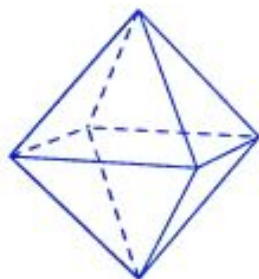
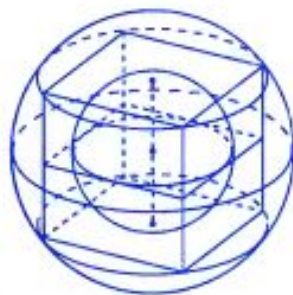
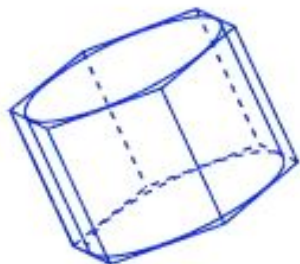
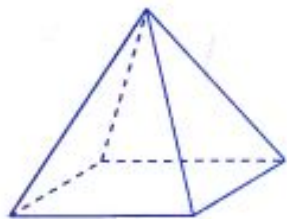


Смирнов В. А.

ГЕОМЕТРИЯ



Стереометрия

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ уровень С часть 3

задачи

№25

№26

№27

№28

⋮

⋮

⋮

⋮

№29

№30

№31

№32

⋮

⋮

⋮

⋮

№33

№34

№35

№36

Свойства правильного

шестиугольника

⋮

⋮

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №25

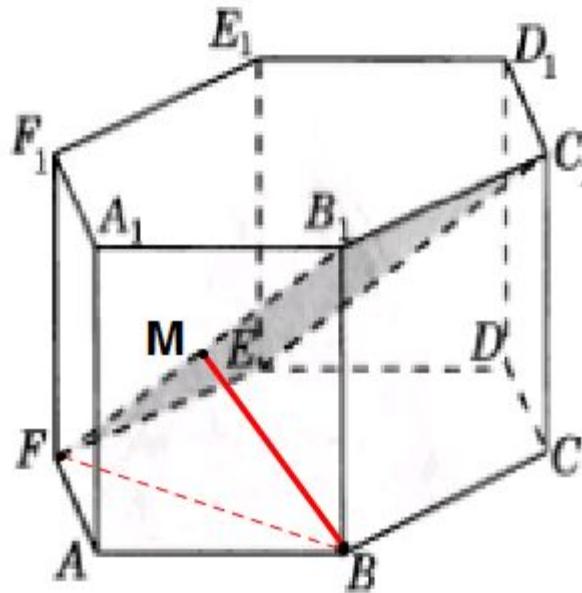


25. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости EFB_1 .

**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

расст. $(B; EFB_1) = BM$
где $BM \perp FB_1$

решение аналогично №24



**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(B; EFB_1) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№26



26. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости CFA_1 .

ИСКОМОЕ

расст. $(B; CFA_1) = BM$
 где H - середина BD - малой диагонали 6-угольника
 $BM \perp B_1H$

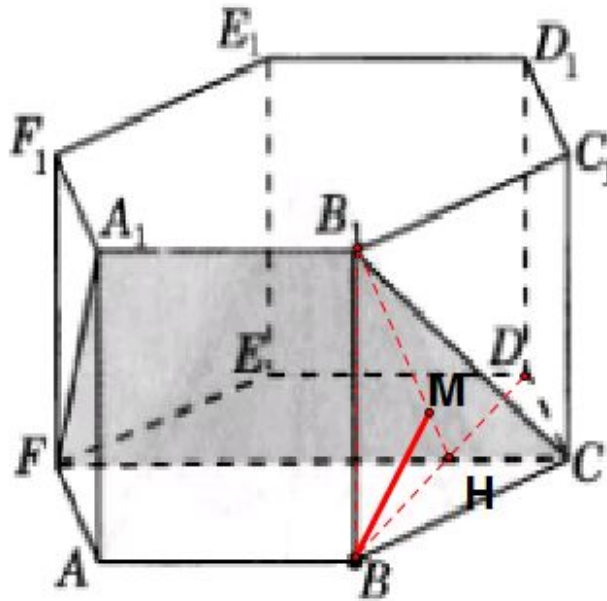
$BM \perp B_1H$ (по построению)

$BM \perp FC$ (т.к. $FC \perp BDD_1B_1$
 по т.20, где

$FC \perp BD$ по свойству 6-угольника
 $FC \perp DD_1$ по опр. прямой призмы

а значит любой прямой в этой плоскости)

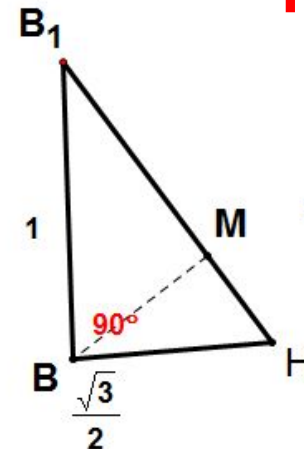
$B_1H; FC$ задают плоскость CFA_1



ОТВЕ

$$\text{расст.}(B; CFA_1) = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

РЕШЕНИЕ



$$BM = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{7}$$

половина малой диагонали
 правильного 6-угольника

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№27

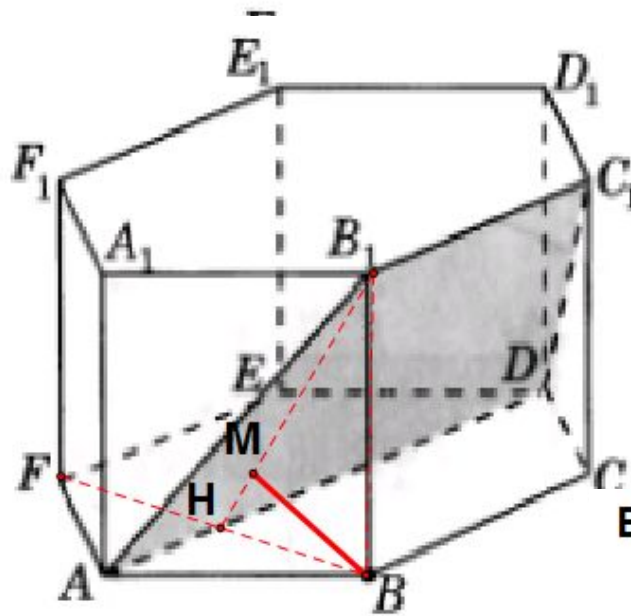
27. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости ADC_1 .



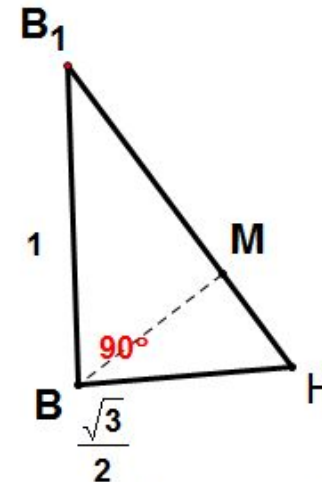
ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст. $(B; ADC_1) = BM$
 где H - середина BF - малой
 диагонали 6-угольника
 $BM \perp B_1H$

решение аналогично №26



РЕШЕНИЕ



$$BM = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

половина малой диагонали
 правильного 6-угольника

**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(B; CFA_1) = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№28



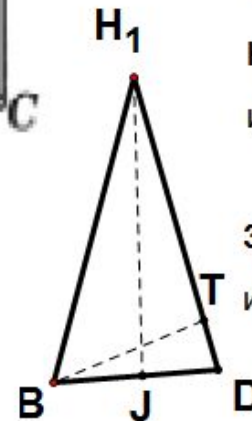
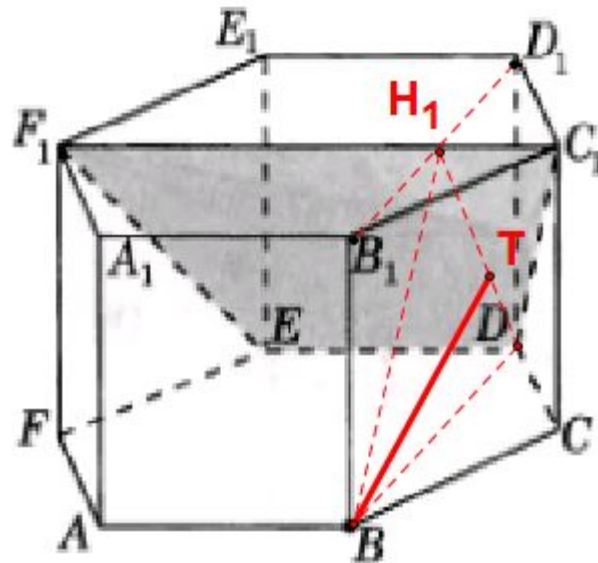
28. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости DEF_1 .

ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

$расст.(B; DEF_1) = BT$,
где H_1 - середина B_1D_1
 $BT \perp DH_1$

$BT \perp DH_1$ (по построению)
 $BT \perp ED$ (т.к. $ED \perp BDD_1$, B_1 по т.20, где
 $ED \perp BD$ по свойству 6-угольника
 $ED \perp DD_1$ по опр. прямой призмы
а значит любой прямой в этой плоскости)

$DH_1; ED$ задают плоскость DEF_1



РЕШЕНИЕ

1). $BD = \sqrt{3}$
малая диагональ
прав. 6-угольника

2).
 $H_1D = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$
из ΔDD_1H_1 по т. Пифагора

3). $H_1J = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$
из ΔH_1JD по т. Пифагора

4). $H_1J \cdot BD = BT \cdot H_1D$
"площадной подход"

$$1 \cdot \sqrt{3} = BT \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} \quad ; \quad HT = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

ОТВЕ

Т

$$расст.(B; DEF_1) = \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №29

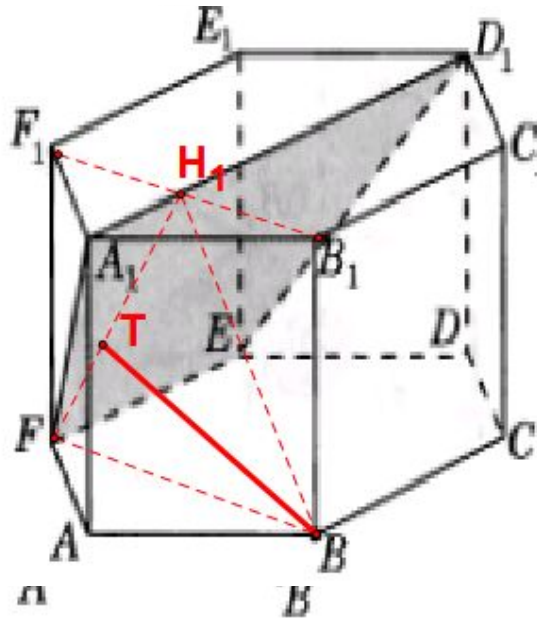


29. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости EFA_1 .

**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

расст. $(B; EFA_1) = BT$,
где H_1 - середина B_1F_1
 $BT \perp FH_1$

Решение аналогично №28



**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(B; EFA_1) = \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

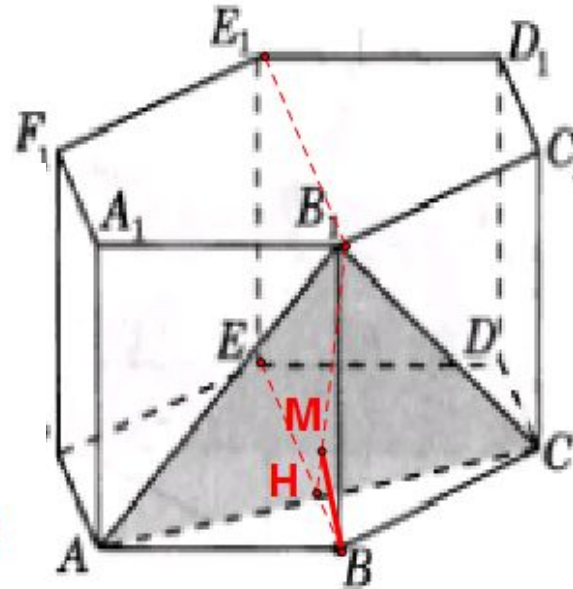
№30

30. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости ACB_1 .

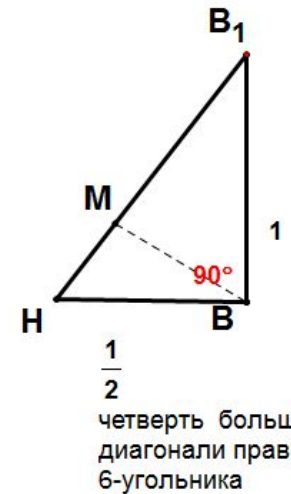
ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст. $(B; ACB_1) = BM$,
где H - середина AC
 $BM \perp HB_1$

$BM \perp HB_1$ по построению
 $BM \perp AC$ т.к. $AC \perp BEE_1B_1$ по т. 20, где
 $AC \perp BE$ (по свойству 6-угольника)
 $AC \perp B_1H$ (по свойству р/б ΔACB_1)



РЕШЕНИЕ



$\frac{1}{2}$
четверть большой
диагонали правильного
6-угольника

ИДЕЯ

1. найти плоскость, проходящую через перпендикулярную к какой-либо прямой ($BEE_1 \perp AC$)

2. В найденной плоскости (в ней все прямые перпендикулярны выделенной прямой) построить прямую, проходящую через заданную точку перпендикулярно к какой-либо другой прямой данной плоскости ($BM \perp HB_1$)

$$BM = \frac{1 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

ОТВЕ

$$\text{расст.}(B; ACB_1) = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

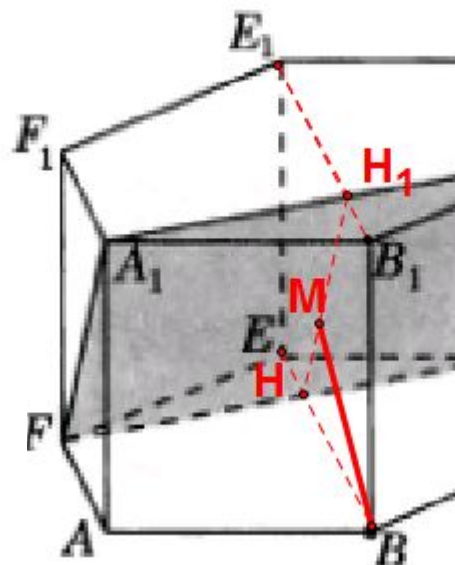
№31

31. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости DFA_1 .

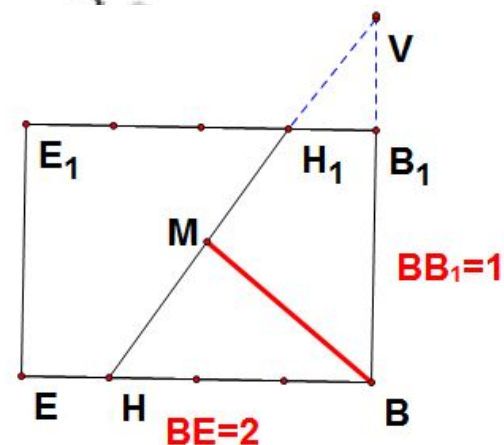
ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст. $(B; DFA_1) = BM$,
где H - середина FD
 H_1 - середина F_1D_1
 $BM \perp HH_1$

$BM \perp HH_1$ по построению
 $BM \perp FD$ т.к. $FD \perp BEE_1B_1$ по т. 20, где
 $FD \perp BE$ (по свойству 6-угольника)
 $FD \perp B_1B$ (по опр. прямой призмы)



РЕШЕНИЕ



1. найти плоскость BEE_1B_1 , проходящую через точку B и перпендикулярную к какой-либо из сторон плоскости DFA_1

1. $\triangle H_1B_1V \approx \triangle HBV$; $k = \frac{1}{3}$

2. В $\triangle HBV$:

$\angle B = 90^\circ$; $HB = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}$; $BV = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
(равнобедренный прямоугольный)

$MB = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

ОТВЕ Т

расст. $(B; DFA_1) = \frac{3\sqrt{2}}{4}$ перпендикулярны выделенной плоскости BEE_1B_1 , проходящую через заданную точку, перпендикулярно к какой-либо другой стороне плоскости DFA_1

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№32

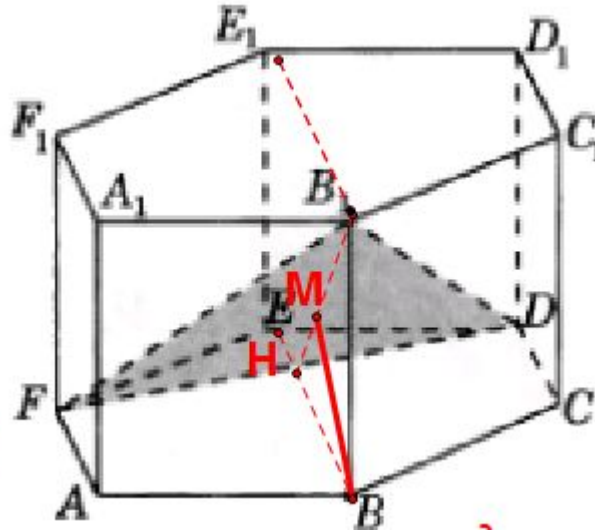


32. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости DFB_1 .

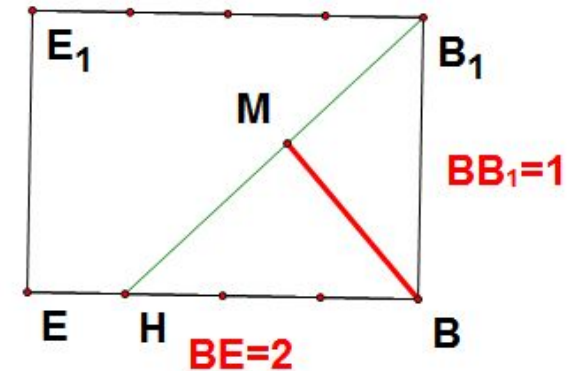
ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст.($B;DFB_1$)= BM ,
где H - середина FD
 $BM \perp HB_1$

доказательство аналогично №31



РЕШЕНИЕ



В $\triangle HBB_1$:

$$\angle B = 90^\circ; HB = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}; BB_1 = 1$$

$$MB = \frac{\frac{3}{2} \cdot 1}{\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(B;DFB_1) = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№33

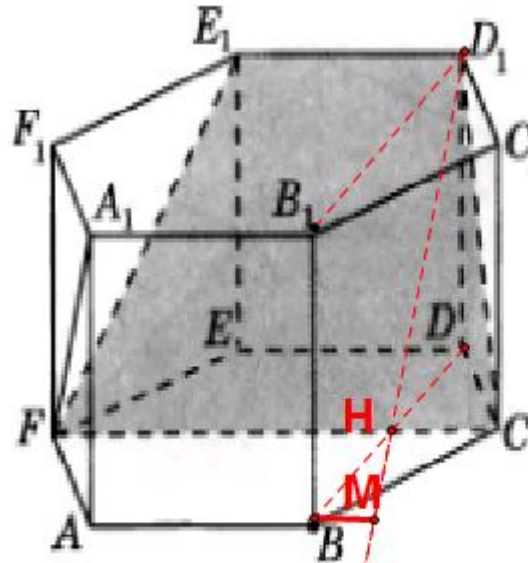


33. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости CFE_1 .

ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

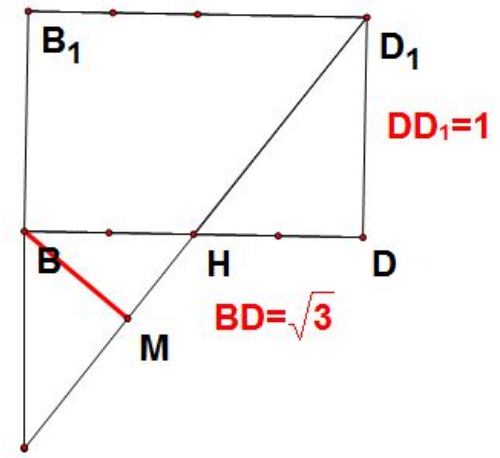
расст.($B;DFE_1$)= BM ,
где H - середина BD
 $BM \perp HD_1$

доказательство аналогично №31



? за пределом рисунка

РЕШЕНИЕ



1. $\triangle HDD_1 = \triangle HB?$

2. В $\triangle HB?$:

$$\angle B = 90^\circ; HB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; B? = 1$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$MB = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

ОТВЕ Т

$$\text{расст.}(B;DFE_1) = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№34

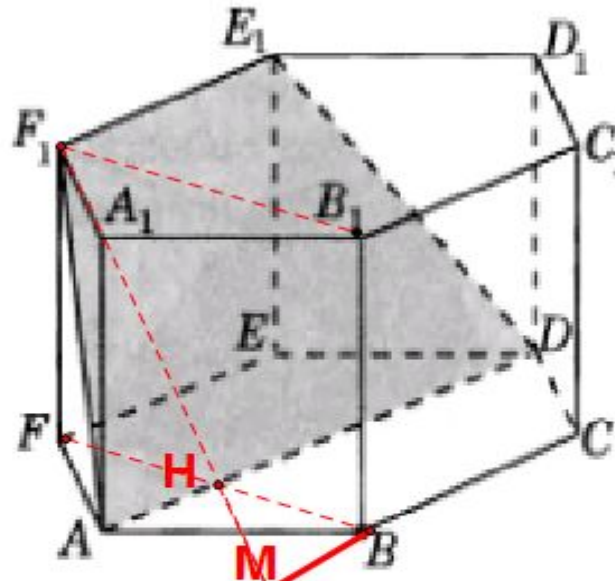


34. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости ADE_1 .

**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

расст.($B; DAE_1$) = BM ,
где H - середина BF
 $BM \perp HF_1$

решение аналогично №33

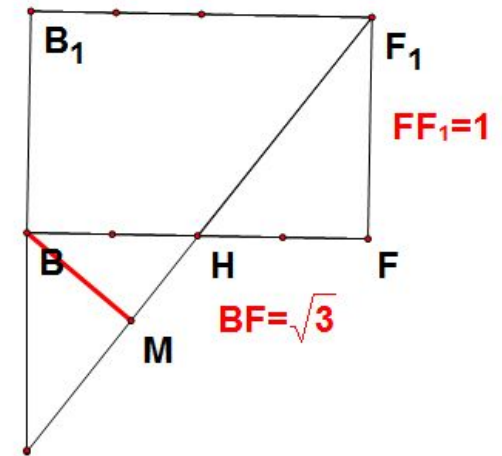


? за пределом рисунка

**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(B; DAE_1) = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

РЕШЕНИЕ



? за пределом рисунка

1. $\triangle HFF_1 = \triangle HB?$

2. $B \triangle HB?:$

$$\angle B = 90^\circ; HB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; B? = 1$$

$$MB = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№35

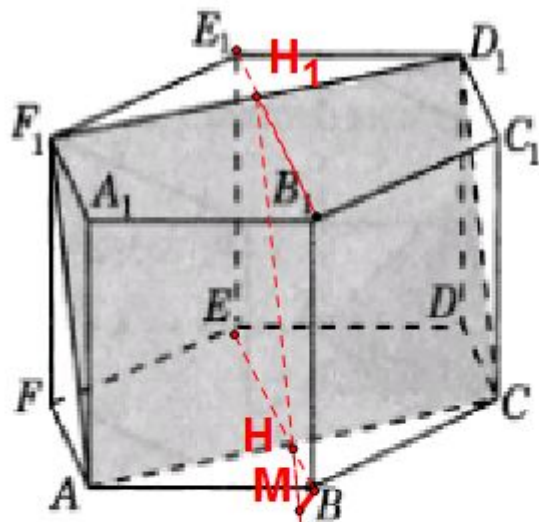


35. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости ACD_1 .

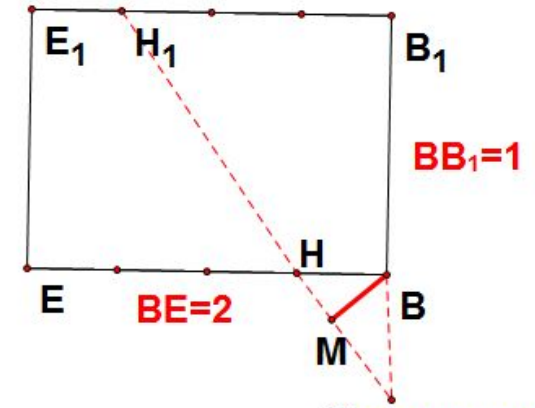
ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст. $(B; ACD_1) = BM$,
где H - середина AC
 H_1 - середина F_1D_1
 $BM \perp HH_1$

доказательство аналогично №31



РЕШЕНИЕ



V за пределом рисунка

1. $\triangle H_1B_1V \approx \triangle HBV$; $k=3$

2. В $\triangle HBV$:

$\angle B = 90^\circ$; $HV = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}$; $BV = \frac{1}{2}$

(прямоугольный равнобедренный)

$MB = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

V за пределом

ОТВЕ Т

расст. $(B; ACD_1) = \frac{\sqrt{2}}{4}$

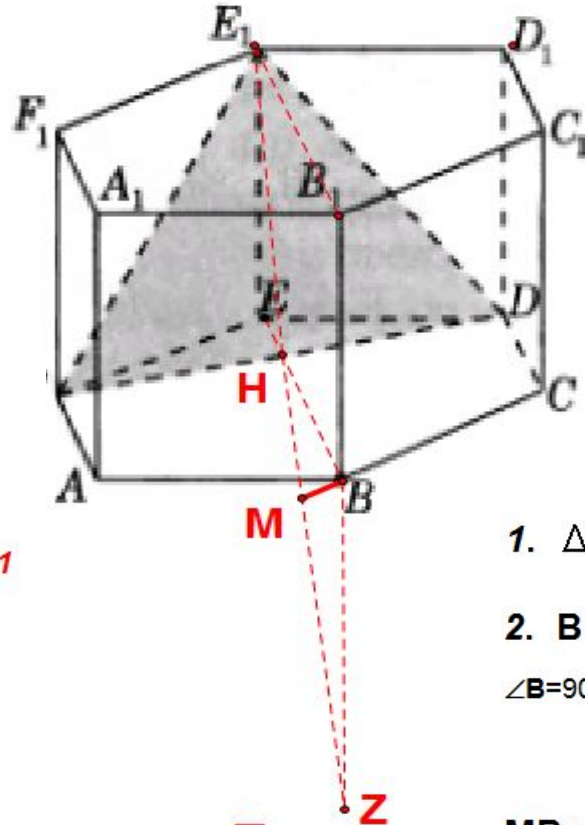
РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№36

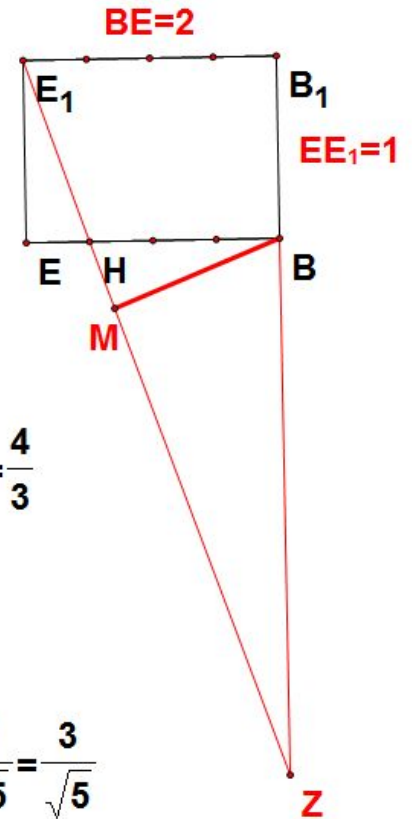


36. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости DFE_1 .

**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**



РЕШЕНИЕ



расст. $(B; DFE_1) = BM$,
где H - середина FD
 $BM \perp HE_1$

доказательство аналогично №31

1. $\triangle E_1B_1Z \sim \triangle HBZ$; $k = \frac{4}{3}$

2. В $\triangle HBZ$:

$\angle B = 90^\circ$; $HB = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}$; $BZ = 3$

$$MB = \frac{\frac{3}{2} \cdot 3}{\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2}} = \frac{9}{\sqrt{45}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

**ОТВЕ
Т**

расст. $(B; DFE_1) = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№37

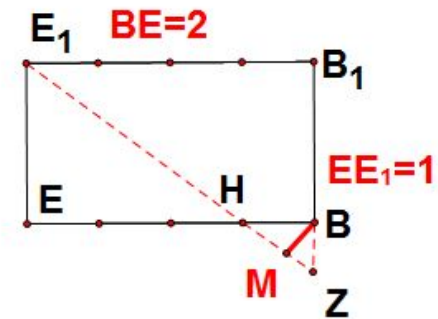
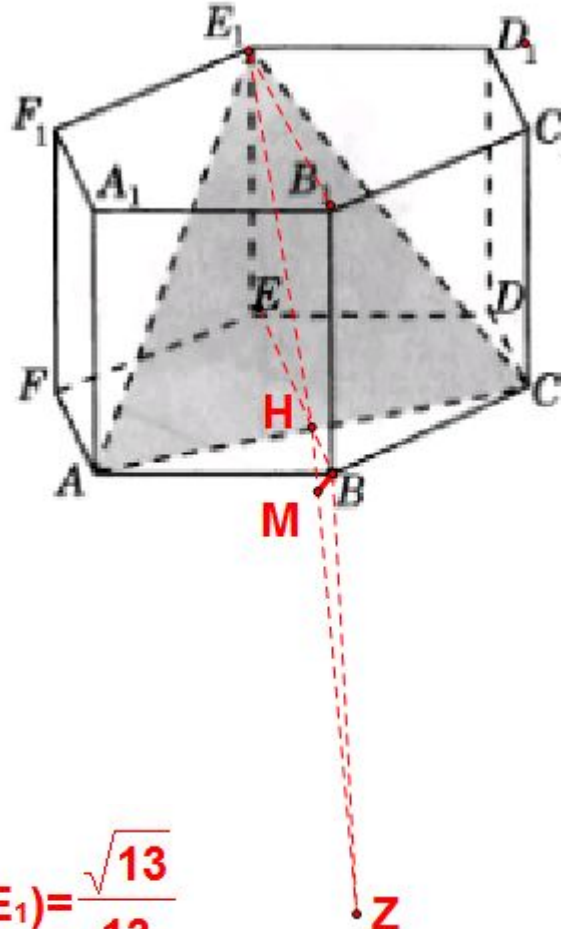


37. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости ACE_1 .

ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст.($B; ACE_1$) = BM ,
где H - середина AC
 $BM \perp HE_1$

РЕШЕНИЕ



$$1. \triangle E_1B_1Z \approx \triangle HBZ ; k = \frac{1}{4}$$

2. В $\triangle HBZ$:

$$\angle B = 90^\circ; HB = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}; BZ = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$MB = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

ОТВЕ
Т

$$\text{расст.}(B; ACE_1) = \frac{\sqrt{13}}{13}$$

Z

доказательство аналогично №31

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№38

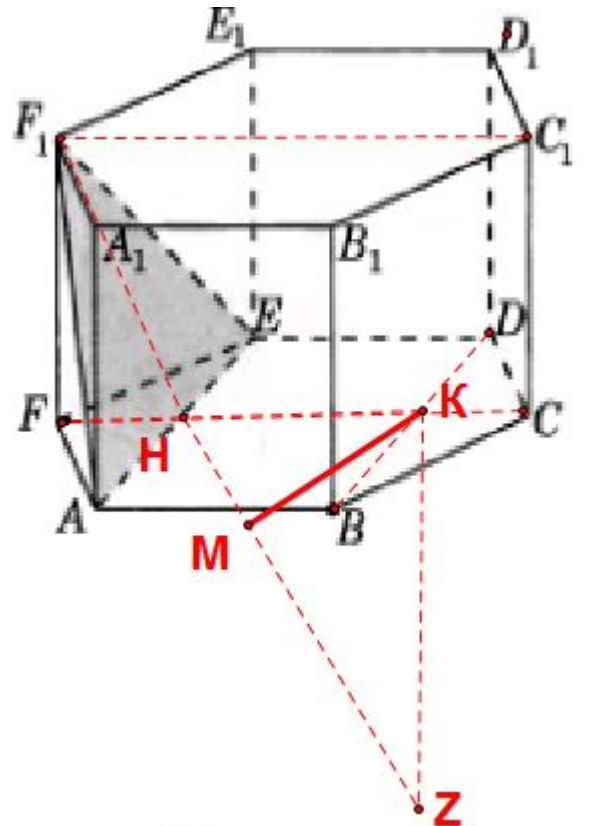


38. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости AEF_1 .

**ИСКОМОЕ
РАССТОЯНИЕ**

расст. $(B; AEF_1) = KM$,
где K - середина BD
 H - середина AE
 $KM \perp HF_1$

- $BD \parallel AEF \Rightarrow B$ можно заменить на K
- $KM \perp AEF_1$ (по т.20, так как $KM \perp HF_1$ (по построению) $KM \perp AE$ (так как $AE \perp FCC_1F_1$, значит любой прямой этой плоскости))



РЕШЕНИЕ

$$1. F_1H = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

по т.Пифагора из $\triangle FF_1H$

$$2. \triangle F_1FH \approx \triangle HKM$$

$$\frac{FF_1}{KM} = \frac{F_1H}{HK}$$

$$\frac{1}{KM} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{1}; \quad KM = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

**ОТВЕ
Т**

$$\text{расст.}(B; AEF_1) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№39

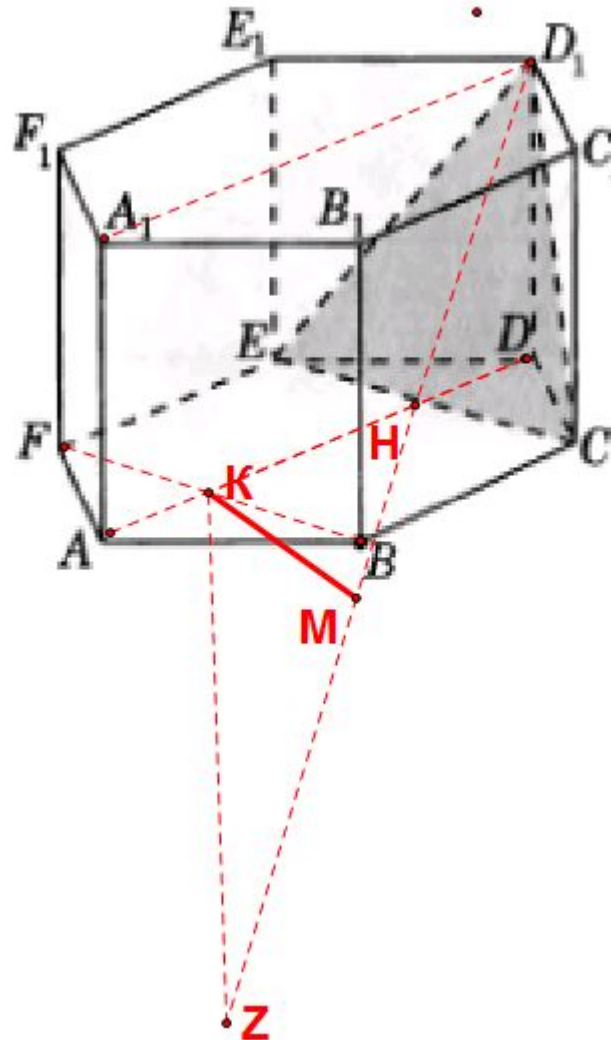


39. В правильной шестиугольной призме $A...F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до плоскости CED_1 .

ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст. $(B; CED_1) = KM$,
 где K - середина BF
 H - середина CE
 $KM \perp HD_1$

решение аналогично №38



РЕШЕНИЕ

- $DD_1H = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$
 по т. Пифагора из $\triangle DD_1H$
- $\triangle D_1DH \approx \triangle HKM$

$$\frac{DD_1}{KM} = \frac{D_1H}{HK}$$

$$\frac{1}{KM} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{1}; \quad KM = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

ОТВЕ Т

$$\text{расст.}(B; CED_1) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Свойства правильного шестиугольника



1. сторона равна радиусу описанной окружности
2. диагоналями разбивается на 6 равносторонних треугольников
3. все внутренние углы по 120°
4. большая диагональ в 2 раза больше стороны
5. малая диагональ в $\sqrt{3}$ раз больше стороны
6. малая диагональ делит большую в отношении 1:3
7. все ромбы
 - с углом 60° и 120°
 - меньшей диагональю, равной стороне
 - большей диагональю, равной $a\sqrt{3}$

