

$$\sin x + \cos x = 1$$

Замена переменных



Решение

Выполним замену $\sin x = a$, $\cos x = b$, тогда исходное уравнение примет вид $a + b = 1$.
Добавим к нему основное тригонометрическое тождество записанное в переменных a и b

получим систему

$$\begin{cases} a + b = 1 \\ a^2 + b^2 = 1 \end{cases}$$

Далее, решая эту систему уравнений, получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 1 - a \\ a^2 + (1 - a)^2 = 1 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 1 - a \\ 2a^2 - 2a = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 1 - a \\ \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 1 \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

Откуда:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \cos x = x \end{array} \right\}$$

или

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \cos x = 0 \end{array} \right\}$$

$$x = 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z}$$

или

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$



