

# **Поверхностные модели построенные по кинематическому принципу**

- Поверхность вращения
- Поверхность соединения –  
линейчатая поверхность
- Поверхность перемещения –  
заметающая поверхность, sweep и  
lofting поверхности

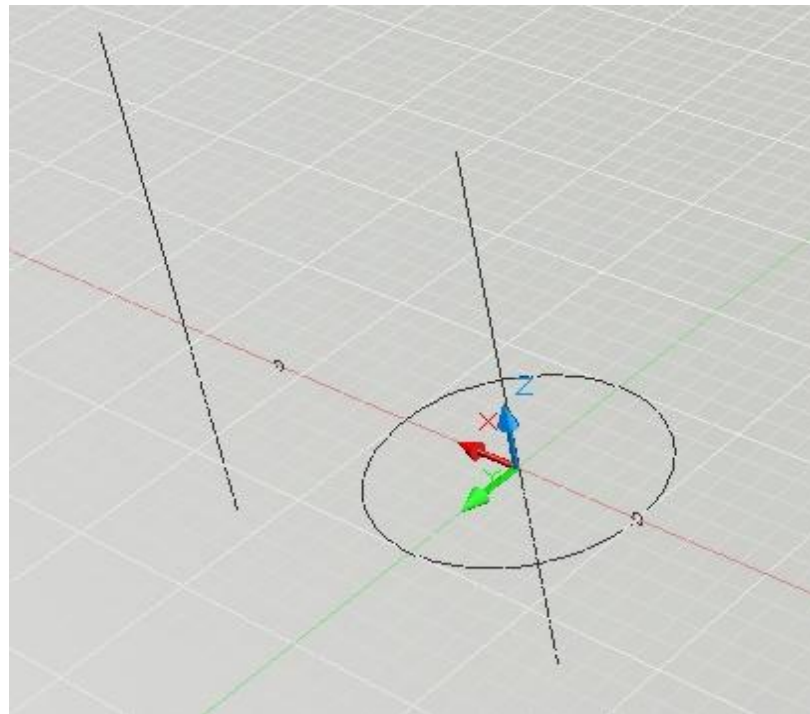
# Поверхность вращения

Может быть построена в результате вращения двумерного объекта (прямая, плоская кривая) вокруг оси в пространстве

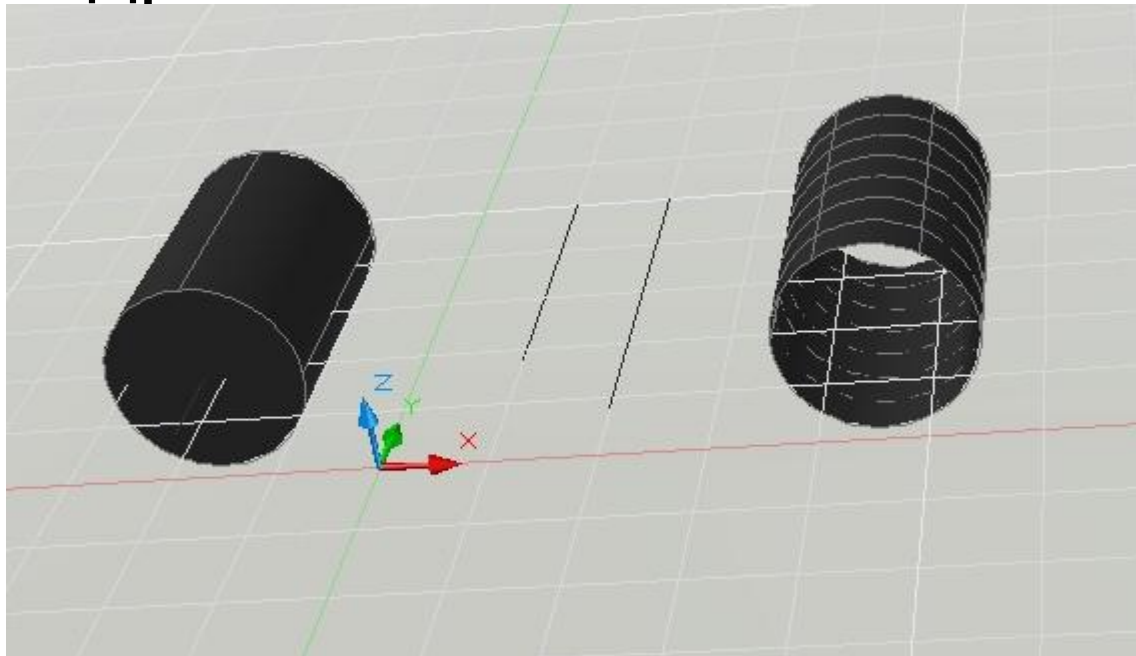
**Рассмотрим основные типы геометрических моделей, построенных на основе вращения**

# Вращение точки вокруг одной из координатных осей или произвольной прямой

Результат построения – окружность



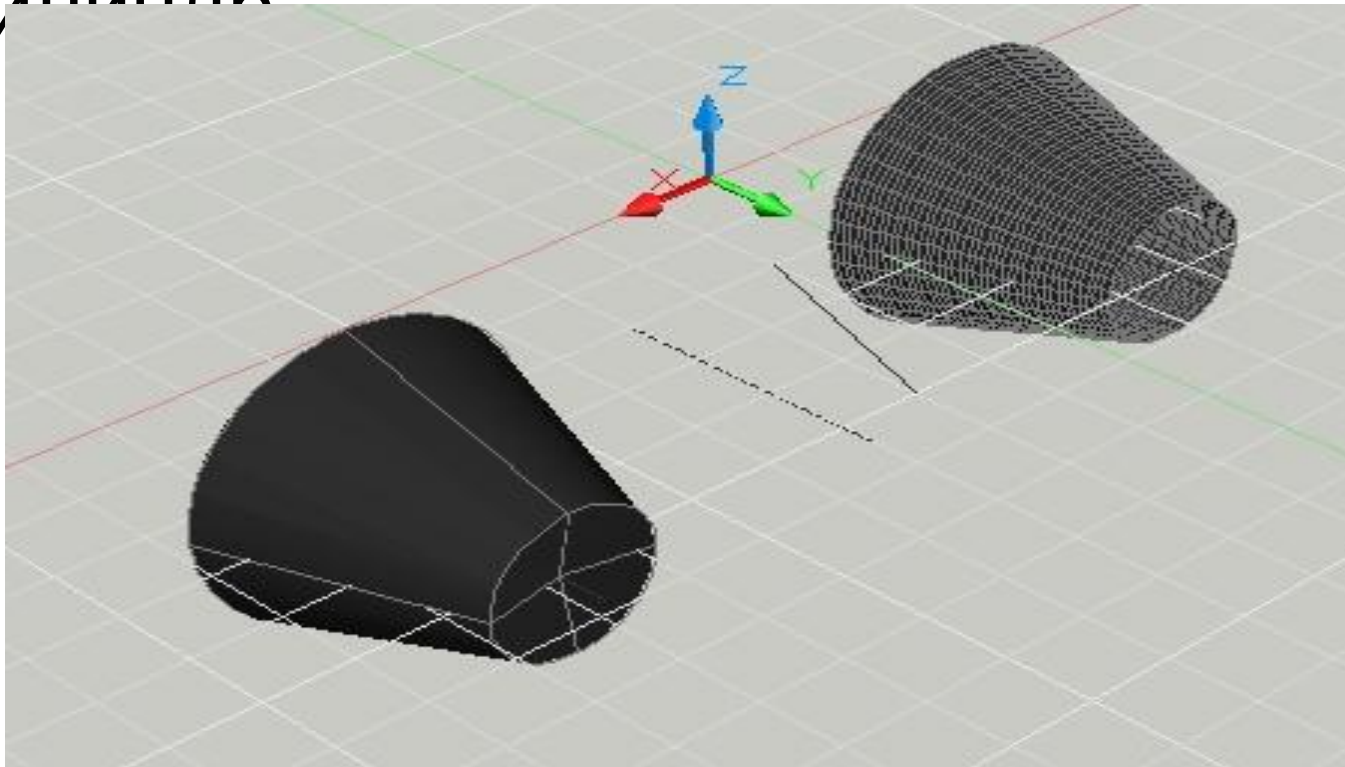
**Отрезок и ось вращения  
компланарны  
и параллельны друг другу**  
**Результат построения – цилиндрическая  
поверхность или твердотельный  
цилиндр**



**Отрезок и ось вращения  
компланарны , но не параллельны**

**друг другу**

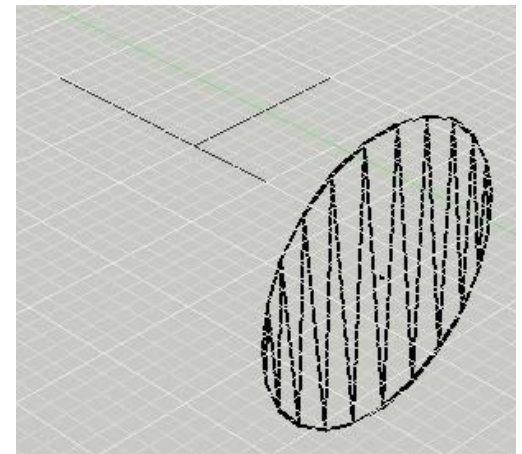
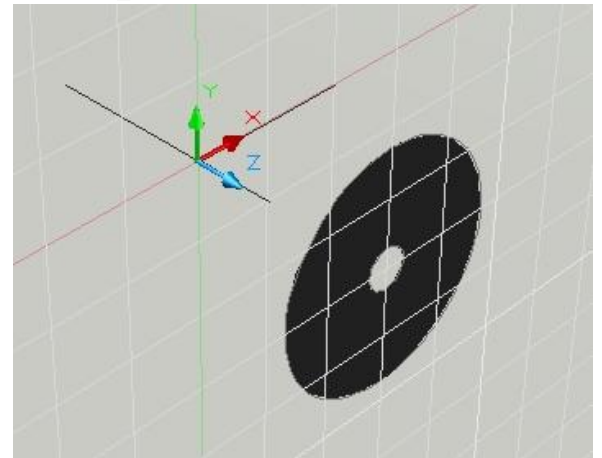
**Результат построения – коническая  
поверхность или твердотельный  
цилиндр**



# Отрезок и ось вращения компланарны, отрезок перпендикулярен оси вращения

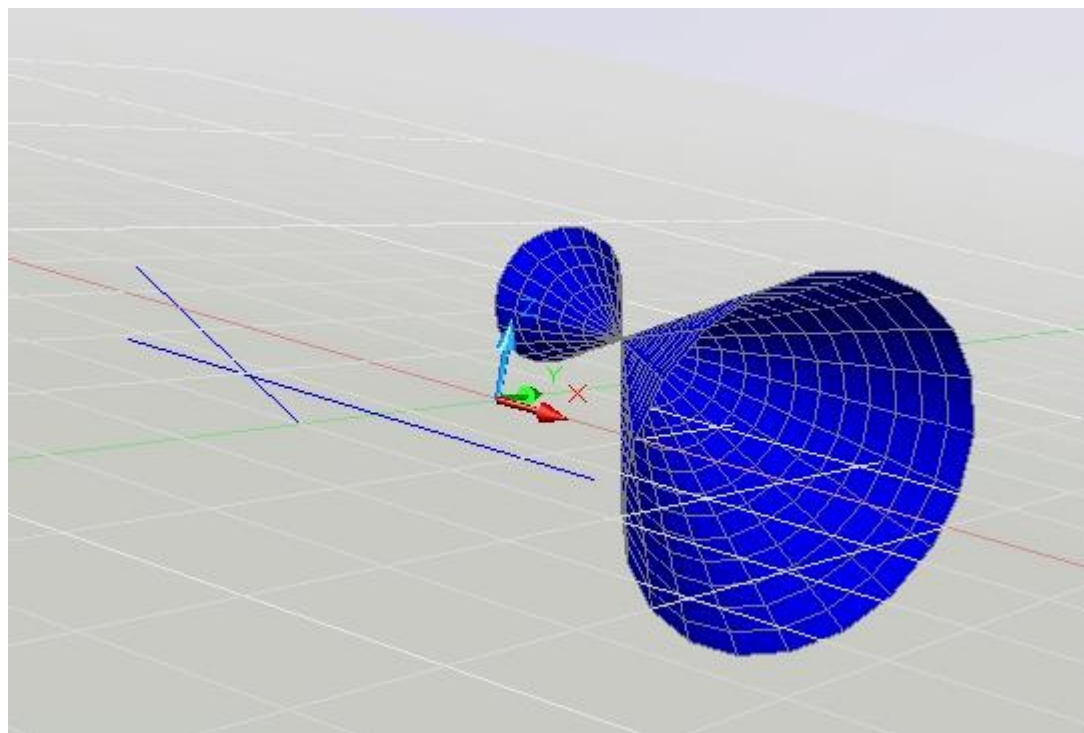
## Результат построения:

- Плоский диск, если отрезок доходит до оси вращения
- Диск с отверстием если диск не доходит до оси вращения



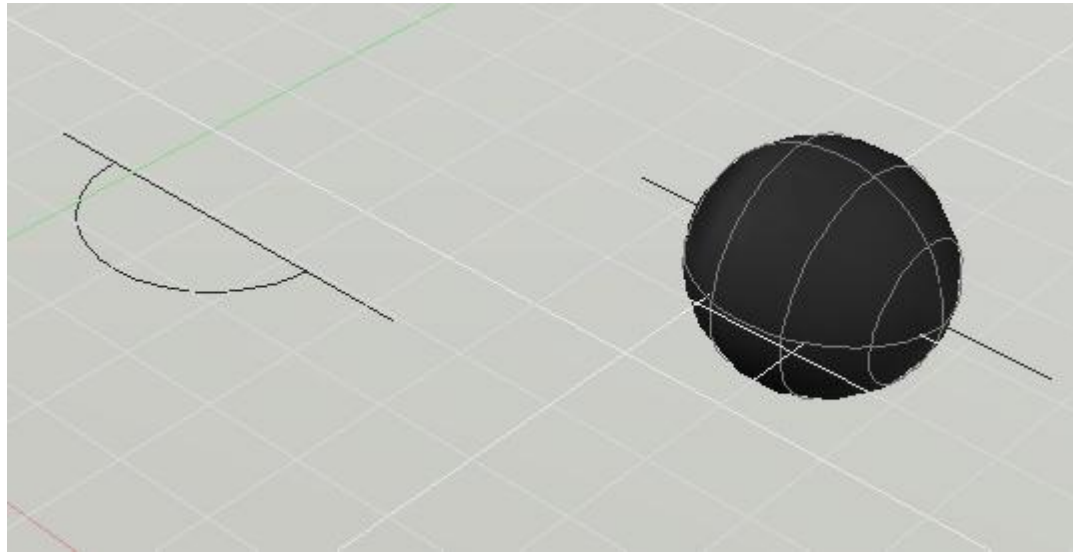
# Отрезок и ось вращения не компланарны

Результат построения - однополосный  
гиперболоид



**Вращение половины окружности  
вокруг оси, лежащей в той же  
плоскости и проходящей через ее  
центр.**

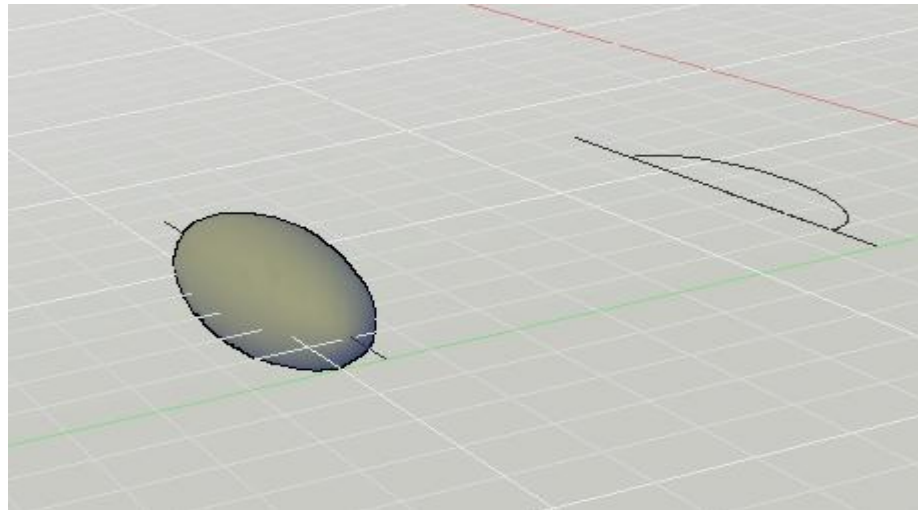
**Результат построения – поверхностная  
или твердотельная сфера**





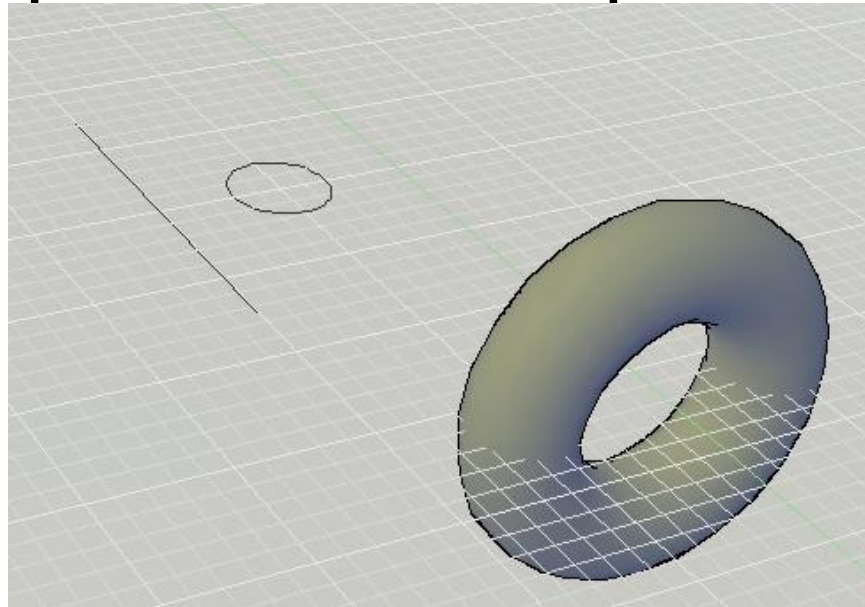
**Вращение половины эллипса  
вокруг оси, лежащей в той же  
плоскости и совпадающей с  
одной из его осей**

**Результат построения – поверхностный  
или твердотельный эллипс**



**Вращение окружности вокруг  
оси, лежащей с ней в одной  
плоскости и не пересекающей**

**ее**  
**Результат построения** - **поверхностный**  
**или твердотельный тор**



# Математические основы построения поверхности

## вращения

Поверхность вращения помимо самостоятельной трехмерной поверхностной модели может быть основой для построения **оболочки твердого тела**.

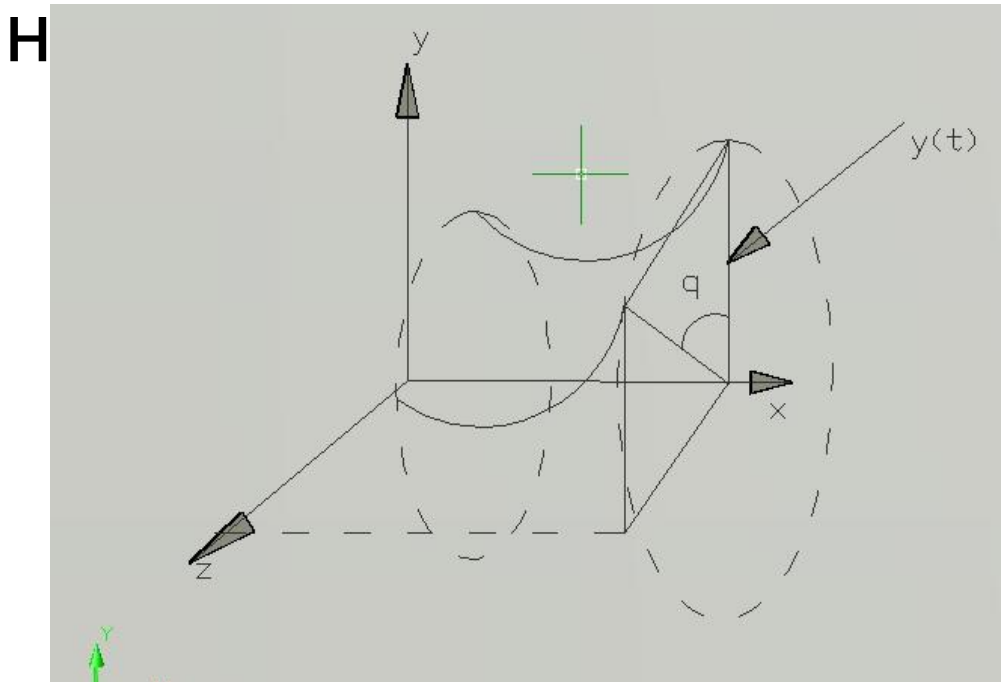
Точки на поверхности задаются тремя координатами, каждая из которых является функцией параметра  $t$ :  $p(t)=[x(t),y(t),z(t)]$

**В общем виде функция  $Q(t,q)$ , описывающая поверхность вращения, зависит от двух переменных: параметра  $t$  и угла поворота  $q$ .**

# Рассмотрим математическое описание поверхности вращения вокруг оси X.

$$Q(t,q)=[x(t), y(t)\cos(q), y(t)\sin(q)]$$

Пояснения к данному выражению даны на



**Данное математическое  
выражение поверхности вращения  
можно представить в матричном  
виде следующим образом.**

$$Q(t, q) = (x(t), y(t), z(t), 1) \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(q) & \sin(q) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

где  $(x(t), y(t), z(t), 1)$  - однородные координаты точки на кривой, вращаемой вокруг оси X

# Поворот относительно оси, не совпадающей ни с одной из координатных осей

*Решение задачи путем сведения ее к более простой – поворот относительно одной из координатных осей (например с осью X).*

*Для этого необходимо выполнить следующие преобразования:*

- Перенос точки на оси в начало координат
- Выполнить необходимые повороты для совмещения оси с осью Z.
- Повернуть вокруг оси y на угол  $90^0$  для совмещения исходной оси с осью X.
- Выполнить поворот относительно оси X
- Выполнить обратные преобразования