



# Магнито-стимулированная диффузия

## в космической и лабораторной плазме

Ю. В. Думин

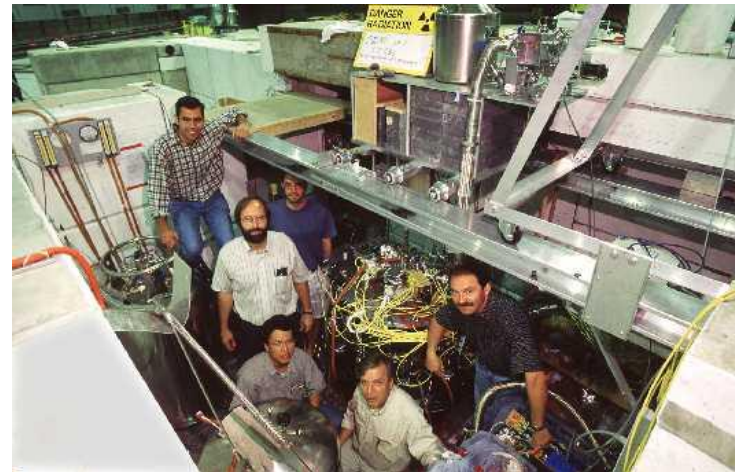
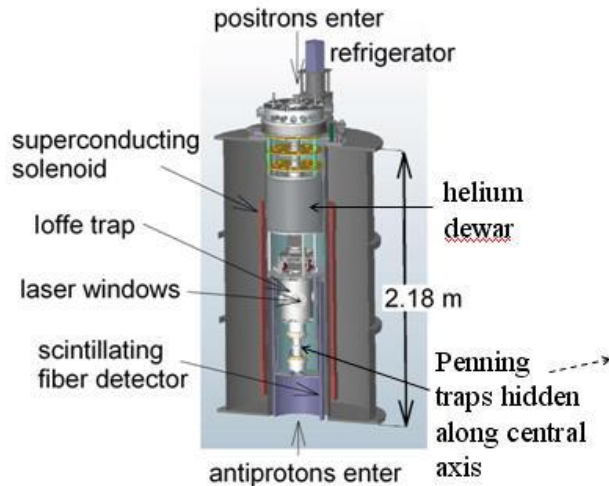


*Теоретический отдел  
ИЗМИРАН*

*г. Троицк Московской обл.  
142190 Россия*

## Введение:

- В абсолютном большинстве известных газо-плазменных систем (как в астрофизических условиях, так и в лабораторных установках) наложение внешнего магнитного поля значительно подавляет диффузию в поперечном к полю направлении.
- Прямо противоположное явление (ускорение диффузии при усилении магнитного поля) может иметь место в ультрахолодной плазме.  
Это наблюдалось, например, в эксперименте ATRAP (CERN) по синтезу антиводорода (плазма: позитроны + антипротоны,  $T \sim 1$  K).

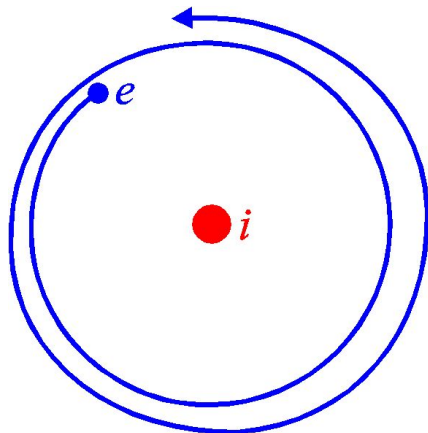


## Основные предположения:

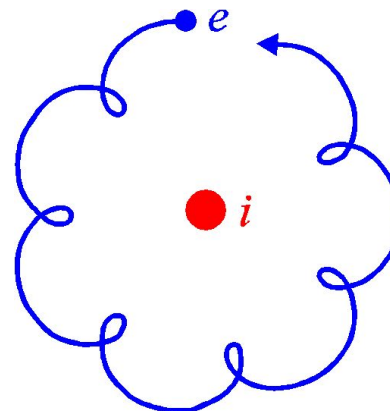
- (1) Плазма – **сильно неидеальная** ( $kT \sim e^2/\langle r \rangle$ ), т.е. значительное количество заряженных частиц находится в квази-связанных состояниях.
- (2) Плазма – **неквантовая**, т.е. характерный размер квази-связанной пары много больше боровского радиуса.

При этих предположениях возможны два предельных случая:

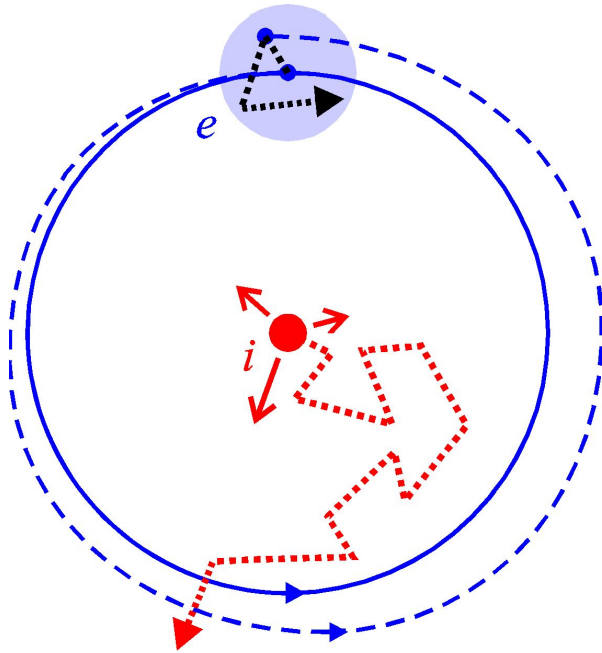
кеплеровская частота  
много больше ларморовской



кеплеровская частота  
много меньше ларморовской



В дальнейшем мы будем подробно рассматривать именно первый случай, причем для простоты кеплеровская орбита будет предполагаться почти круговой.



Исходная система уравнений:

$$\begin{cases} m_e \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}_e = -e^2 \frac{\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i|^3} - \frac{e}{c} \frac{d\mathbf{r}_e}{dt} \times \mathbf{B} \\ m_i \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}_i = e^2 \frac{\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i|^3} + \frac{e}{c} \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} \times \mathbf{B} \end{cases}$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i$$

$$\mathbf{R} = \frac{m_e \mathbf{r}_e + m_i \mathbf{r}_i}{m_e + m_i}$$

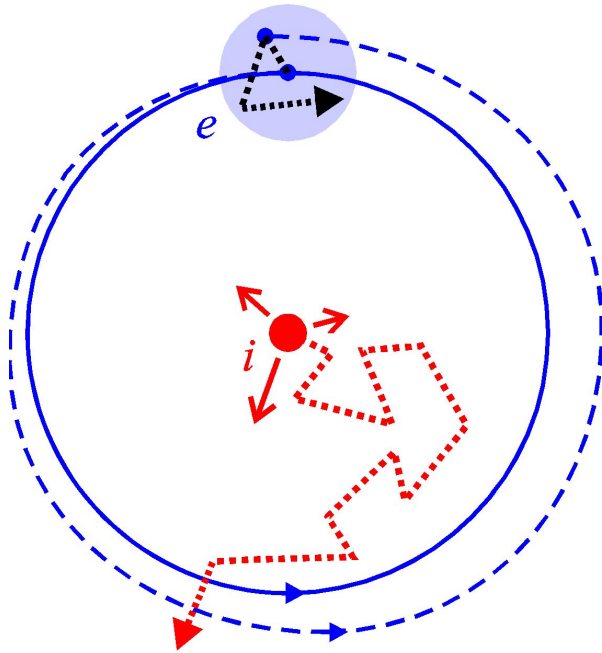
$$\begin{cases} \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{R} = -\frac{e}{M c} \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{B} \\ \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r} = -\frac{e^2}{\mu} \frac{\mathbf{r}}{r^3} - \frac{e}{\mu c} \frac{d}{dt} (\mathbf{R} + \nu \mathbf{r}) \times \mathbf{B} \end{cases}$$

$$M = m_i + m_e$$

$$\mu = \frac{m_i m_e}{m_i + m_e}$$

$$\nu = \frac{m_i - m_e}{m_i + m_e}$$

Система уравнений в безразмерном виде:



$$\begin{cases} \frac{d^2}{d\tilde{t}^2} \tilde{\mathbf{R}} = -2\pi \frac{\Omega_M}{\omega_e} \frac{d\tilde{\mathbf{r}}}{d\tilde{t}} \times \mathbf{b} \\ \frac{d^2}{d\tilde{t}^2} \tilde{\mathbf{r}} = -(2\pi)^2 \frac{\tilde{\mathbf{r}}}{\tilde{r}^3} - 2\pi \frac{\Omega_\mu}{\omega_e} \frac{d}{d\tilde{t}} (\tilde{\mathbf{R}} + \nu \tilde{\mathbf{r}}) \times \mathbf{b} \end{cases}$$

$$\mathbf{r} = a\tilde{\mathbf{r}}, \quad \mathbf{R} = a\tilde{\mathbf{R}}$$

$$t = \tau\tilde{t}, \quad \tau = 2\pi\sqrt{\mu a^3/e^2}$$

$$\mathbf{B} = B\mathbf{b}$$

$$\omega_e = \frac{2\pi}{\tau} = \sqrt{e^2/\mu a^3}$$

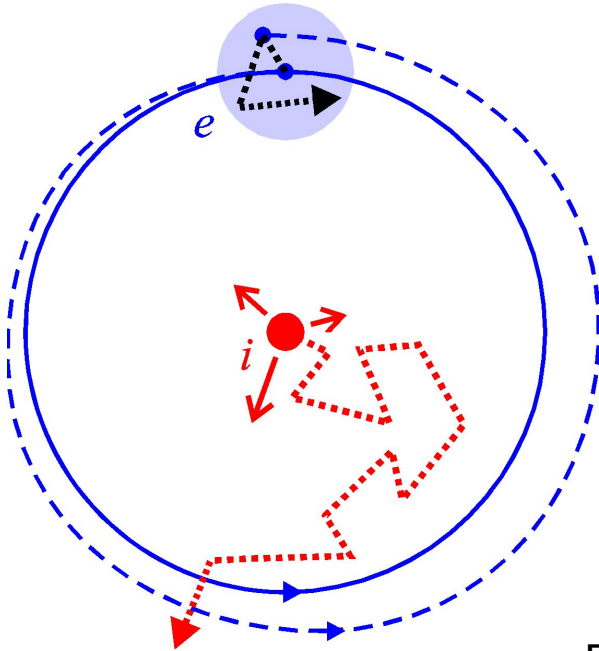
$$\Omega_M = \frac{eB}{Mc}, \quad \Omega_\mu = \frac{eB}{\mu c}$$

Упрощающие предположения:

$$m_e \ll m_i: \quad M \approx m_i, \quad \mu \approx m_e, \quad \nu \approx 1, \quad \omega_e \approx \sqrt{e^2/m_e a^3}$$

$$|d\tilde{\mathbf{R}}/d\tilde{t}| \ll |d\tilde{\mathbf{r}}/d\tilde{t}|$$

## Динамика относительного движения:



$$\frac{d^2 \tilde{\mathbf{r}}}{dt^2} = -(2\pi)^2 \frac{\tilde{\mathbf{r}}}{\tilde{r}^3} - 2\pi \frac{\Omega_e}{\omega_e} \frac{d\tilde{\mathbf{r}}}{dt} \times \mathbf{b}$$

$$\begin{cases} \ddot{\tilde{r}} - \tilde{r}\dot{\varphi}^2 + (2\pi) \frac{\Omega_e}{\omega_e} \tilde{r}\dot{\varphi} + (2\pi)^2 \frac{1}{\tilde{r}^2} = 0 \\ \tilde{r}\ddot{\varphi} + 2\dot{\tilde{r}}\dot{\varphi} - (2\pi) \frac{\Omega_e}{\omega_e} \dot{\tilde{r}} = 0 \end{cases}$$

Решение ищется в виде:

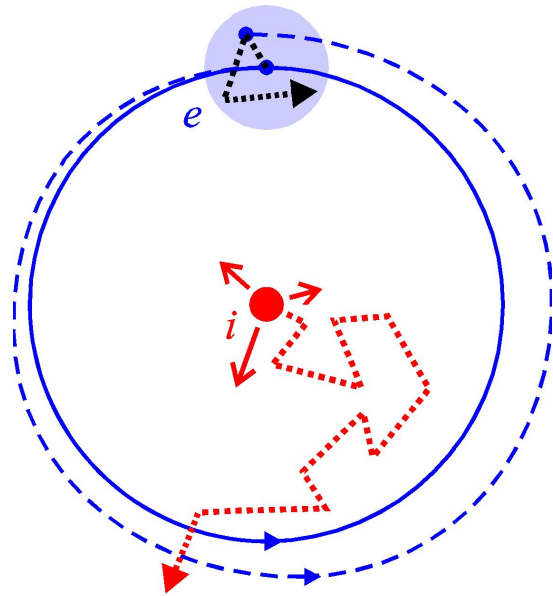
$$\begin{cases} \tilde{r}(\tilde{t}) = \tilde{r}_0 + \delta\tilde{r}(\tilde{t}) \\ \varphi(\tilde{t}) = 2\pi\tilde{t} + \varphi^* + \delta\varphi(\tilde{t}) \end{cases}$$

Частота модуляции:  $\omega = (2\pi) \left[ \left( 1 + \frac{1}{\tilde{r}_0^3} \right)^2 - 3 \frac{1}{\tilde{r}_0^3} \right]^{1/2} \approx (2\pi) \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{\Omega_e}{\omega_e} \right], \quad \Omega_e/\omega_e \ll 1$

Смещение среднего положения орбиты:  $\tilde{r}_0 = \left[ 1 - \frac{\Omega_e}{\omega_e} \right]^{-1/3}$

Характерный масштаб корреляции (кол-во оборотов):  $n \approx \frac{\pi}{2(2\pi - \omega)} \approx \frac{1}{2} \frac{\omega_e}{\Omega_e}$

## Динамика движения центра масс:



$$\frac{d^2}{d\tilde{t}^2} \tilde{\mathbf{R}} = -2\pi \frac{\Omega_i}{\omega_e} \frac{d\tilde{\mathbf{r}}}{d\tilde{t}} \times \mathbf{b}$$

Решение в дискретном времени  
(приближение случайных блужданий):

$$\Delta \tilde{R} \approx (2\pi) \frac{\Omega_i}{\omega_e} \Delta \tilde{r} \Delta \tilde{t} \Rightarrow \sqrt{\langle \tilde{R}^2(\tilde{t}) \rangle} \approx \Delta \tilde{R} \sqrt{N_{tot}}$$

$$N_{tot} = \tilde{t}/n \approx \frac{2\Omega_e}{\omega_e} \tilde{t}, \quad \Delta \tilde{t} = n \approx \frac{1}{2} \frac{\omega_e}{\Omega_e}, \quad \Delta \tilde{r} \approx \tilde{r}_0 - 1 \approx \frac{1}{3} \frac{\Omega_e}{\omega_e}$$

$$\sqrt{\langle \tilde{R}^2(\tilde{t}) \rangle} \approx \frac{\pi\sqrt{2}}{3} \left( \frac{\Omega_i}{\omega_e} \right) \left( \frac{\Omega_e}{\omega_e} \right)^{1/2} \tilde{t}^{1/2}$$

Коэффициент диффузии:

$$\tilde{D} \sim \left( \frac{\Omega_i}{\omega_e} \right)^2 \left( \frac{\Omega_e}{\omega_e} \right) \quad (\text{в безразмерных единицах})$$

$$D \sim \frac{e\sqrt{a}}{\sqrt{m_e}} \left( \frac{\Omega_i}{\omega_e} \right)^2 \left( \frac{\Omega_e}{\omega_e} \right) \quad (\text{в физических единицах})$$

## Обсуждение и выводы:

- При наложении внешнего магнитного поля на сильно-неидеальную плазму возможен эффект усиления (а не подавления) диффузии заряженных частиц в поперечном к полю направлении.
- Магнито-стимулированная диффузия может наблюдаться в:
  - (1) лабораторных экспериментах с ультрахолодной плазмой, в частности, в установках по синтезу антиводорода;
  - (2) межзвездных облаках атомарного водорода и других газов, наблюдаемых по рекомбинационным радиолиниям;
  - (3) магнитосферах компактных астрофизических объектов со сверхсильными магнитными полями (однако в этом случае необходимы квантовые расчеты).