

# ЗАДАЧИ НА ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ.

---

Презентацию выполнили  
ученицы 8б класса МОУ лицея  
№1 Пшегорская Наталья и  
Огородова Алина.

# РАЗМИНКА



## **1 вариант**

Докажите, что  $10^{2009} + 8$  кратно 9.

## **2 Вариант.**

Доказать, что разность трёхзначного числа и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 9.

# РЕШЕНИЕ.



## *1 вариант.*

*Признак делимости на 9 – сумма цифр в числе делится на 9.*

*$10^{2009} + 8$  – число, состоящее из единицы, 2010 нулей и цифры восемь. ( $1+8=9$ ), следовательно кратно 9.*

## *2 Вариант.*

$\overline{авс} - \overline{сва} = 100a + 10в + с - (100с + 10в + а) = 99a - 99с = 99 (а-с)$ . 99 делится на 9, следовательно  $99 (а-с)$  делится на 9.

# ЗАДАЧА №1

*Доказать, что при любом чётном  $n$  число  $n^3 + 20n$  делится на 48.*

# РЕШЕНИЕ.

$$n=2k$$

$$n^3+20n=8k(k^2+5) \text{ кратно } 8$$

$$k(k^2+5)=k^3-k+6k=(k-1)k(k+1)+6k$$

$6k$  кратно  $6$

$(k-1)k(k+1)$  кратно  $6$

Следовательно  $n^3+20n$  кратно  $48$ .

# ЗАДАЧА №2

Сумма трех целых чисел делится на 6. Доказать, что и сумма кубов этих чисел делится на 6.

# РЕШЕНИЕ.

$x^3 + y^3 + z^3 - (x + y + z)$  делится на 6.

$x^3 - x, y^3 - y, z^3 - z$  (делятся на 6)

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$$

# ЗАДАЧА №3.

Доказать, что ни при каком натуральном  $n$  число  $n^2 + 1$  не делится на 3



# РЕШЕНИЕ.

Метод полной индукции:

- $n=3k$ , то  $n^2 + 1 = 9k^2 + 1$  (при делении на 3 остаток 1)
- $n=3k+1$ , то  $n^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 2$  (при делении на 3 остаток 2)
- $n=3k+2$ , то  $n^2 + 1 = (9k^2 + 12k + 3) + 2$  (при делении на 3 остаток 2)

Следовательно, ни при каком натуральном  $n$  не делится на 3.

# ЗАДАЧА №4

Докажите, что значение выражения  $11^6 + 14^6 - 13^3$  кратно 10.

# РЕШЕНИЕ.

$11^6$  оканчивается на 1.

$14^6$  оканчивается на 6.

$13^3$  оканчивается цифрой 7.

$11^6 + 14^6 - 13^3$  оканчивается на 0,  
следовательно делится на 10.

# ЗАДАЧА №5

---

Найдите два натуральных числа, сумма которых равна 168, а их наибольший общий делитель равен 24.

---

# РЕШЕНИЕ.

$a + v = 168$ , где  $a = 24n_1$ ,  $v = 24n_2$ , где  $n_1$  и  $n_2$  натуральные числа.

$$24n_1 + 24n_2 = 168$$

$$n_1 + n_2 = 7$$

$$a = 24, 48, 72; v = 144, 120, 96.$$

# ЗАДАЧА №6

Сколько делителей у числа  $10^{10}$ ?

# РЕШЕНИЕ.

$10^{10} = (2 \times 5)^{10} = 2^{10} \times 5^{10}$  делители  
данного произведения  $2^k$  и  $5^n$   
*11 делителей, содержащих  
степень 2-  $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{10}$ , и столько  
же, содержащих степень 5.  
 $11 \times 11 = 121$ .*