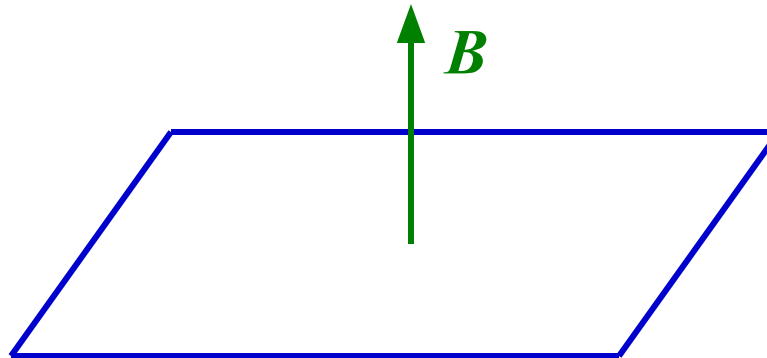
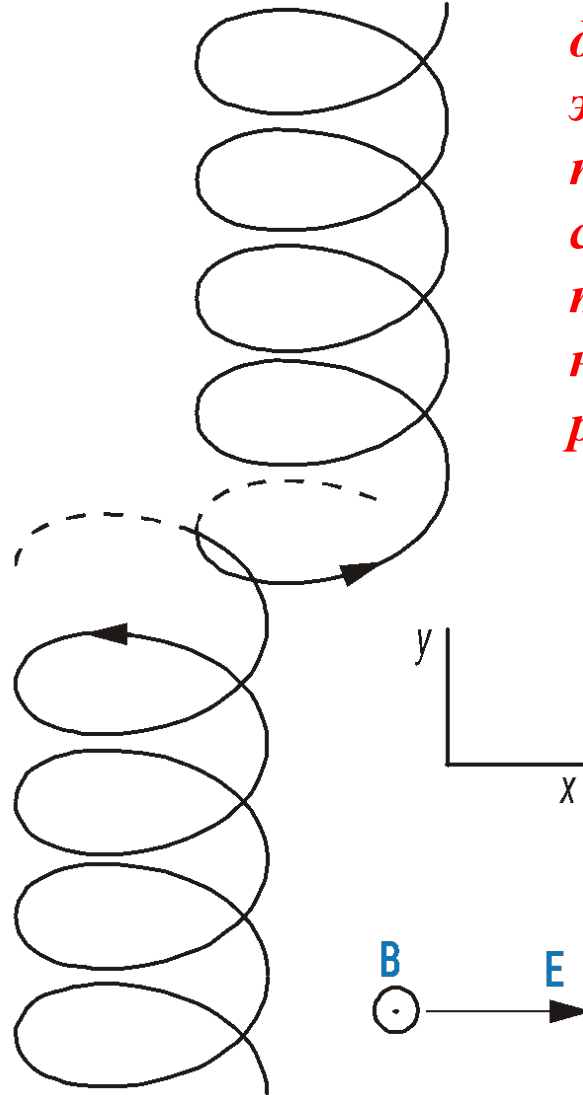
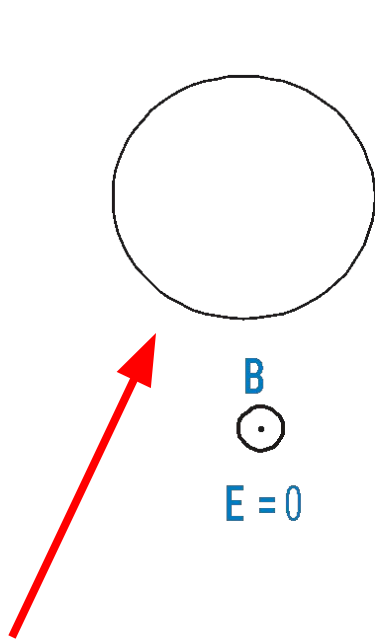


# Целочисленный квантовый эффект Холла



*В сильном магнитном поле электрон локализован в окрестности своей классической орбиты*



*Электрон дрейфует поперек электрического поля, а вдоль поля смещается только при наличии рассеяния*

## Тензоры проводимости и сопротивления

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E} \quad \left[ \begin{array}{l} j_x = \sigma_{xx} E_x + \sigma_{xy} E_y \\ j_y = \sigma_{yx} E_x + \sigma_{yy} E_y \end{array} \right. \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy}, \quad \sigma_{yx} = -\sigma_{xy}$$

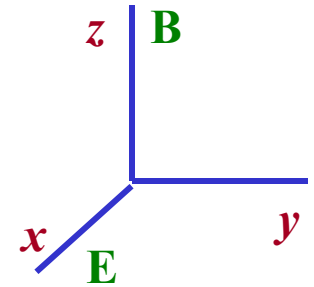
$$\mathbf{E} = \hat{\rho} \mathbf{j} \quad \left[ \begin{array}{l} E_x = \rho_{xx} j_x + \rho_{xy} j_y \\ E_y = \rho_{yx} j_x + \rho_{yy} j_y \end{array} \right. \quad \rho_{xx} = \rho_{yy}, \quad \rho_{yx} = -\rho_{xy}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\rho_{xx}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \quad \sigma_{xy} = \frac{\rho_{xy}}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2}$$

# Классическое движение в магнитном поле

Уравнение движения с трением и с усреднением по времени

$$m\dot{\tilde{\mathbf{v}}} = \frac{e}{c}[\tilde{\mathbf{v}}\mathbf{B}] + e\mathbf{E} - \frac{m\tilde{\mathbf{v}}}{\tau} \quad \Omega = \frac{eB}{mc}$$



$$\begin{cases} \frac{\tilde{v}_x}{\tau} = \Omega\tilde{v}_y + \frac{e}{m}E \\ \frac{\tilde{v}_y}{\tau} = -\Omega\tilde{v}_x \end{cases} \longrightarrow \tilde{v}_x = \frac{e\tau/m E}{1 + (\Omega\tau)^2}$$

$$\mathbf{j} = ne\tilde{\mathbf{v}}$$

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma} \mathbf{E}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{1 + (\Omega\tau)^2}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sigma_0\Omega\tau}{1 + (\Omega\tau)^2}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_{xy}}{(\Omega\tau)}$$

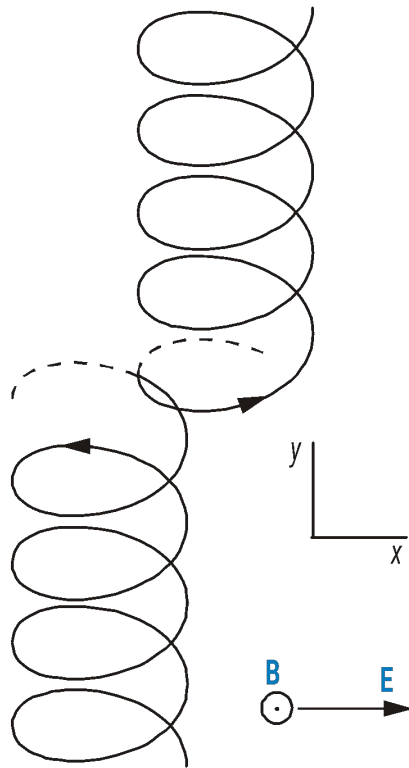
При  $\Omega\tau \rightarrow \infty$

$$\sigma_{xx} = 0$$

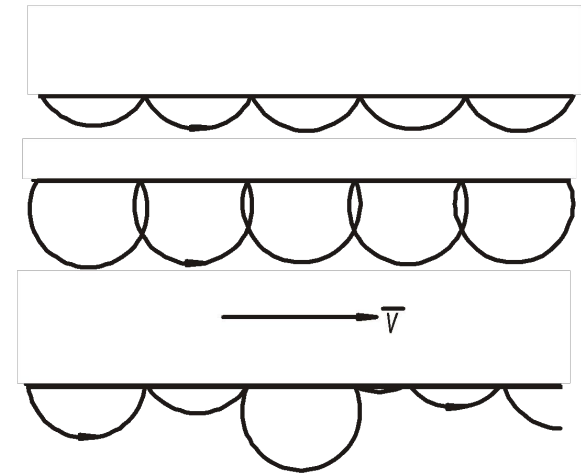
$$\sigma_{xy} = \frac{\sigma_0}{\Omega\tau} = \frac{nes}{B}$$

# Продольная проводимость возникает в результате рассеяния ...

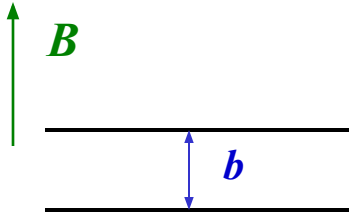
... в объеме



... или вдоль поверхности



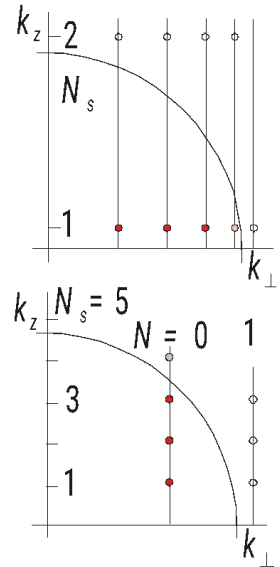
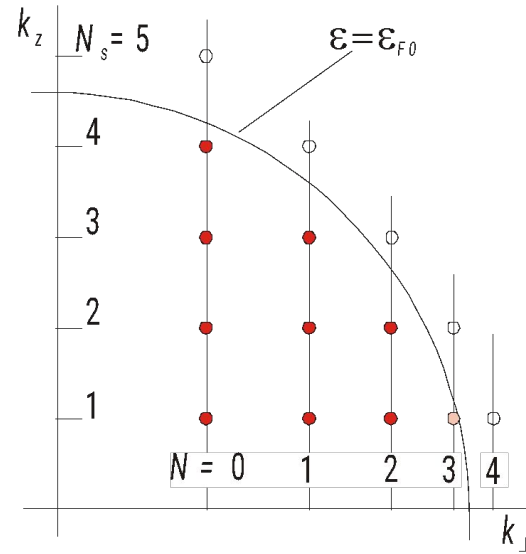
## Магнитное и размерное квантования



$$\varepsilon = \varepsilon_{\perp} + \varepsilon_{\parallel} = \hbar\Omega(N + 1/2) + \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{2\pi N_z}{b} \right)^2$$

Вырожденность всех  $(N, N_z)$ -уровней одинакова и равна

$$\gamma = \frac{1}{2\pi r_B^2}, \quad r_B^2 = \hbar c / eB$$



Число занятых уровней

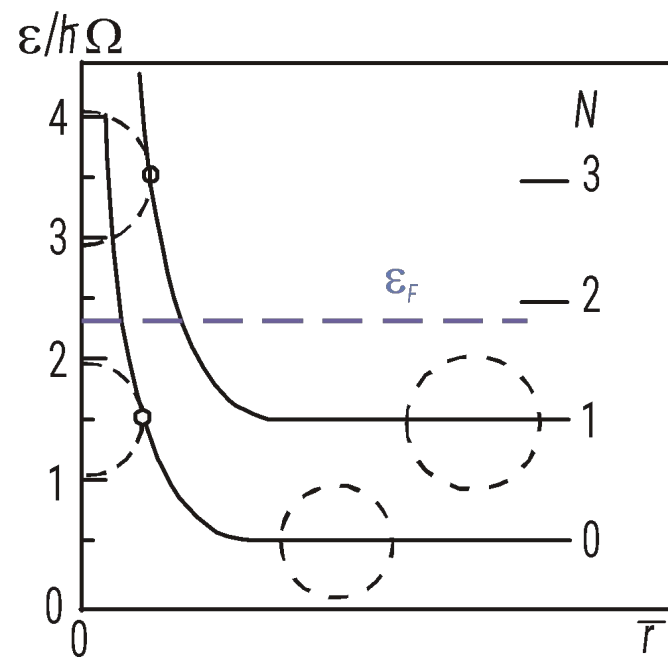
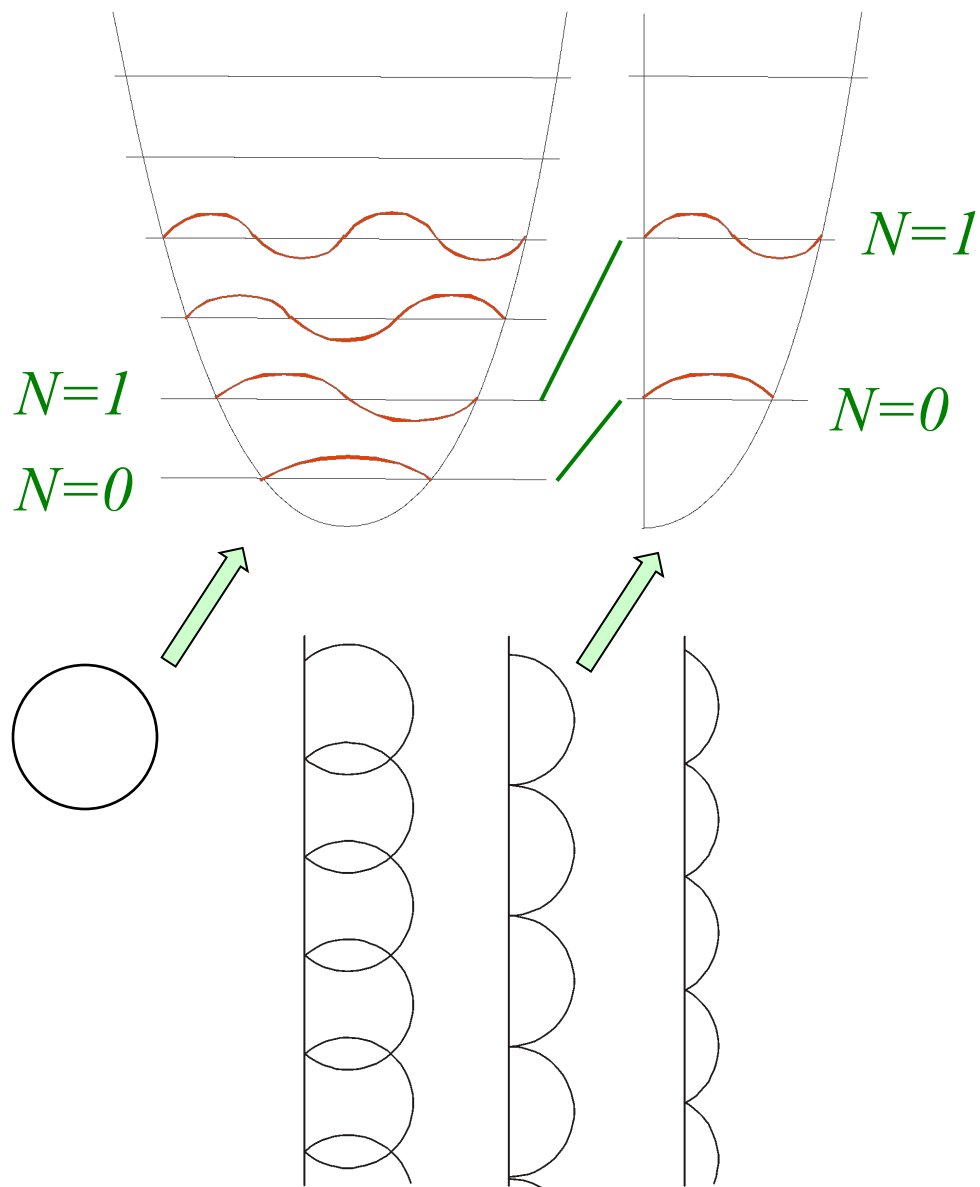
$$\nu = \frac{nb}{\gamma} = \frac{2\pi\hbar c(nb)}{eB}$$

В полях

$$B_i = \frac{2\pi\hbar c}{e} nb \frac{1}{i} \quad (i = 1, 2, 3, \dots)$$

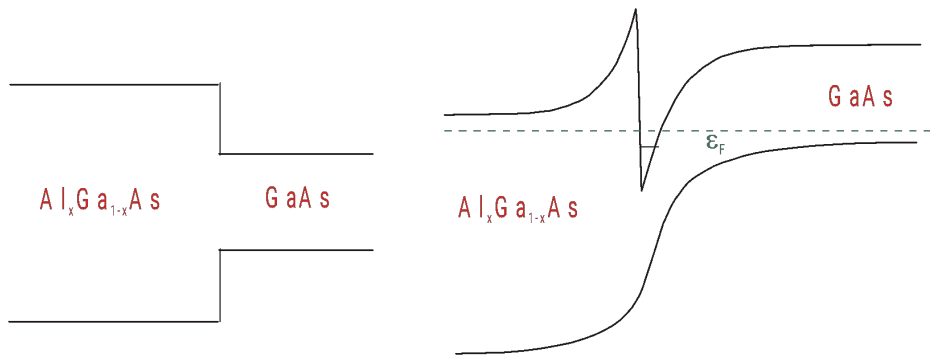
$\nu = i$  – целые числа и все занятые уровни заполнены полностью.

# Влияние края на энергию 2D-электрона в магнитном поле

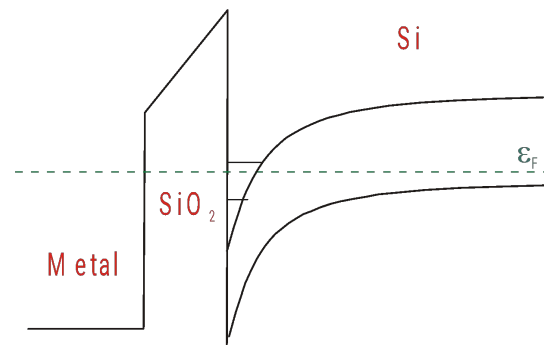


# Основные двумерные системы: пленки и ...

## ... гетероструктуры

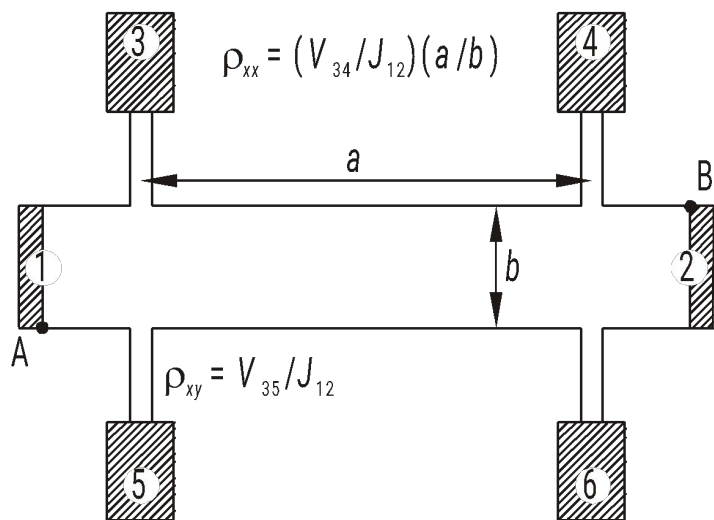


## ... МОП-структуры



## Основные измерительные конфигурации

### Холловский мостик

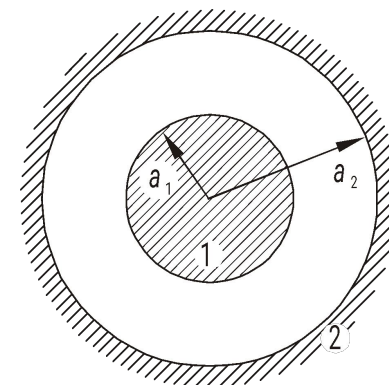


$$\rho_{xx} = (V_{34}/J_{12})(a/b)$$

$$\rho_{xy} = V_{35}/J_{12}$$

$\rho_{xx}, \rho_{xy}$

### Диск Корбино

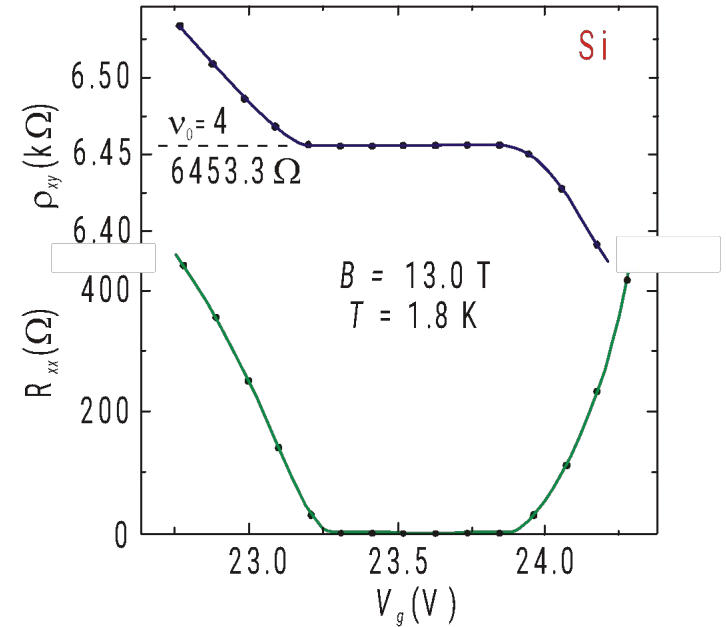
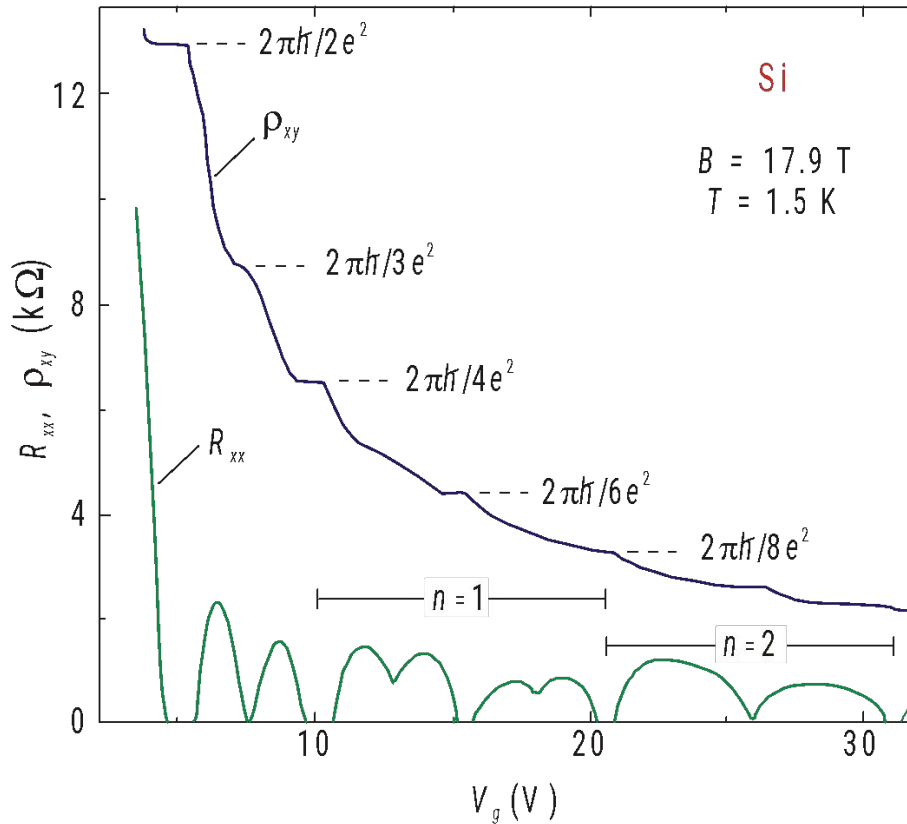


$$\sigma_{xx} = (J_{12}/2\pi V_{12}) \ln(a_2/a_1)$$

$\sigma_{xx}$



## Нобелевская работа

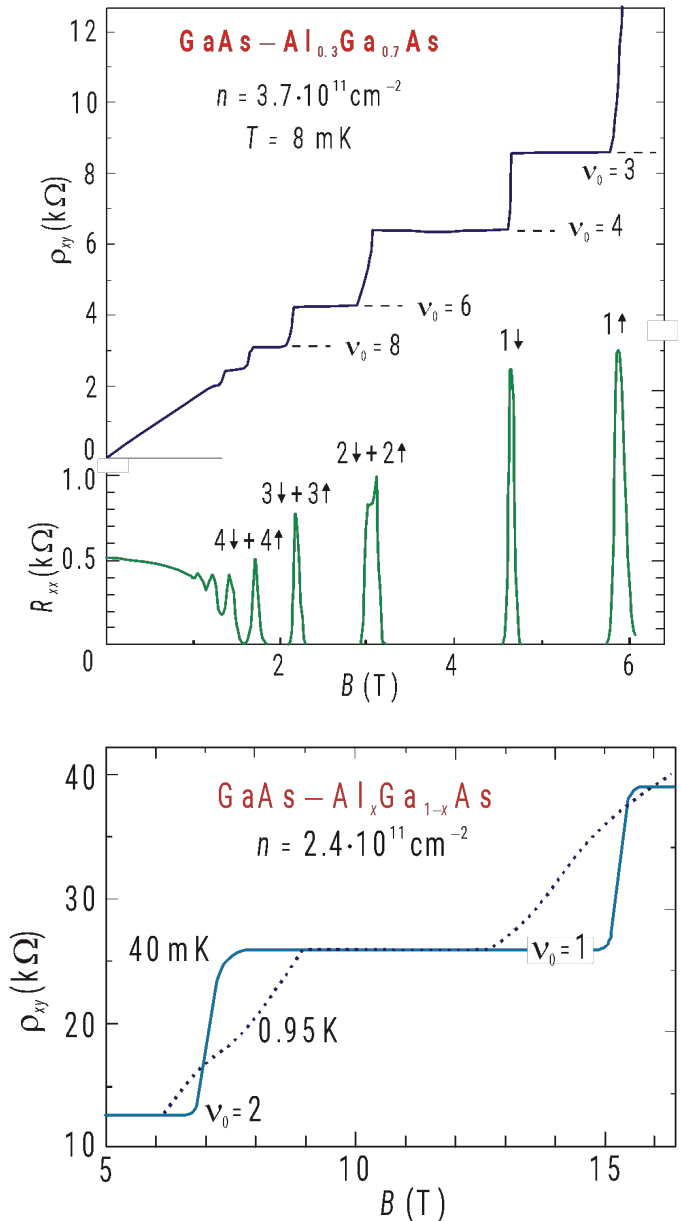


***K. von Klitzing, C. Probst and M. Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980)***

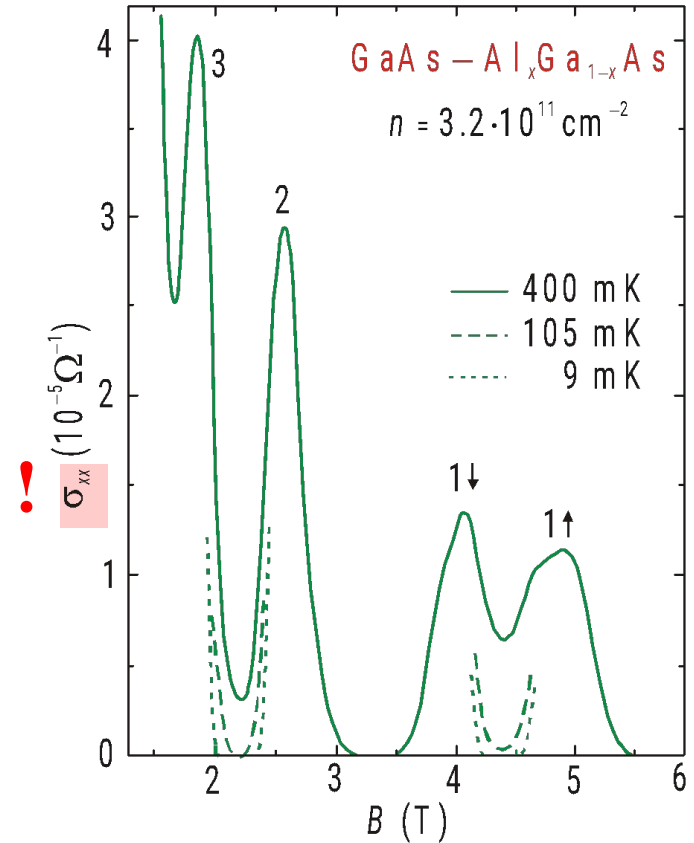
$$\sigma_{xy} = i \left( \frac{e^2}{2\pi\hbar} \right)$$

## Основные экспериментальные вопросы:

1. Точность и воспроизводимость  $\rho_{xy}$  на плато
2. Относительная протяженность плато
3. Температурная зависимость  $\rho_{xx}$  на плато

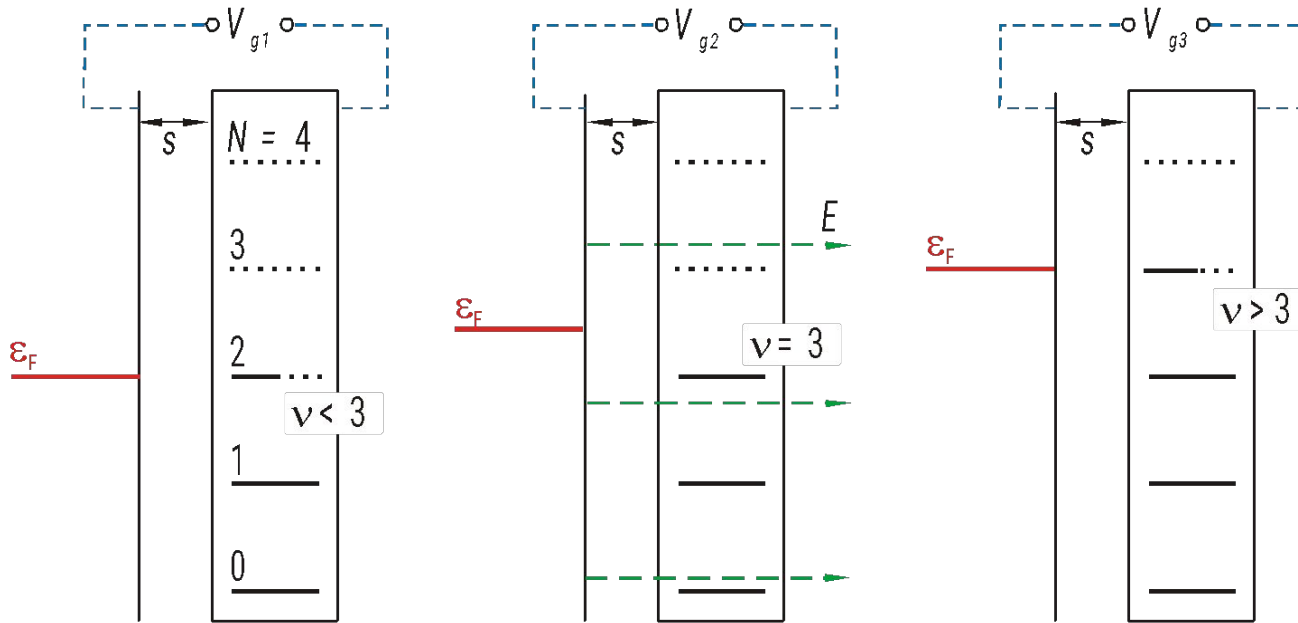


**G.Ebert, K. von Klitzing, C.Probst, K.Ploog,  
 Sol. State Comm.44, 95 (1982)**



**S.Koch, R.J.Haug,  
 K. von Klitzing, K.Ploog  
 Phys. Rev. B 43, 6828 (1991)**

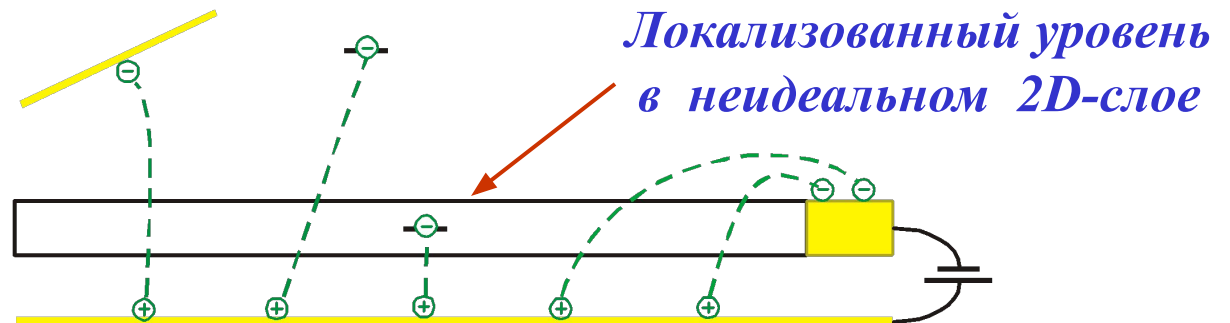
## Идеальный 2D-слой



$$\Delta^{(i)} V_g = \frac{\hbar \Omega}{e} = \frac{\hbar B}{mc}$$

$$\Delta^{(m)} V_g = \Delta n e s = (2\pi r_B^2)^{-1} e s = \frac{e^2 B s}{2\pi \hbar c}$$

**Идеальный 2D-слой в состоянии изолятора**

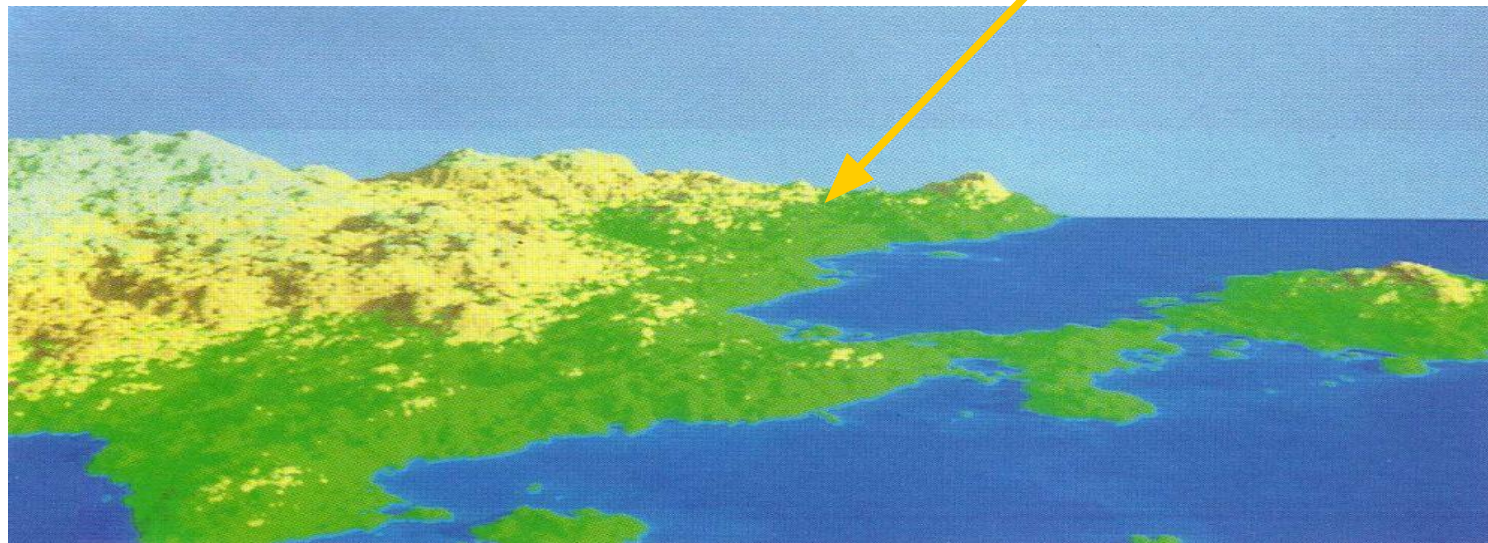


$$\frac{\Delta^{(i)} V_g}{\Delta^{(m)} V_g} = \frac{2\pi \hbar^2}{s m e^2} = \frac{2\pi a_B}{s}$$

*Все характерные длины случайного потенциала много больше ларморовского радиуса*

*Поэтому электроны движутся по спиралям, навиваясь на эквипотенциали.*

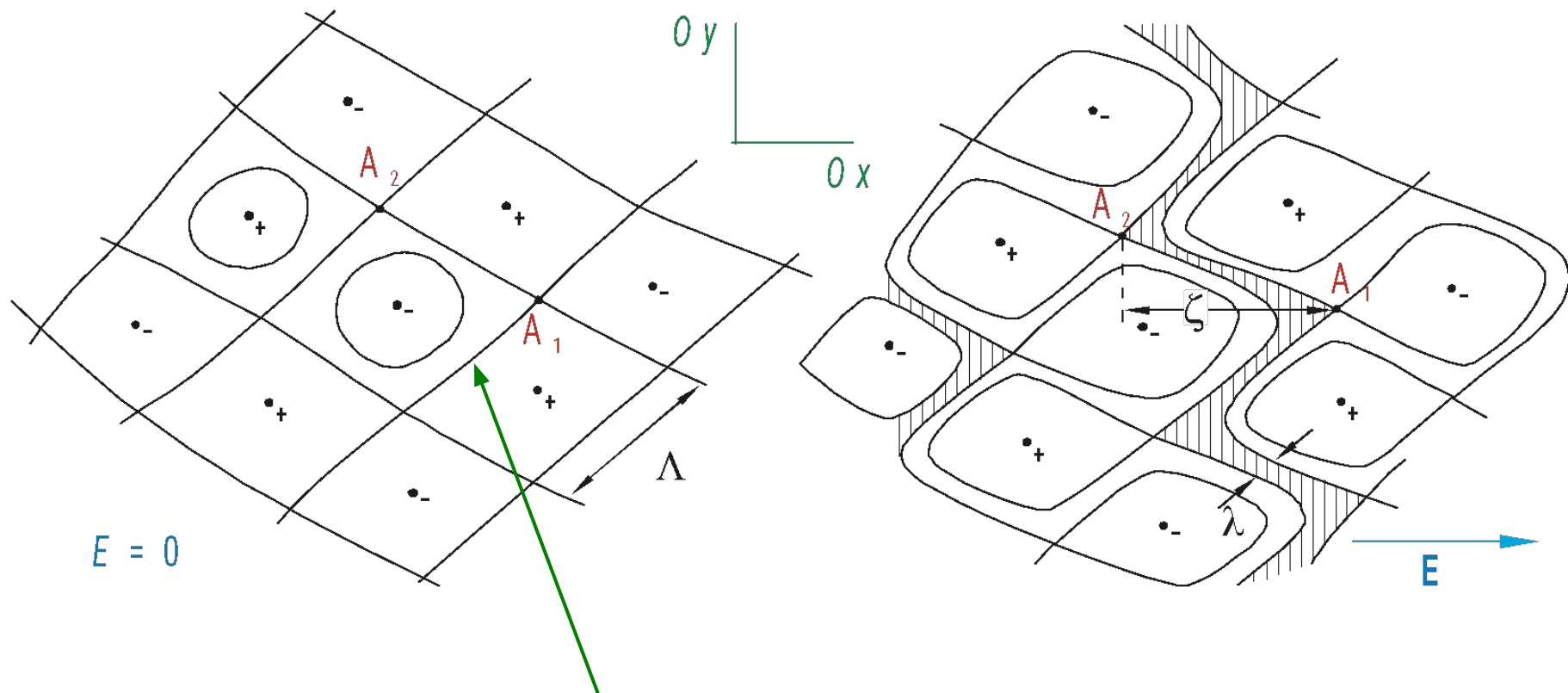
*Случайный двумерный длиннопериодный потенциал превращает плоскость  $\varepsilon = \text{const}$  в “холмистый пейзаж”.*



*Уровень Ферми*

*Уровень Ландау превращается в полосу. Состояния на краях полосы локализованы вдоль замкнутых эквипотенциалей, но в центре полосы обязательно есть протяженные состояния, расположенные вдоль эквипотенциалей, уходящих на бесконечность.*

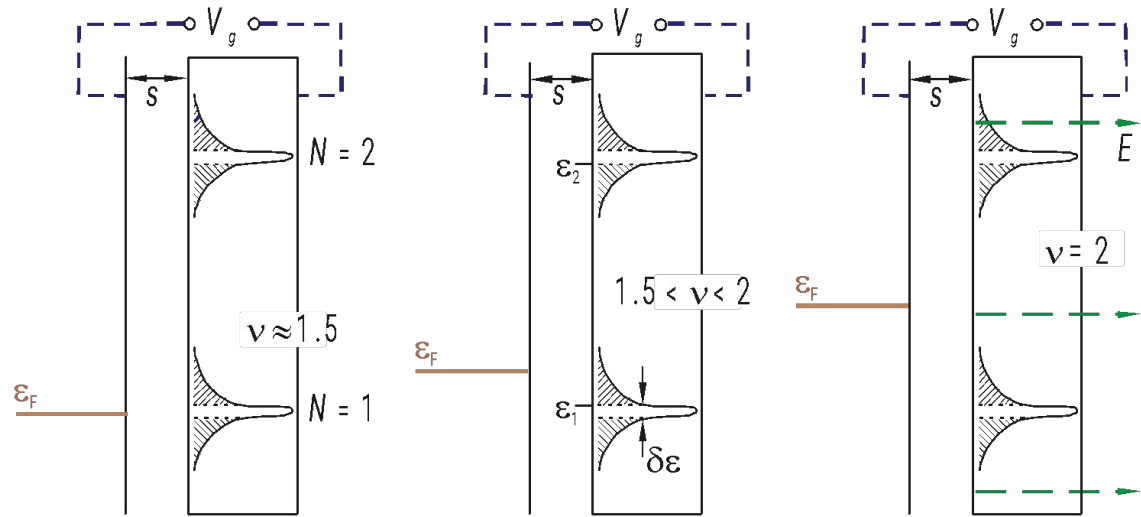
# Длиннопериодный случайный потенциал



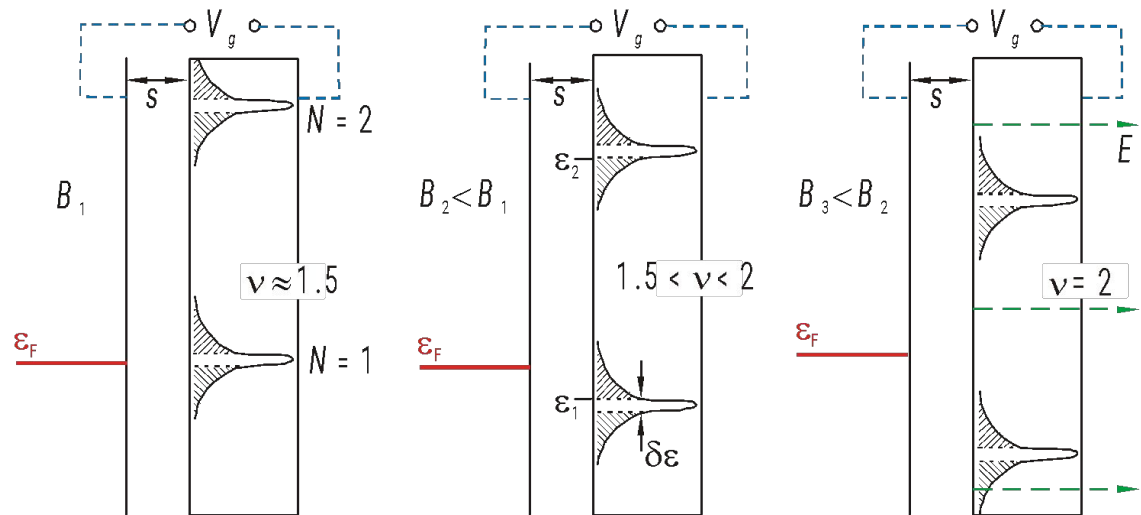
Перколяционная сетка

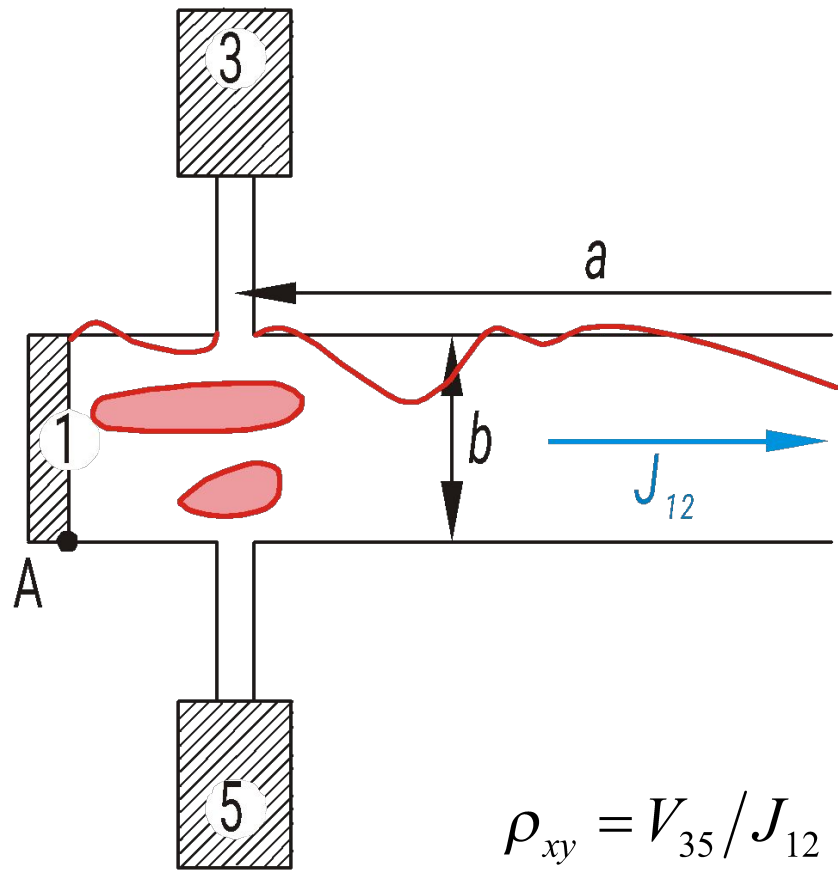
# Неидеальный 2D-слой

Изменение  
концентрации  
носителей



Изменение  
магнитного  
поля

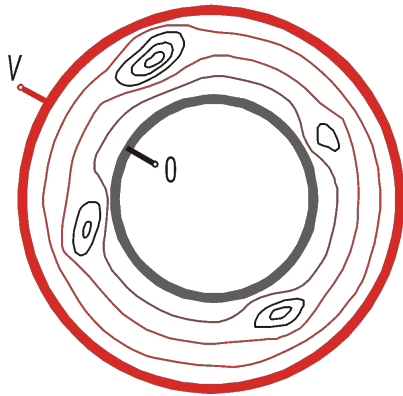




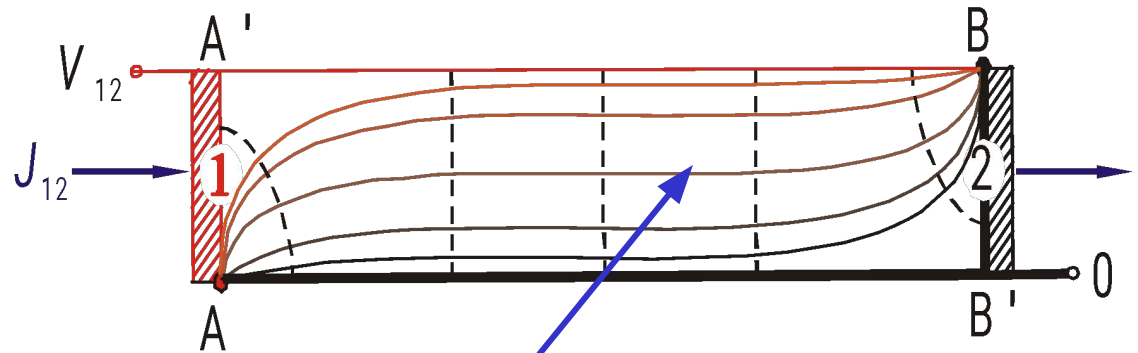
*Форма двумерной области между холловскими контактами  
 несущественна*

# Потенциал (или ток), приложенный извне

Диск Корбино



Квазиидеальная полоска с двумя контактами



Эквипотенциали  
(обычно вдоль них течет  
холловский ток)

На плато

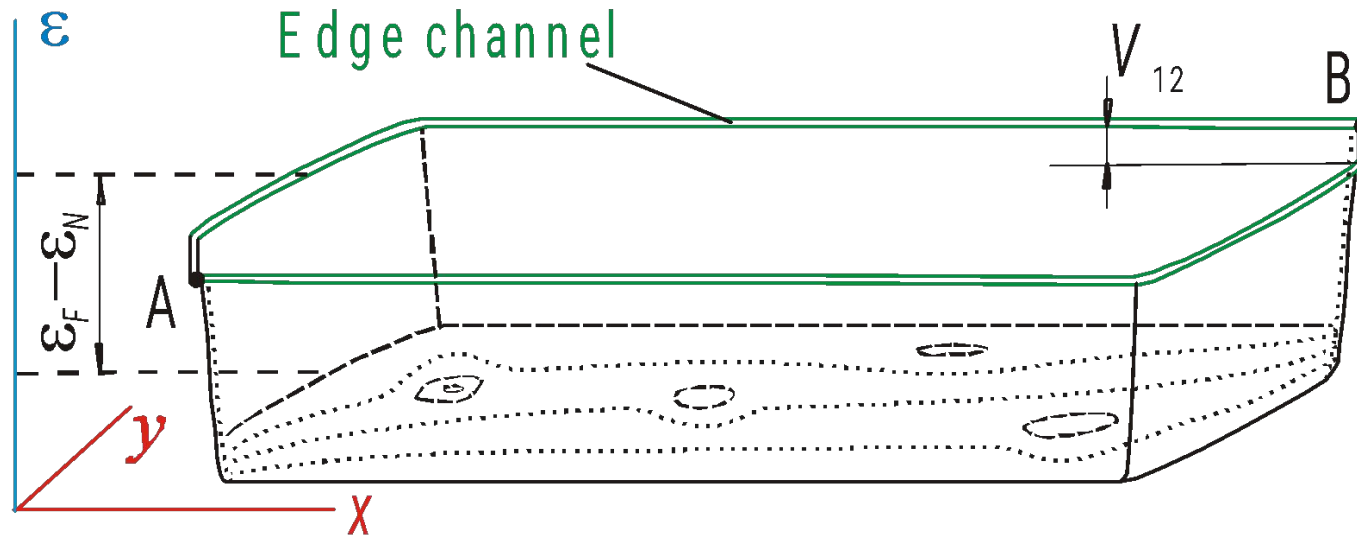
$$\frac{J_{12}}{V_{12}} = i \left( \frac{e^2}{2\pi\hbar} \right), \quad J_{12} = \sum J_i = i \left( \frac{e^2}{2\pi\hbar} \right) V_{12}$$



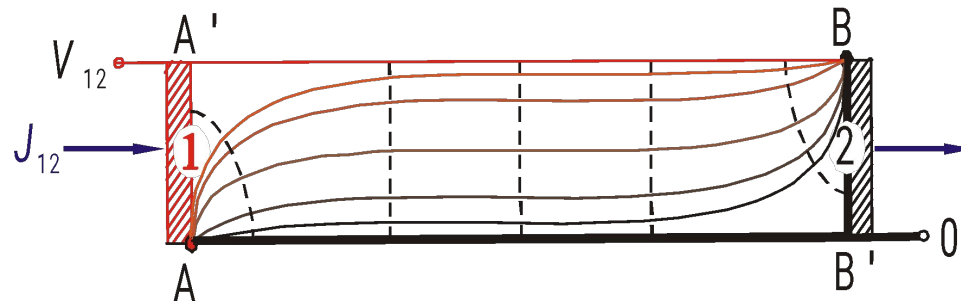
**Токи текут :**

*либо по краевым каналам ,*

*либо вдоль эквипотенциалей под уровнем Ферми*

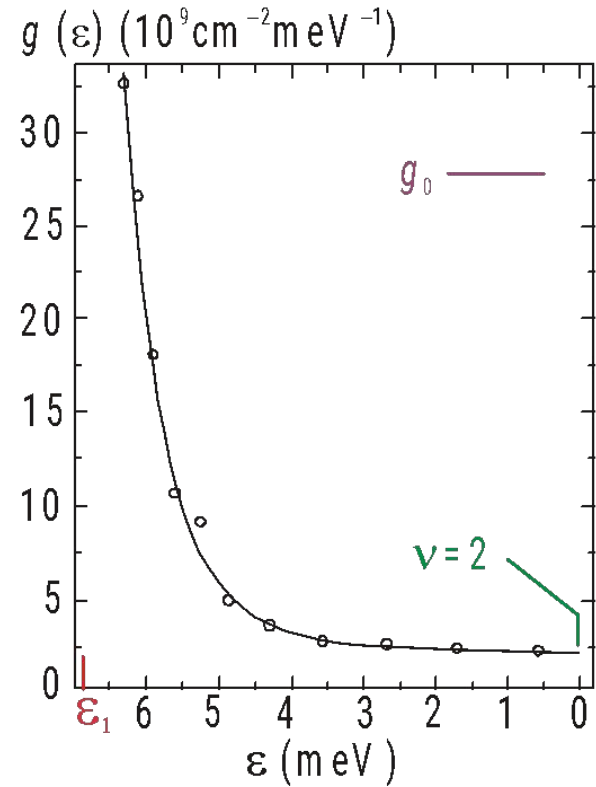
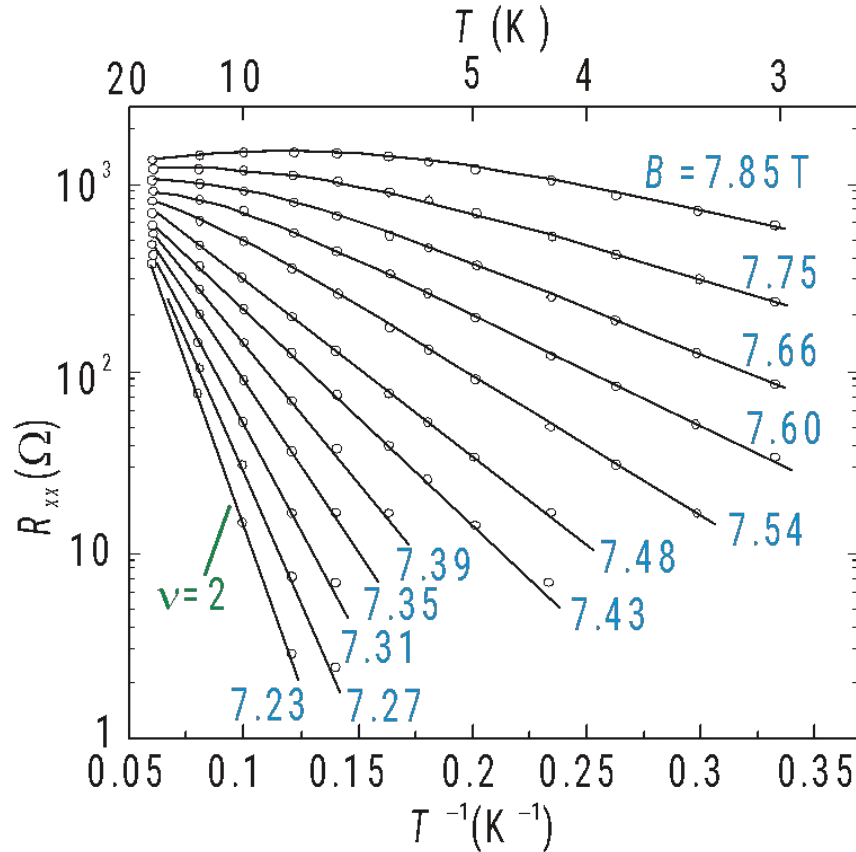


*На самом деле происходит распределение токов между краем и объемом в зависимости от рассеяния*



# Температурная зависимость продольной проводимости в режиме квантового эффекта Холла (т.е. на плато)

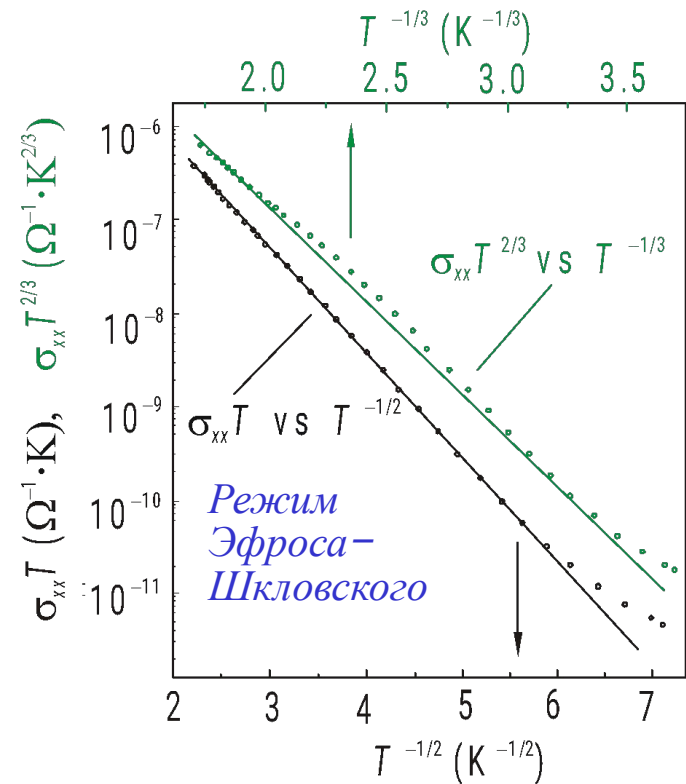
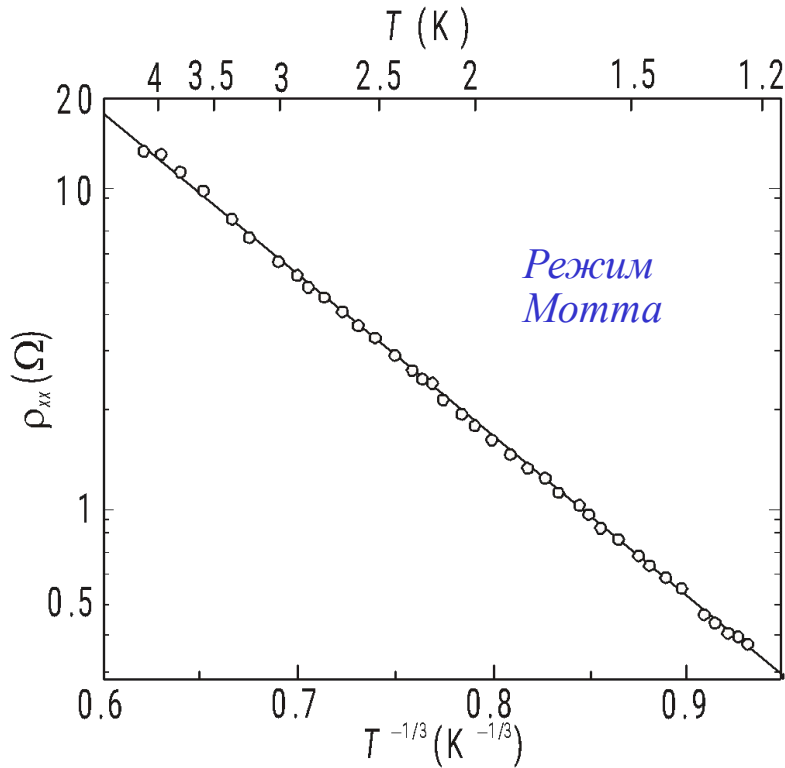
$$\rho_{xx} \propto \exp\left(-\frac{\varepsilon^*}{T}\right), \quad \sigma_{xx} \propto \exp\left(-\frac{\varepsilon^*}{T}\right)$$



**GaAs – Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As**

# Температурная зависимость продольной проводимости в режиме квантового эффекта Холла (продолж.)

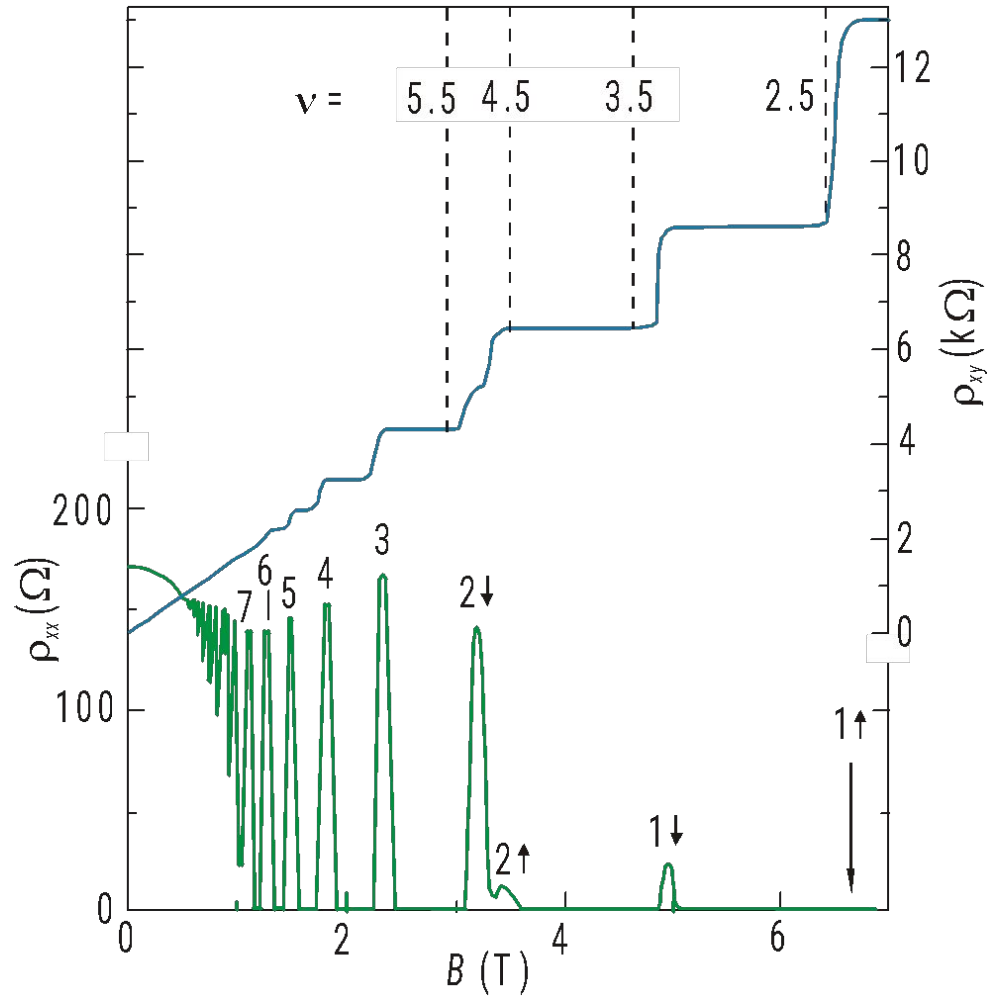
**GaAs – Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As**



**D.C. Tsui, H.L. Störmer, A.C. Gossard**  
*Phys. Rev. B 25 1405 (1982)*

**G.Ebert, K. von Klitzing, C.Probst, et al.,**  
*Sol. State Comm.45, 625 (1983)*

# Цепочки фазовых переходов



*M.A. Paalanen, D.C. Tsui, A.C. Gossard,  
Phys. Rev. B 25, 5566 (1982)*

# Всплывание уровней

Д.Е. Хмельницкий, *Phys. Lett.* 106A, 182 (1984)

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xx} (\Omega\tau)$$

$$\sigma_{xy} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{e^2}{2\pi\hbar}\right)$$

$$\sigma_{xx} = \frac{ne^2\tau}{m} \frac{1}{1 + (\Omega\tau)^2}$$

$$r_B^2 = \hbar c / eB$$

$$n = \left(i + \frac{1}{2}\right) \frac{m}{2\pi\hbar} \frac{1 + (\Omega\tau)^2}{\Omega\tau^2} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \underbrace{\frac{1}{2\pi r_B^2}}_{\text{Эффективное количество состояний в каждой из минизон, у которой есть заполненное протяженное состояние}} \frac{1 + (\Omega\tau)^2}{(\Omega\tau)^2}$$

Количество заполненных протяженных состояний (минизон Ландау)

Эффективное количество состояний в каждой из минизон, у которой есть заполненное протяженное состояние

При  $\Omega\tau \lesssim 1$  локализованные состояния верхних минизон «просачиваются» под протяженные состояния нижних минизон.

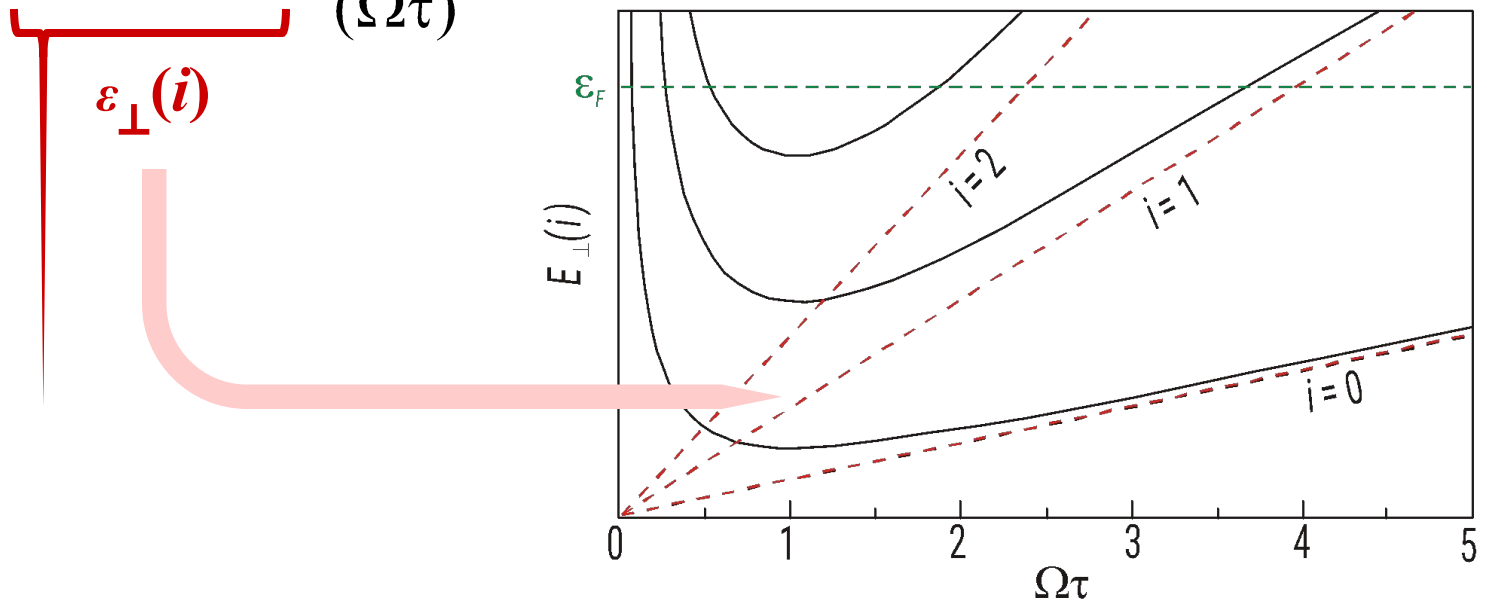
## Всплывание уровней (продолжение)

В 2D-системах уровень Ферми пропорционален концентрации  $n$ .

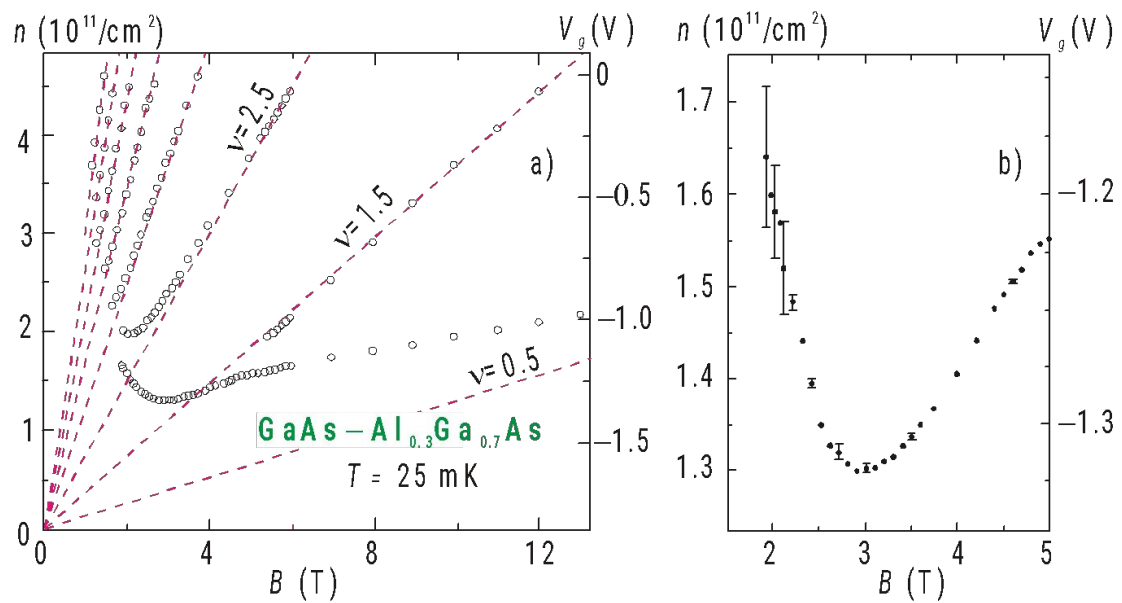
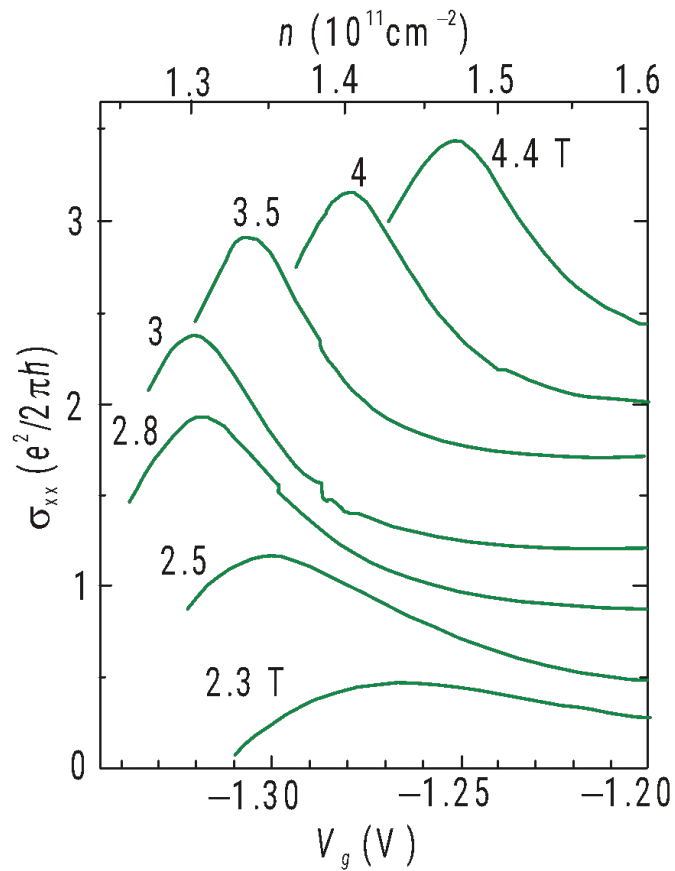
Например, в идеальной 2D-системе без магнитного поля  $\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\pi \hbar^2}{m} n$

Поэтому для  $i$ -того протяженного состояния  $E_{\perp}(i)$

$$E_i = \frac{\pi \hbar^2}{m} n = \underbrace{(i + \frac{1}{2}) \hbar \Omega}_{\varepsilon_{\perp}(i)} \frac{1 + (\Omega \tau)^2}{(\Omega \tau)^2}$$

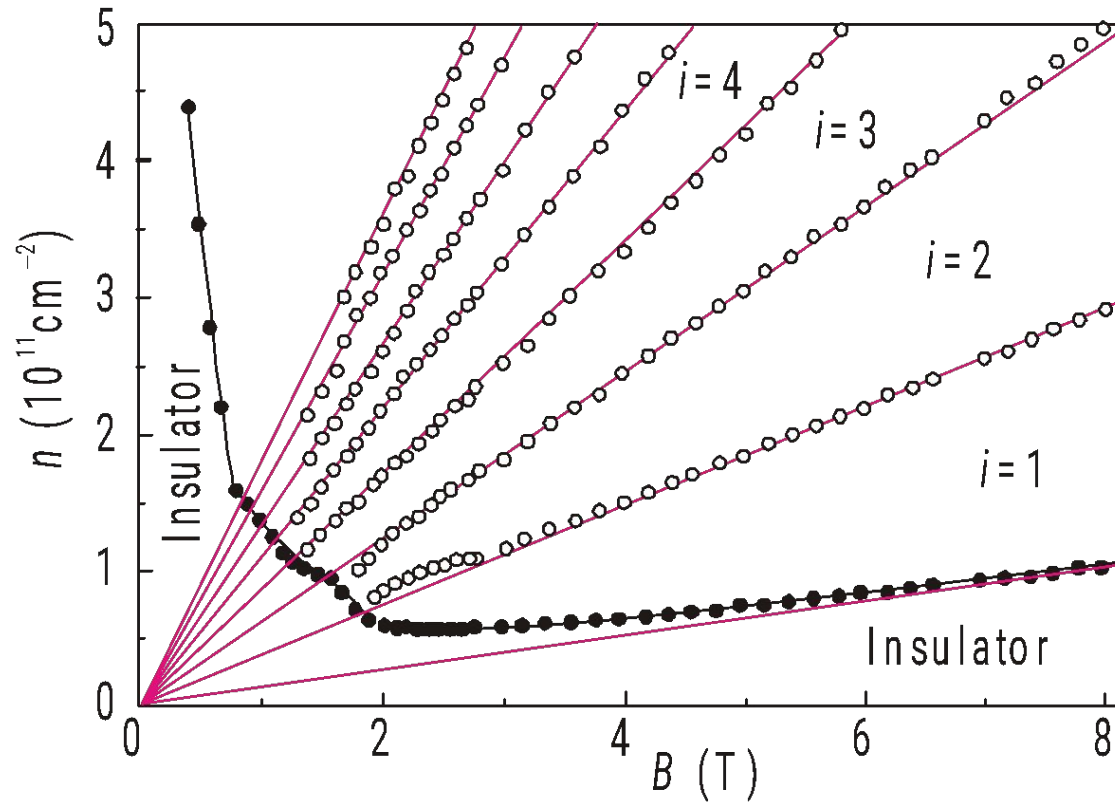


## Всплывание уровней (Эксперимент)



*I. Glazman, C.E. Johnson, and H.W. Jiang, Phys. Rev. Lett. 74, 594 (1995)*

## Всплывание уровней (Эксперимент)



*M. Hilke, D. Shahar, S.H. Song, D.C. Tsui, and Y.H.Xie,  
Phys. Rev. B 62, 6940 (2000)*



## Двухпараметрический скейлинг

