

ЕГЭ

2010

mathege.ru

Открытый банк заданий

[http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?
posMask=512](http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?posMask=512)

***Решение заданий ЕГЭ
с применением
графиков функций,
уравнений, неравенств***

B12

11 класс, подготовка к ЕГЭ

I часть иллюстрированных решений

Ковальчук Лариса Ивановна,


учитель математики МОУ СОШ №288

г. Заозёрска Мурманской области 2010 г.


Задачи, решаемые при помощи графика линейной функции (*прямой*):


- тепловое расширение рельса;
- месячная прибыль предприятия.






Задачи, решаемые при помощи графика
квадратичной функции (*параболы*):

- мальчик, камешки, колодец;
 - выручка предприятия при
наибольшей цене;
 - мяч, подброшенный вверх;
 - скорость вращения ведёрка;
 - частичное вытекание воды из бака;
 - полное вытекание воды из бака;
- 



Задачи, решаемые при помощи графика
квадратичной функции (*параболы*):

- камнеметательная машина;
 - нагревание прибора;
 - время проверки работы лебёдки;
 - МОТОЦИКЛИСТ В ЗОНЕ СОТОВОЙ СВЯЗИ;
 - торможение автомобиля;
 - момент инерции вращающейся катушки.
- 



*Желаю
удачи!!!*

Задание В10 (№ 28165)



Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8 \text{ кг}$ и радиуса $R = 5 \text{ см}$, и двух боковых с массами $M = 2 \text{ кг}$ и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в $\text{кг} \cdot \text{см}^2$, даётся формулой

$$I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2).$$

При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения $1900 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$?

Ответ выразите в сантиметрах.

Задание В10 (№

28165)

Решение. Функция: $I = 2h^2 + 20h + 150, h > 0$.

Дано: Найти $\frac{(8h+4)M^2}{n_{\max}} \geq 0$ при $(\sum R h^2) \leq 1900$.

уравнение: 22

$$1900 = 2h^2 + 20h + 150.$$

Конечно можно сразу $2h^2 + 20h - 1750 = 0, | : 2$

решить неравенство: $h^2 + 10h - 875 = 0$.

$$h^2 + 10h + 25 = 875 + 25 = 900$$

(большой корень) $= 100 + 3300 =$

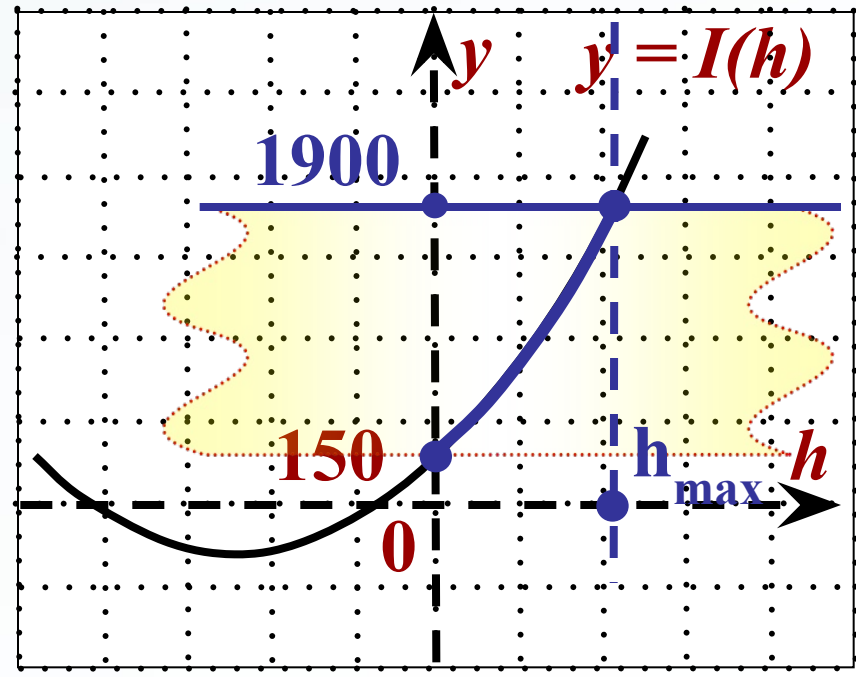
положительное $= 300 = 60^2$.

решение.

Ответ: **35.**



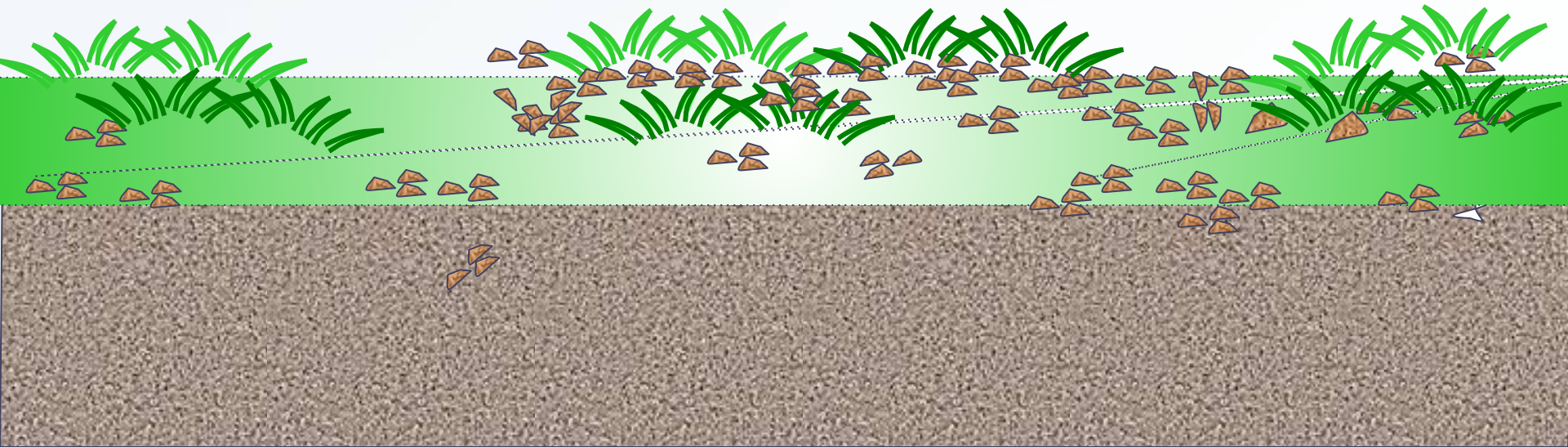
Схематичный график:



Задание В10 (№ 28147)



Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 24 \text{ м/с}$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3 \text{ м/с}^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ выразите в секундах.



Задание В10 (№

28147)

Решение.

Функция:

$$S = 24t - \frac{3t^2}{2}$$

Дано:

Найти:

$$t > 0 \text{ при } S = 90.$$

уравнение:

$$90 \equiv 24t - \frac{3t^2}{2}$$

$$\frac{3}{2}t^2 - 24t + 90 = 0, | :3$$

$$t_1 = 10, t_2 = 6 - t_{\text{наим.}}$$

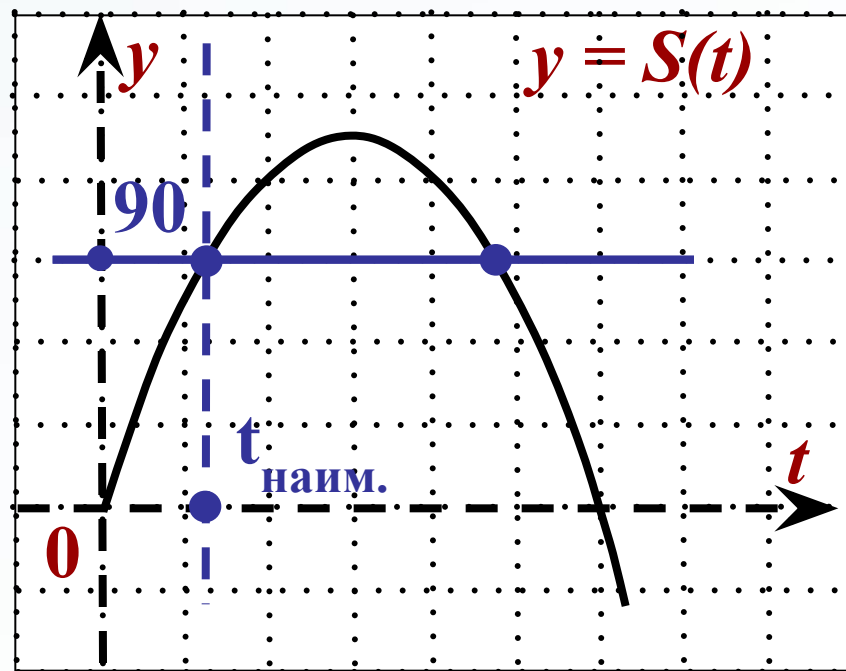
$$\text{(меньший корень)}$$
$$\frac{1}{2}t^2 - 8t + 30 = 0, | \times 2$$

$$t^2 - 16t + 60 = 0.$$

Ответ:

6.

Схематичный
график:



Задание В10 (№

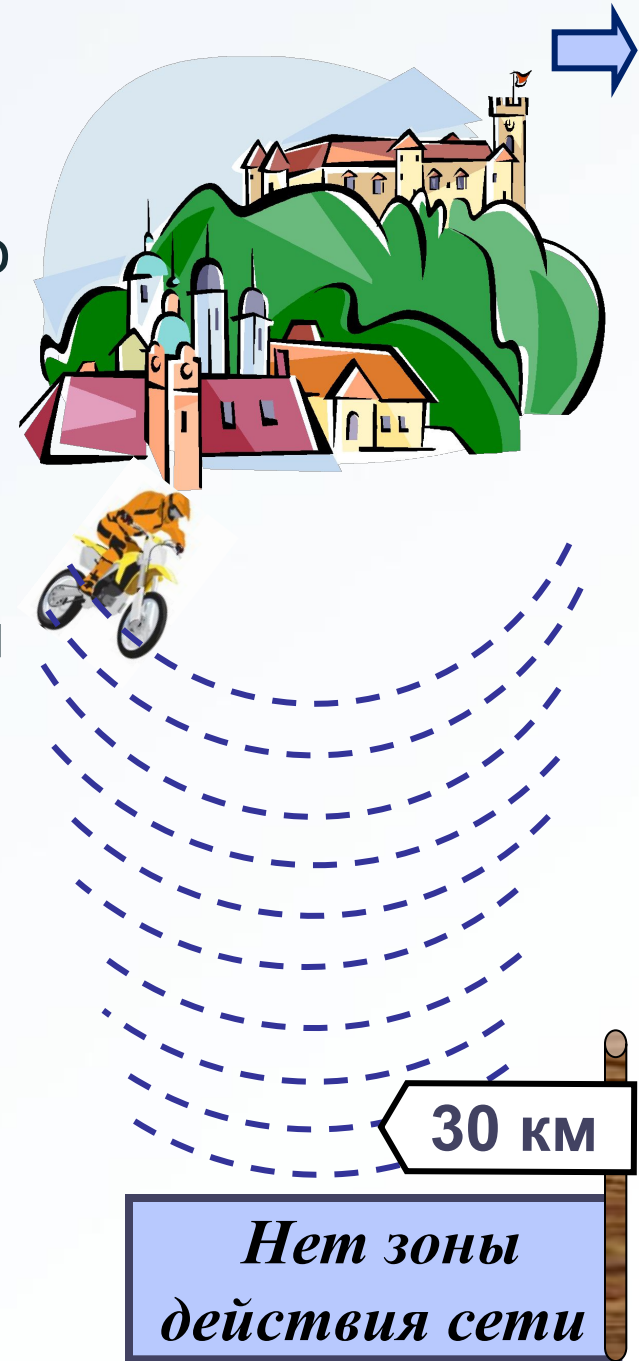
28135)

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57 \text{ км/ч}$, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением

$a = 12 \text{ км/ч}^2$. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением

$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне

функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ выразите в минутах.



Задание В10 (№

28135)

Решение.

Функция:

$$S = 57t + \frac{6t^2}{2}$$

Дано:

Найти:

$$t_{\text{наиб.}} > 0 \text{ при } S \leq 30.$$

уравнение:

$$30 = 57t + 6t^2.$$

Конечно, можно сразу

решить неравенство:

$$6t^2 + 57t - 30 \leq 0 \Rightarrow t_{\text{наиб.}} = 1.$$

(большее)

положительное

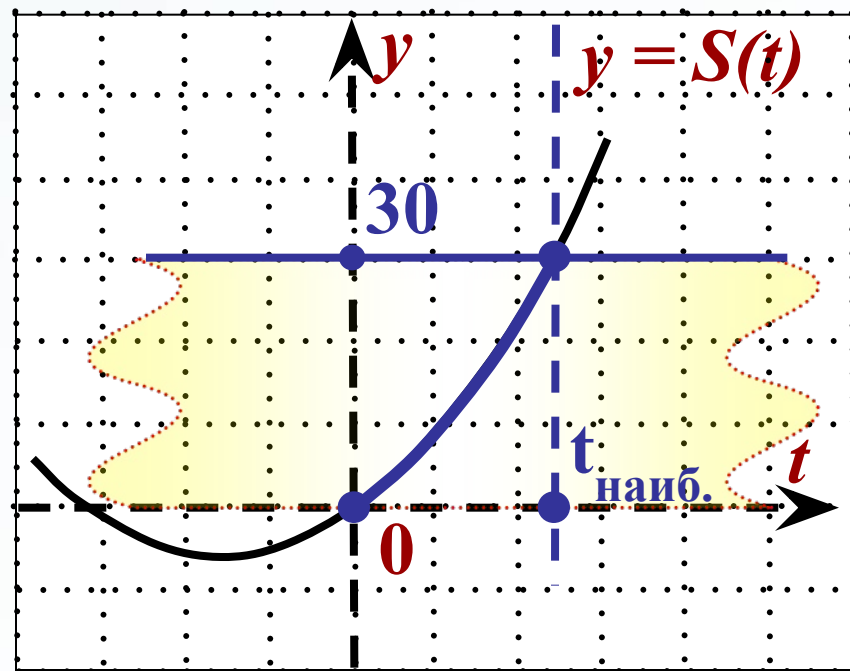
решение.

Ответ:

30.



Схематичный график:



Задание В10 (№ 28125)



Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 75^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 10^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 2250° . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.



Лебёдка — механизм, тяговое усилие которого передается посредством каната, цепи, троса или иного гибкого элемента от приводного барабана.

Задание В10 (№

28125)

Решение.

Функция:

$$\varphi = 75t + \frac{\beta t^2}{2}$$

Дано:

Найти: $t_{\text{наиб.}} > 0$ при $\varphi \leq 2250$.

уравнение:

$$2250 \leq 75t + 5t^2.$$

Конечно, можно сразу
решить неравенство:

$$5t^2 + 75t - 2250 \leq 0$$

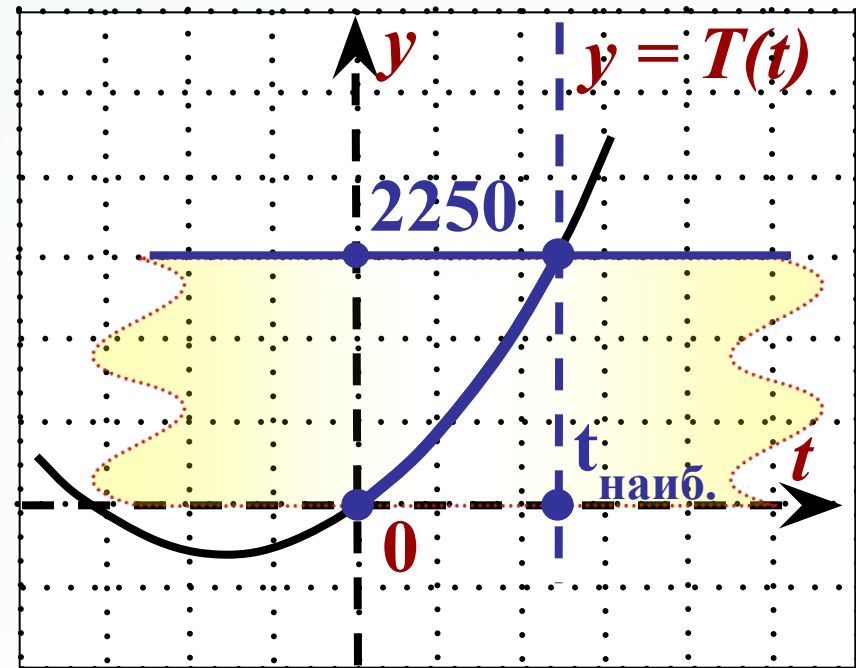
(быстро найти наибольшее

положительное

$$\text{решение: } t = 15.$$

Ответ: **15.**

Схематичный
график:



Задание В10 (№ 28115)



Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1450 \text{ K}$, $a = -12,5 \text{ K/мин}^2$, $b = 175 \text{ K/мин}$. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 K прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Пирометр — прибор для бесконтактного измерения температуры тел.



Задание В10 (№

28115)

Решение. Функция: $T(t) = 1450 + 175t - 12,5t^2$

Дано: Найти: $t_{\text{наиб.}} > 0$ при $T(t) \leq 1750$.

уравнение:

$$1450 = 1750 + 175t - 12,5t^2$$

$$12,5t^2 - 175t + 300 = 0, \quad | \times 2$$

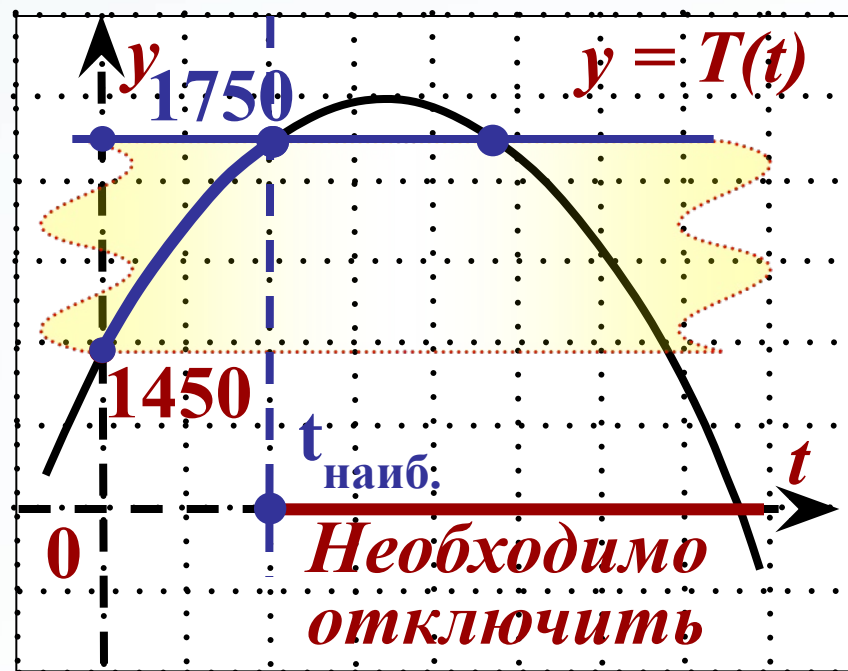
$$25t^2 - 350t + 600 = 0, \quad | : 25$$

$$t^2 - 14t + 24 = 0,$$

$t_1 = 10, t_2 = 4 - t_{\text{наиб.}}$
(меньший корень)

Ответ: 4.

Схематичный график:



Задание В10 (№ 28105)

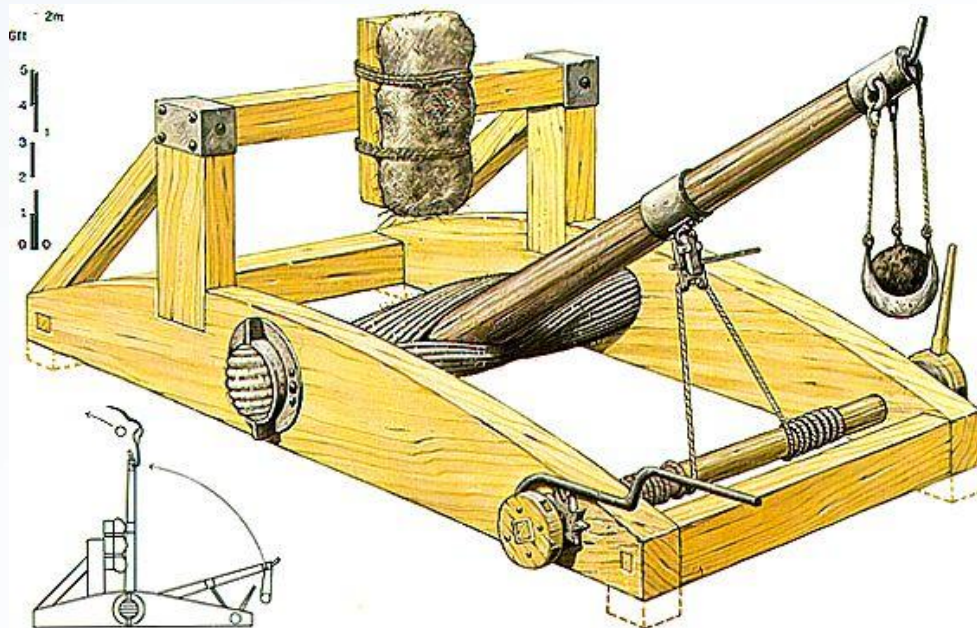


Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$,

где $a = \frac{-1}{60} \text{ м}^{-1}$, $b = \frac{7}{6}$ — постоянные параметры,

x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землёй.

На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?



Задание В10 (№

28105)

Решение.

Функция: $y(x) = ax^2 + bx + \frac{7}{6}x$.

Дано:

Найти: x при $y(x) \geq 10$.

уравнение:

$$a = \frac{1}{60}, \quad \frac{7}{6}x + \frac{1}{60}x^2 + bx = 10.$$

$$x^2 + \frac{70}{6}x + 600 = 0,$$

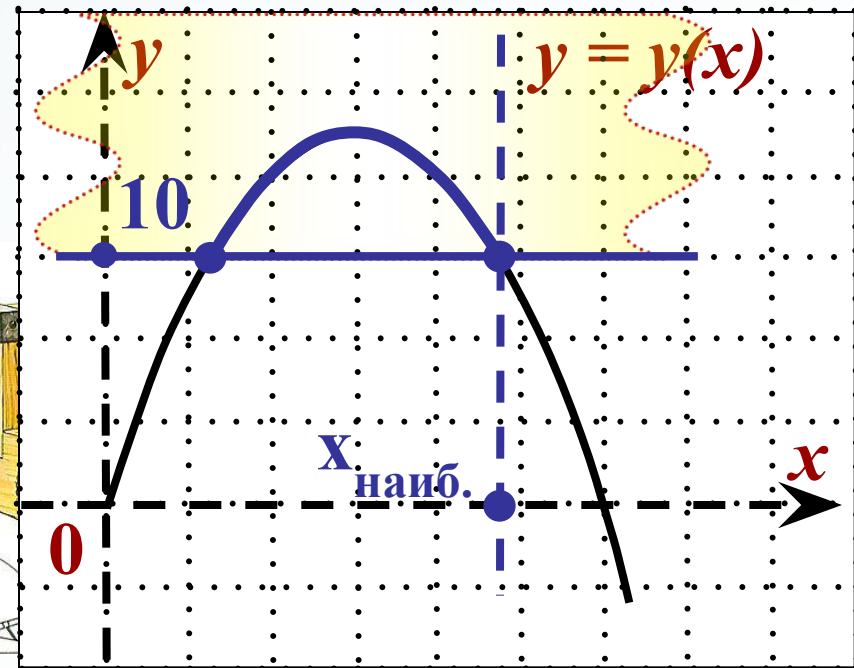
$$x_1 = 10, \quad x_2 = 60 = x_{\text{наиб.}}$$

Конечно, можно сразу приступить к решению уравнения.

Ответ:

60.

Схематичный график:



Задание В10 (№ 28091)

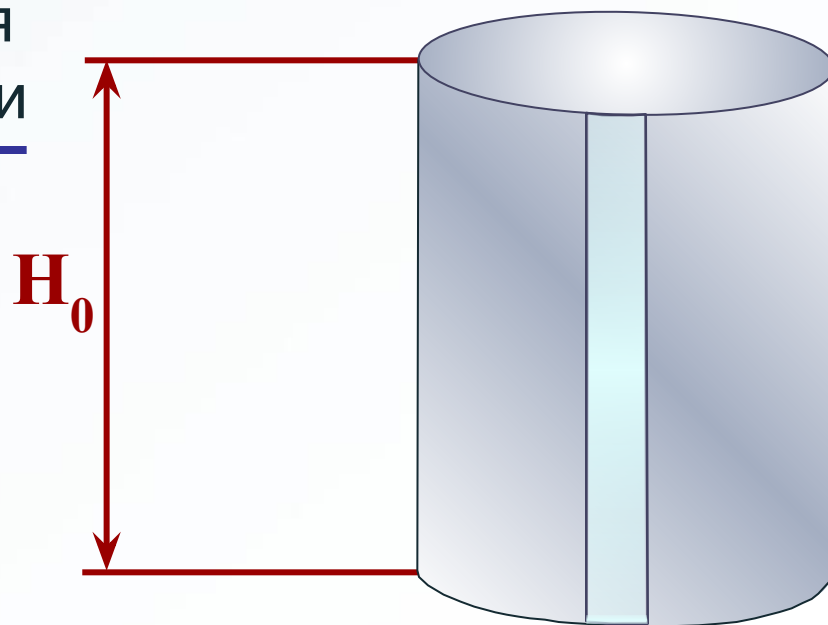


В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$H(t) = H_0 + bt + at^2$, где $H_0 = 2$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{50}$ м/мин², $b = \frac{-2}{5}$ м/мин, t — время в минутах,

прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака?

Ответ приведите в минутах.



Задание В10 (№ 28091)



Решение.

Функция:

$$H(t) = 2H_0 - \frac{2}{5}bt + \frac{1}{50}at^2$$

Дано:

Найти: t при $H(t) = 0$.

уравнение:

$$H_0 = 2 \text{ м,}$$

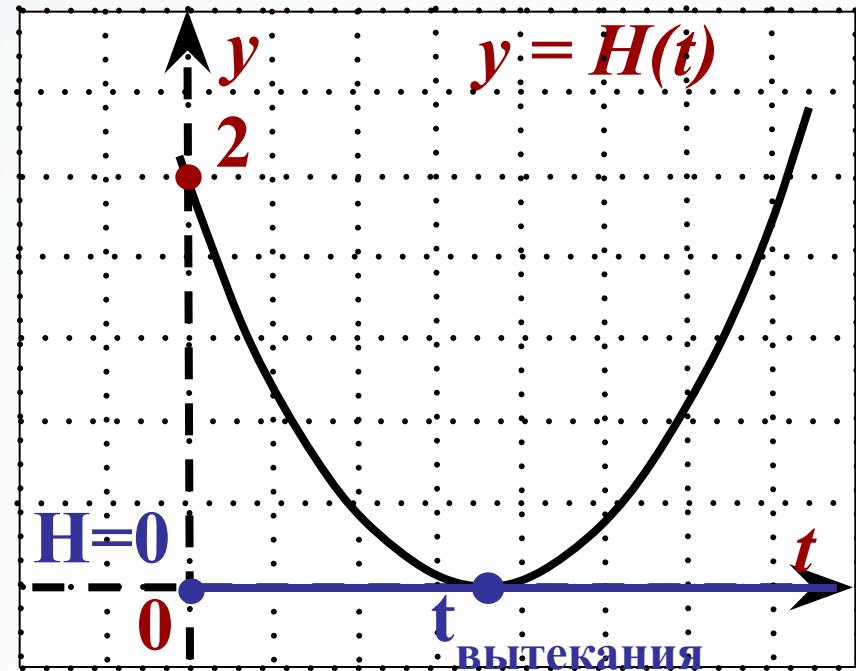
$$a = \frac{1}{50}t + \frac{1}{50}t^2 = 0,$$

$$(100 - 20)t + 20t^2 = 0 \Rightarrow t = 0, 10.$$

Конечно, можно сразу приступить к решению уравнения.

Ответ: 10.

Схематичный график:



Задание В10 (№ 28081)



В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах,

прошедшее с момента открытия крана, $k = \frac{1}{200}$ —

отношение площадей поперечных сечений крана и бака,

$H_0 = 5 \text{ м}$ — начальная высота столба воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Через

сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

Задание В10 (№

28081)

Решение.

Функция:

$$H(t) = 5 - \frac{1}{20}t + \frac{1}{8000}t^2$$

Даны:

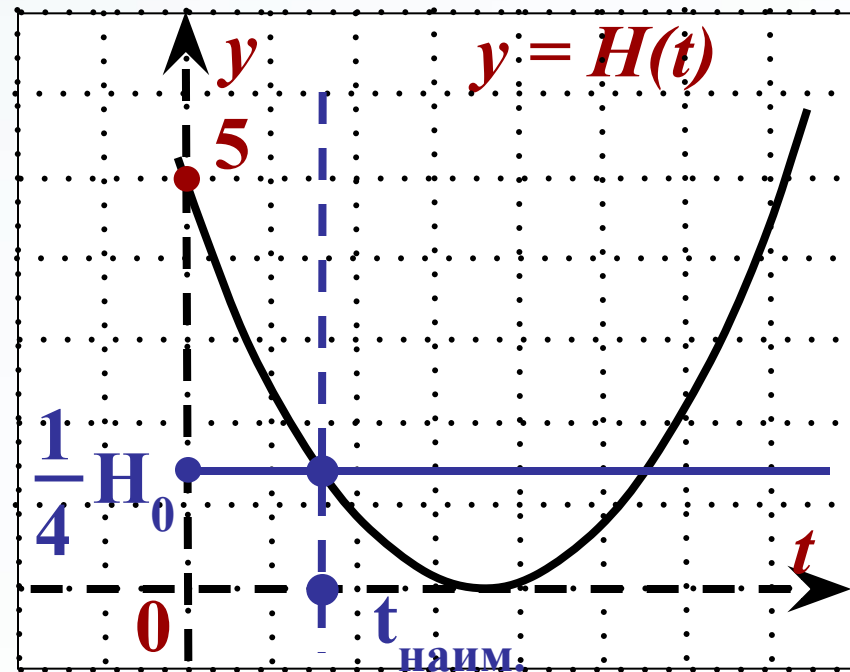
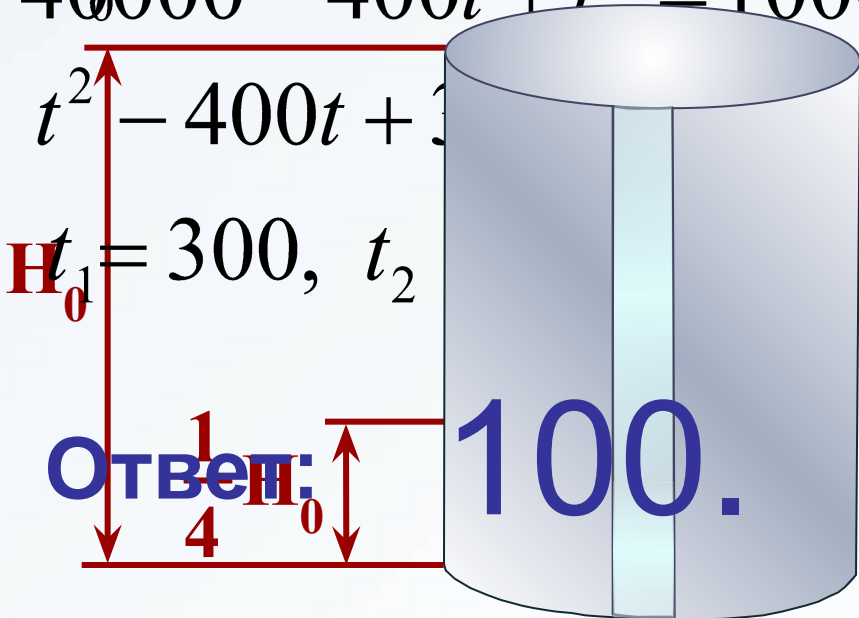
уравнение;

$$H(t) = H_0 \left(1 - \frac{g}{2k}t + \frac{g^2}{4k^2}t^2 \right)$$

$$5 - \frac{1}{20}t + \frac{1}{8000}t^2 = \frac{5}{4}$$

Схематичный график:

$$40000 - 400t + t^2 = 10000$$



Задание В10 (№

28071)



Если достаточно быстро вращать ведро с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте, $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна $62,5 \text{ см}$?

Ответ выразите в м/с .

Задание В10 (№

28071)

Решение. Данные: $g \equiv 10,625 \text{ м/с}^2$, $l = 10,625 \text{ м}$

Функция: $P = m \cdot \left(\frac{v^2}{0,625} g - 10 \right), m > 0, v > 0.$

Найти: $v_{\text{наим.}} > 0$ при $P \geq 0.$

Схематичный график:

Решение, можно сразу

решить неравенство:

$$m \cdot \left(\frac{v^2}{0,625} - 10 \right) \geq 0.$$

$$m \cdot \left(\frac{0,825}{0,625} - 10 \right) \geq 0,$$

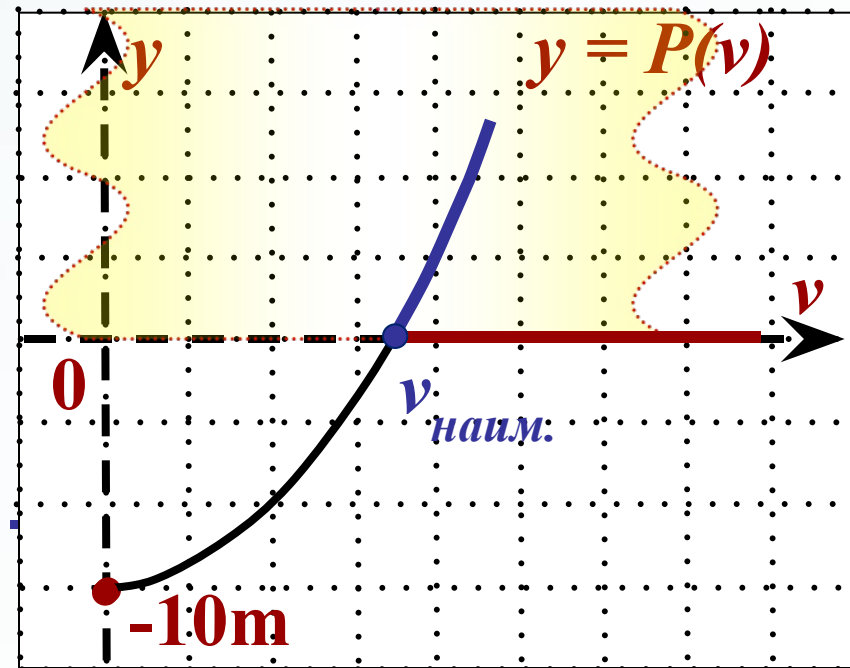
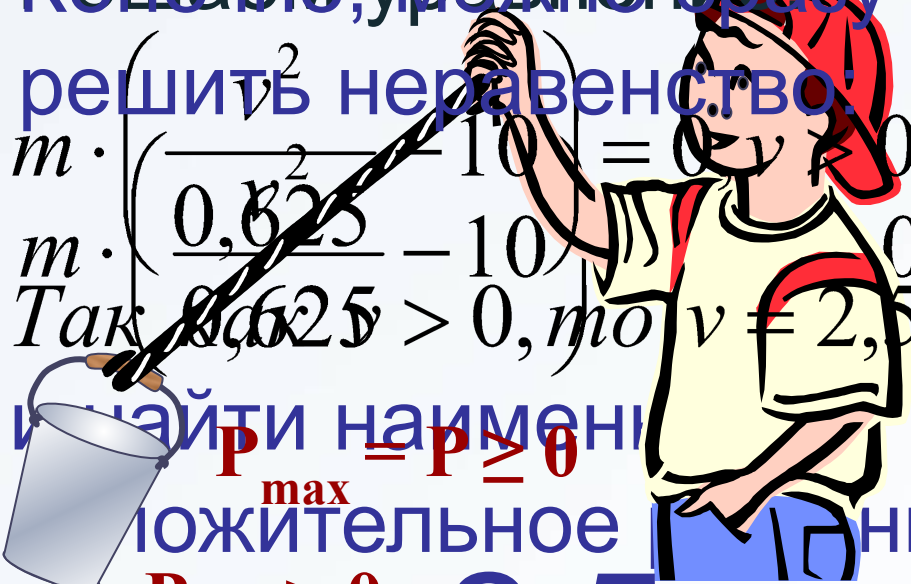
$$\text{Так как } 0,825 > 0, \text{ то } v \geq 2,5.$$

и найти наименьшее

$$P_{\text{max}} = P \geq 0$$

положительное значение.

Ответ: $v_{\text{min}} > 0$ **2,5.**



Задание В10 (№

28059)

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,4 + 9t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 3 метров?

Решение.

Функция: $h(t) = -5t^2 + 9t + 1,4$ **Данные:** $h(t) \geq 3$

Схема и чертёж:

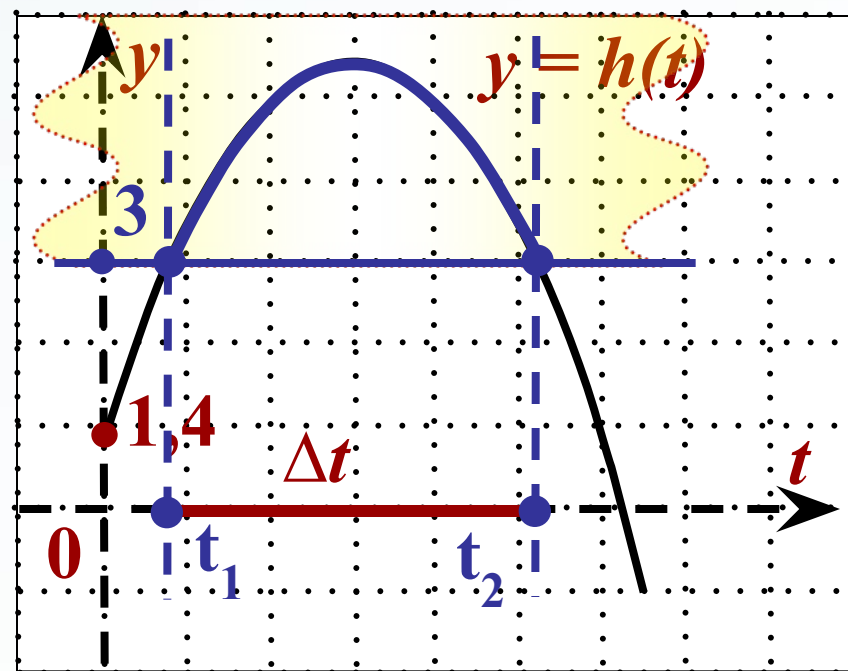
Найти $\Delta t = t_2 - t_1 \geq 0$

Решение: $h(t) = 1,4$

отрезка, на котором

оно выполняется.

Ответ: $D = 81 - 32 = 49$,
 $t_1 = 0,2, t_2 = 1,6$.



Задание В10 (№

28053)

Зависимость объёма спроса q (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 130 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$.

Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка составит не менее 360 тыс. руб.

Ответ приведите в тыс. руб.

Решение.

Решение, уравнение сразу, $r(p) = 130p - 10p^2$

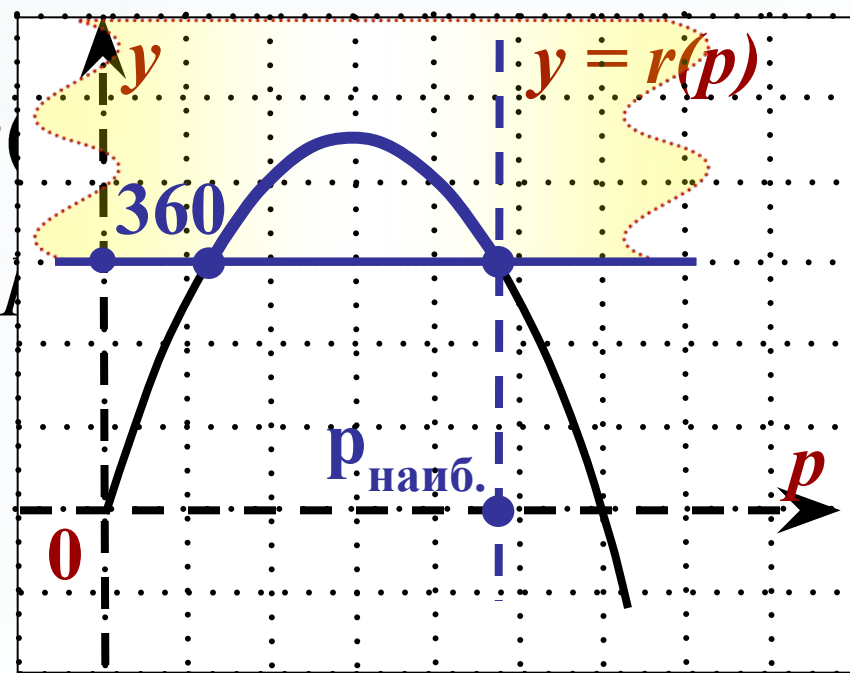
решить неравенство: $130p - 10p^2 \geq 360$

Данное уравнение решается так: $10p^2 - 130p + 360 = 0$

Ищем корни уравнения: $p_1 = 4$, $p_2 = 9$

Итак, решение: $p \in [4; 9]$

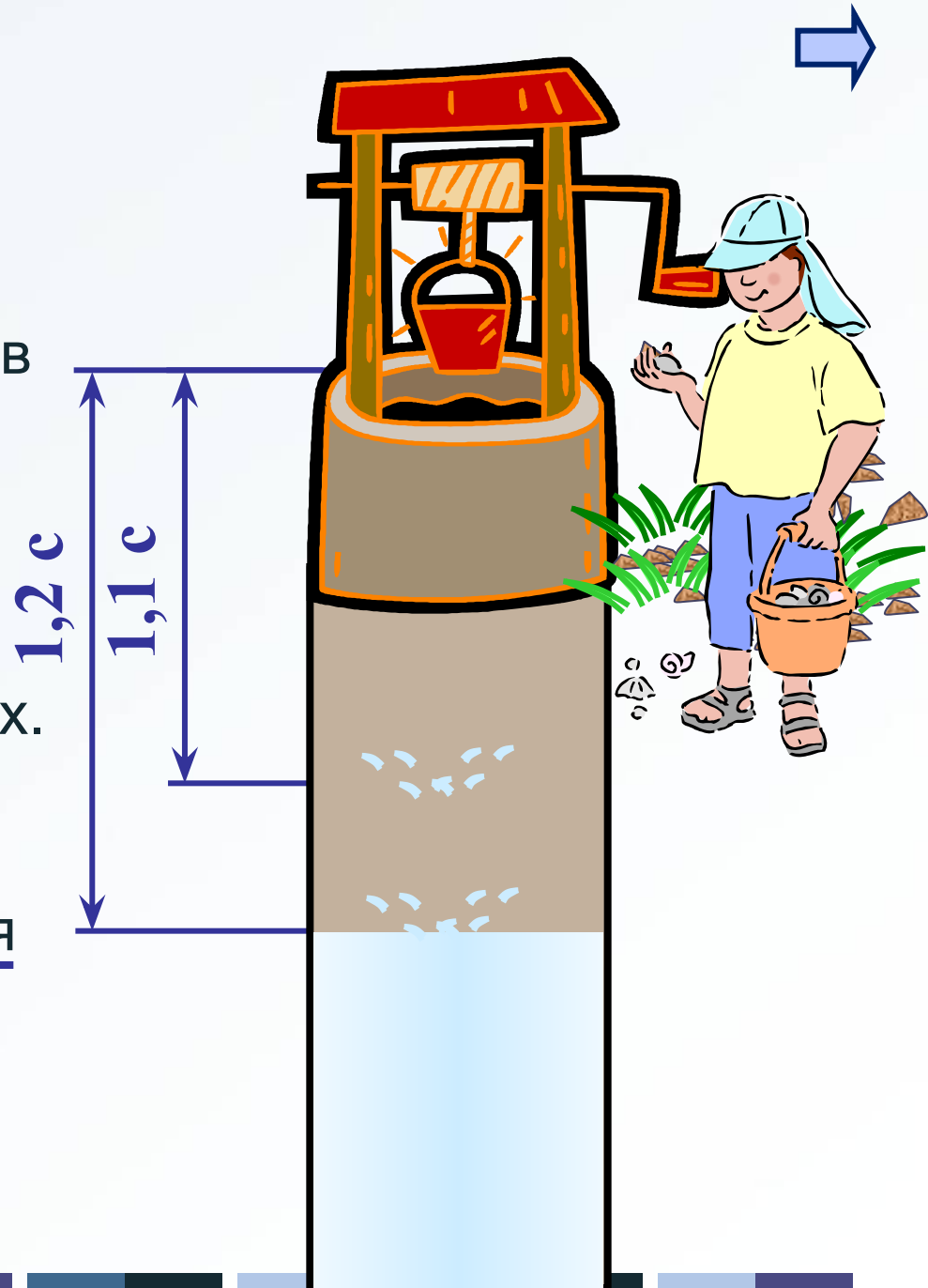
Ответ: при $r(p) \geq 360$.



Задание В10 (№

28039)

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,2 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с?



Задание В10 (№ 28039)



Решение. Функция: $h = 5t^2$

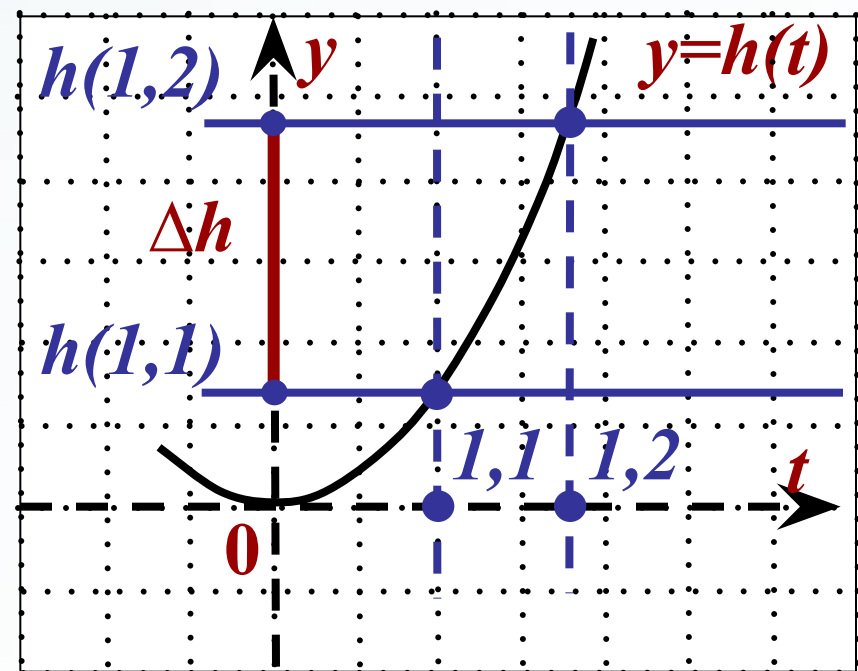
Данные: $t_{до} = 1,2$ с, $t_{изм.} = 1,1$ с.

Найти: $\Delta h = h(1,2) - h(1,1)$

$$\begin{aligned}\Delta h &= 5 \cdot 1,2^2 - 5 \cdot 1,1^2 = \\ &= 5 \cdot (1,2^2 - 1,1^2) = \\ &= 5 \cdot (1,2 - 1,1) \cdot (1,2 + 1,1) = \\ &= 5 \cdot 0,1 \cdot 2,3 = 1,15(\text{м})\end{aligned}$$

Ответ: 1,15.

Схематичный
график:



Задание В10 (№ 28027)



Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 600$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 400$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 600000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$.
Определите наименьший месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет 500000 руб.



Задание В10 (№ 28027)



Решение. Функция: $\pi(q) = 200q - v600000$

Данные: Найти: $q_{\text{наим.}}$ при $\pi(q) \geq 500000$.

$p = 600$ руб.,

$v = 400$ руб. Можно было бы сразу решить

$f = 600000$ руб. Решаем уравнение:

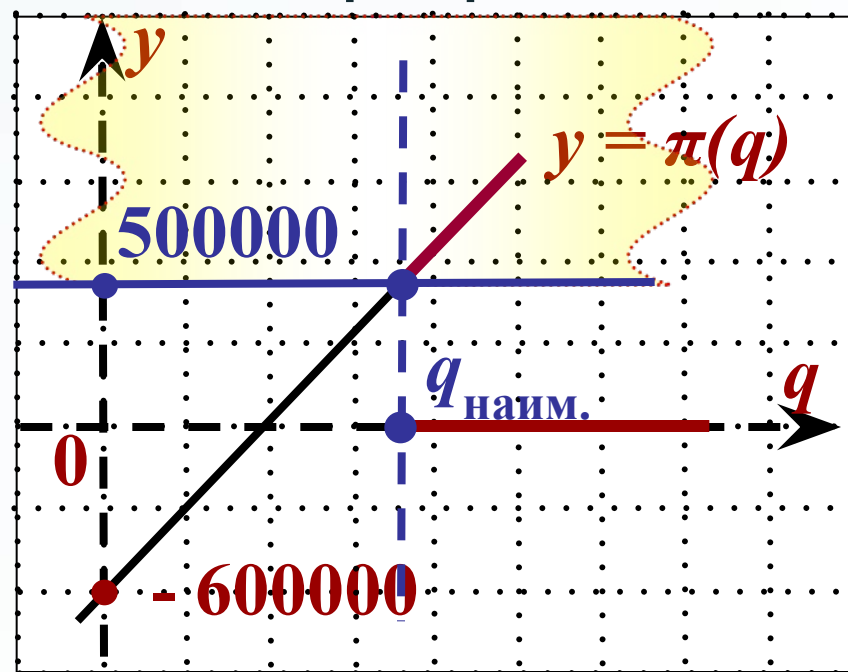
$$200q - 600000 = 500000$$

$$200q = 1100000$$

$$q_{\text{наим.}} = 5500$$

Ответ: 5500.

Схематичный график:



Задание В10 (№

28017)

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 20 \text{ м}$. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{}^{\circ}\text{C})^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Решение.

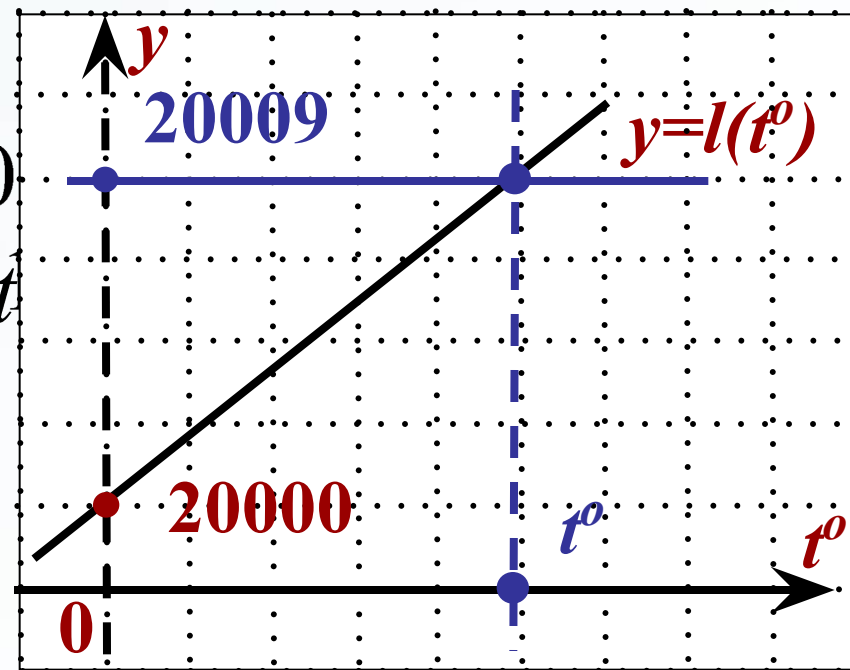
Дано: $l_0 = 20 \text{ м}$; $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{}^{\circ}\text{C})^{-1}$

Функция: $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$

$$l(t^{\circ}) = 20(1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t^{\circ}) = 20000 + 0,24 \cdot t^{\circ}$$

Найти:

$$t^{\circ} \text{ при } l(t^{\circ}) = 20009 \text{ мм}$$



Интернет-ресурсы

<http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?offset=5&posMask=512&showProto=true> - открытый банк заданий (В10)

<http://le-savchen.ucoz.ru/load/0-0-0-88-20> - коллекция картинок, автор -

Савченко Е. М.

<http://news.flexcom.ru/russia/2008/08/14/337415/> 

<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B2%D0%B5%D1%81%D1%8B&sc=20#36> 


<http://danalibmv.narod.ru/gif/02.htm> 


<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D1%8C%D0%B3%D0%B8&sc=20&ofcresset=1#576>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%87%D0%B8%D0%BA&sc=20&ofcresset=1#1104>



<http://www.xlegio.ru/onager.htm> 

<http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:%D0%A1%D0%BC%D0%BE%D1%82%D1%80%D1%96%D1%87-4%D0%9F%D0%9C1.jpg> 

http://www.free-lancers.net/posted_files/FD857AA55382.jpg 

<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B0%D0%B2%D1%82%D0%BE%D0%BC%D0%BE%D0%B1%D0%B8%D0%BB%D1%8C&sc=20#0>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B4&sc=20#348>



<http://www.montag-stankov.ru/tex/lebtyg.gif>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B7%D0%B0%D0%B2%D0%BE%D0%B4&sc=20#84>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BA%D0%BE%D0%B%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D1%86&sc=20#0>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%87%D0%B8%D0%BA&sc=20&ofcresset=1#444>



http://www.livegif.ru/archive/part1/3_1.html

<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BC%D1%8B%D1%81%D0%BB%D0%B8&sc=20#12>

