

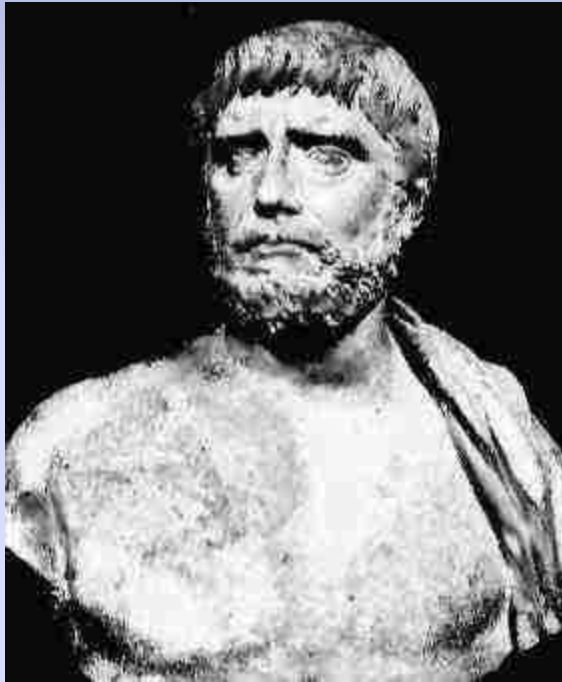
# Урок на тему: Теорема Фалеса

Автор: Дятченко Татьяна Юрьевна  
Учитель математики ГОУ СОШ № 15

# Цель и задача урока

- **Цель** данного урока знакомство с жизнедеятельностью философа и мыслителя Фалеса и его теоремой; развитие «геометрического зрения», расширение кругозора в плане знакомства с историей развития математики.
- **Задачи:**
  - продемонстрировать возможности применения теоремы Фалеса в различных геометрических задачах
  - расширить представления о сферах применения полученных математических знаний;
  - познакомиться с историческими сведениями об ученом Фалесе, о развитии математических знаний и их применениях

# Фалес



Фалес из Милета - первый древнегреческий мыслитель. По-видимому, он жил в 640-546 годах до н.э. Он первый применил доказательство теорем и ввел их в обиход математики. Основатель милетской школы. Считался первым из Семи мудрецов Греции.

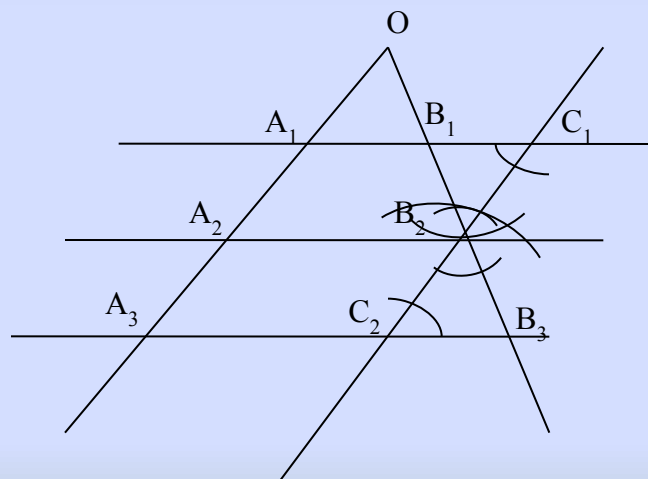
Фалес считается родоначальником античной и, как следствие, европейской философии и науки. Считался первым из Семи мудрецов Греции.

Важнейшей заслугой Фалеса в области математики должно быть перенесенное им из Египта в Грецию первых начал теоретической элементарной геометрии. Эвдем, по свидетельству Прокла, приписывает Фалесу открытие следующих геометрических предложений:

- Вертикальные углы равны.
- Углы при основании равнобедренного треугольника равны.
- Треугольник определяется стороной и прилежащими к ней двумя углами.
- Диаметр делит круг на две равные части.

# Теорема Фалеса

Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне

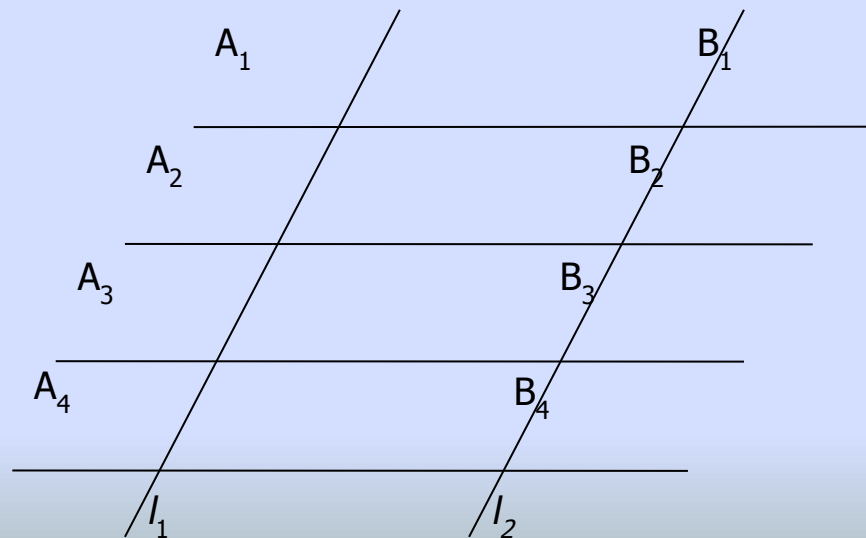


## Доказательство:

Пусть  $A_3OB_3$  – заданный угол, а  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$ , и  $A_3B_3$  – попарно параллельные прямые и  $A_1A_2 = A_2A_3$ . Докажем, что  $B_1B_2 = B_2B_3$ . Проведем через точку  $B_2$  прямую  $C_1C_2$  параллельную прямой  $A_1A_3$ . По лемме  $A_1A_2 = C_1B_2$ ,  $A_2A_3 = B_2C_2$  и с учетом условия теоремы  $C_1B_2 = B_2C_2$ . Кроме того,  $\angle B_1C_1B_2 = \angle B_2C_2B_3$  – как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых  $A_1B_1$ ,  $A_3B_3$  и секущей  $C_1C_2$ , а  $\angle B_1B_2C_1 = \angle C_2B_2B_3$  как вертикальные. По второму признаку равенства треугольников  $\triangle B_1C_1B_2 = \triangle B_3C_2B_2$ . Отсюда  $B_1B_2 = B_2B_3$ . Теорема доказана.

# Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



## Доказательство:

Пусть на прямой  $l_1$  отложены равные отрезки  $A_1A_2$ ,  $A_2A_3$ ,  $A_3A_4$  и через их концы проведены параллельные прямые, которые пересекают прямую  $l_2$  в точках  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $B_4$  как на рисунке 4. Требуется доказать, что отрезки  $B_1B_2$ ,  $B_2B_3$ ,  $B_3B_4$  равны друг другу. Докажем, что  $B_1B_2 = B_2B_3$ .

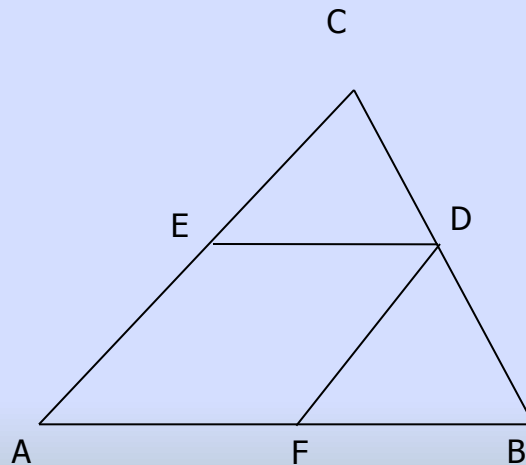
Рассмотрим случай, когда прямые  $l_1$  и  $l_2$  параллельны. Тогда  $A_1A_2 = B_1B_2$  и  $A_2A_3 = B_2B_3$  как противоположные стороны параллелограммов  $A_1B_1B_2A_2$  и  $A_2B_2B_3A_3$ . Так как  $A_1A_2 = A_2A_3$ , то и  $B_1B_2 = B_2B_3$ . Теорема доказана.



# Применение теоремы Фалеса к решению задач

## Средняя линия треугольника

Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух данных сторон, параллельна третьей стороне и равна ее половине.

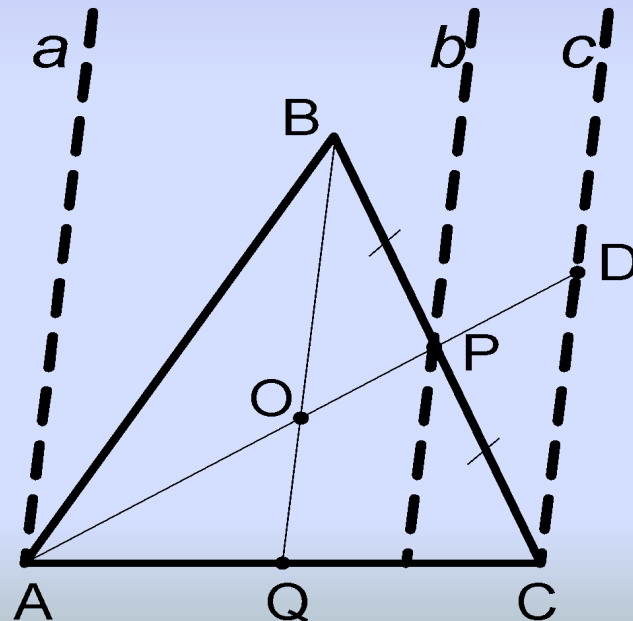


## Доказательство:

Пусть отрезок  $DE$  – средняя линия в треугольнике  $ABC$ , т.е.  $AE = EC$ ,  $CD = BD$ . Проведем через точку  $D$  прямую  $a$ , параллельную стороне  $AB$ . По теореме Фалеса прямая  $a$  пересекает сторону  $AC$  в ее середине и, следовательно, содержит среднюю линию  $DE$ . Значит, средняя линия  $DE$  параллельна стороне  $AB$ . Проведем среднюю линию  $DF$ . Она параллельна стороне  $AC$ . Тогда по лемме отрезок  $ED$  равен отрезку  $AF$  и равен половине отрезка  $AB$ . Теорема доказана.

# Задача 1

Дан треугольник  $ABC$ . На стороне  $BC$  взята точка  $P$  так, что  $BP=PC$ , а на стороне  $AC$  взята точка  $Q$  такая, что  $AQ : QC = 5 : 3$ . Найдите отношение  $AO : OP$ , если точка  $O$  – точка пересечения прямых  $AP$  и  $BQ$ .



## Решение:

Проведем прямые параллельные  $BQ$  через точки  $A$ ,  $P$  и  $C$ . Точка  $D$  – это точка пересечения прямых  $AP$  и  $c$ .

По теореме Фалеса параллельные прямые  $BQ$ ,  $b$  и  $c$ , которые отсекают равные отрезки  $BP$  и  $PC$ , отсекают равные отрезки  $OP$  и  $PD$  на прямой  $AD$ .

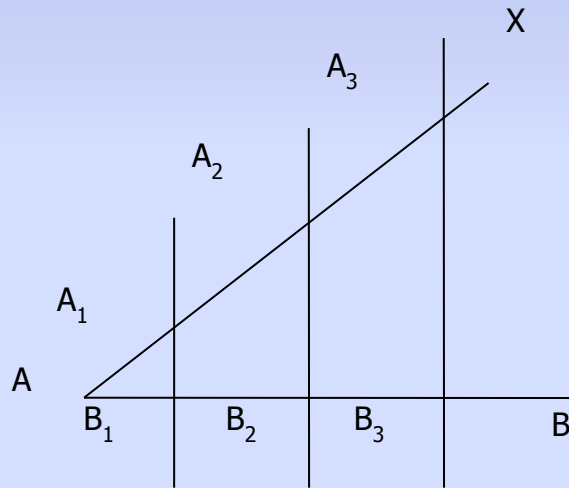
По теореме Фалеса параллельные прямые  $a$ ,  $BQ$  и  $c$ , которые отсекают на прямой  $AC$  отрезки в соотношении  $5 : 3$ , отсекают и на прямой  $AD$  отрезки в соотношении  $5 : 3$ .

То есть  $AQ : QC = 5:3$  и  $AO : OD = 5:3$ , а отрезок  $OD = 2OP$ . Следовательно,  $AO : OP = 10:3$ .

Ответ:  $10 : 3$ .

# Задача 2

Разделите отрезок  $AB$  при помощи циркуля и линейки на  $n$  равных частей.

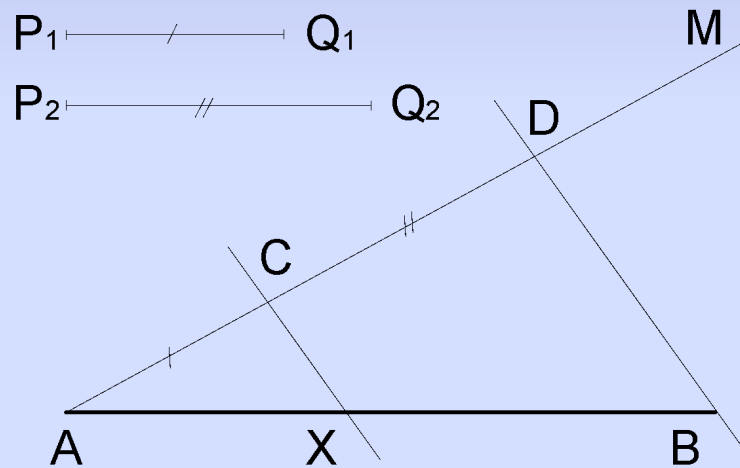


## Решение:

Проведем луч  $AX$ , не лежащий на прямой  $AB$ , и на нем от точки  $A$  отложим последовательно  $n$  равных отрезков  $AA_1, A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n$ , т.е. на столько равных отрезков, на сколько равных частей нужно разделить данный отрезок  $AB$ . Проведем прямую  $A_nB$  (точка  $A_n$  – конец последнего отрезка) и построим прямые, проходящие через точки  $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$  и параллельные прямой  $A_nB$ . Эти прямые пересекают отрезок  $AB$  в точках  $B_1, B_2, \dots, B_{n-1}$ , которые по теореме Фалеса делят отрезок  $AB$  на  $n$  равных частей.

# Задача 3

Разделите данный отрезок  $AB$  на два отрезка  $AX$  и  $XB$ , пропорциональные данным отрезкам  $P_1Q_1$  и  $P_2Q_2$ .



## Решение:

Проведем какой-нибудь луч  $AM$ , не лежащий на прямой  $AB$ , и на этом луче отложим последовательно отрезки  $AC$  и  $CD$ , равные отрезкам  $P_1Q_1$  и  $P_2Q_2$ . Затем проведем прямую  $BD$  и прямую, проходящую через точку  $C$  параллельно прямой  $BD$ . Она по теореме Фалеса пересечет отрезок  $AB$  в искомой точке  $X$ .



# Заключение:

В представленной работе рассмотрена теорема величайшего математика – ученого – мыслителя Фалеса, задачи, в решении которых применяется различные варианты этой теоремы.

Решение геометрических задач различными способами является исследовательской частью данного урока и дает возможность сравнить разные способы решения и проанализировать их появление.