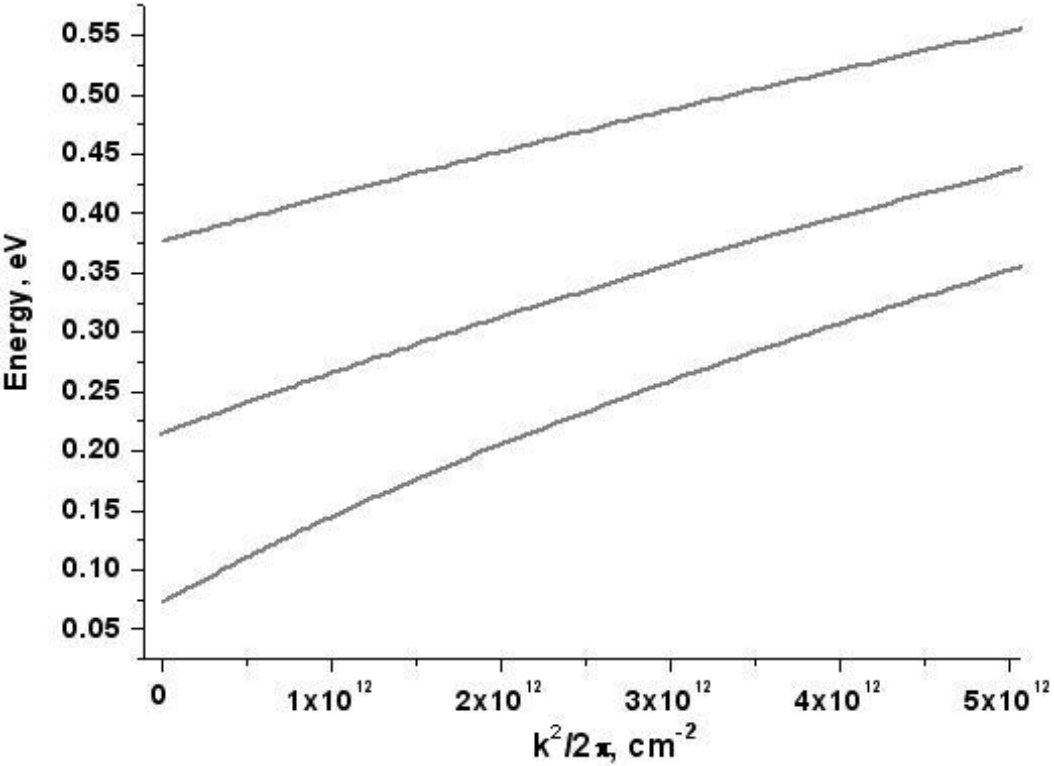
Основные результаты работы

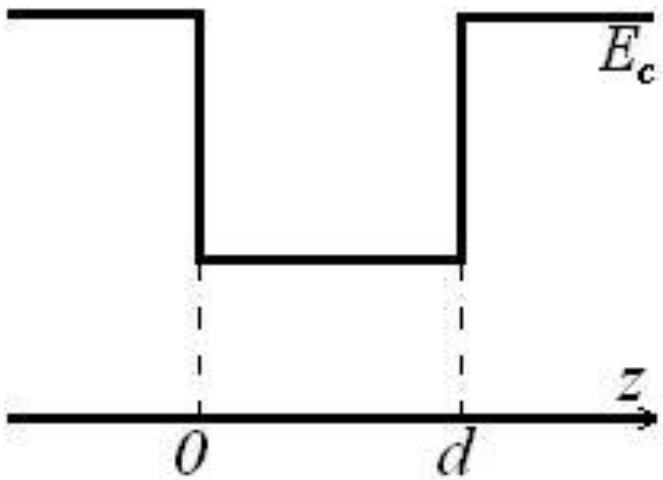
- **Впервые в рамках модели Кейна в «экранированном» приближении Хартри-Фока с учётом уширения уровней Ландау выполнены количественные расчёты обменного усиления *g*-фактора квазичастиц в КЯ AlSb/InAs/AlSb с непараболическим законом дисперсии в зоне проводимости.**

- **Впервые показано, что обменное взаимодействие, приводит к усилению *g*-фактора как при *нечётных* так и при *чётных* факторах заполнения уровней Ландау.**

- **Впервые продемонстрировано, что амплитуда и форма осцилляций усиленного g-фактора квазичастиц определяется не только *электрон-электронным взаимодействием*, но и *величиной уширения* уровней Ландау вследствие случайного потенциала.**

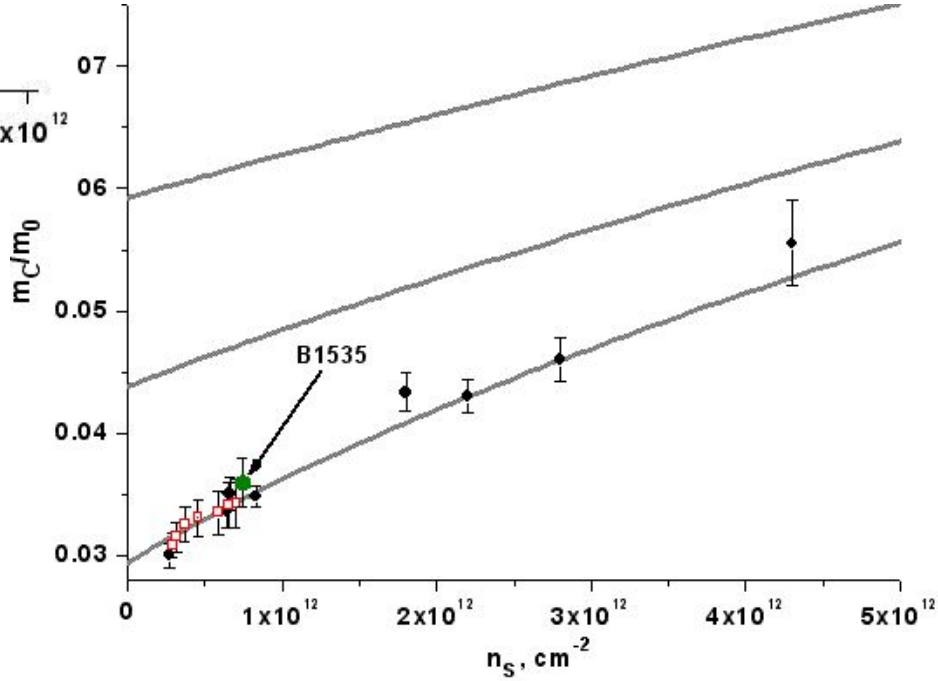
Спектр и циклотронная масса в модели прямоугольной КЯ AlSb/InAs/AlSb.



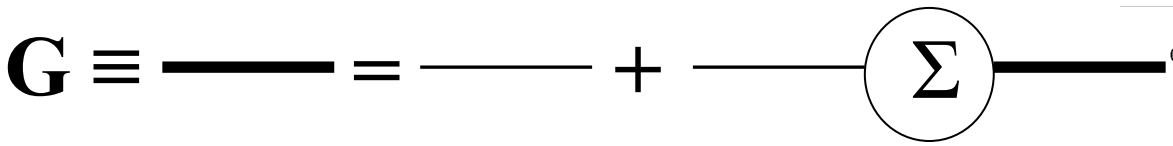


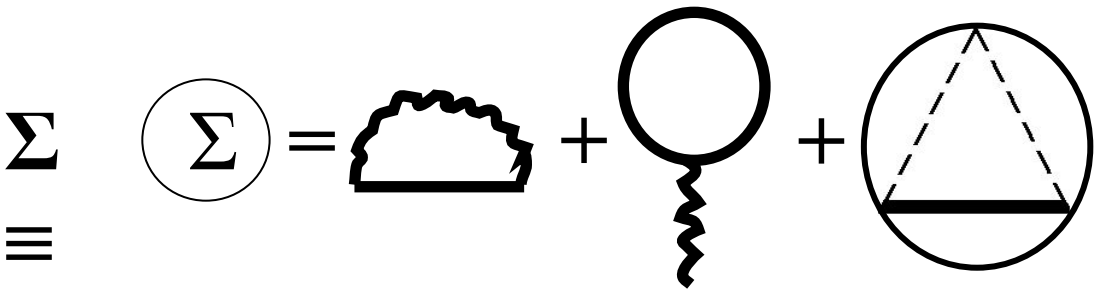
$$n_S = \frac{2}{(2\pi)^2}\int \frac{d^2\vec{k}}{\exp\left(\frac{E(\vec{k})-E_F}{k_B T}\right)+1} \approx \frac{k_F^2}{2\pi}$$

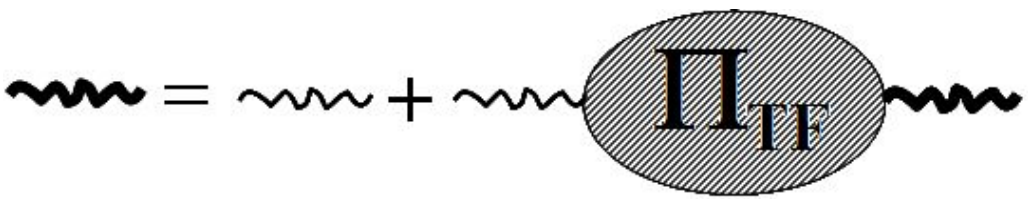
$$m_c(k) = \hbar^2 k\left(\frac{d\varepsilon}{dk}\right)^{-1}$$

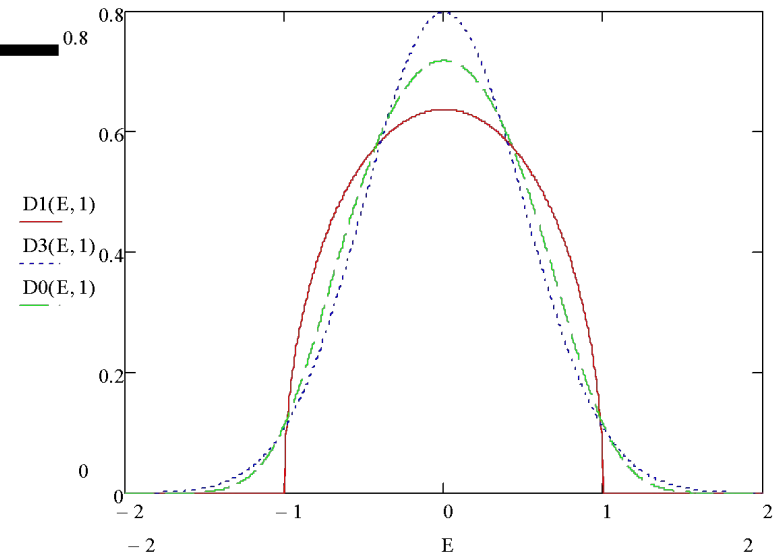


Учёт электрон - электронного взаимодействия







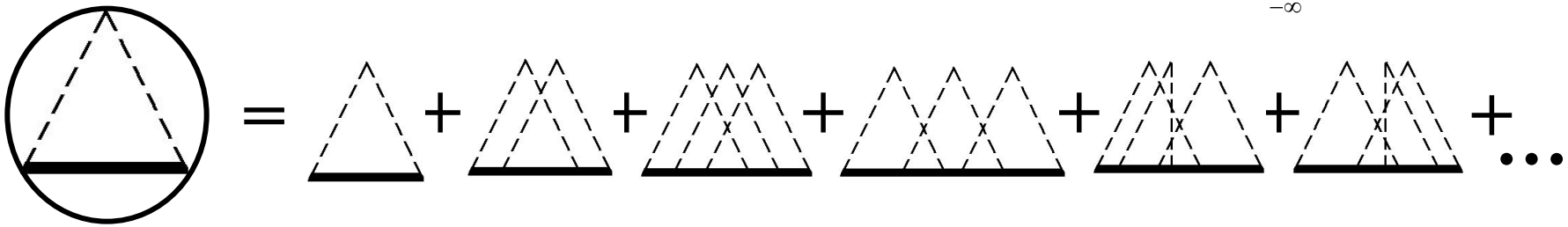


$$D(E) = \frac{1}{2\pi a_B^2}\frac{2}{\sqrt{2\pi}\Gamma}\exp\left(-2\frac{E^2}{\Gamma^2}\right)$$

$$D_\Sigma(E) = \sum_{n,i} D(E - E_n^{(i)}) \qquad \Gamma = \Gamma_0\sqrt{\frac{B}{B_0}}$$

$$n_S = \int_{-\infty}^{E_F} D_\Sigma(E)dE$$

Задача о нахождении кулоновской функции Грина в плоскослоистой среде



Восьмизонный гамильтониан Кейна

	Sα	Sβ	3/2,3/2	3/2,1/2	3/2,-1/2	3/2,-3/2	1/2,1/2	1/2,-1/2
Sα	$E_c \pm \hbar^2 k^2/2m_c$	0	$\frac{Pk_+}{\sqrt{2}}$	$-i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$\frac{Pk_-}{\sqrt{6}}$	0	$\frac{Pk_z}{\sqrt{3}}$	$\frac{-iPk_-}{\sqrt{3}}$
Sβ	0	$E_c \pm \hbar^2 k^2/2m_c$	0	$\frac{iPk_+}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$\frac{iPk_-}{\sqrt{2}}$	$\frac{Pk_+}{\sqrt{3}}$	$\frac{iPk_z}{\sqrt{3}}$
3/2,3/2	$\frac{Pk_-}{\sqrt{2}}$	0	F	H	I	0	$\frac{iH}{\sqrt{2}}$	$-iI\sqrt{2}$
3/2,1/2	$i\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	$\frac{-iPk_-}{\sqrt{6}}$	H^*	G	0	I	$\frac{i(G-F)}{\sqrt{2}}$	$iH\sqrt{\frac{3}{2}}$
3/2,-1/2	$\frac{Pk_+}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}Pk_z$	I^*	0	G	-H	$-iH^*\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{i(G-F)}{\sqrt{2}}$
3/2,-3/2	0	$\frac{-iPk_+}{\sqrt{2}}$	0	I^*	$-H^*$	F	$-iI^*\sqrt{2}$	$\frac{-iH}{\sqrt{2}}$
1/2,1/2	$\frac{Pk_z}{\sqrt{3}}$	$\frac{Pk_-}{\sqrt{3}}$	$\frac{-iH^*}{\sqrt{2}}$	$\frac{-i(G-F)}{\sqrt{2}}$	$iH\sqrt{\frac{3}{2}}$	$iI\sqrt{2}$	$\frac{F+G}{2}-\Delta$	0
1/2,-1/2	$\frac{iPk_+}{\sqrt{3}}$	$\frac{-iPk_z}{\sqrt{3}}$	$iI^*\sqrt{2}$	$iH^*\sqrt{\frac{3}{2}}$	$\frac{-i(G-F)}{\sqrt{2}}$	$\frac{iH}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{F+G}{2}-\Delta$

$$P = \frac{\hbar}{m}\langle S|p_x|X\rangle = \frac{\hbar}{m}\langle S|p_y|Y\rangle = \frac{\hbar}{m}\langle S|p_z|Z\rangle,$$

$$F = f + E_v + \frac{\hbar^2}{2m}\left[\left(A+\frac{B}{2}\right)(k_x^2+k_y^2)+(A-B)k_z^2\right],$$

$$G = g + E_v + \frac{\hbar^2}{2m}\left[\left(A-\frac{B}{2}\right)(k_x^2+k_y^2)+(A+B)k_z^2\right],$$

$$H = -i\frac{\hbar^2}{2m}Dk_-k_z,$$

$$I = \frac{\hbar^2}{2m}\left\{\frac{\sqrt{3}}{2}B(k_x^2-k_y^2)-iDk_xk_y\right\},$$

$$k_\pm = k_x \pm ik_y$$

$$f = (2a+b)\varepsilon_{xx} + (a-b)\varepsilon_{zz}$$

$$g = (2a-b)\varepsilon_{xx} + (a+b)\varepsilon_{zz}$$

$$Pk_z \Rightarrow 0.5\{Pk_z\} = 0.5\{Pk_z + k_zP\}$$

Гетероструктуры InAs/AlSb выращиваются на плоскости (001), при росте на этой плоскости тензор деформации может иметь только три отличные от нуля компоненты: $\varepsilon_{XX}=\varepsilon_{YY}$, ε_{ZZ}. Оси *x*, *y*, *z* направлены вдоль [100], [010], [001] соответственно.

Поправки, связанные с обменным взаимодействием

$$\Sigma_n^{(i)} = -\sum_{n',i'}\sum_{n,k'}\int_{-\infty}^{+\infty}dz\int_{-\infty}^{+\infty}dz'\int d^2\vec{r}'\int d^2\vec{r}'\left(\Psi_{n,k}^{(i)}(\vec{r},z)\right)^{+}\left(\Psi_{n',k'}^{(i')}(\vec{r}',z')\right)^{+}V(\vec{r}-\vec{r}',z,z')\Psi_{n',k'}^{(i')}(\vec{r},z)\Psi_{n,k}^{(i)}(\vec{r}',z')$$

$$V(\vec{r}-\vec{r}',z,z') = \int\frac{d^2\vec{q}}{(2\pi)^2}\tilde{D}(q,z,z')e^{i\vec{q}(\vec{r}-\vec{r}')}$$

$$\left\langle n_1,k_1\left|e^{i\vec{q}\vec{r}}\right|n_2,k_2\right\rangle = \delta_{k_1-k_2,q_x}e^{i\frac{k_1+k_2}{2}\cdot q_y a_B^2}\sqrt{\frac{n_2!}{n_1!}}\left[\frac{(q_y+iq_x)a_B}{\sqrt{2}}\right]^{n_1-n_2}L_{n_2}^{n_1-n_2}\left(\frac{q^2a_B^2}{2}\right)e^{-\frac{q^2a_B^2}{4}} \qquad n_1\geq n_2$$

Кулоновская функция Грина

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}\varepsilon(z)\frac{\partial}{\partial z}-\varepsilon(z)q^2\right)\tilde{D}(q,z,z') = -4\pi e\delta(z-z')$$

Кулоновская функция Грина

$$\tilde{\varepsilon}(q) = 1+\sum_{n,i}\int_{-\infty}^{+\infty}dz'\int_{-\infty}^{+\infty}dz\tilde{D}(q,z,z')\tilde{L}_{n,n}^{(i,i)}(0,z,z)\tilde{L}_{n,n}^{(i,i)}(0,z',z')D_n^{(i)}(E_F)$$

$$\tilde{L}_{n,n'}^{(i,i')}(\vec{q},z,z') = \left(c_1^{(i)}(z,n)^*c_1^{(i')}(z',n')+c_4^{(i)}(z,n)^*c_4^{(i')}(z',n')+c_7^{(i)}(z,n)^*c_7^{(i')}(z',n')\right)\sqrt{\frac{\min(n,n')!}{\max(n,n')!}}L_{\min(n,n')}^{|n-n'|}\left(\frac{q^2a_B^2}{2}\right)+$$

$$+\left(c_2^{(i)}(z,n)^*c_2^{(i')}(z',n')+c_5^{(i)}(z,n)^*c_5^{(i')}(z',n')+c_8^{(i)}(z,n)^*c_8^{(i')}(z',n')\right)\sqrt{\frac{\min(n+1,n'+1)!}{\max(n+1,n'+1)!}}L_{\min(n,n')+1}^{|n-n'|}\left(\frac{q^2a_B^2}{2}\right)+$$

$$+\left(c_3^{(i)}(z,n)^*c_3^{(i')}(z',n')\right)\sqrt{\frac{\min(n-1,n'-1)!}{\max(n-1,n'-1)!}}L_{\min(n,n')-1}^{|n-n'|}\left(\frac{q^2a_B^2}{2}\right)+\left(c_6^{(i)}(z,n)^*c_6^{(i')}(z',n')\right)\sqrt{\frac{\min(n+2,n'+2)!}{\max(n+2,n'+2)!}}L_{\min(n,n')+2}^{|n-n'|}\left(\frac{q^2a_B^2}{2}\right)$$