

ЗАДАЧИ НА ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ.

Презентацию выполнили
ученицы 8б класса МОУ лицея
№1 Пшегорская Наталья и
Огородова Алина.

РАЗМИНКА



1 вариант

Докажите, что $10^{2009} + 8$ кратно 9.

2 Вариант.

Доказать, что разность трёхзначного числа и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 9.

РЕШЕНИЕ.



1 вариант.

Признак делимости на 9 – сумма цифр в числе делится на 9.

$10^{2009} + 8$ – число, состоящее из единицы, 2010 нулей и цифры восемь. ($1+8=9$), следовательно кратно 9.

2 Вариант.

$\overline{авс} - \overline{сва} = 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 99a - 99c = 99(a - c)$. 99 делится на 9, следовательно $99(a - c)$ делится на 9.

ЗАДАЧА №1

Доказать, что при любом чётном n число $n^3 + 20n$ делится на 48.

РЕШЕНИЕ.

$$n=2k$$

$$n^3+20n=8k(k^2+5) \text{ кратно } 8$$

$$k(k^2+5)=k^3-k+6k=(k-1)k(k+1)+6k$$

$6k$ кратно 6

$(k-1)k(k+1)$ кратно 6

Следовательно n^3+20n кратно 48 .

ЗАДАЧА №2

Сумма трех целых чисел делится на 6. Доказать, что и сумма кубов этих чисел делится на 6.

РЕШЕНИЕ.

$x^3 + y^3 + z^3 - (x + y + z)$ делится на 6.

$x^3 - x, y^3 - y, z^3 - z$ (делятся на 6)

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$$

ЗАДАЧА №3.

Доказать, что ни при каком натуральном n число $n^2 + 1$ не делится на 3

РЕШЕНИЕ.

Метод полной индукции:

- $n=3k$, то $n^2 + 1 = 9k^2 + 1$ (при делении на 3 остаток 1)
- $n=3k+1$, то $n^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 2$ (при делении на 3 остаток 2)
- $n=3k+2$, то $n^2 + 1 = (9k^2 + 12k + 3) + 2$ (при делении на 3 остаток 2)

Следовательно, ни при каком натуральном n не делится на 3.

ЗАДАЧА №4

Докажите, что значение выражения $11^6 + 14^6 - 13^3$ кратно 10.

РЕШЕНИЕ.

11^6 оканчивается на 1.

14^6 оканчивается на 6.

13^3 оканчивается цифрой 7.

$11^6 + 14^6 - 13^3$ оканчивается на 0,
следовательно делится на 10.

ЗАДАЧА №5

Найдите два натуральных числа, сумма которых равна 168, а их наибольший общий делитель равен 24.

РЕШЕНИЕ.

$a + v = 168$, где $a = 24n_1$, $v = 24n_2$, где n_1 и n_2 натуральные числа.

$$24n_1 + 24n_2 = 168$$

$$n_1 + n_2 = 7$$

$$a = 24, 48, 72; v = 144, 120, 96.$$

ЗАДАЧА №6

Сколько делителей у числа 10^{10} ?

РЕШЕНИЕ.

$10^{10} = (2 \times 5)^{10} = 2^{10} \times 5^{10}$ делители
данного произведения 2^k и 5^n
*11 делителей, содержащих
степень 2- $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{10}$, и столько
же, содержащих степень 5.
 $11 \times 11 = 121$.*