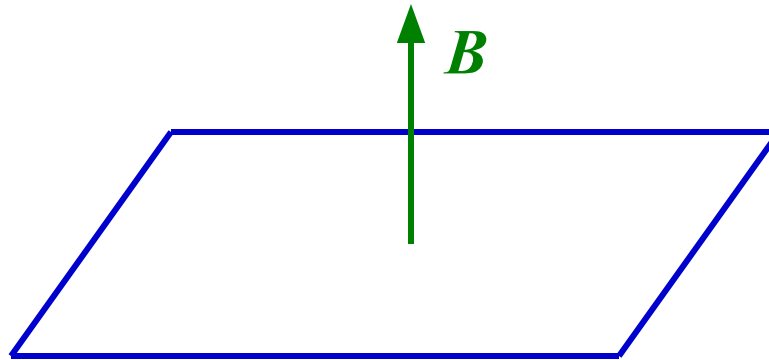
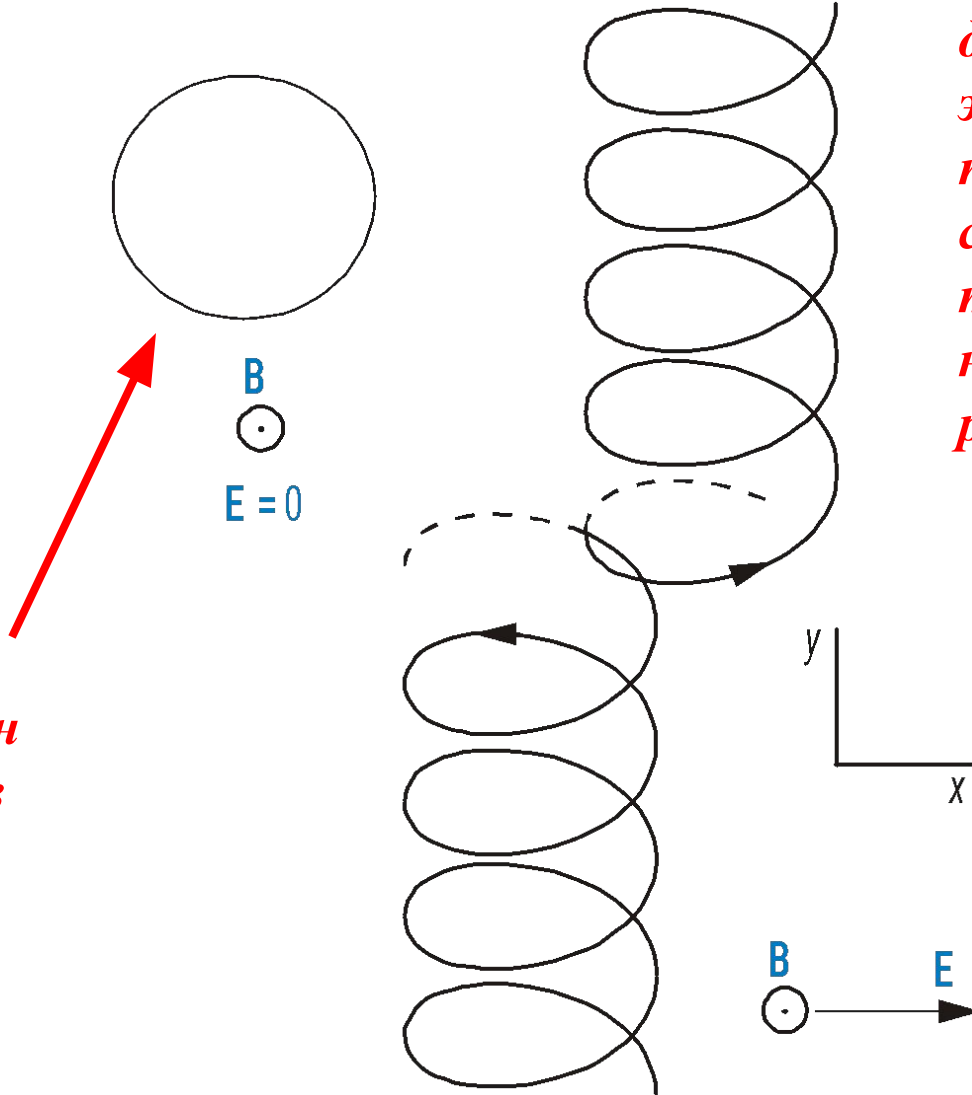


Целочисленный квантовый эффект Холла



В сильном магнитном поле электрон локализован в окрестности своей классической орбиты



Электрон дрейфует поперек электрического поля, а вдоль поля смещается только при наличии рассеяния

Тензоры проводимости и сопротивления

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E} \quad \left[\begin{array}{l} j_x = \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y \\ j_y = \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y \end{array} \right. \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy}, \quad \sigma_{yx} = -\sigma_{xy}$$

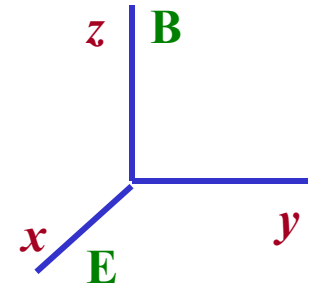
$$\mathbf{E} = \hat{\rho} \mathbf{j} \quad \left[\begin{array}{l} E_x = \rho_{xx} j_x + \rho_{xy} j_y \\ E_y = \rho_{yx} j_x + \rho_{yy} j_y \end{array} \right. \quad \rho_{xx} = \rho_{yy}, \quad \rho_{yx} = -\rho_{xy}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \quad \sigma_{xy} = \frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}$$

Классическое движение в магнитном поле

Уравнение движения с трением и с усреднением по времени

$$m\dot{\tilde{\mathbf{v}}} = \frac{e}{c}[\tilde{\mathbf{v}}\mathbf{B}] + e\mathbf{E} - \frac{m\tilde{\mathbf{v}}}{\tau} \quad \Omega = \frac{eB}{mc}$$



$$\begin{cases} \frac{\tilde{v}_x}{\tau} = \Omega\tilde{v}_y + \frac{e}{m}E \\ \frac{\tilde{v}_y}{\tau} = -\Omega\tilde{v}_x \end{cases} \longrightarrow \tilde{v}_x = \frac{e\tau/m E}{1 + (\Omega\tau)^2}$$

$$\mathbf{j} = ne\tilde{\mathbf{v}}$$

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1 + (\Omega\tau)^2}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sigma_0\Omega\tau}{1 + (\Omega\tau)^2}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_{xy}}{(\Omega\tau)}$$

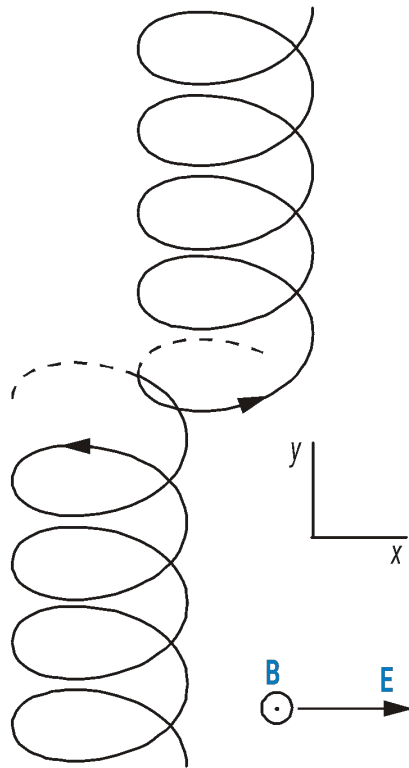
При $\Omega\tau \rightarrow \infty$

$$\sigma_{xx} = 0$$

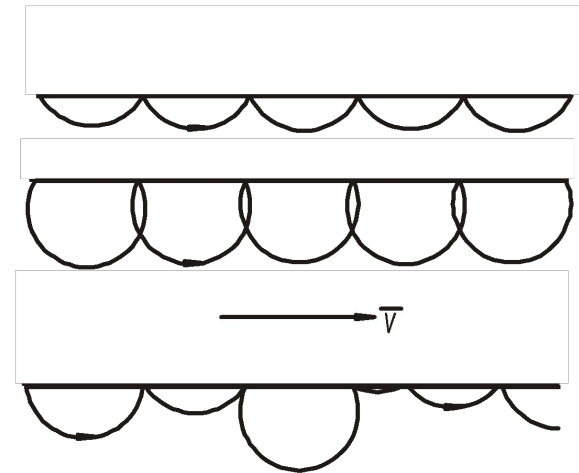
$$\sigma_{xy} = \frac{\sigma_0}{\Omega\tau} = \frac{ne\tau c}{B}$$

Продольная проводимость возникает в результате рассеяния ...

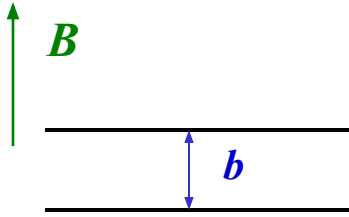
... в объеме



... или вдоль поверхности



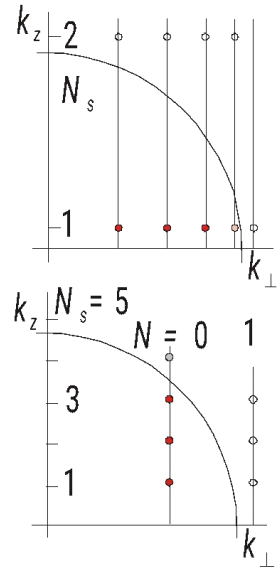
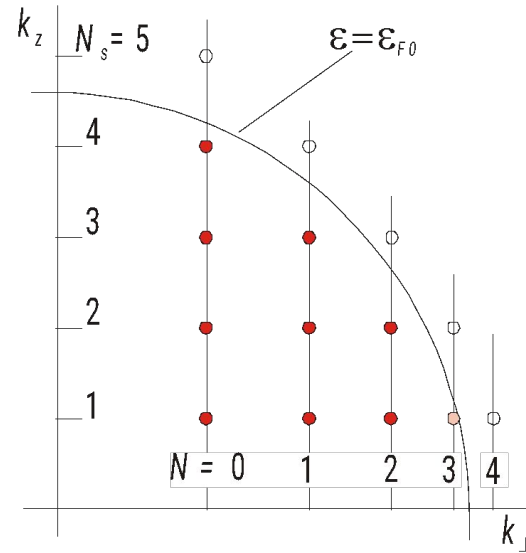
Магнитное и размерное квантования



$$\varepsilon = \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{\parallel} = \hbar\Omega(N + 1/2) + \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{2\pi N_z}{b} \right)^2$$

Вырожденность всех (N, N_z) -уровней одинакова и равна

$$\gamma = \frac{1}{2\pi r_B^2}, \quad r_B^2 = \hbar c / eB$$



Число занятых уровней

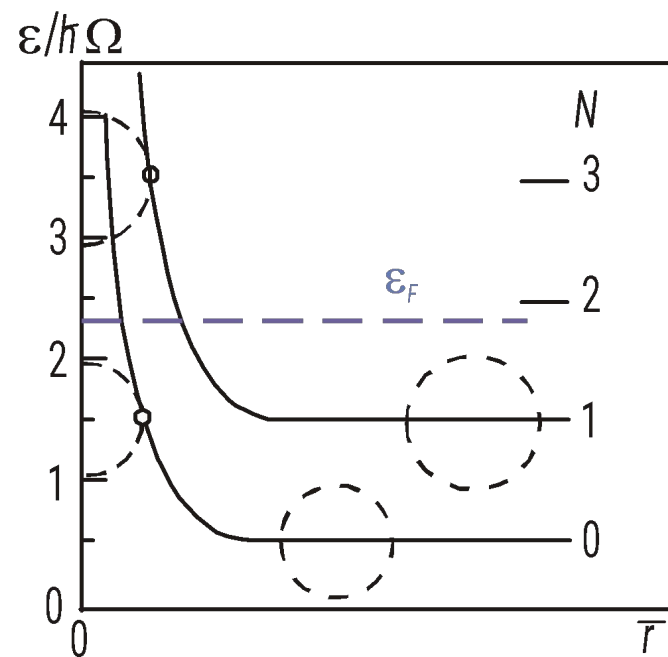
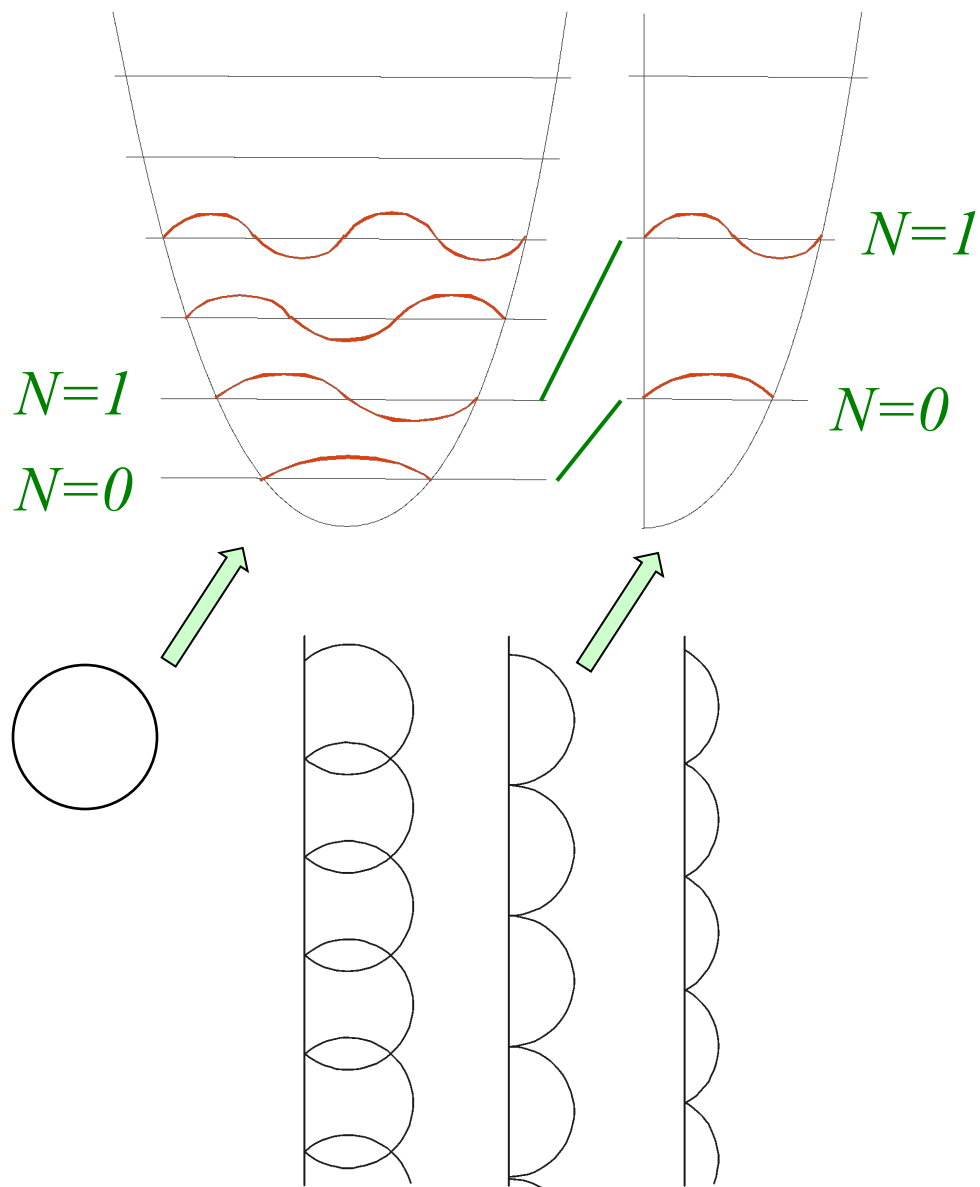
$$\nu = \frac{nb}{\gamma} = \frac{2\pi\hbar c(nb)}{eB}$$

В полях

$$B_i = \frac{2\pi\hbar c}{e} nb \frac{1}{i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

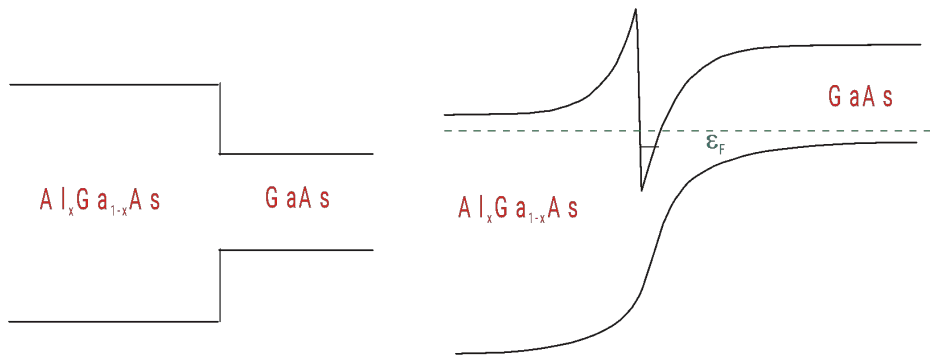
$\nu = i$ – целые числа и все занятые уровни заполнены полностью.

Влияние края на энергию 2D-электрона в магнитном поле

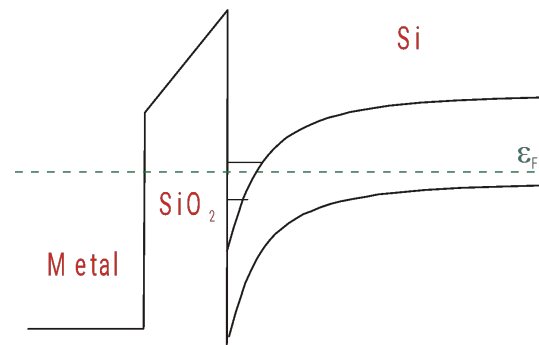


Основные двумерные системы: пленки и ...

... гетероструктуры

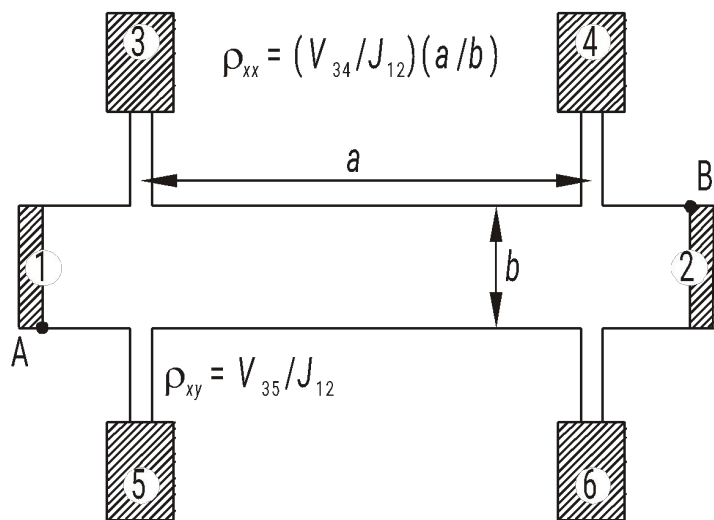


... МОП-структуры



Основные измерительные конфигурации

Холловский мостик

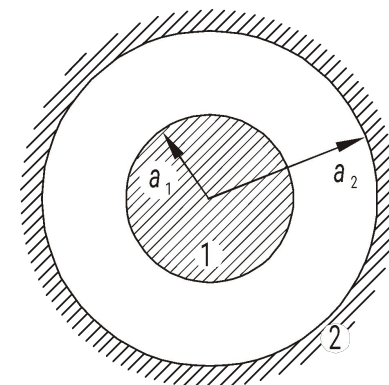


$$\rho_{xx} = (V_{34}/J_{12})(a/b)$$

$$\rho_{xy} = V_{35}/J_{12}$$

ρ_{xx}, ρ_{xy}

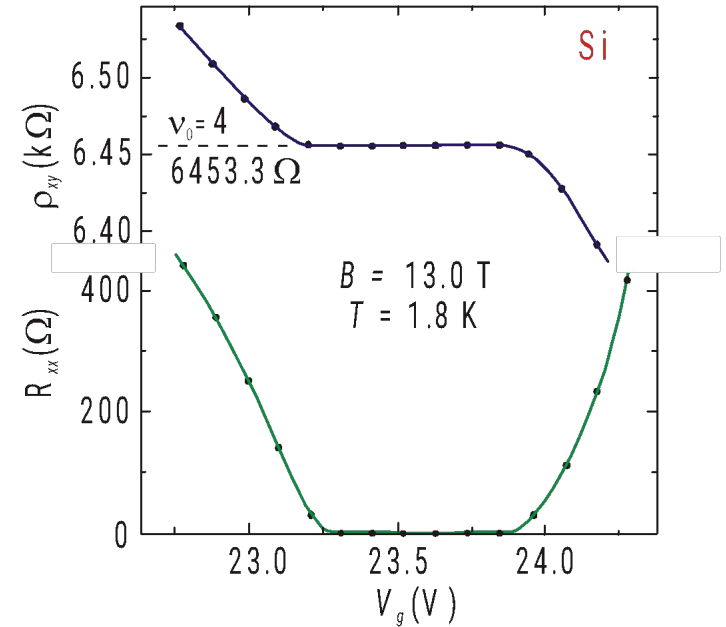
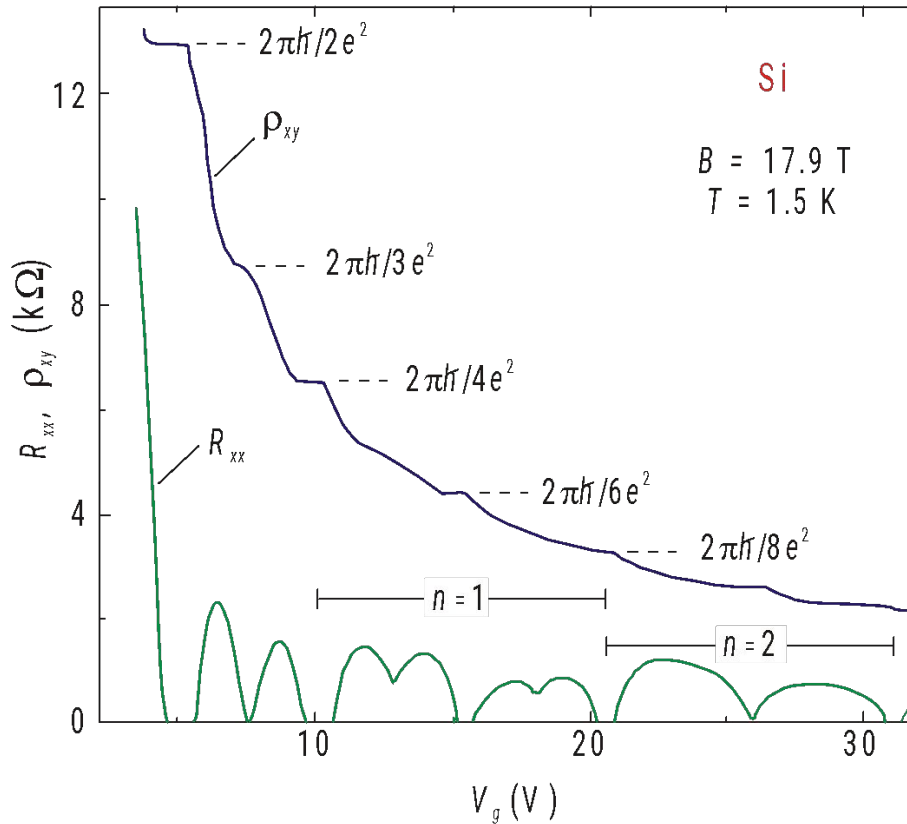
Диск Корбино



$$\sigma_{xx} = (J_{12}/2\pi V_{12}) \ln(a_2/a_1)$$

σ_{xx}

Нобелевская работа

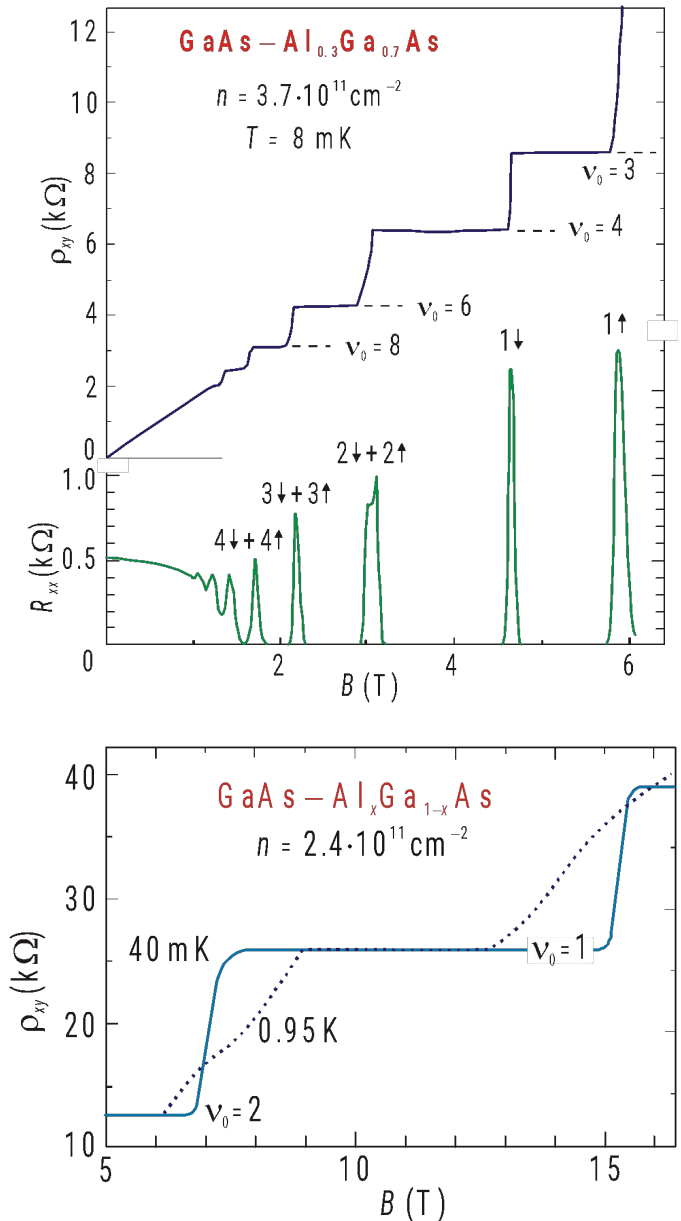


K. von Klitzing, C. Probst and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980)

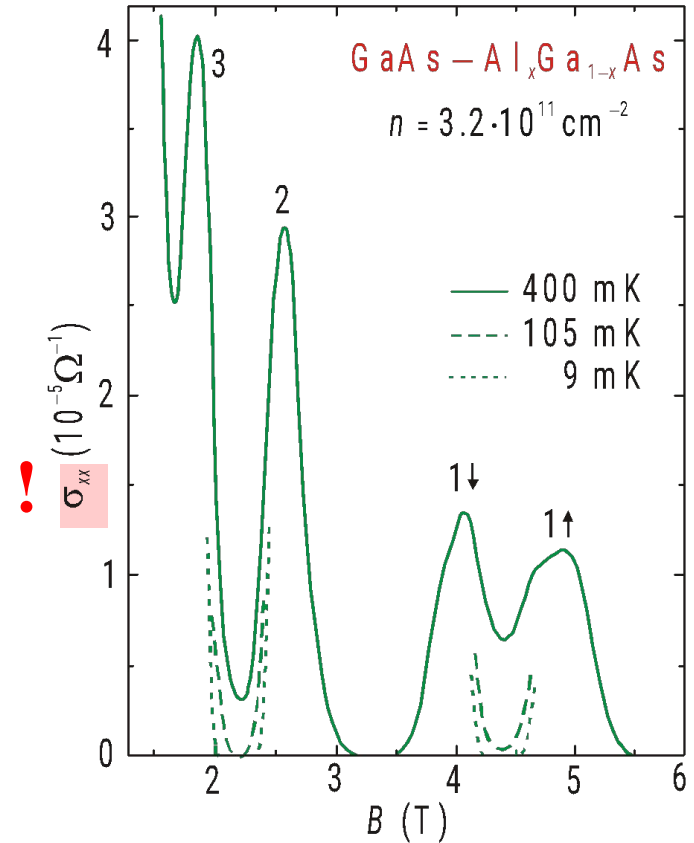
$$\sigma_{xy} = i \left(\frac{e^2}{2\pi\hbar} \right)$$

Основные экспериментальные вопросы:

1. Точность и воспроизводимость ρ_{xy} на плато
2. Относительная протяженность плато
3. Температурная зависимость ρ_{xx} на плато

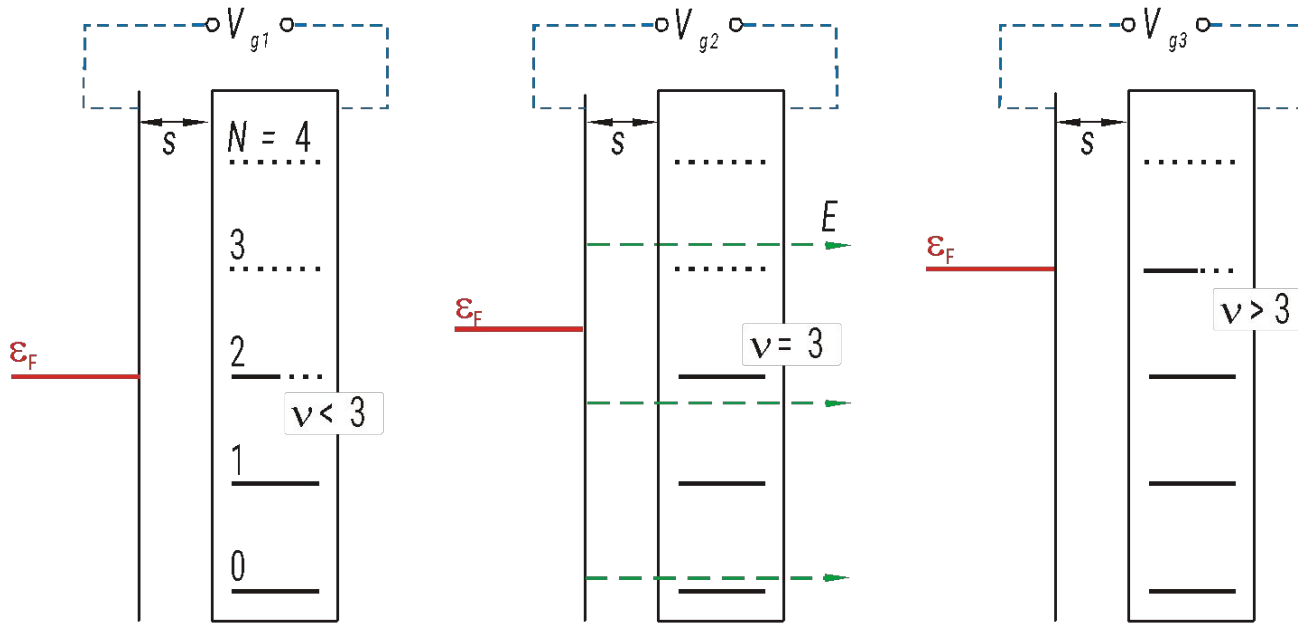


**G.Ebert, K. von Klitzing, C.Probst, K.Ploog,
Sol. State Comm.44, 95 (1982)**



**S.Koch, R.J.Haug,
K. von Klitzing, K.Ploog
Phys. Rev. B 43, 6828 (1991)**

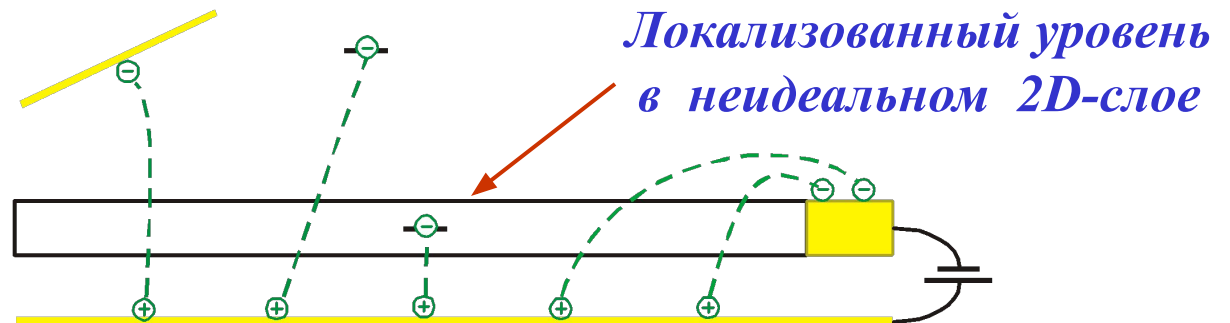
Идеальный 2D-слой



$$\Delta^{(i)} V_g = \frac{\hbar \Omega}{e} = \frac{\hbar B}{mc}$$

$$\Delta^{(m)} V_g = \Delta n e s = (2\pi r_B^2)^{-1} e s = \frac{e^2 B s}{2\pi \hbar c}$$

Идеальный 2D-слой в состоянии изолятора

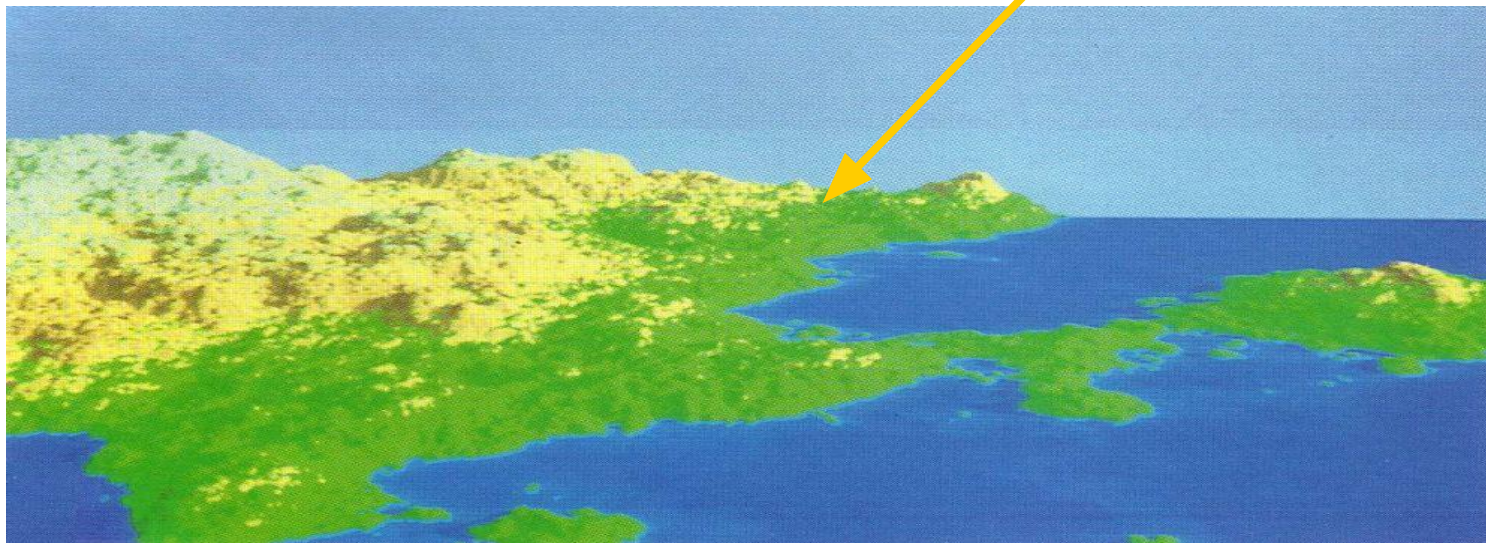


$$\frac{\Delta^{(i)} V_g}{\Delta^{(m)} V_g} = \frac{2\pi \hbar^2}{s m e^2} = \frac{2\pi a_B}{s}$$

Все характерные длины случайного потенциала много больше ларморовского радиуса

Поэтому электроны движутся по спиралям, навиваясь на эквипотенциали.

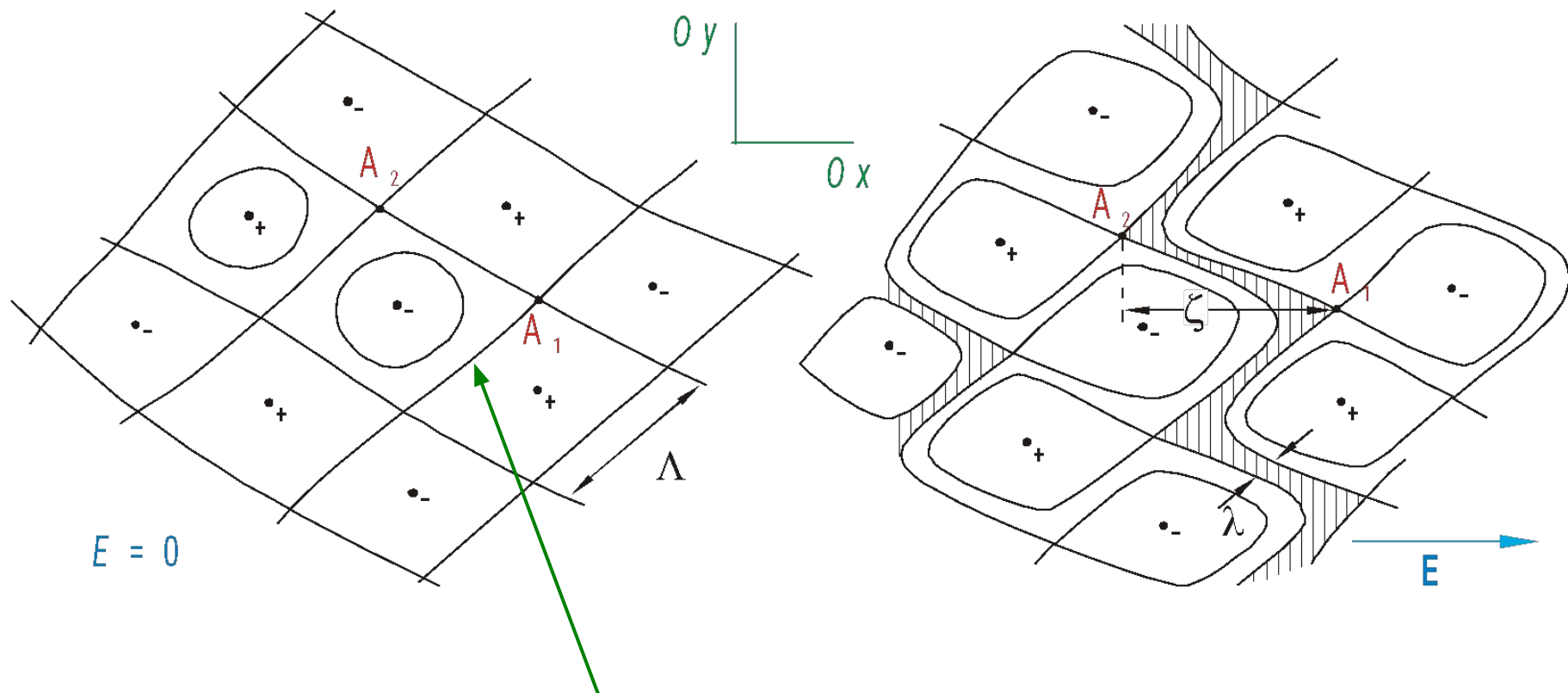
Случайный двумерный длиннопериодный потенциал превращает плоскость $\varepsilon = \text{const}$ в “холмистый пейзаж”.



Уровень Ферми

Уровень Ландау превращается в полосу. Состояния на краях полосы локализованы вдоль замкнутых эквипотенциалей, но в центре полосы обязательно есть протяженные состояния, расположенные вдоль эквипотенциалей, уходящих на бесконечность.

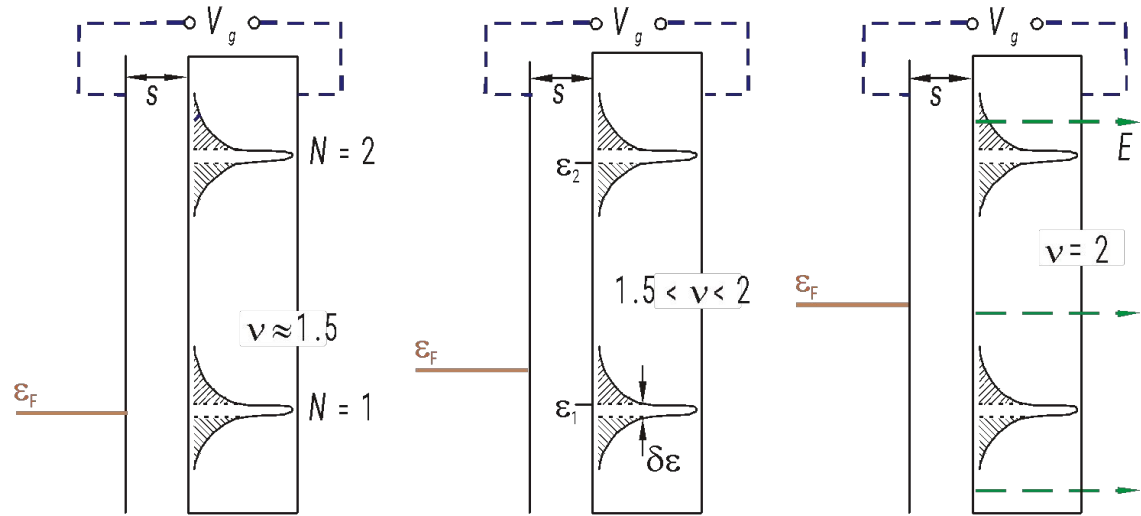
Длиннопериодный случайный потенциал



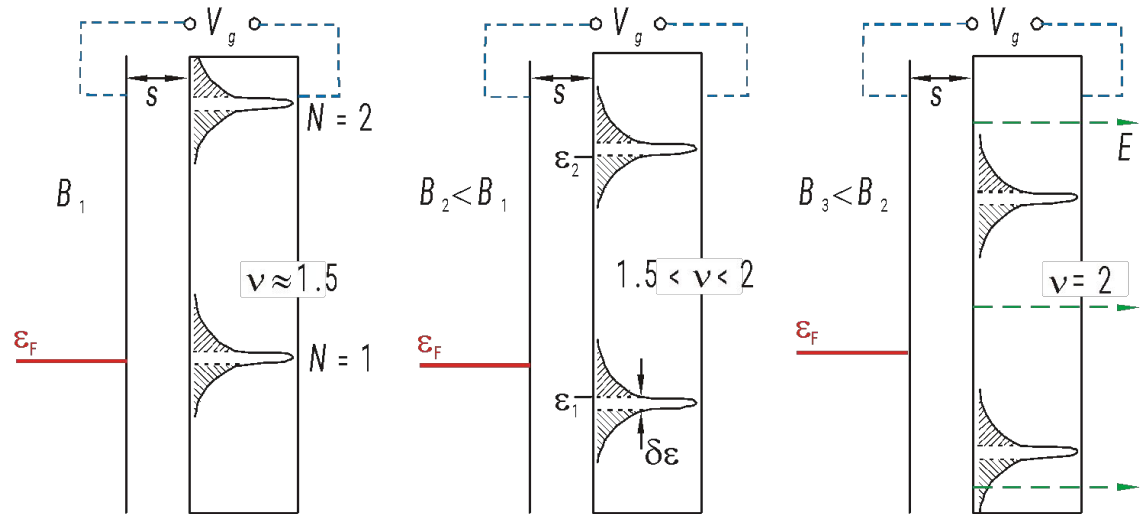
Перколяционная сетка

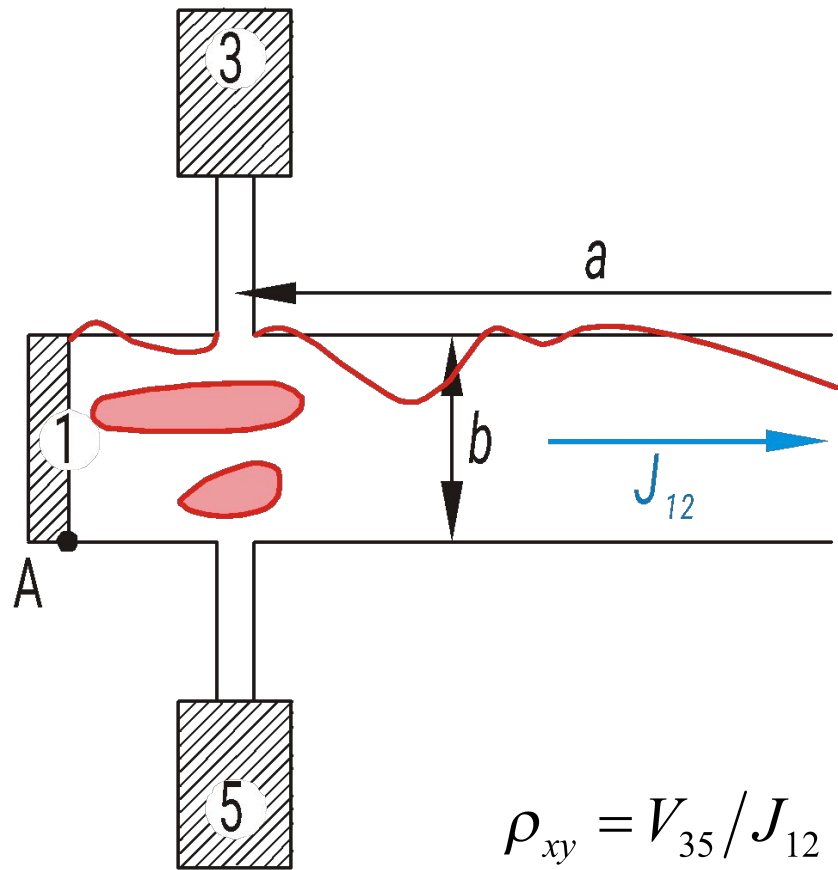
Неидеальный 2D-слой

*Изменение
концентрации
носителей*



*Изменение
магнитного
поля*



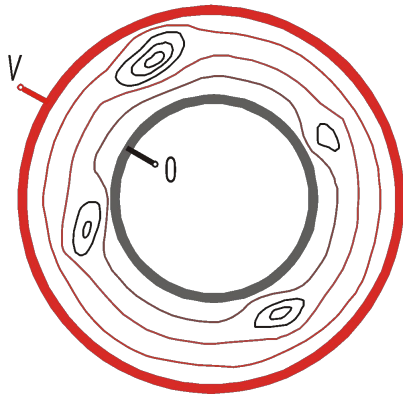


$$\rho_{xy} = V_{35} / J_{12}$$

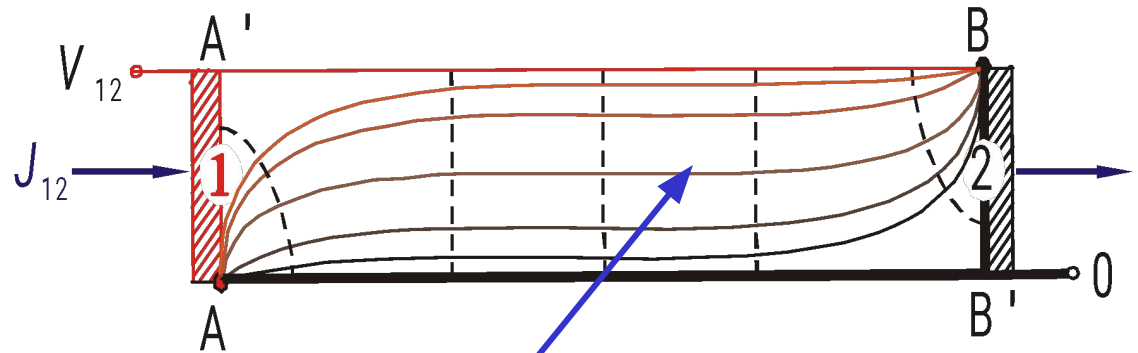
*Форма двумерной области между холловскими контактами
несущественна*

Потенциал (или ток), приложенный извне

Диск Корбино



Квазиидеальная полоска с двумя контактами



Эквипотенциали
(обычно вдоль них течет
холловский ток)

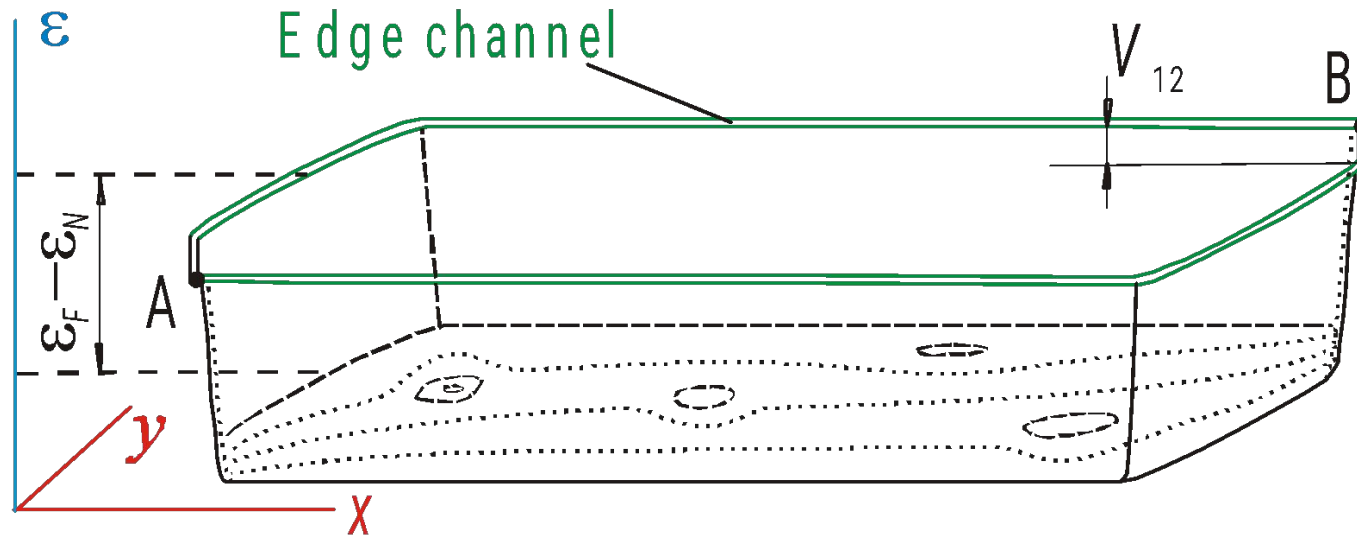
На плато

$$\frac{J_{12}}{V_{12}} = i \left(\frac{e^2}{2\pi\hbar} \right), \quad J_{12} = \sum J_i = i \left(\frac{e^2}{2\pi\hbar} \right) V_{12}$$

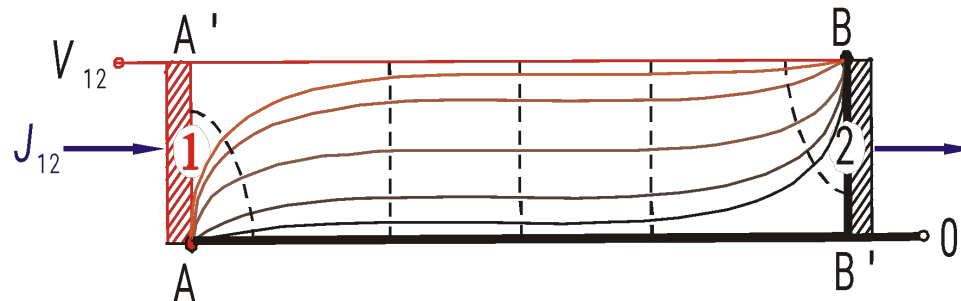
Токи текут :

либо по краевым каналам ,

либо вдоль эквипотенциалей под уровнем Ферми

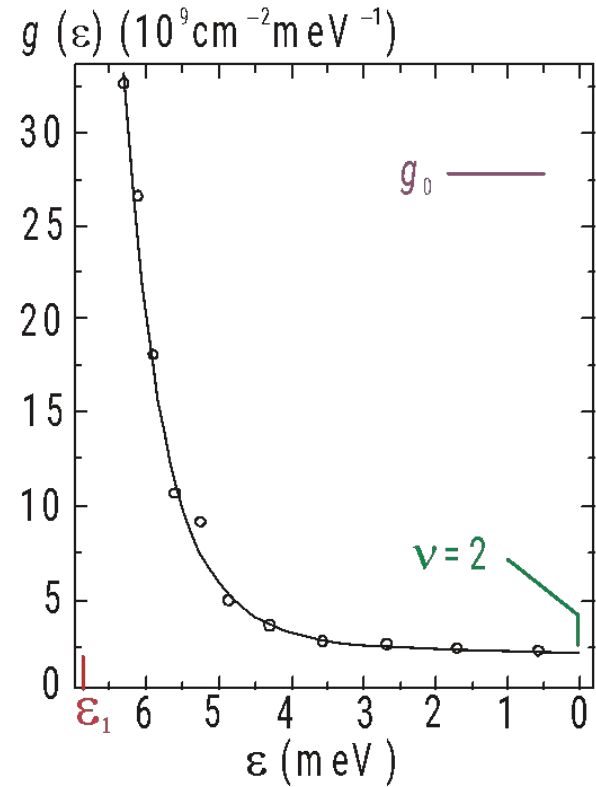
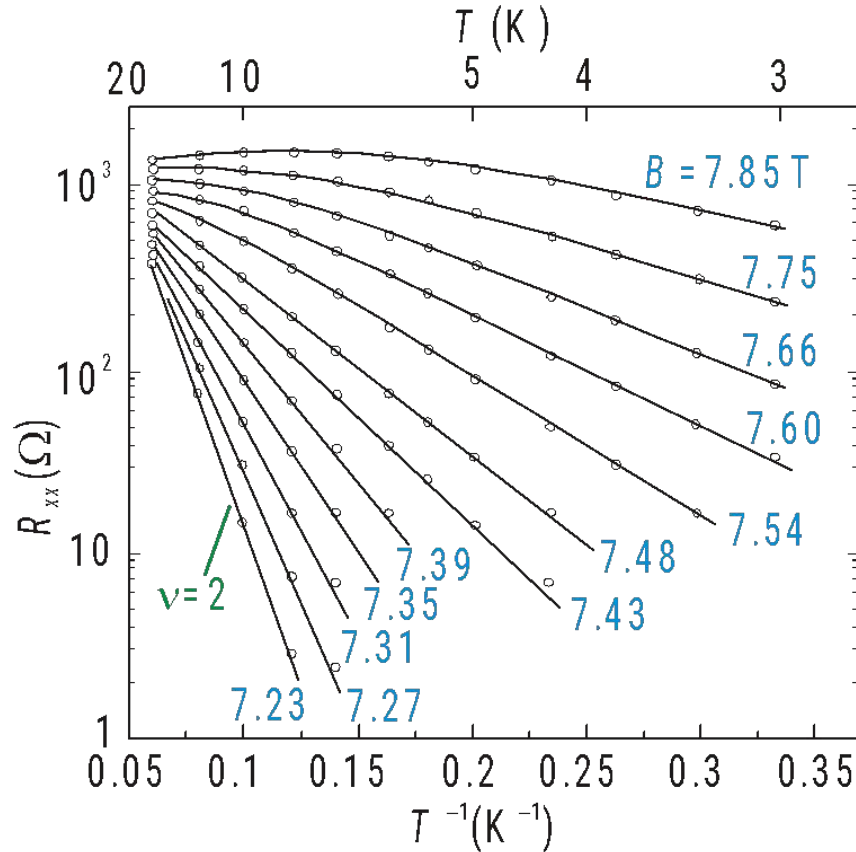


На самом деле происходит распределение токов между краем и объемом в зависимости от рассеяния



Температурная зависимость продольной проводимости в режиме квантового эффекта Холла (т.е. на плато)

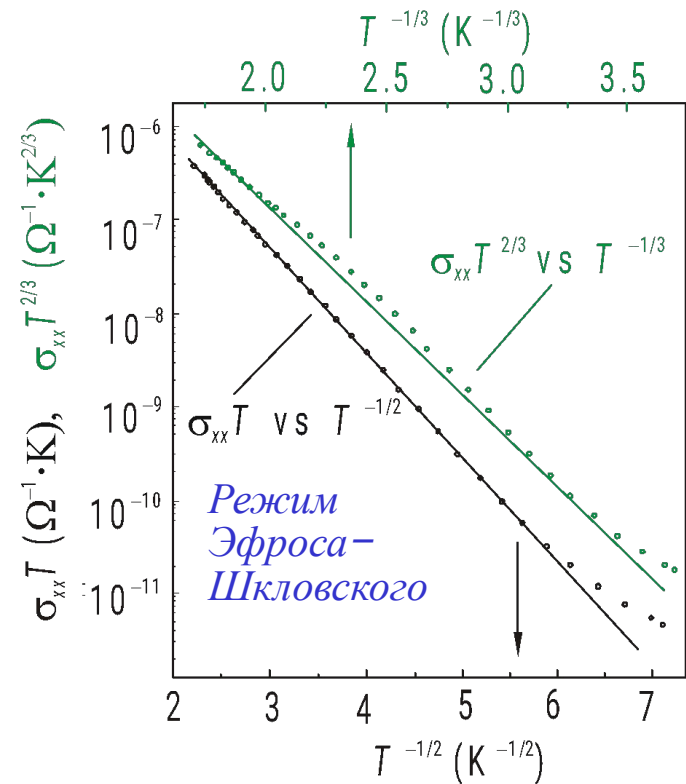
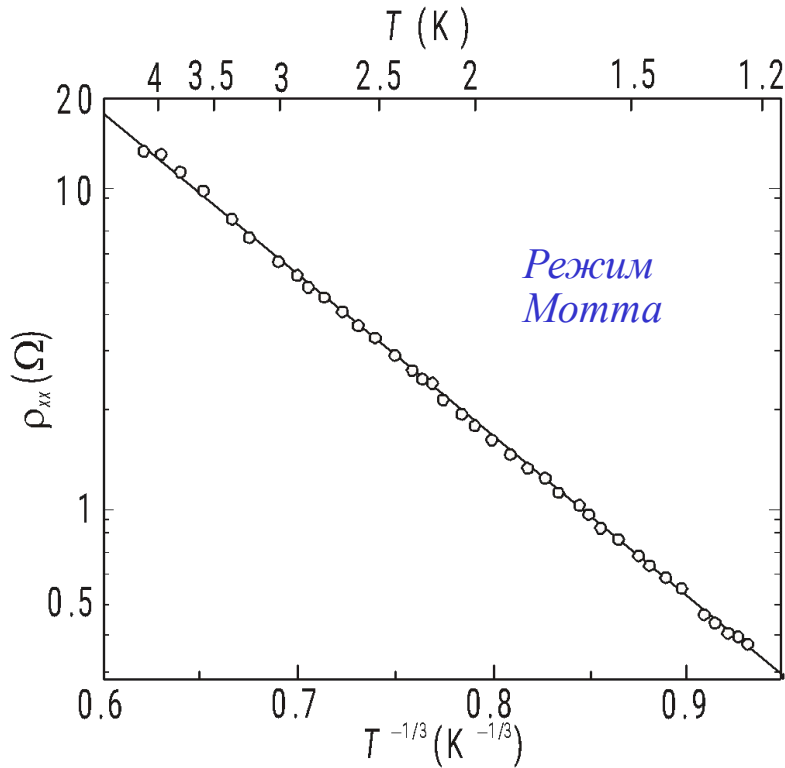
$$\rho_{xx} \propto \exp\left(-\frac{\varepsilon^*}{T}\right), \quad \sigma_{xx} \propto \exp\left(-\frac{\varepsilon^*}{T}\right)$$



GaAs – Al_xGa_{1-x}As

Температурная зависимость продольной проводимости в режиме квантового эффекта Холла (продолж.)

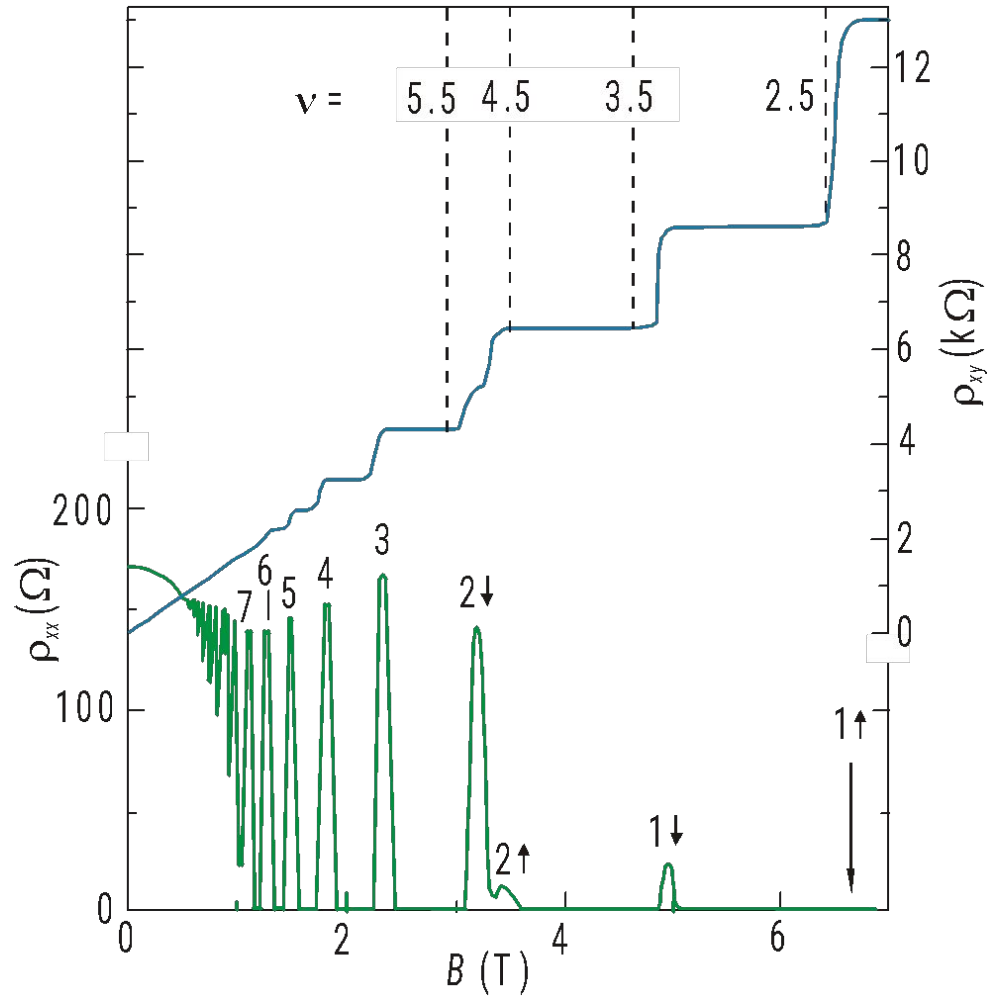
GaAs – Al_xGa_{1-x}As



D.C. Tsui, H.L. Störmer, A.C. Gossard
Phys. Rev. B 25 1405 (1982)

G.Ebert, K. von Klitzing, C.Probst, et al.,
Sol. State Comm.45, 625 (1983)

Цепочки фазовых переходов



*M.A. Paalanen, D.C. Tsui, A.C. Gossard,
Phys. Rev. B 25, 5566 (1982)*

Всплывание уровней

Д.Е. Хмельницкий, *Phys. Lett.* 106A, 182 (1984)

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xx} (\Omega\tau)$$

$$\sigma_{xy} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{e^2}{2\pi\hbar}\right)$$

$$\sigma_{xx} = \frac{ne^2\tau}{m} \frac{1}{1 + (\Omega\tau)^2}$$

$$r_B^2 = \hbar c / eB$$

$$n = \left(i + \frac{1}{2}\right) \frac{m}{2\pi\hbar} \frac{1 + (\Omega\tau)^2}{\Omega\tau^2} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \underbrace{\frac{1}{2\pi r_B^2} \frac{1 + (\Omega\tau)^2}{(\Omega\tau)^2}}_{\text{Эффективное количество состояний в каждой из минизон, у которой есть заполненное протяженное состояние}}$$

Количество заполненных протяженных состояний (минизон Ландау)

Эффективное количество состояний в каждой из минизон, у которой есть заполненное протяженное состояние

При $\Omega\tau \lesssim 1$ локализованные состояния верхних минизон «просачиваются» под протяженные состояния нижних минизон.

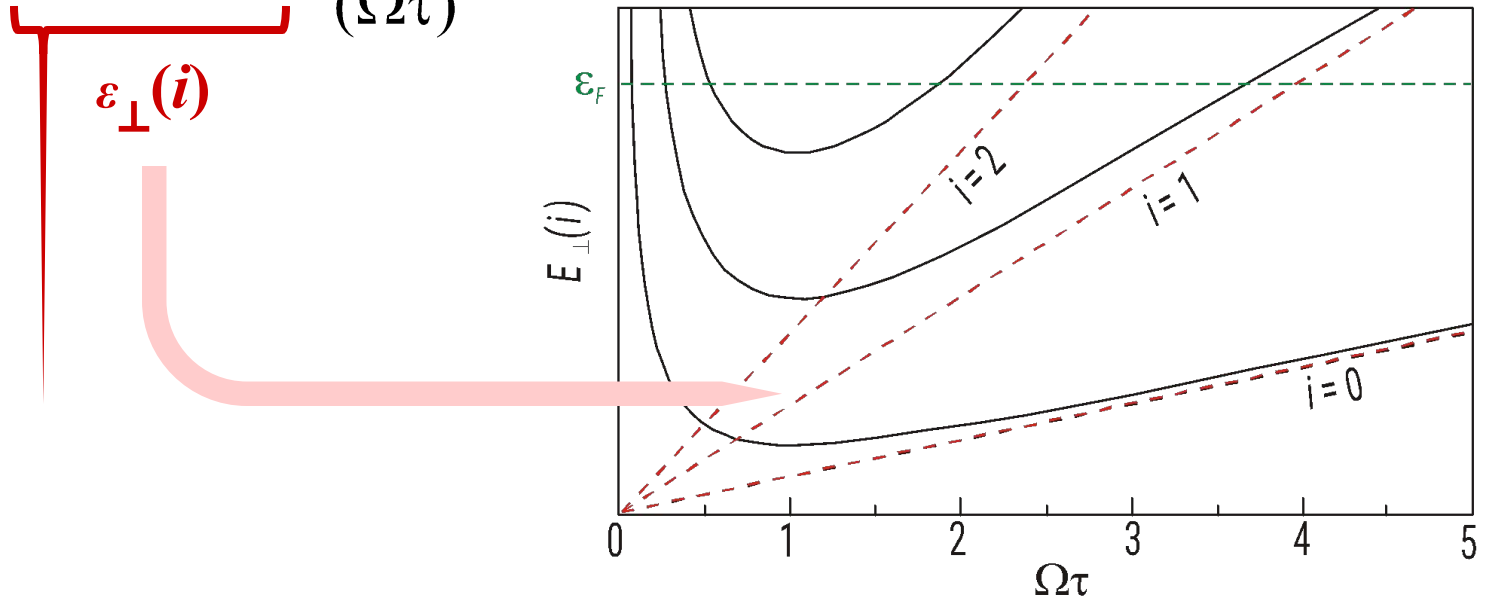
Всплывание уровней (продолжение)

В 2D-системах уровень Ферми пропорционален концентрации n .

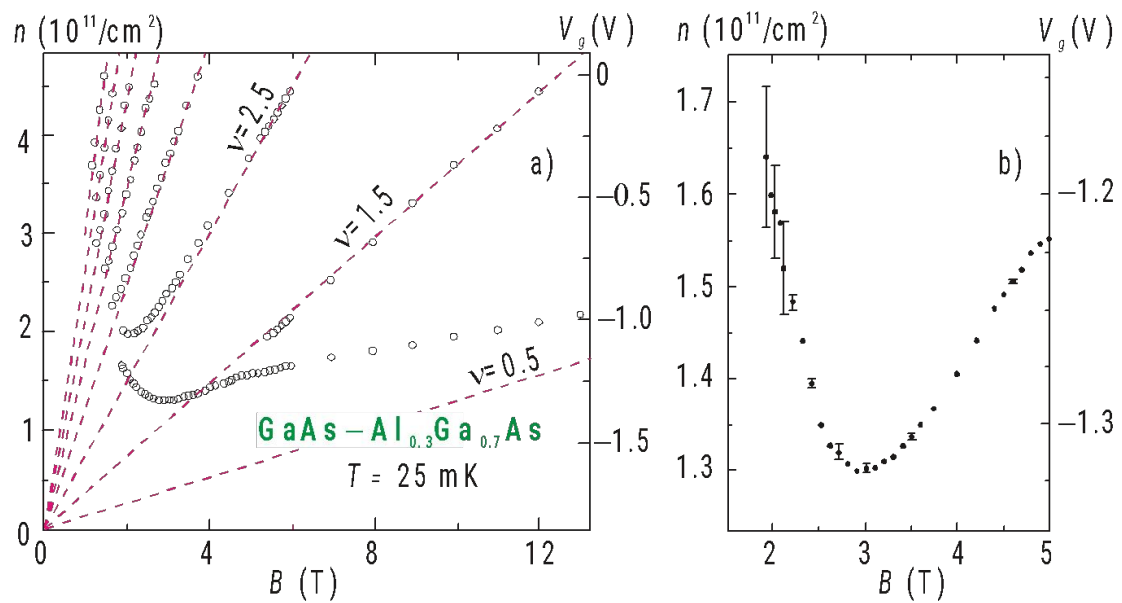
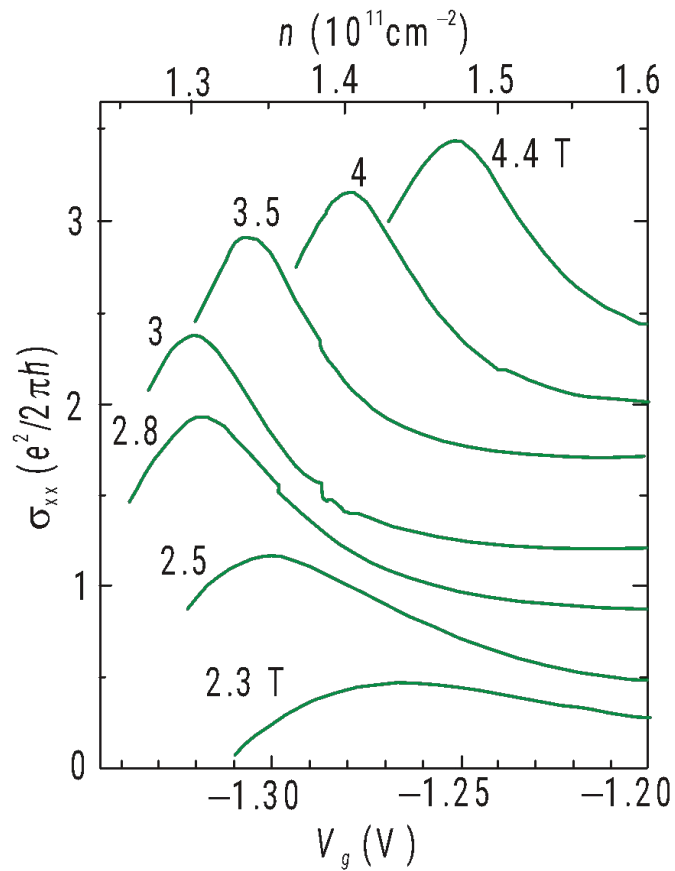
Например, в идеальной 2D-системе без магнитного поля $\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\pi \hbar^2}{m} n$

Поэтому для i -того протяженного состояния $E_{\perp}(i)$

$$E_i = \frac{\pi \hbar^2}{m} n = \underbrace{(i + \frac{1}{2}) \hbar \Omega}_{\varepsilon_{\perp}(i)} \frac{1 + (\Omega \tau)^2}{(\Omega \tau)^2}$$

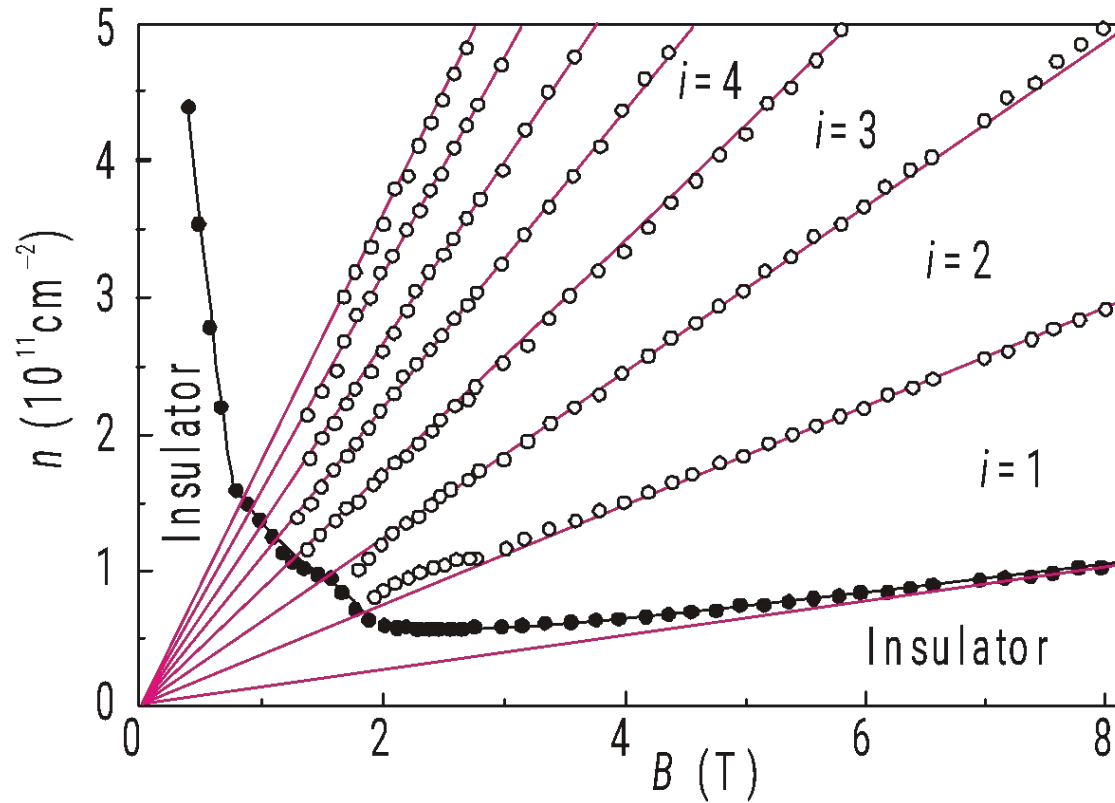


Всплывание уровней (Эксперимент)



I. Glazman, C.E. Johnson, and H.W. Jiang, Phys. Rev. Lett. 74, 594 (1995)

Всплывание уровней (Эксперимент)



*M. Hilke, D. Shahar, S.H. Song, D.C. Tsui, and Y.H.Xie,
Phys. Rev. B 62, 6940 (2000)*

Двухпараметрический скейлинг

