ЕГЭ 2010 mathege.ru

Открытый банк заданий

http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?posMask=512

Решение заданий ЕГЭ с применением графиков функций, уравнений, неравенств

11 класс, подготовка к ЕГЭ

I часть иллюстрированных решений

B12

Ковальчук Лариса Ивановна,
учитель математики МОУ СОШ №288
г. Заозёрска Мурманской области 2010 г.

Задачи, решаемые при помощи графика линейной функции ***(прямой):***

- тепловое расширение рельса;
- месячная прибыль предприятия.

Задачи, решаемые при помощи графика квадратичной функции ***(параболы):***

- мальчик, камешки, колодец;
- выручка предприятия при наибольшей цене;
- мяч, подброшенный вверх;
- скорость вращения ведёрка;
- частичное вытекание воды из бака;
- полное вытекание воды из бака;

Задачи, решаемые при помощи графика квадратичной функции ***(параболы):***

- камнеметательная машина;
- нагревание прибора;
- время проверки работы лебёдки;
- мотоциклист в зоне сотовой связи;
- торможение автомобиля;
- момент инерции вращающейся катушки.

Желаю удачи!!!

Задание B10 (№ 28165)

Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ *кг* и радиуса $R = 5$ *см*, и двух боковых с массами $M = 2$ *кг* и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в *кг·см*^{2}, даётся формулой

$$I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2).$$

При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 1900 *кг·см*^{2}? Ответ выразите в сантиметрах.

Задание B10 (№ 28165)

Решение. Функция: $I = 2h^2 + 20h + 150, h > 0.$

Найти: $h_{\max} > 0$ при $I \le 1900$.

Решаем уравнение:

$$1900 = 2h^2 + 20h + 150.$$

$$2h^2 + 20h - 1750 = 0, \quad |:2$$

$$h^2 + 10h - 875 = 0.$$

$$D = 10^2 + 4 \cdot 875 = 100 + 3500 = 300 = 60^2.$$

$$h = \frac{-10 \pm 60}{2} = -35, 25.$$

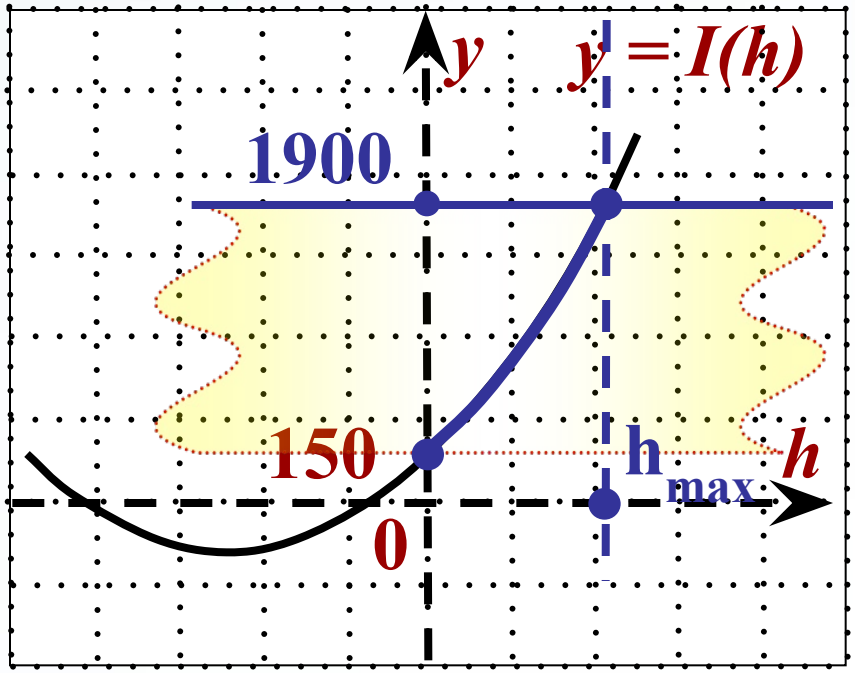
(большой корень)

Конечно, можно сразу решить неравенство:

$$2h^2 + 20h + 150 \le 1900$$

и найти наибольшее положительное решение.

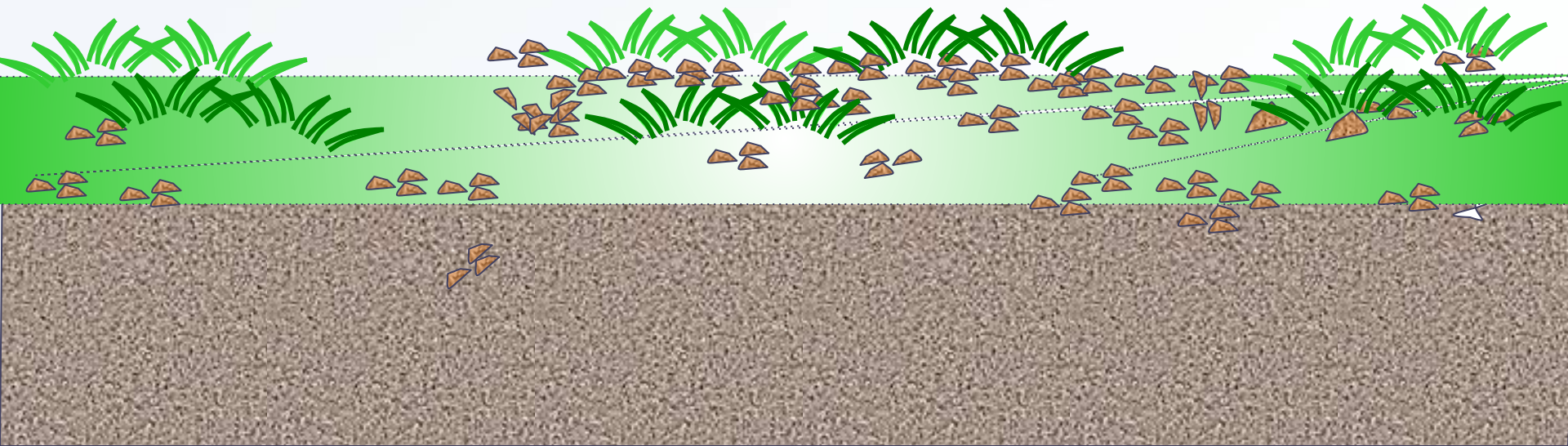
Схематичный график:



Ответ: 35.

Задание B10 (№ 28147)

Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 24$ *м/с*, начал торможение с постоянным ускорением $a = 3$ *м/с*^{2}. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ *(м)*. Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал *90 метров*. Ответ выразите в секундах.



Задание B10 (№ 28147)

Решение. Функция: $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$.

Найти: $t > 0$ при $S = 90$.

Решаем уравнение:

Данные:

$v_0 = 24,$

$a = 3.$

$$90 = 24t - \frac{3t^2}{2}.$$

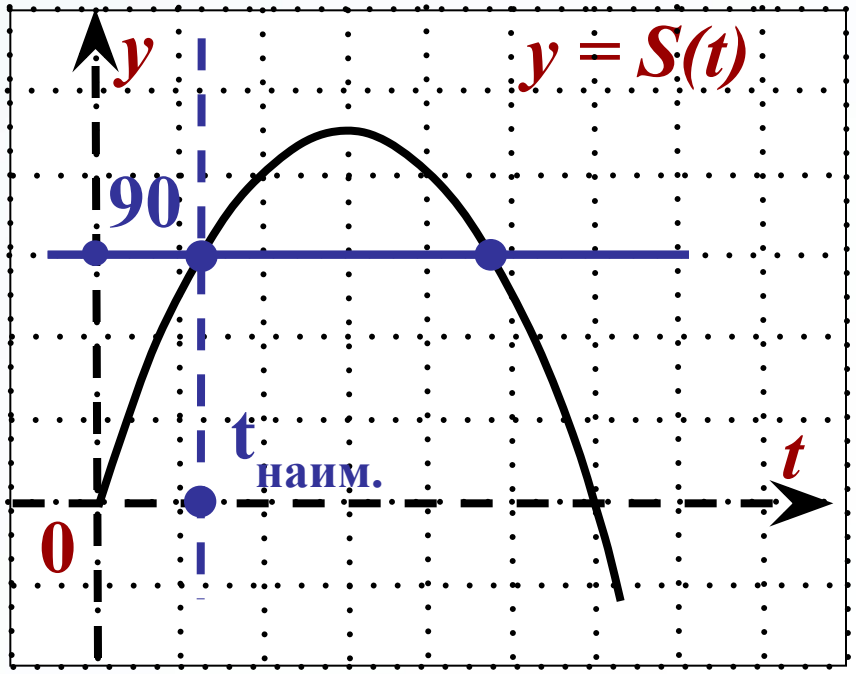
$$\frac{3}{2}t^2 - 24t + 90 = 0, |:3$$

$$\frac{1}{2}t^2 - 8t + 30 = 0, |\times 2$$

$$t^2 - 16t + 60 = 0.$$

$t_1 = 10, t_2 = 6 - t_{наим.}$ (меньший корень)

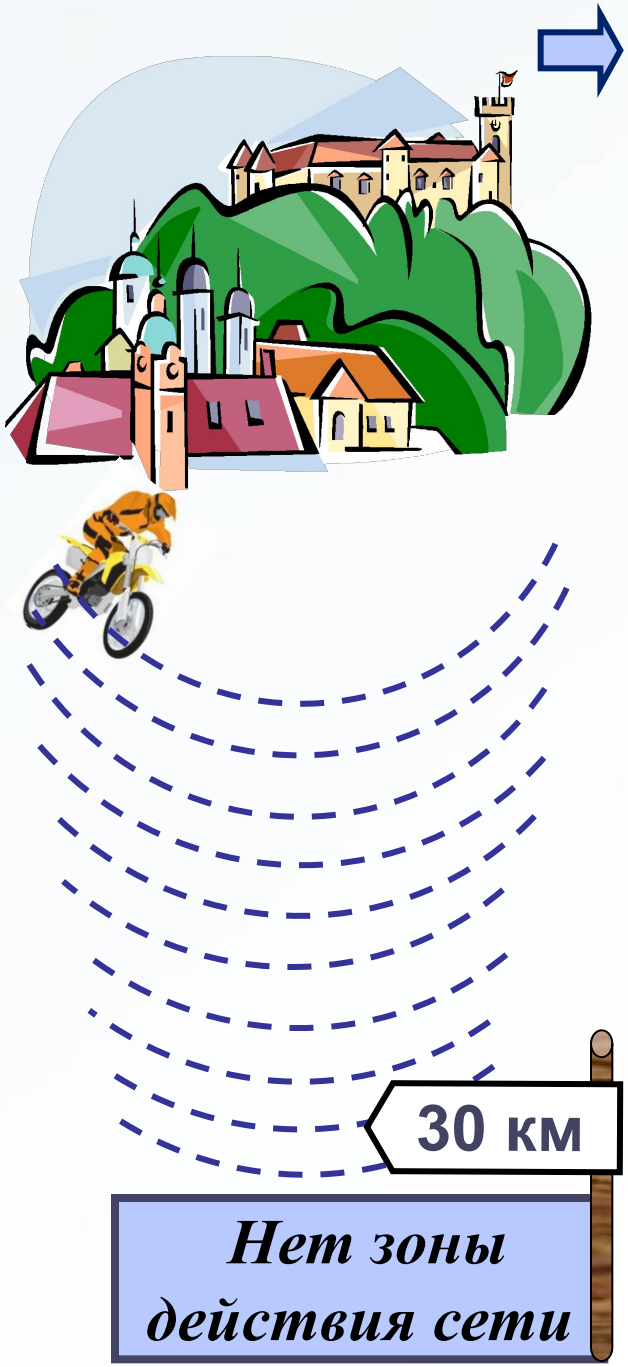
Схематичный график:



Ответ: 6.

Задание В10 (№ 28135)

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57$ *км/ч*, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ *км/ч*^{2}. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в *30 км* от города. Ответ выразите в минутах.



Задание В10 (№ 28135)

Решение. Функция: $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$.

Данные: $v_0 = 57$, $a = -12$.

Найти: $t_{наиб.} > 0$ при $S \le 30$.

Решаем уравнение:

$30 = 57t - 6t^2$.

$6t^2 - 57t + 30 = 0, \mid :3$

$2t^2 - 19t + 10 = 0$.

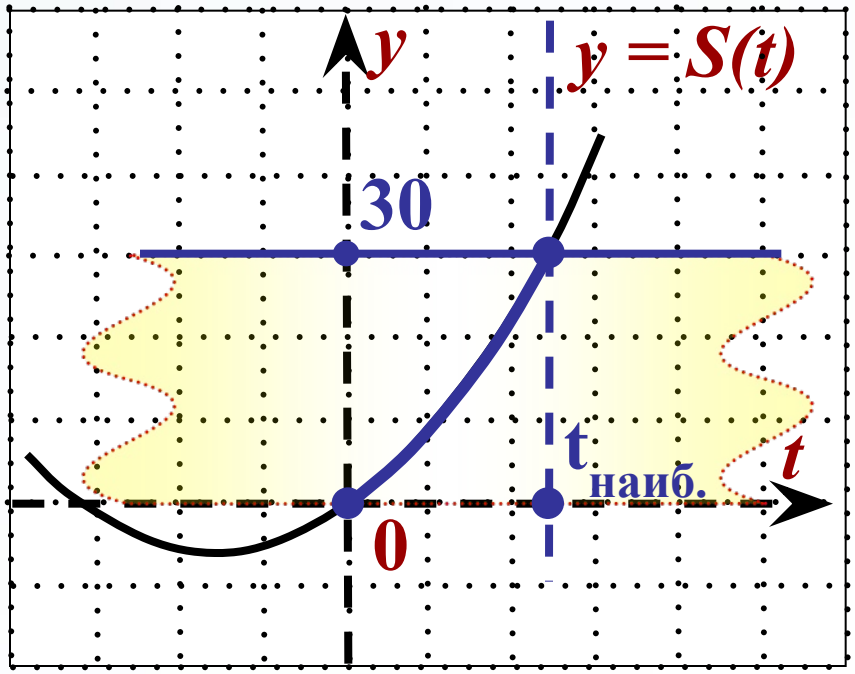
$D = 19^2 - 4 \cdot 10 \cdot 2 = 361 - 80 = 281 = 21^2$.

$t_1 = 10, t_2 = 0,5$ (второй корень – лишний).

$t_{наиб.} = 30$ (мин.)

Конечно, можно сразу решить неравенство: найти наибольшее положительное решение.

Схематичный график:



Ответ: 30.

Задание B10 (№ 28125)

Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 75^0/мин$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 10^0/мин^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 2250^0. Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

Лебёдка — механизм, тяговое усилие которого передается посредством каната, цепи, троса или иного гибкого элемента от приводного барабана.

Задание B10 (№ 28125)

Решение. Функция: $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$.

Найти: $t_{наиб.} > 0$ при $\varphi \le 2250$.

Данные: $\omega = 75$, $\beta = 10$.

Решаем уравнение:

$$2250 = 75t + 5t^2.$$

$$5t^2 + 75t - 2250 = 0 \quad |:5$$

$$t^2 + 15t - 450 = 0.$$

$$D = 15^2 + 4 \cdot 450 = 45^2.$$

$$t_1 = -30, \quad t_2 = 15.$$

$t_{наиб.}$ (берем наибольшее положительное решение) $= 15$.

Конечно, можно сразу решить неравенство: и найти наибольшее положительное решение.

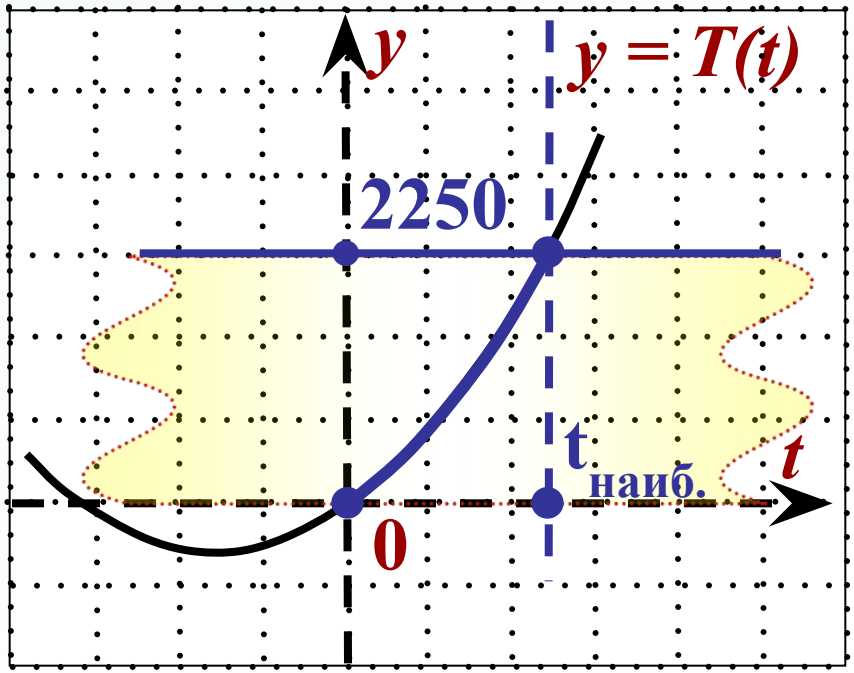
$$= 5^2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 5^2 \cdot 2 =$$

$$= 5^2 \cdot 3^2 (1 + 4 \cdot 2) =$$

$$= 5^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 = 45^2.$$

Ответ: 15.

Схематичный график:



Задание B10 (№ 28115)

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1450$ К, $a = -12{,}5$ К/мин^2, $b = 175$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

Пирометр — прибор для бесконтактного измерения температуры тел.

Задание B10 (№ 28115)

Решение. Функция: $T(t) = T_0 + bt - at^2$

Данные: $T_0 = 1450,$ $b = 175,$ $a = 12,5$

Найти: $t_{наиб.} > 0$ *при* $T(t) \le 1750.$

Решаем уравнение:

$$1750 = 1450 + 175t - 12,5t^2$$

$$12,5t^2 - 175t + 300 = 0, \quad |\times 2$$

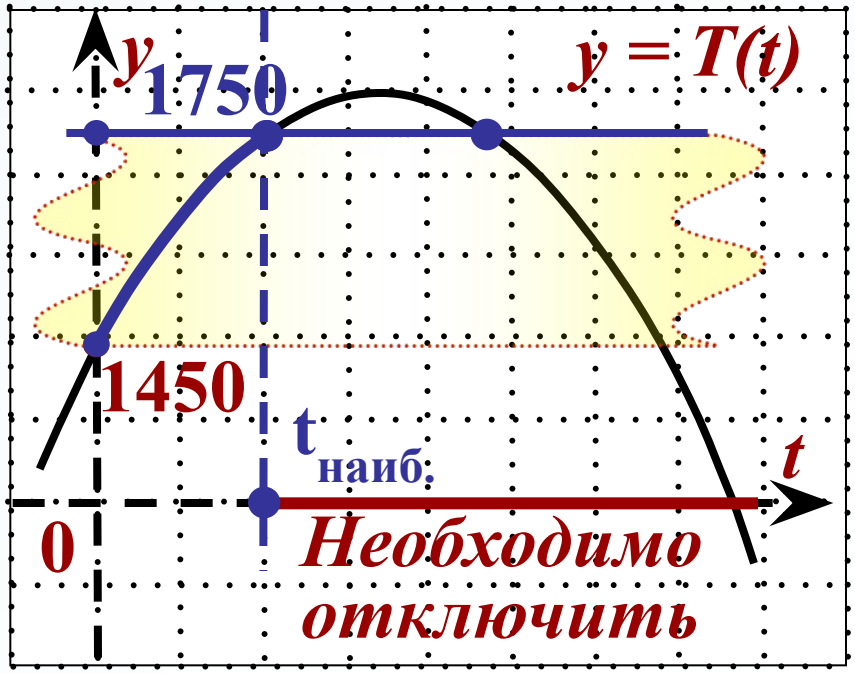
$$25t^2 - 350t + 600 = 0, \quad |:25$$

$$t^2 - 14t + 24 = 0,$$

$$t_1 = 10, t_2 = 4 - t_{наиб.}$$

(*меньший корень*)

Схематичный график:



Ответ: 4.

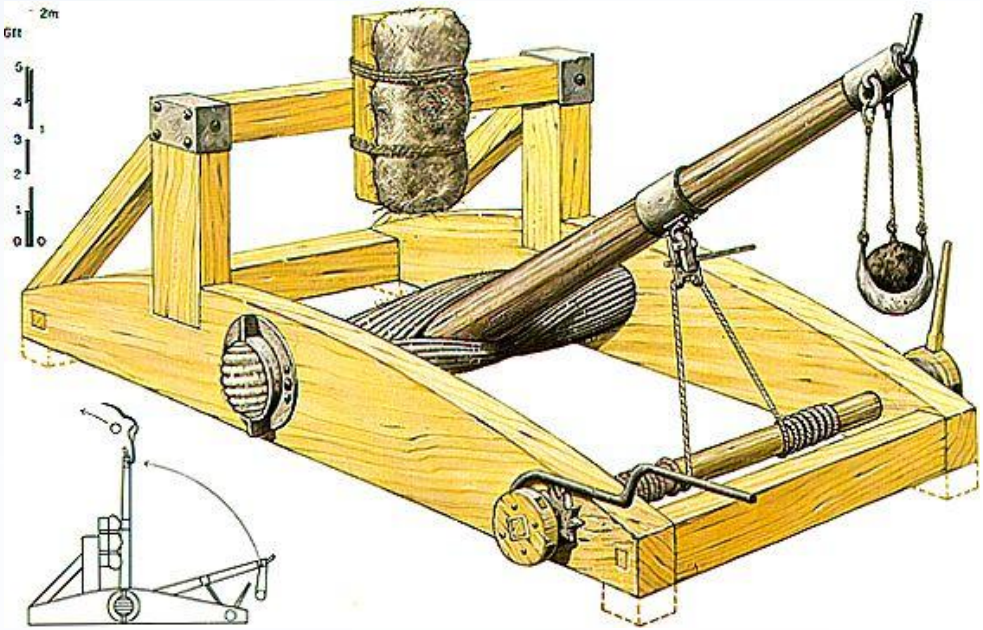
Задание В10 (№ 28105)

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$,

где $a = \frac{-1}{60}$ $м^{-1}$, $b = \frac{7}{6}$ — постоянные параметры,

x *(м)* — смещение камня по горизонтали, y *(м)* — высота камня над землёй.

На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой *9 м* нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее *1* метра?



Задание B10 (№ 28105)

Решение. Функция: $y(x) = ax^2 + bx + \frac{7}{6}x.$

Найти: x *при* $y(x) \geq 10.$

Решаем уравнение:

$$a = -\frac{1}{60},\quad b = \frac{7}{6}$$

$$-\frac{1}{60}x^2 + \frac{7}{6}x = 10.$$

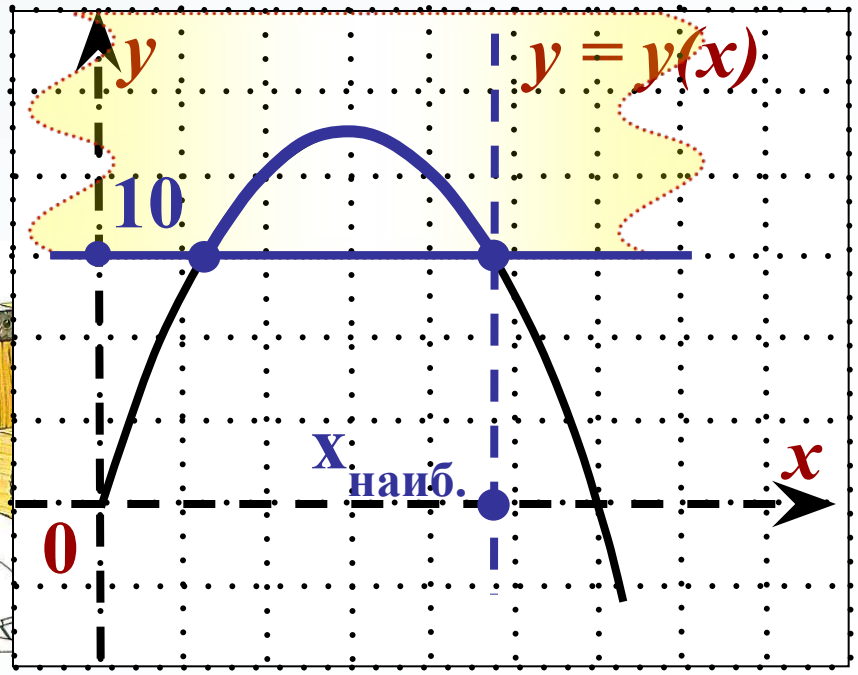
$$x^2 - 70x + 600 = 0,$$

$$x_1 = 10,\ x_2 = 60 = x_{наиб.}$$

Конечно, можно сразу приступить к решению уравнения.

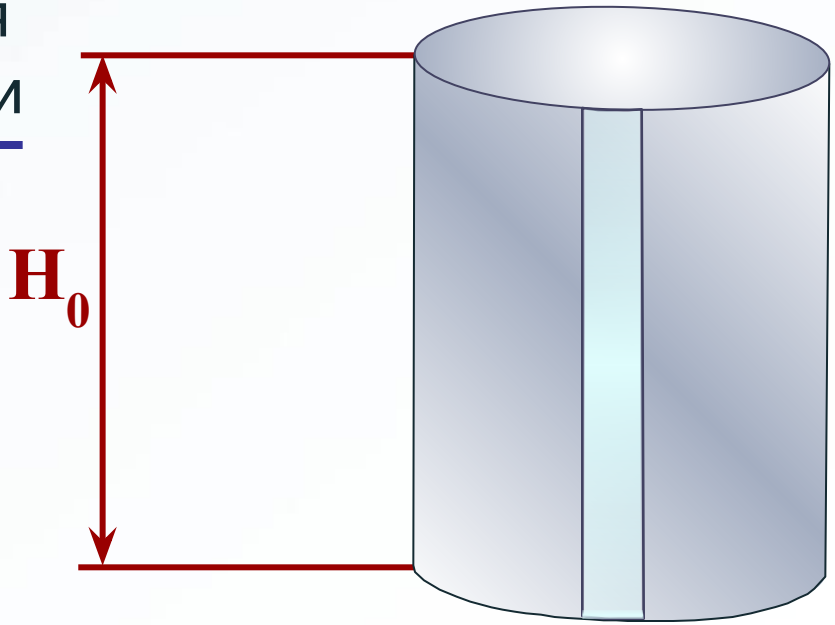
Ответ: 60.

Схематичный график:



Задание B10 (№ 28091)

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 + bt + at^2$, где $H_0 = 2$ *м* — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{50}$ *м/мин*^{2}, $b = \frac{-2}{5}$ *м/мин*, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.



Задание B10 (№ 28091)

Решение. Функция: $H(t) = H_0 + bt + at^2$

Дано: $H_0 = 2\ м,$ $a = -\frac{1}{50},$ $b = \frac{2}{5}.$

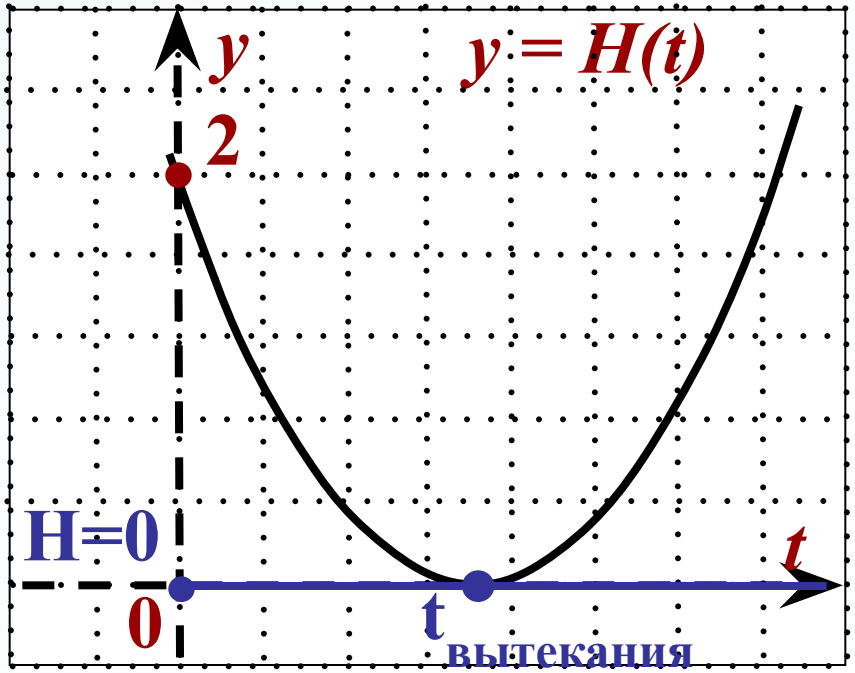
Найти: $t\ при\ H(t) = 0.$

Решаем уравнение:

$$2 + \frac{2}{5}t - \frac{1}{50}t^2 = 0,$$

$$(100 - 20t + t^2) = 0 \Rightarrow t = 10.$$

Схематичный график:



Конечно, можно сразу приступить к решению уравнения.

Ответ: 10.

Задание B10 (№ 28081)

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $k = \frac{1}{200}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, $H_0 = 5$ *м* — начальная высота столба воды, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ *м/с*^{2}). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

Задание B10 (№ 28081)

Решение. Функция: $H(t) = 5 - \frac{1}{20}t + \frac{1}{8000}t^2$

Решаем уравнение:

$$\frac{1}{20}t - \frac{1}{8000}t^2 = 5.$$

$$400t - t^2 = 10000.$$

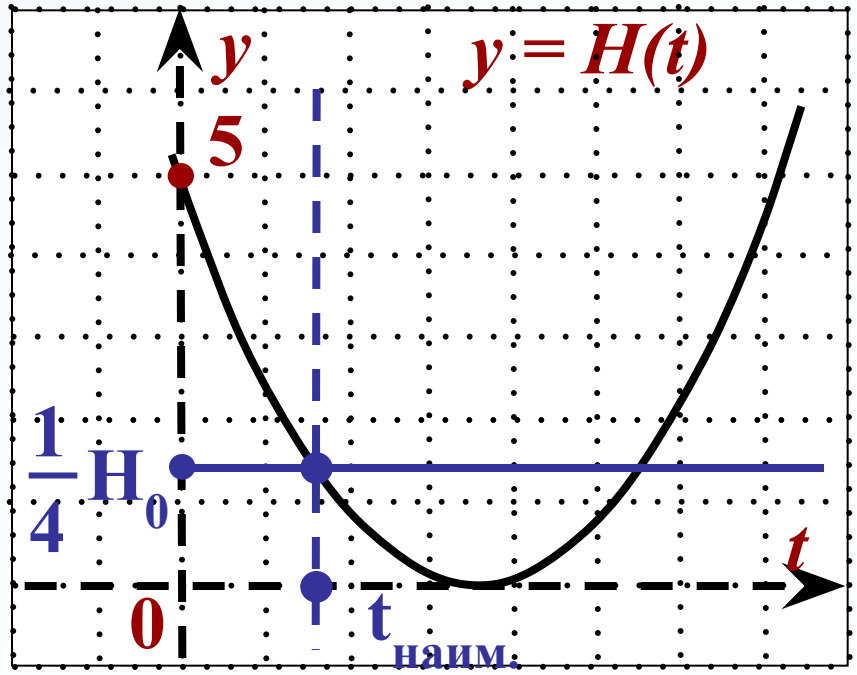
$$t^2 - 400t + 10000 = 0.$$

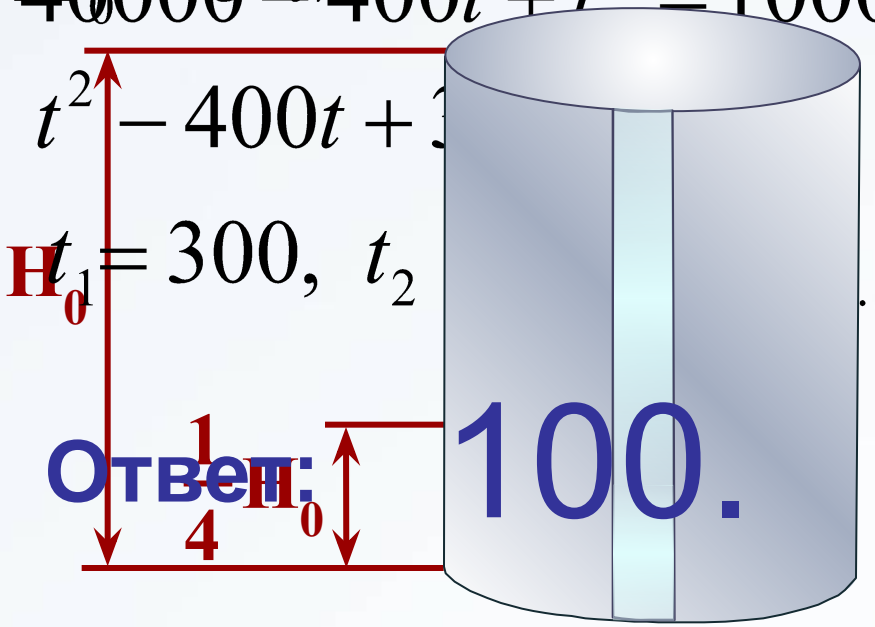
$$t_1 = 300, \quad t_2 = 100.$$

Найти: $H(t)$ при t_0.

$$H(t) = H_0 - kt + \frac{g}{2}k^2t^2.$$

Схематичный график:





Ответ: 100.

Задание B10 (№ 28071)

Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m\left(\frac{v^2}{L} - g\right)$, где m — масса воды в килограммах, v — скорость движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте, $g = 10\ м/с^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна $62{,}5\ см$? Ответ выразите в $м/с$.

Задание B10 (№ 28071)

Решение. Данные: $g = 10\ м/с^2$, $L = 0{,}625\ м$

Функция: $P = m \cdot \left(\frac{v^2}{0{,}625} - 10 \right), m > 0, v > 0.$

Найти: $v_{наим.} > 0$ при $P \geq 0$.

Решаем уравнение:

$m \cdot \left(\frac{v^2}{0{,}625} - 10 \right) = 0, v > 0.$

$m \cdot \left(\frac{v^2}{0{,}625} - 10 \right) = 0,$

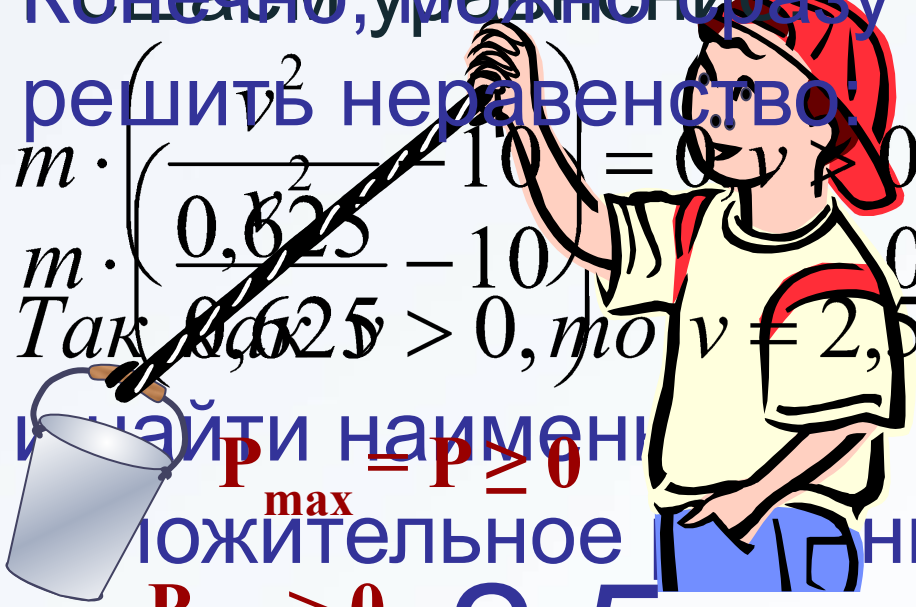
Так как $v > 0$, то $v = 2{,}5$.

Решаем уравнение сразу решить неравенство:

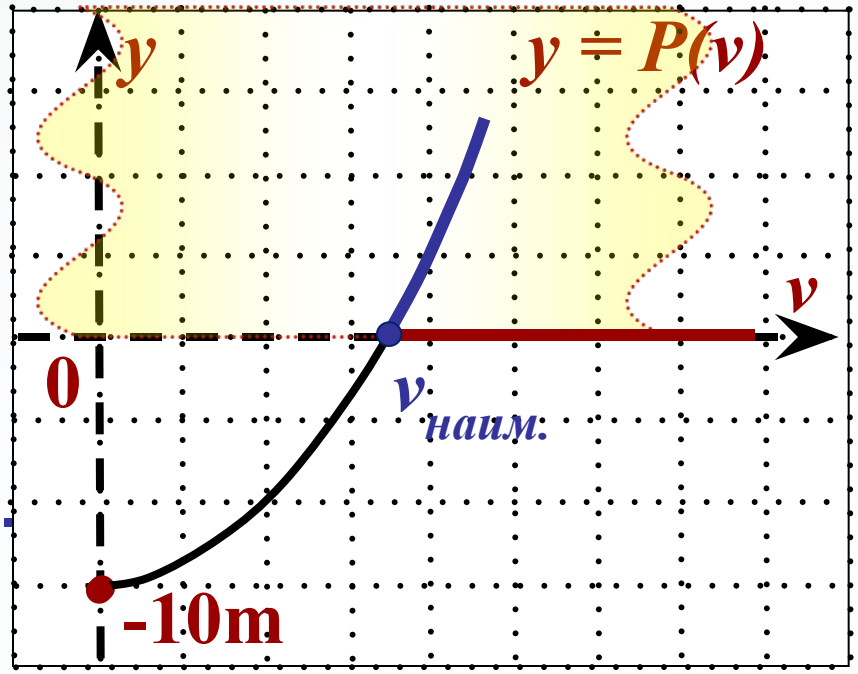
найти наименьшее положительное решение.

$P_{max} = P \geq 0$

$P_{min} > 0$



Схематичный график:



Ответ: 2,5.

Задание В10 (№ 28059)

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1{,}4 + 9t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее *3 метров*?

Решение.

Конечно, можно сразу решать неравенство:

$$-5t^2 + 9t + 1{,}4 \geq 3$$

Решим уравнение:

$$-5t^2 + 9t + 1{,}4 = 3.$$

$$5t^2 - 9t + 1{,}6 = 0,$$

$$D = 81 - 32 = 49,$$

$$t_1 = 0{,}2, \quad t_1 = 1{,}6.$$

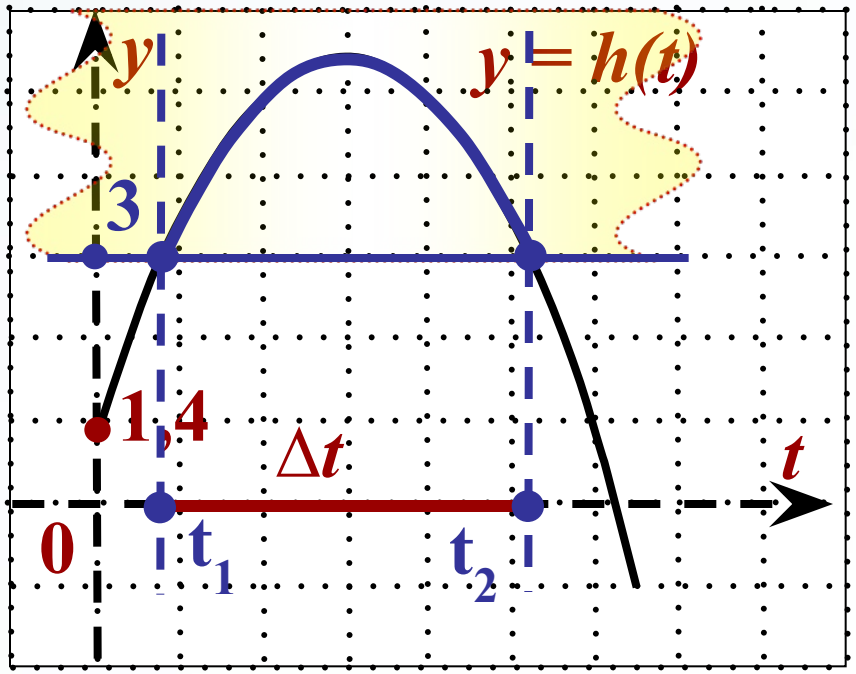
Функция: $h(t) = -5t^2 + 9t + 1{,}4$ Данные: $h(t) \geq 3$

Схематичный график:

Найти: $\Delta t = t_2 - t_1$

Решение: $\Delta t = 1{,}6 - 0{,}2 = 1{,}4$

Распределительный: определить длину отрезка, на котором оно выполняется.



Ответ: 1,4.

Задание В10 (№ 28053)

Зависимость объёма спроса ***q*** ***(тыс. руб.)*** на продукцию предприятия-монополиста от цены ***p*** ***(тыс. руб.)*** задаётся формулой $q = 130 - 10p$. Выручка предприятия за месяц ***r (в тыс. руб.)*** вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену ***p***, при которой месячная выручка составит не менее ***360 тыс. руб***. Ответ приведите в тыс. руб.

Решение.

Решение, можно сразу решить неравенство:

Данное уравнение, $r(p) = (130 - 10p)p$, $r(p) = 130p - 10p^2$, $r(p) = -10p^2 + 130p$.

Ужасно, $p^2 - 13p + 36 = 0$, $p_1 = 4$, $p_2 = 9$.

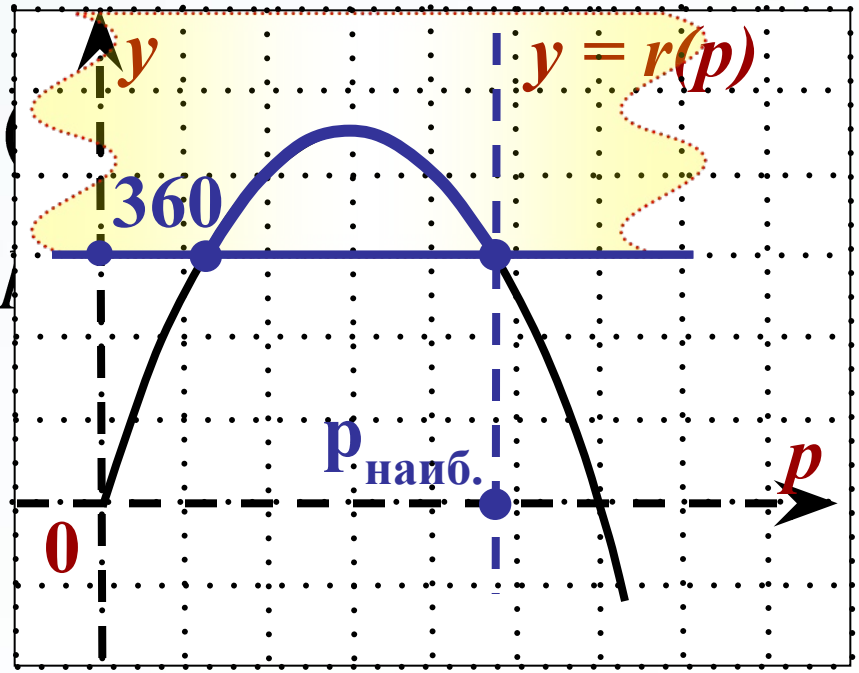
Но $p_{наиб.} = 9$.

$p_{наиб.} = 9$ при $r(p) \geq 360$.

$-10p^2 + 130p \geq 360$

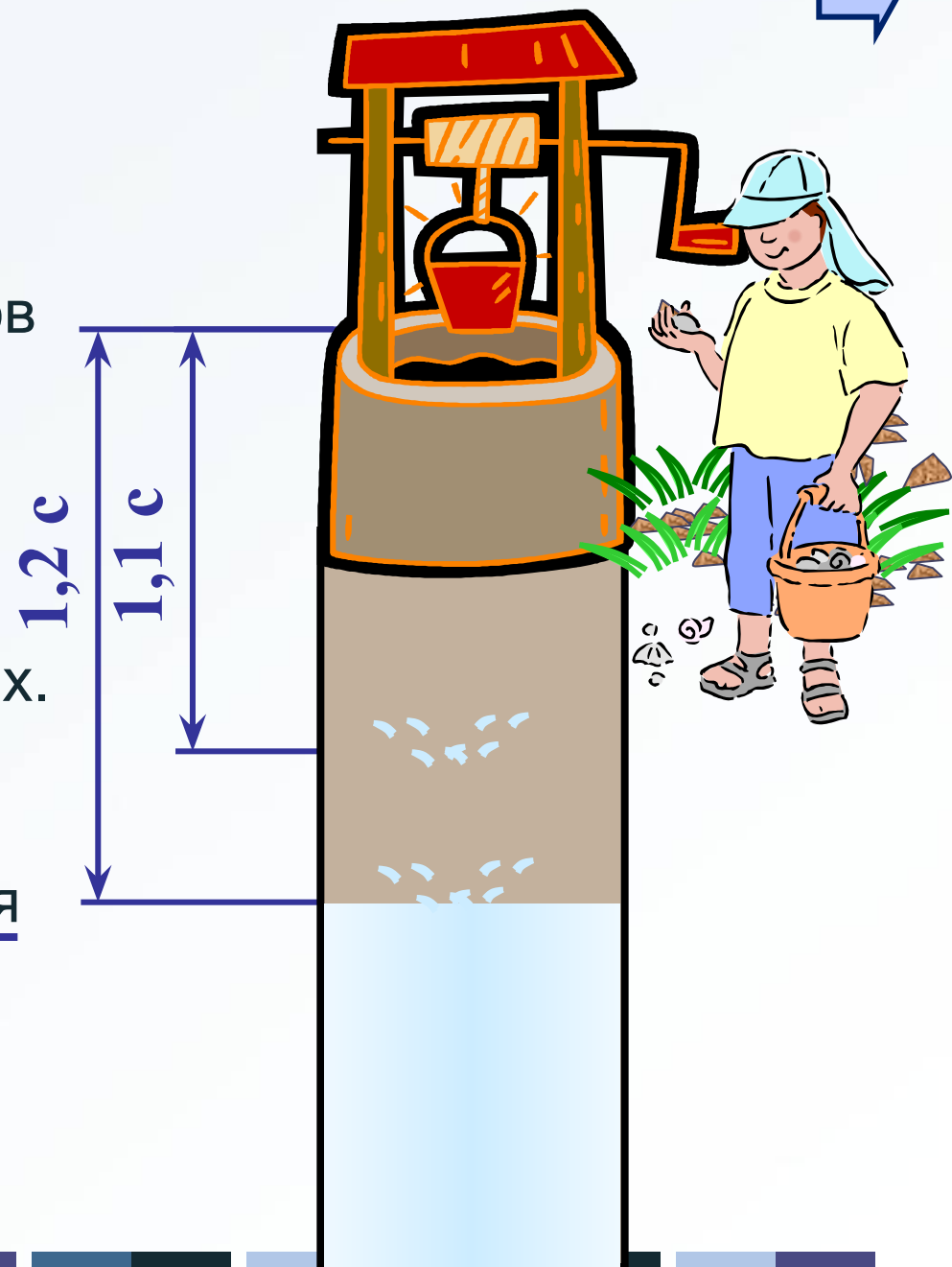
и найти наибольшее:

Ответ: 9.



Задание B10 (№ 28039)

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло $1{,}2$ с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на $0{,}1$ с?



Задание B10 (№ 28039)

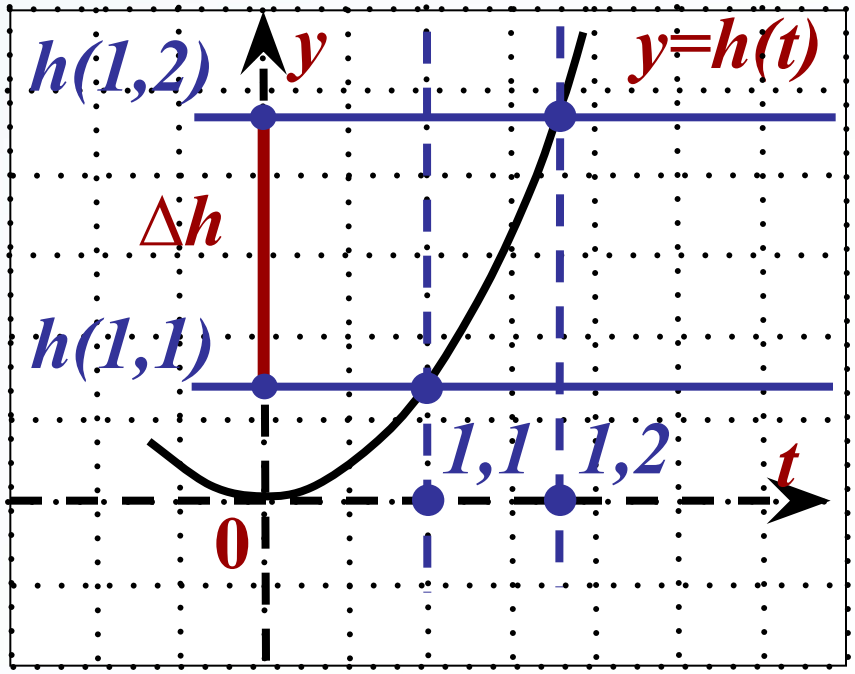
Решение. Функция: $h = 5t^2$

Данные: $t_{до} = 1{,}2\ c,\ t_{изм.} = 1{,}1\ c.$

Найти: $\Delta h = h(1{,}2) - h(1{,}1)$

$$\Delta h = 5 \cdot 1{,}2^2 - 5 \cdot 1{,}1^2 =$$
$$= 5 \cdot (1{,}2^2 - 1{,}1^2) =$$
$$= 5 \cdot (1{,}2 - 1{,}1) \cdot (1{,}2 + 1{,}1) =$$
$$= 5 \cdot 0{,}1 \cdot 2{,}3 = 1{,}15(м)$$

Схематичный график:



Ответ: 1,15.

Задание В10 (№ 28027)

Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 600$ *руб.* за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 400$ *руб.*, постоянные расходы предприятия $f = 600000$ *руб.* в месяц. Месячная операционная прибыль (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объём производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 500000 *руб.*

Задание B10 (№ 28027)

Решение. Функция: $\pi(q) = q(p - v) - f$

Данные: Найти: $q_{наим.}$ $при$ $\pi(q) \geq 500000.$

$p = 600\,руб.,$

$v = 400\,руб.,$

$f = 600000\,руб.$

Можно было бы сразу решить неравенство:

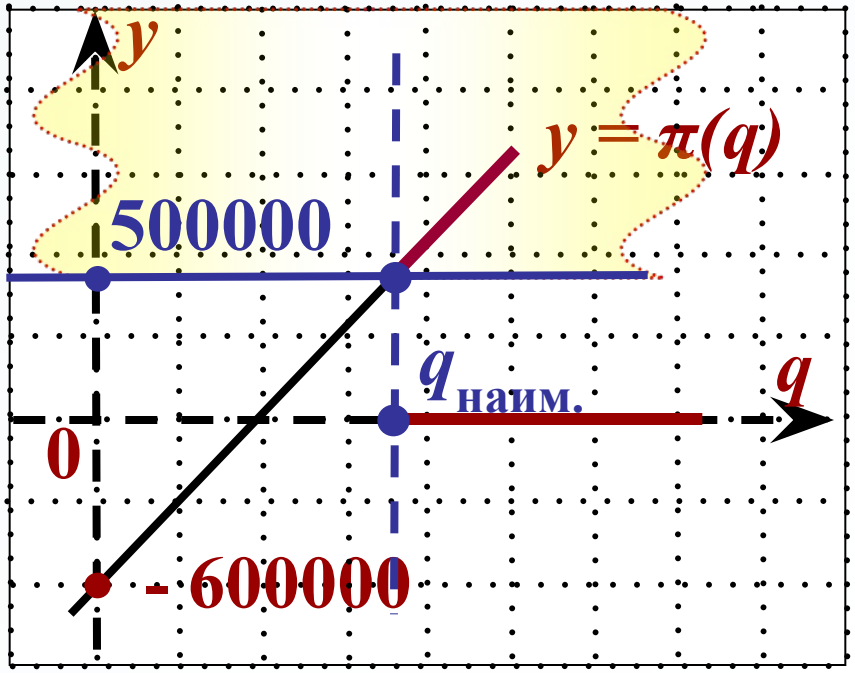
Решаем уравнение:

$$200q - 600000 = 500000$$

$$200q = 600000 + 500000$$

$$q_{наим.} = 5500$$

Схематичный график:



Ответ: 5500.

Задание B10 (№ 28017)

При температуре 0^oC рельс имеет длину $l_o = 20\ м$. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^o) = l_0(1+\alpha \cdot t^o)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} (^oC)^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t^o - температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на $9\ мм$? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Решение.

Дано: $l_0 = 20\ м$

$\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5} (^oC)^{-1}$

$l(t^0) = l_0(1+\alpha \cdot t^0)$

Найти: t^0 при $l(t^0) = 20009\ мм$

Переведем l_0 в мм: $l_0 = 20\ м = 20000\ мм$

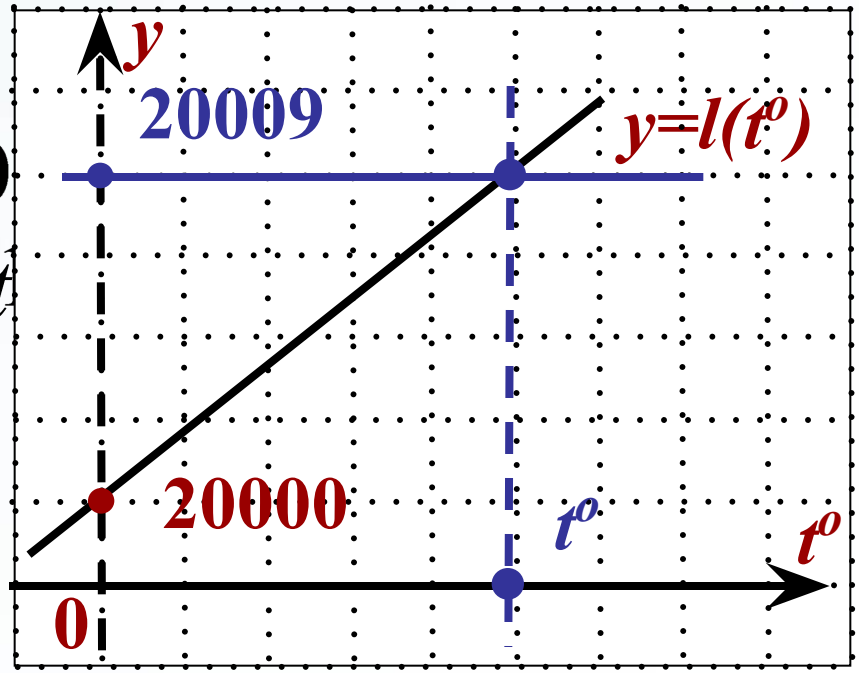
Получаем: $l(t^0) = 20000(1+1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot t^0)$

Формула: $20009 = 20000(1+1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot t^0)$

$l(t^0) = 20000 + 0{,}24 \cdot t^0$

$t^0 = \frac{20009 - 20000}{0{,}24} = \frac{9}{0{,}24} = 37{,}5^oC$

37,5



Интернет-ресурсы

http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?offset=5&posMask=512&showProto=true - открытый банк заданий (B10)

http://le-savchen.ucoz.ru/load/0-0-0-88-20 - коллекция картинок, автор - Савченко Е. М.

http://news.flexcom.ru/russia/2008/08/14/337415/

http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B2%D0%B5%D1%81%D1%8B&sc=20#36

http://danalibmv.narod.ru/gif/02.htm

http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D1%8C%D0%B3%D0%B8&sc=20&ofcresset=1#576

http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%87%D0%B8%D0%BA&sc=20&ofcresset=1#1104

http://www.xlegio.ru/onager.htm

http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:%D0%A1%D0%BC%D0%BE%D1%82%D1%80%D1%96%D1%87-4%D0%9F%D0%9C1.jpg

http://www.free-lancers.net/posted_files/FD857AA55382.jpg

http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B0%D0%B2%D1%82%D0%BE%D0%BC%D0%BE%D0%B1%D0%B8%D0%BB%D1%8C&sc=20#0

http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B4&sc=20#348

http://www.montag-stankov.ru/tex/lebtyg.gif

http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B7%D0%B0%D0%B2%D0%BE%D0%B4&sc=20#84

http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D1%86&sc=20#0

http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%87%D0%B8%D0%BA&sc=20&ofcresset=1#444

http://www.livegif.ru/archive/part1/3_1.html

http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BC%D1%8B%D1%81%D0%BB%D0%B8&sc=20#12