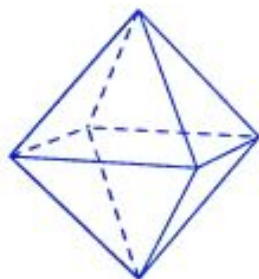
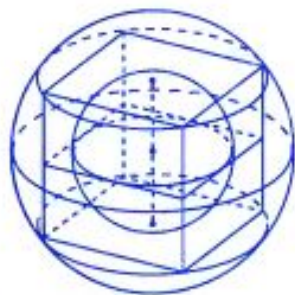
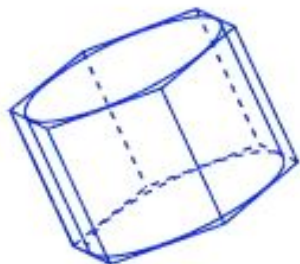
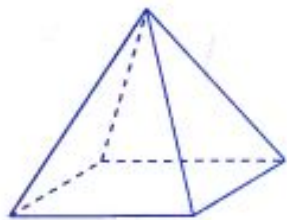


Смирнов В. А.

## ГЕОМЕТРИЯ



## Стереометрия

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ уровень С часть 3

### задачи

№25

№26

№27

№28

÷

÷

÷

÷

№29

№30

№31

№32

÷

÷

÷

÷

№33

№34

№35

№36

Свойства правильного

шестиугольника

÷

÷

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №25

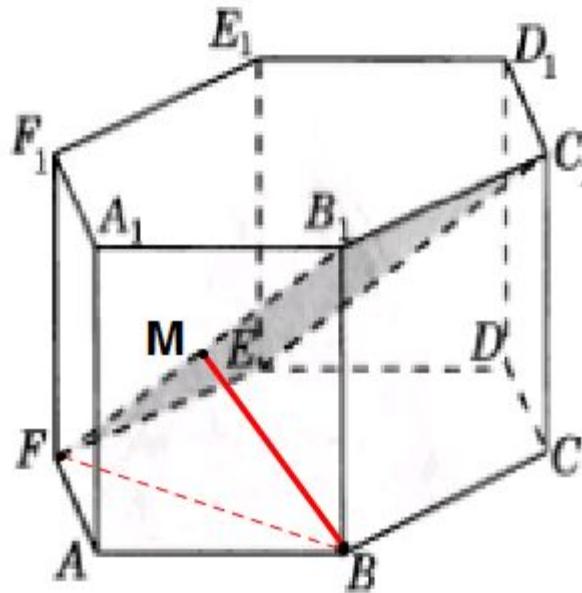


25. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $EFB_1$ .

**ИСКОМОЕ  
РАССТОЯНИЕ**

расст.  $(B; EFB_1) = BM$   
где  $BM \perp FB_1$

*решение аналогично №24*



**ОТВЕ  
Т**

$$\text{расст.}(B; EFB_1) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №26



26. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $CFA_1$ .

### ИСКОМОЕ

расст.  $(B; CFA_1) = BM$   
 где  $H$  - середина  $BD$  - малой диагонали 6-угольника  
 $BM \perp B_1H$

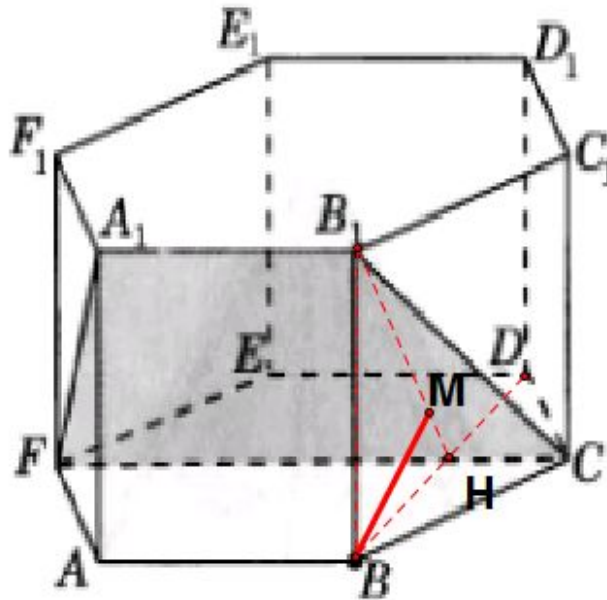
$BM \perp B_1H$  (по построению)

$BM \perp FC$  (т.к.  $FC \perp BDD_1B_1$   
 по т.20, где

$FC \perp BD$  по свойству 6-угольника  
 $FC \perp DD_1$  по опр. прямой призмы

а значит любой прямой в этой плоскости)

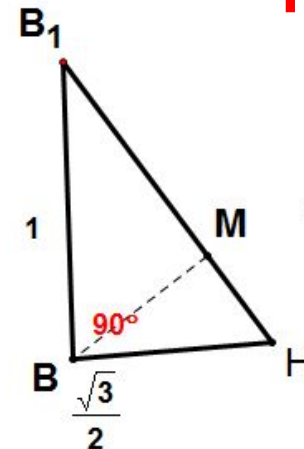
$B_1H; FC$  задают плоскость  $CFA_1$



### ОТВЕ

$$\text{расст.}(B; CFA_1) = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

### РЕШЕНИЕ



$$BM = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

половина малой диагонали  
 правильного 6-угольника

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

№27

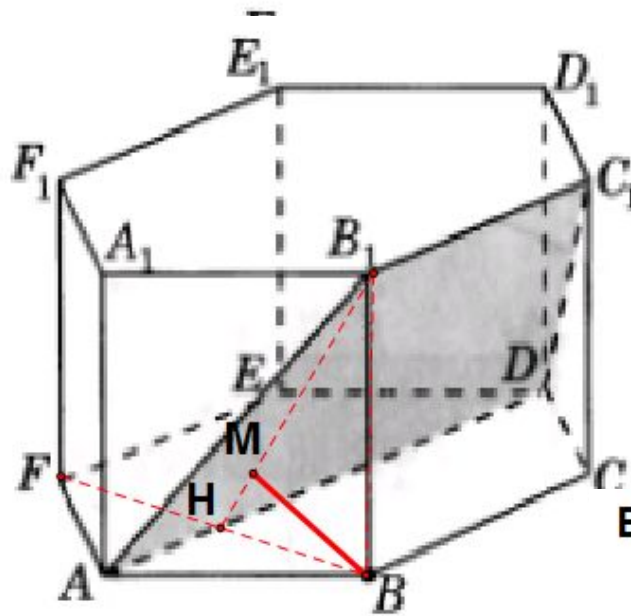
27. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $ADC_1$ .



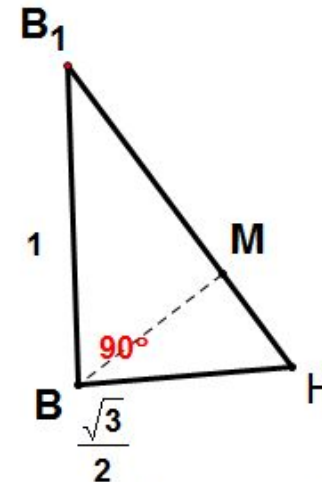
## ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст.  $(B; ADC_1) = BM$   
 где  $H$  - середина  $BF$  - малой  
 диагонали 6-угольника  
 $BM \perp B_1H$

решение аналогично №26



## РЕШЕНИЕ



$$BM = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

половина малой диагонали  
 правильного 6-угольника

ОТВЕ  
Т

$$\text{расст.}(B; CFA_1) = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №28



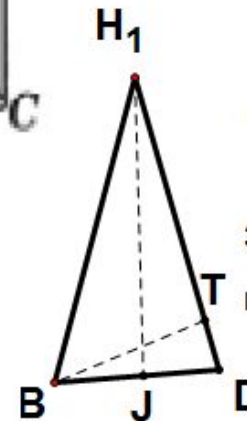
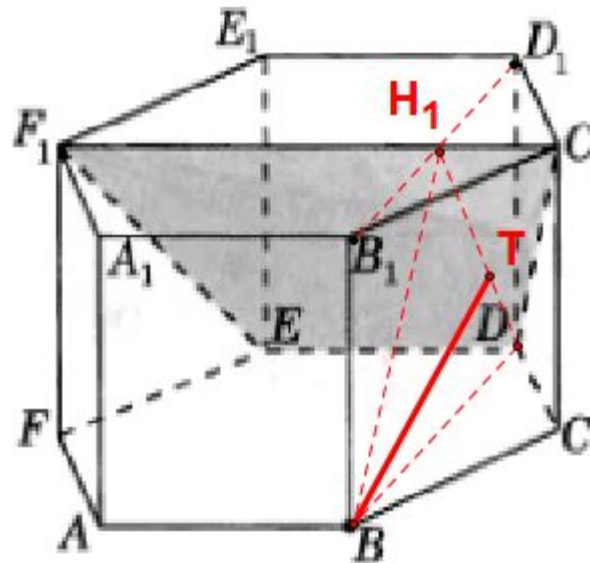
28. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $DEF_1$ .

### ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

$расст.(B;DEF_1)=BT$ ,  
где  $H_1$  - середина  $B_1D_1$   
 $BT \perp DH_1$

$BT \perp DH_1$  (по построению)  
 $BT \perp ED$  (т.к.  $ED \perp BDD_1$ ,  $B_1$  по т.20, где  
 $ED \perp BD$  по свойству 6-угольника  
 $ED \perp DD_1$  по опр. прямой призмы  
а значит любой прямой в этой плоскости)

$DH_1; ED$  задают плоскость  $DEF_1$



### РЕШЕНИЕ

1).  $BD = \sqrt{3}$   
малая диагональ  
прав. 6-угольника

2).  
 $H_1D = \sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}$   
из  $\Delta DD_1H_1$  по т. Пифагора

3).  $H_1J = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$   
из  $\Delta H_1JD$  по т. Пифагора

4).  $H_1J \cdot BD = BT \cdot H_1D$   
"площадной подход"

$$1 \cdot \sqrt{3} = BT \cdot \frac{\sqrt{7}}{2} \quad ; \quad HT = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

### ОТВЕ

### Т

$$расст.(B;DEF_1) = \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ №29

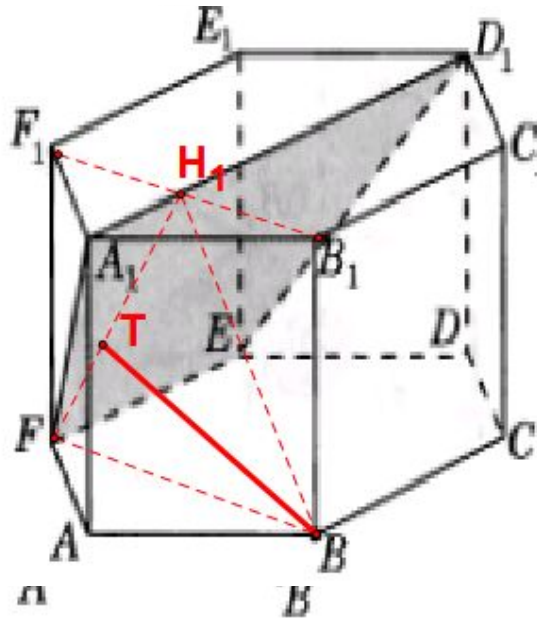


29. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $EFA_1$ .

**ИСКОМОЕ  
РАССТОЯНИЕ**

расст.  $(B; EFA_1) = BT$ ,  
где  $H_1$  - середина  $B_1F_1$   
 $BT \perp FH_1$

Решение аналогично №28



**ОТВЕ  
Т**

$$\text{расст.}(B; EFA_1) = \frac{2\sqrt{21}}{7}$$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

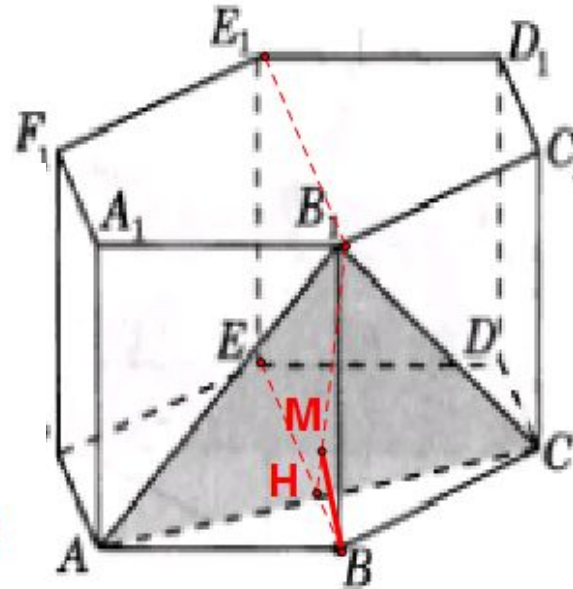
## №30

30. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $ACB_1$ .

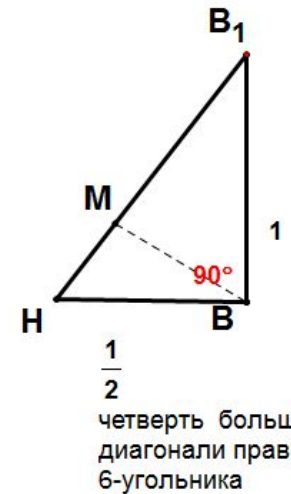
## ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст.  $(B; ACB_1) = BM$ ,  
где  $H$  - середина  $AC$   
 $BM \perp HB_1$

$BM \perp HB_1$  по построению  
 $BM \perp AC$  т.к.  $AC \perp BEE_1B_1$  по т. 20, где  
 $AC \perp BE$  (по свойству 6-угольника)  
 $AC \perp B_1H$  (по свойству р/б  $\Delta ACB_1$ )



## РЕШЕНИЕ



### ИДЕЯ

1. найти плоскость, проходящую через перпендикулярную к какой-либо прямой ( $BEE_1 \perp AC$ )

2. В найденной плоскости (в ней все прямые перпендикулярны выделенной прямой) построить прямую, проходящую через заданную точку перпендикулярно к какой-либо другой прямой данной плоскости ( $BM \perp HB_1$ )

$$BM = \frac{1 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

## ОТВЕ

$$\text{расст.}(B; ACB_1) = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

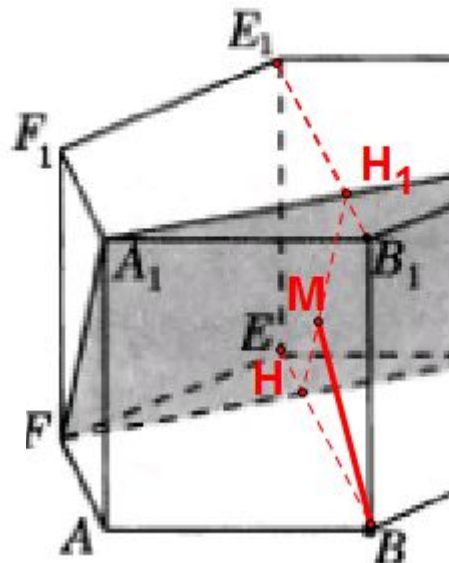
## №31

31. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $DFA_1$ .

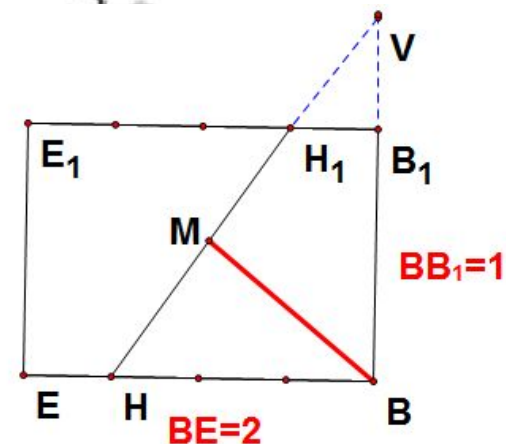
### ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст.  $(B; DFA_1) = BM$ ,  
где  $H$  - середина  $FD$   
 $H_1$  - середина  $F_1D_1$   
 $BM \perp HH_1$

$BM \perp HH_1$  по построению  
 $BM \perp FD$  т.к.  $FD \perp BEE_1B_1$  по т. 20, где  
 $FD \perp BE$  (по свойству 6-угольника)  
 $FD \perp B_1B$  (по опр. прямой призмы)



### РЕШЕНИЕ



1. найти плоскость  $BEE_1B_1$ , проходящую через точку  $B$  и перпендикулярную к какой-либо из сторон плоскости  $DFA_1$

$$1. \triangle H_1B_1V \approx \triangle HBV ; k = \frac{1}{3}$$

2. В  $\triangle HBV$ :

$$\angle B = 90^\circ; HB = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}; BV = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

(равнобедренный прямоугольный)

$$MB = \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

### ОТВЕ Т

расст.  $(B; DFA_1) = \frac{3\sqrt{2}}{4}$  перпендикулярны выделенной плоскости  $BEE_1B_1$ , проходящую через заданную точку, перпендикулярно к какой-либо другой стороне плоскости  $DFA_1$



# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №32

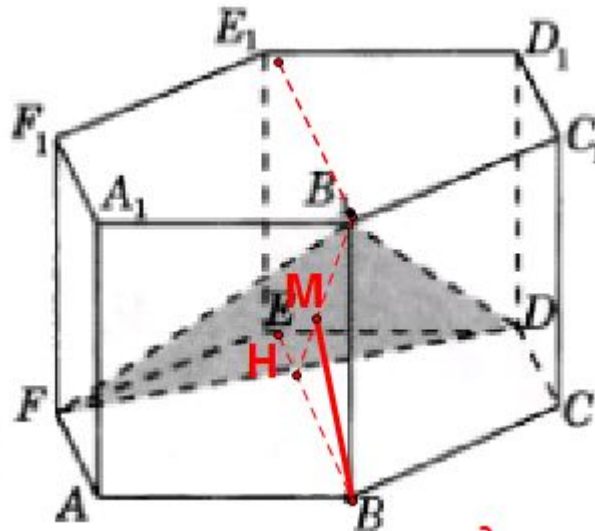


32. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $DFB_1$ .

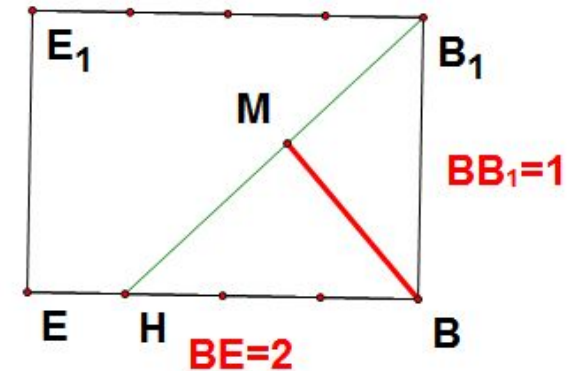
### ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст.( $B;DFB_1$ )= $BM$ ,  
где  $H$  - середина  $FD$   
 $BM \perp HB_1$

*доказательство аналогично №31*



### РЕШЕНИЕ



В  $\triangle HBB_1$ :

$$\angle B = 90^\circ; HB = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}; BB_1 = 1$$

$$MB = \frac{\frac{3}{2} \cdot 1}{\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

**ОТВЕ  
Т**

$$\text{расст.}(B;DFB_1) = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №33

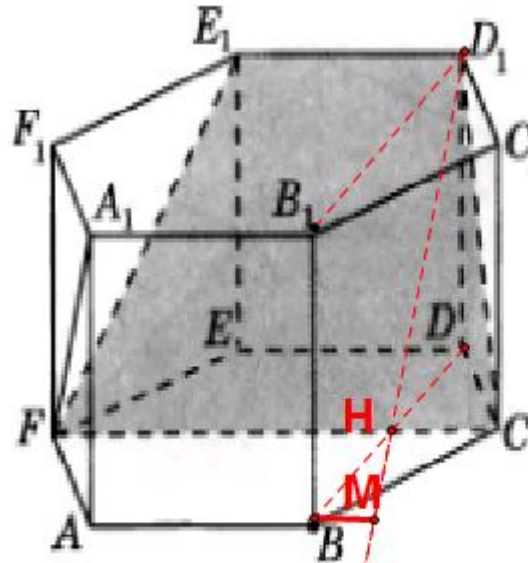


33. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $CFE_1$ .

### ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

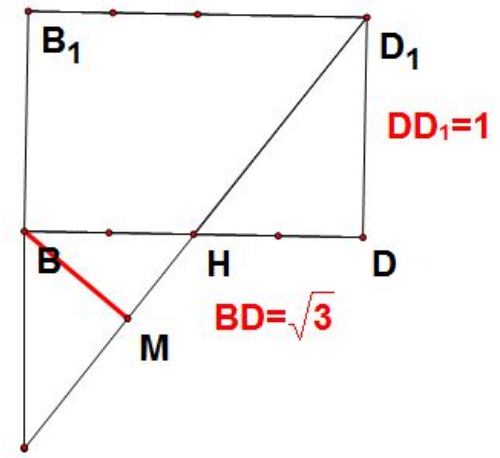
расст.( $B;DFE_1$ )= $BM$ ,  
где  $H$  - середина  $BD$   
 $BM \perp HD_1$

*доказательство аналогично №31*



? за пределом рисунка

### РЕШЕНИЕ



1.  $\triangle HDD_1 = \triangle HB?$

2.  $B \triangle HB?$

$\angle B = 90^\circ; HB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; B? = 1$

$$MB = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

### ОТВЕ Т

расст.( $B;DFE_1$ ) =  $\frac{\sqrt{21}}{7}$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №34

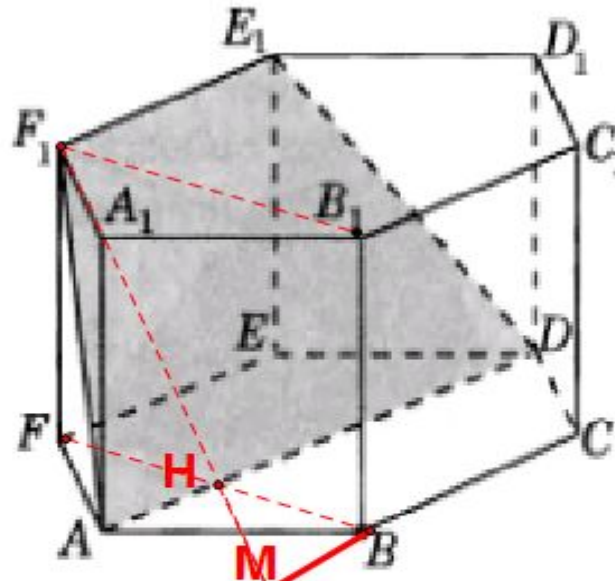


34. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $ADE_1$ .

**ИСКОМОЕ  
РАССТОЯНИЕ**

расст.  $(B; DAE_1) = BM$ ,  
где  $H$  - середина  $BF$   
 $BM \perp HF_1$

решение аналогично №33

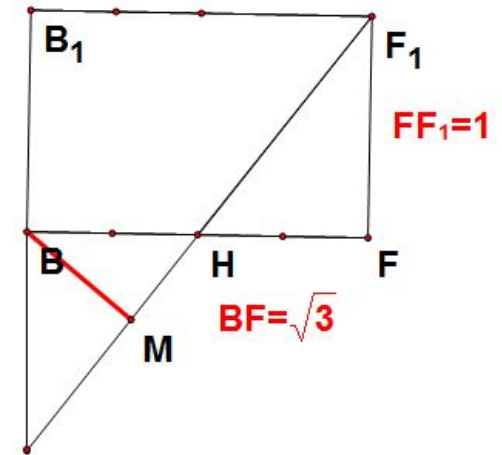


? за пределом рисунка

**ОТВЕ  
Т**

$$\text{расст.}(B; DAE_1) = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

**РЕШЕНИЕ**



? за пределом рисунка

1.  $\triangle HFF_1 = \triangle HB?$

2. В  $\triangle HB?$ :

$$\angle B = 90^\circ; HB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}; B? = 1$$

$$MB = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №35

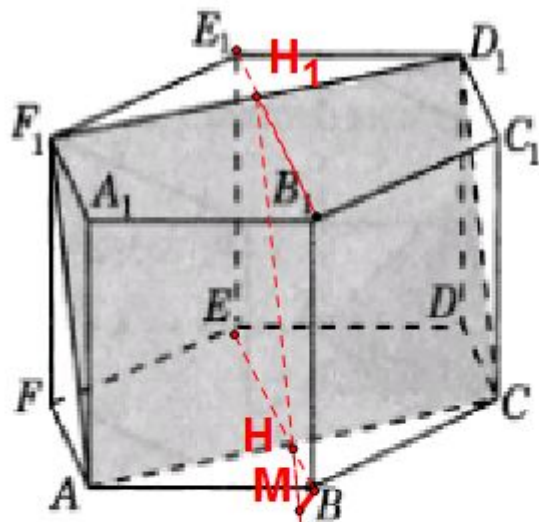


35. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $ACD_1$ .

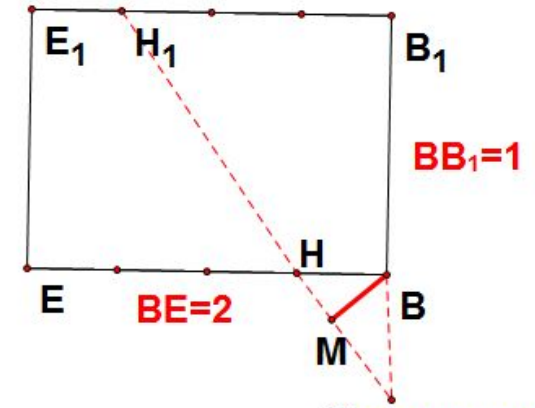
### ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст.  $(B; ACD_1) = BM$ ,  
где  $H$  - середина  $AC$   
 $H_1$  - середина  $F_1D_1$   
 $BM \perp HH_1$

*доказательство аналогично №31*



### РЕШЕНИЕ



*V за пределом рисунка*

1.  $\triangle H_1B_1V \approx \triangle HBV$  ;  $k=3$

2. В  $\triangle HBV$ :

$$\angle V = 90^\circ; HB = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}; BV = \frac{1}{2}$$

(прямоугольный равнобедренный)

$$MB = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

**ОТВЕ  
Т**

$$\text{расст.}(B; ACD_1) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

*V за пределом*

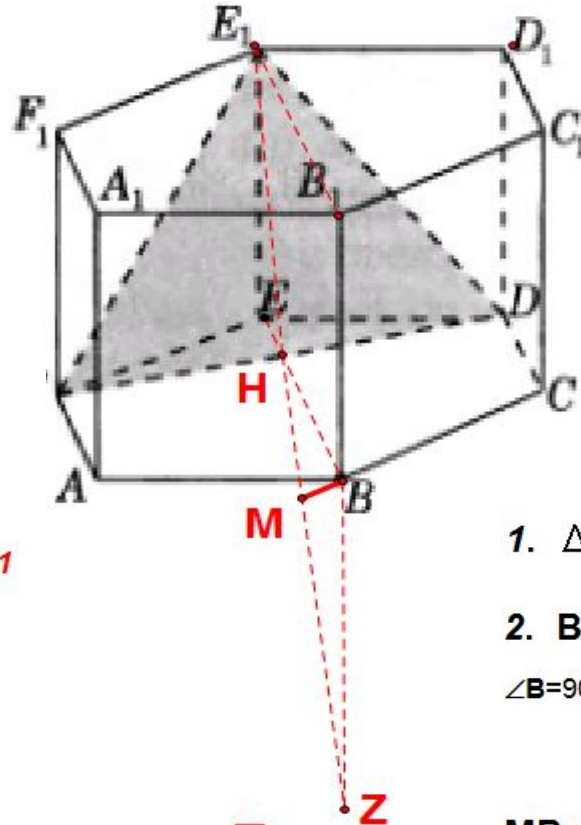
# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №36

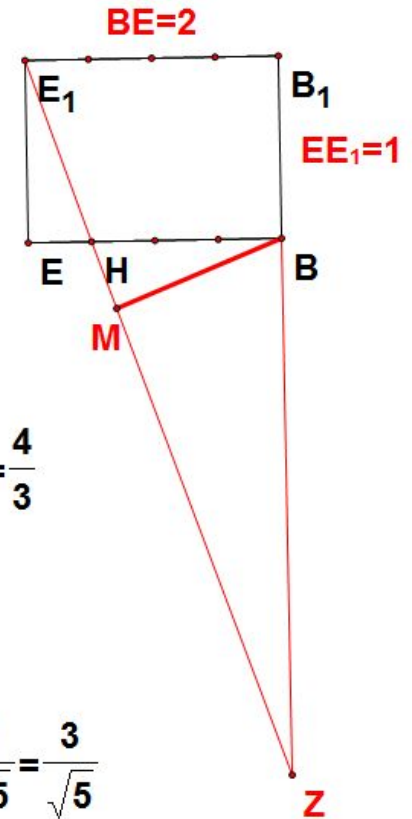


36. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $DFE_1$ .

**ИСКОМОЕ  
РАССТОЯНИЕ**



**РЕШЕНИЕ**



расст.( $B; DFE_1$ ) =  $BM$ ,  
где  $H$  - середина  $FD$   
 $BM \perp HE_1$

*доказательство аналогично №31*

1.  $\triangle E_1B_1Z \sim \triangle HBZ$  ;  $k = \frac{4}{3}$

2. В  $\triangle HBZ$ :  
 $\angle B = 90^\circ$ ;  $HB = \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{3}{2}$  ;  $BZ = 3$

$$MB = \frac{\frac{3}{2} \cdot 3}{\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2}} = \frac{9}{\sqrt{45}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

**ОТВЕ  
Т**

расст.( $B; DFE_1$ ) =  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №37

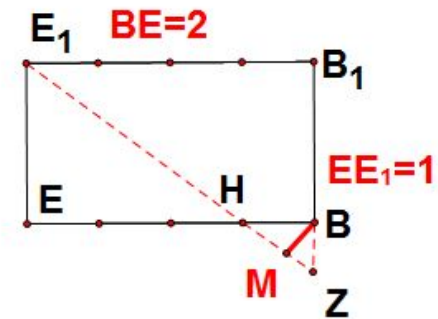
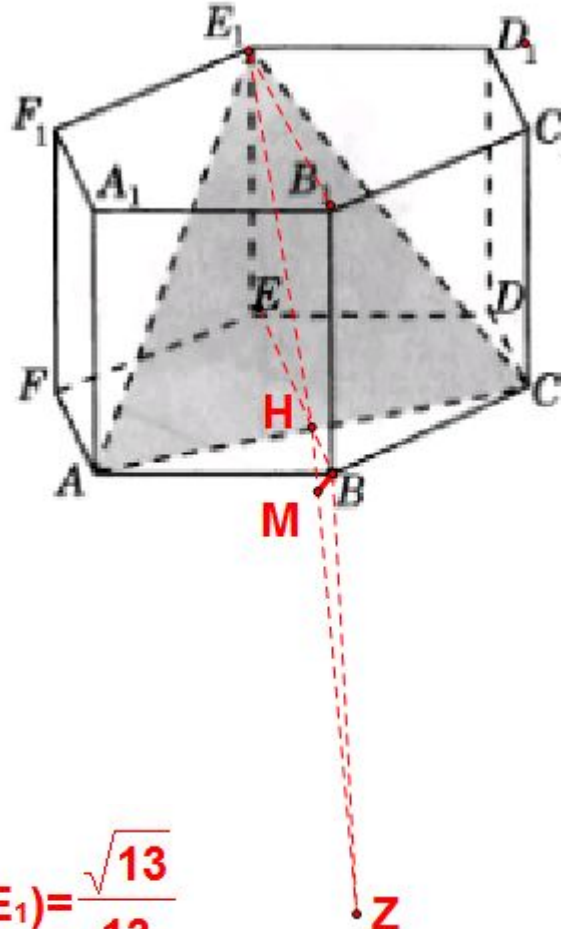


37. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $ACE_1$ .

### ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст.( $B; ACE_1$ ) =  $BM$ ,  
где  $H$  - середина  $AC$   
 $BM \perp HE_1$

### РЕШЕНИЕ



$$1. \triangle E_1B_1Z \approx \triangle HBZ ; k = \frac{1}{4}$$

2. В  $\triangle HBZ$ :

$$\angle B = 90^\circ; HB = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}; BZ = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$$

$$MB = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$$

ОТВЕ  
Т

$$\text{расст.}(B; ACE_1) = \frac{\sqrt{13}}{13}$$

Z

*доказательство аналогично №31*

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №38

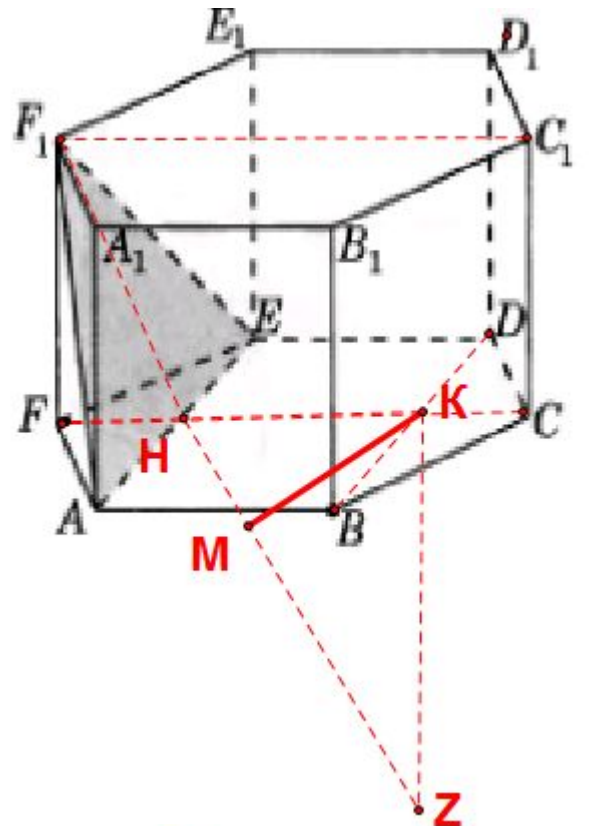


38. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $AEF_1$ .

**ИСКОМОЕ  
РАССТОЯНИЕ**

*расст.*  $(B; AEF_1) = KM$ ,  
где  $K$  - середина  $BD$   
 $H$  - середина  $AE$   
 $KM \perp HF_1$

- $BD \parallel AEF \Rightarrow B$  можно заменить на  $K$
- $KM \perp AEF_1$  (по т.20, так как  $KM \perp HF_1$  (по построению)  $KM \perp AE$  (так как  $AE \perp FCC_1F_1$ , значит любой прямой этой плоскости))



**РЕШЕНИЕ**

$$1. F_1H = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

по т.Пифагора из  $\triangle FF_1H$

$$2. \triangle F_1FH \approx \triangle HKM$$

$$\frac{FF_1}{KM} = \frac{F_1H}{HK}$$

$$\frac{1}{KM} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{1}; \quad KM = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

**ОТВЕ  
Т**

$$\text{расст.}(B; AEF_1) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

# РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПЛОСКОСТИ

## №39

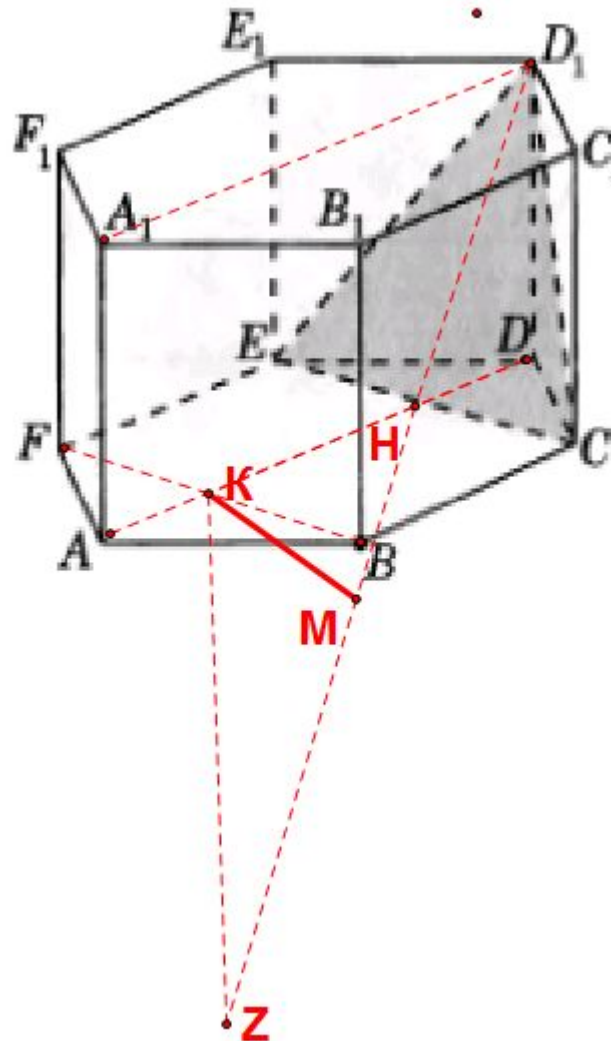


39. В правильной шестиугольной призме  $A...F_1$ , все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $CED_1$ .

### ИСКОМОЕ РАССТОЯНИЕ

расст.  $(B; CED_1) = KM$ ,  
 где  $K$  - середина  $BF$   
 $H$  - середина  $CE$   
 $KM \perp HD_1$

*решение аналогично №38*



### РЕШЕНИЕ

- $DD_1H = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$   
по т. Пифагора из  $\triangle DD_1H$
- $\triangle D_1DH \approx \triangle HKM$

$$\frac{DD_1}{KM} = \frac{D_1H}{HK}$$

$$\frac{1}{KM} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{1}; \quad KM = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

### ОТВЕ Т

$$\text{расст.}(B; CED_1) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



# Свойства правильного шестиугольника



1. сторона равна радиусу описанной окружности
2. диагоналями разбивается на 6 равносторонних треугольников
3. все внутренние углы по  $120^\circ$
4. большая диагональ в 2 раза больше стороны
5. малая диагональ в  $\sqrt{3}$  раз больше стороны
6. малая диагональ делит большую в отношении 1:3
7. все ромбы
  - с углом  $60^\circ$  и  $120^\circ$
  - меньшей диагональю, равной стороне
  - большей диагональю, равной  $a\sqrt{3}$

