

**ЕГЭ**

**2010**

mathege.ru

**Открытый банк заданий**

[http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?  
posMask=512](http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?posMask=512)

***Решение заданий ЕГЭ  
с применением  
графиков функций,  
уравнений, неравенств***

***B12***

**11 класс, подготовка к ЕГЭ**

**I часть иллюстрированных решений**

**Ковальчук Лариса Ивановна,**


**учитель математики МОУ СОШ №288**

**г. Заозёрска Мурманской области 2010 г.**


# Задачи, решаемые при помощи графика линейной функции (*прямой*):


- тепловое расширение рельса;
- месячная прибыль предприятия.






Задачи, решаемые при помощи графика  
квадратичной функции (*параболы*):

- мальчик, камешки, колодец;
  - выручка предприятия при  
наибольшей цене;
  - мяч, подброшенный вверх;
  - скорость вращения ведёрка;
  - частичное вытекание воды из бака;
  - полное вытекание воды из бака;
- 



Задачи, решаемые при помощи графика  
квадратичной функции (*параболы*):

- камнеметательная машина;
  - нагревание прибора;
  - время проверки работы лебёдки;
  - МОТОЦИКЛИСТ В ЗОНЕ СОТОВОЙ СВЯЗИ;
  - торможение автомобиля;
  - момент инерции вращающейся катушки.
- 



*Желаю  
удачи!!!*

# Задание В10 (№ 28165)



Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трёх однородных соосных цилиндров: центрального массой  $m = 8 \text{ кг}$  и радиуса  $R = 5 \text{ см}$ , и двух боковых с массами  $M = 2 \text{ кг}$  и с радиусами  $R + h$ . При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в  $\text{кг} \cdot \text{см}^2$ , даётся формулой

$$I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2).$$

При каком максимальном значении  $h$  момент инерции катушки не превышает предельного значения  $1900 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$  ?

Ответ выразите в сантиметрах.

# Задание В10 (№

28165)

Решение. Функция:  $I = 2h^2 + 20h + 150, h > 0$ .

Дано: Найти  $\frac{(8h+4)M^2}{n_{\max}} \geq 0$  при  $(\sum R h^2)^2$ .

уравнение:  $22$

$$1900 = 2h^2 + 20h + 150.$$

Конечно можно сразу  $2h^2 + 20h - 1750 = 0, | :2$

решить неравенство:  $h^2 + 10h - 875 = 0$ .

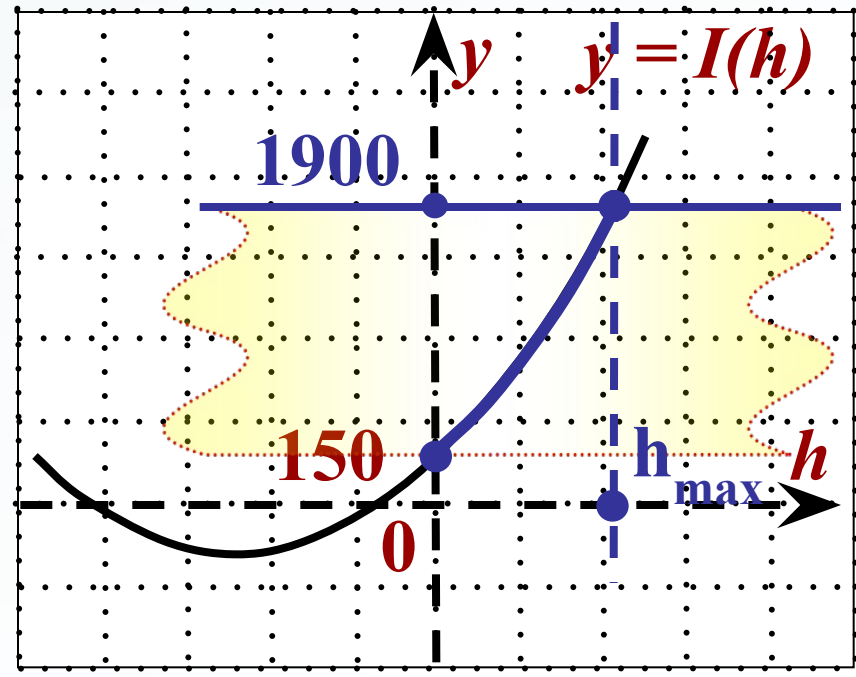
$$h^2 + 10h - 875 = 0 \Rightarrow h = 10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot 875} = 10 \pm 60$$

(большой корень)  $\Rightarrow h = 70$

положительное решение.  $= 300 = 60^2$ .

Ответ: **35.**

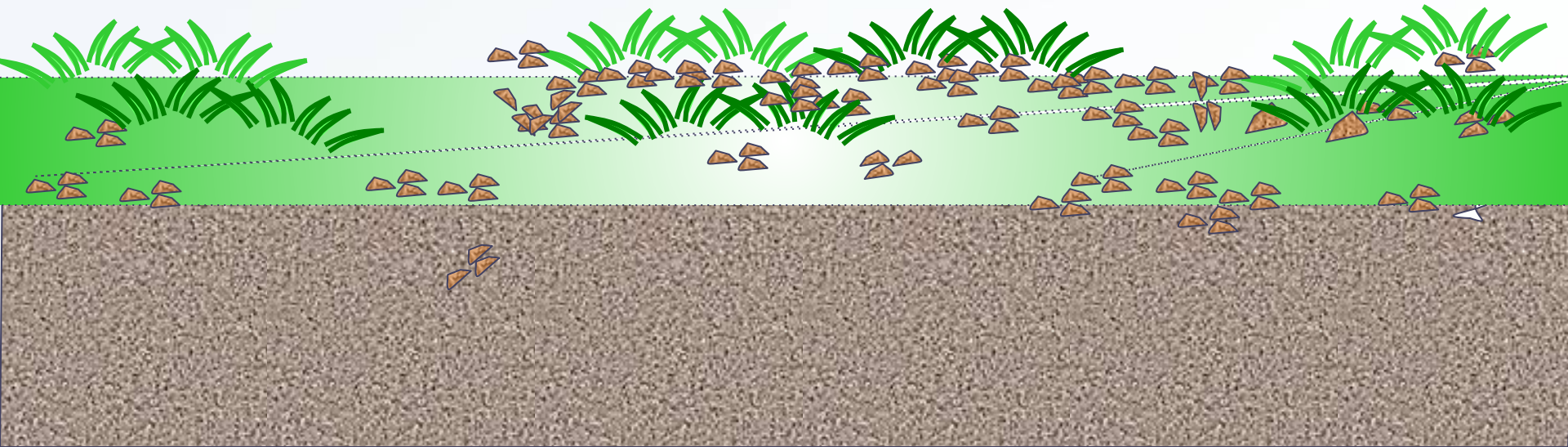
Схематичный график:



# Задание В10 (№ 28147)



Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 24 \text{ м/с}$ , начал торможение с постоянным ускорением  $a = 3 \text{ м/с}^2$ . За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 90 метров. Ответ выразите в секундах.





# Задание В10 (№

28147)

Решение. Функция:

$$S = 24t - \frac{3t^2}{2}$$

Дано: Найти:

$$t > 0 \text{ при } S = 90.$$

уравнение:

$$90 \equiv 24t - \frac{3t^2}{2}$$

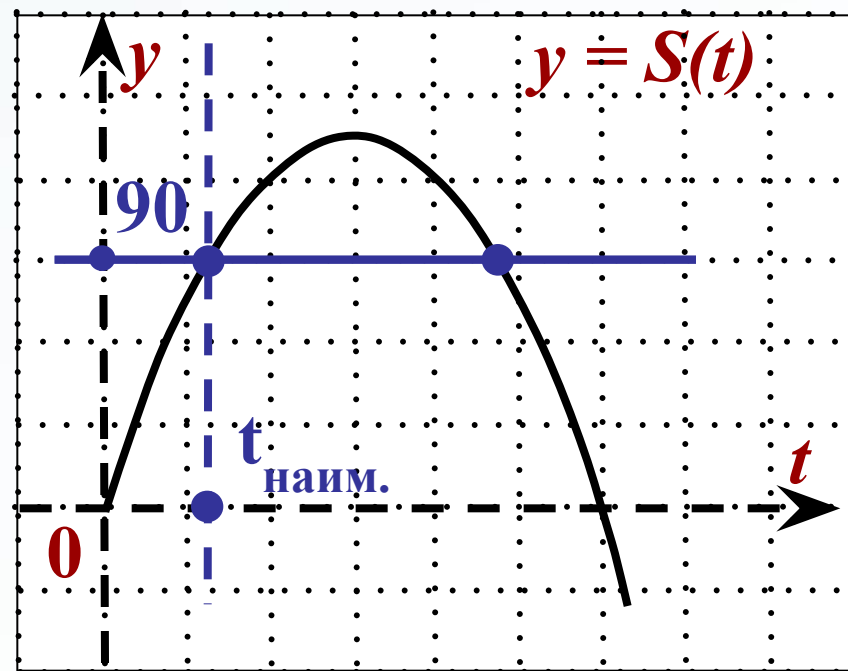
$$\frac{3}{2}t^2 - 24t + 90 = 0, | :3$$

$$t_1 = 10, t_2 = 6 - t_{\text{наим.}}$$

$$t^2 - 16t + 60 = 0.$$

Ответ: 6.

Схематичный график:



# Задание В10 (№

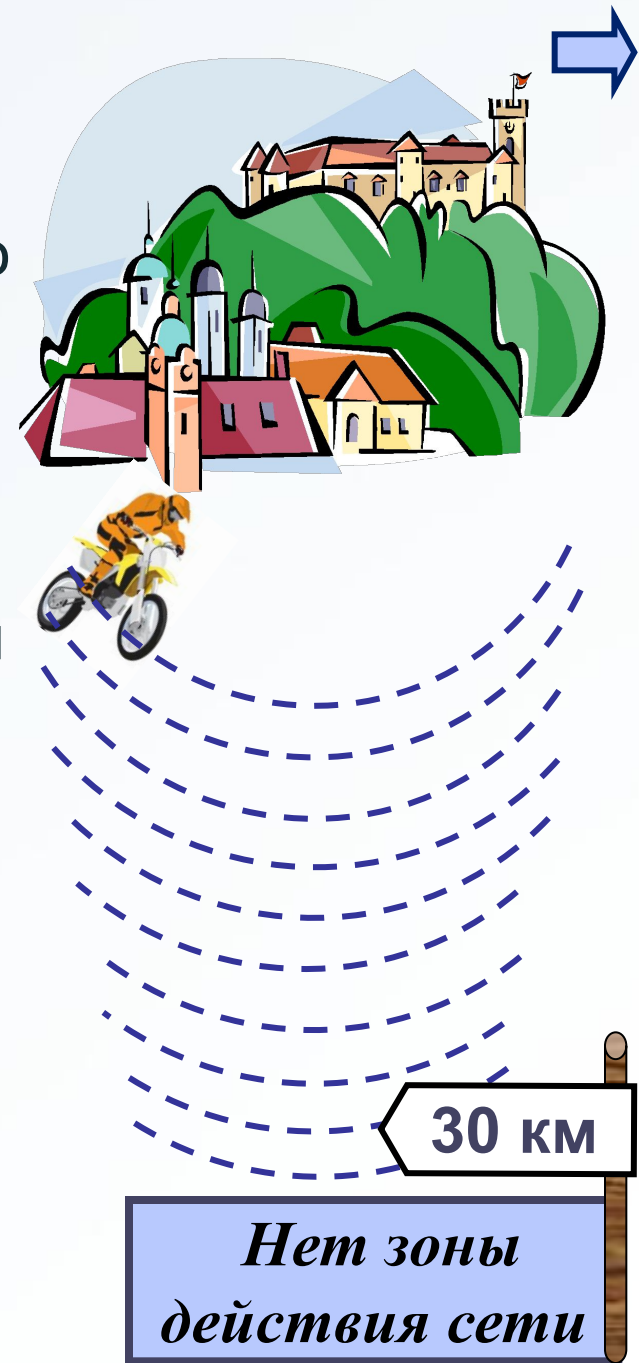
## 28135)

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 57 \text{ км/ч}$ , выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением

$a = 12 \text{ км/ч}^2$ . Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением

$S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне

функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в  $30 \text{ км}$  от города. Ответ выразите в минутах.



# Задание В10 (№

28135)

Решение.

Функция:

$$S = 57t + \frac{6t^2}{2}$$

Дано:

Найти:

$$t_{\text{наиб.}} > 0 \text{ при } S \leq 30.$$

уравнение:

$$30 = 57t + 6t^2.$$

Конец, можно сразу

решить неравенство:

$$6t^2 + 57t - 30 \leq 0 \Rightarrow t_{\text{наиб.}} = 1.$$

(большее)

положительное

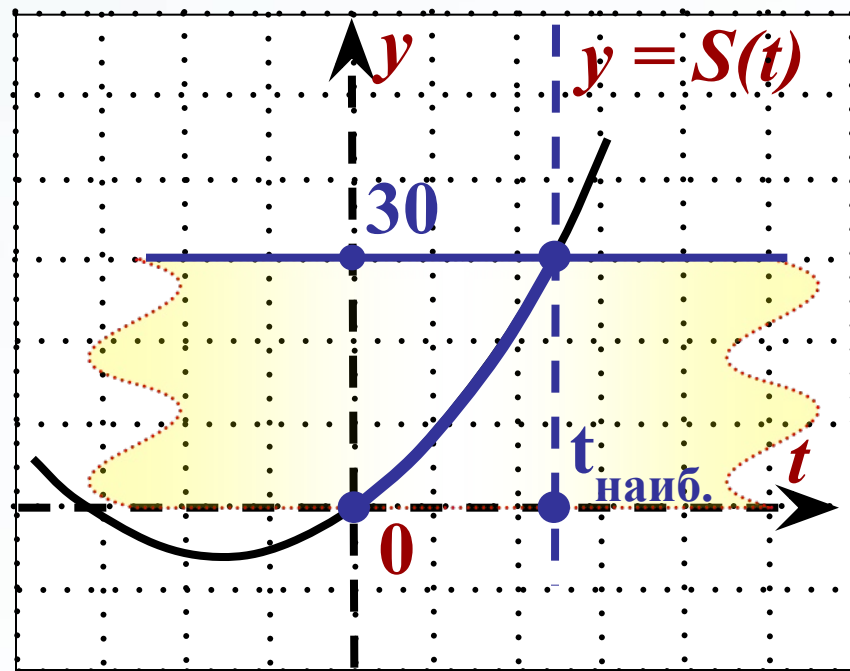
решение.

Ответ:

30.



Схематичный график:



## Задание В10 (№ 28125)



Для сматывания кабеля на заводе используют лебёдку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $t$  — время в минутах,  $\omega = 75^\circ/\text{мин}$  — начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 10^\circ/\text{мин}^2$  — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки  $\varphi$  достигнет  $2250^\circ$ . Определите время после начала работы лебёдки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.



**Лебёдка** — механизм, тяговое усилие которого передается посредством каната, цепи, троса или иного гибкого элемента от приводного барабана.

# Задание В10 (№

28125)

Решение.

Функция:

$$\varphi = 75t + \frac{\beta t^2}{2}$$

Дано:

Найти:  $t_{\text{наиб.}} > 0$  при  $\varphi \leq 2250$ .

уравнение:

$$2250 \leq 75t + 5t^2.$$

Конечно, можно сразу  
решить неравенство:

$$5t^2 + 75t - 2250 \leq 0$$

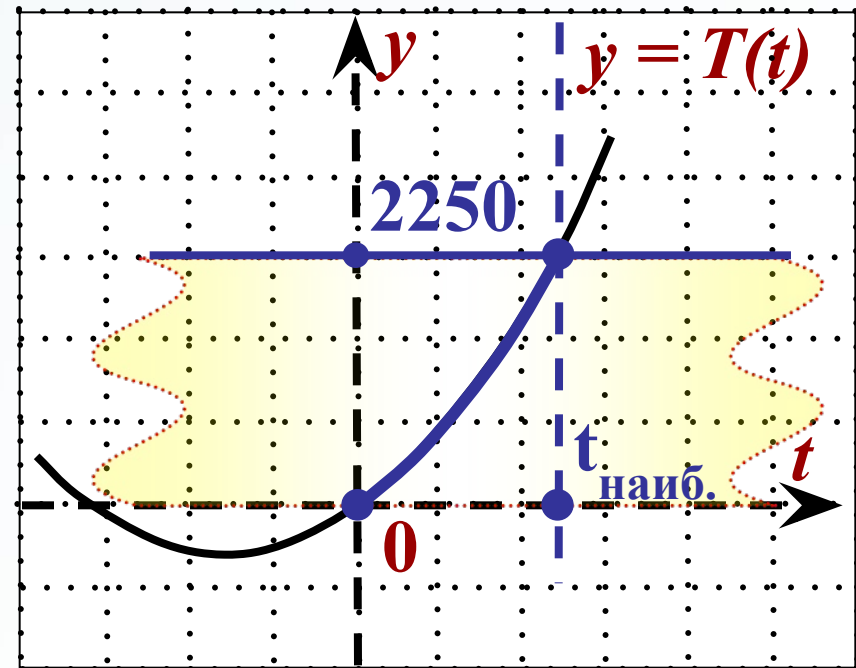
(быстро найти наибольшее

положительное

решение:  $t = 15$ .)

Ответ: **15.**

Схематичный  
график:



# Задание В10 (№ 28115)



Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  — время в минутах,  $T_0 = 1450 \text{ K}$ ,  $a = -12,5 \text{ K/мин}^2$ ,  $b = 175 \text{ K/мин}$ . Известно, что при температуре нагревателя свыше  $1750 \text{ K}$  прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

**Пирометр** — прибор для бесконтактного измерения температуры тел.



# Задание В10 (№

28115)

Решение. Функция:  $T(t) = 1450 + 175t - 12,5t^2$

Дано: Найти:  $t_{\text{наиб.}} > 0$  при  $T(t) \leq 1750$ .

уравнение:

$$1450 = 1450 + 175t - 12,5t^2$$
$$12,5t^2 - 175t + 300 = 0, \quad | \times 2$$

$$25t^2 - 350t + 600 = 0, \quad | : 25$$

$$t^2 - 14t + 24 = 0,$$

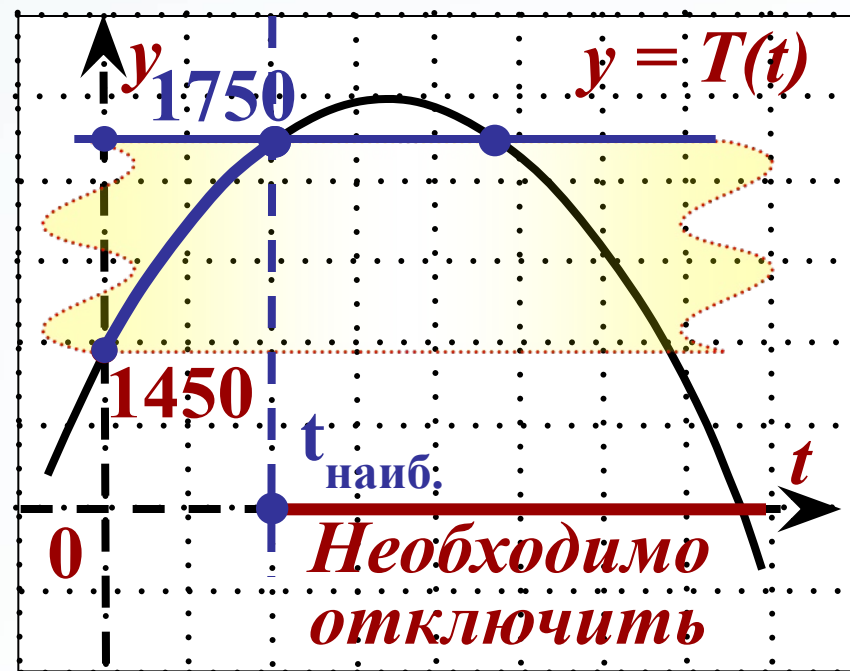
$$t_1 = 10, t_2 = 4 - t_{\text{наиб.}}$$

(меньший корень)

Ответ:

4.

Схематичный график:



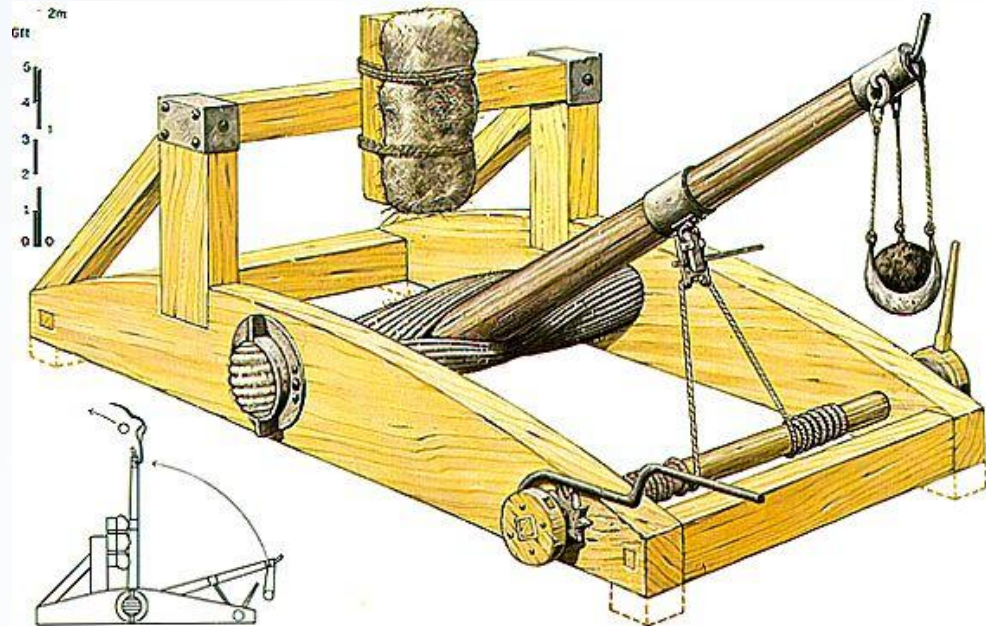


# Задание В10 (№ 28105)



Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полёта камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = \frac{-1}{60} \text{ м}^{-1}$ ,  $b = \frac{7}{6}$  — постоянные параметры,  $x$  (м) — смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) — высота камня над землёй.

На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 9 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?





# Задание В10 (№

28105)

Решение.

Функция:  $y(x) = ax^{\frac{1}{2}} + bx^2 + \frac{7}{6}x$ .

Дано:

Найти:  $x$  при  $y(x) \geq 10$ .

уравнение:

$$a = \frac{1}{60}, \quad \frac{7}{6}x = 10.$$

$$b = \frac{1}{60}, \quad x^2 + 70x + 600 = 0,$$

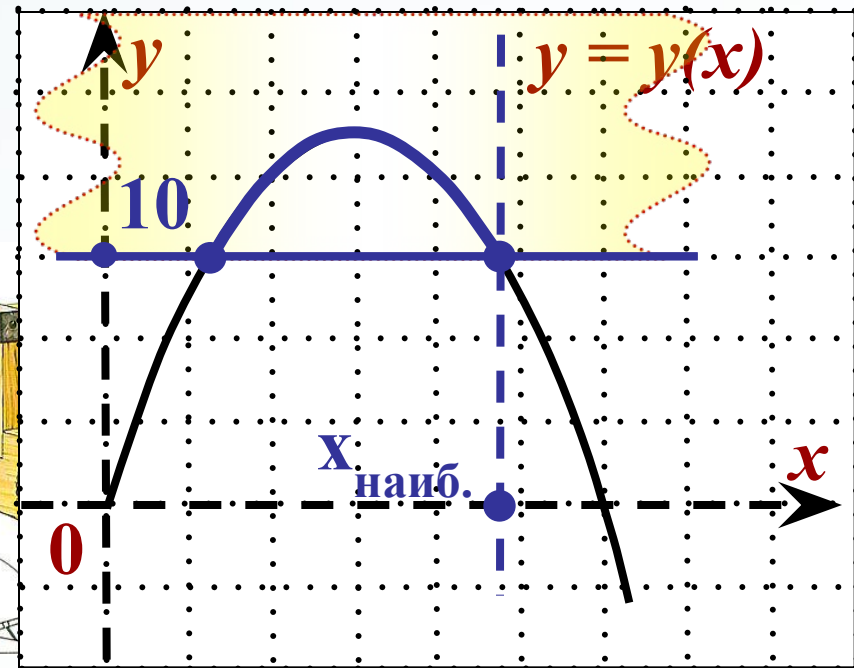
$$x_1 = 10, \quad x_2 = 60 = x_{\text{наиб.}}$$

Конечно, можно сразу приступить к решению уравнения.

Ответ:

60.

Схематичный график:



## Задание В10 (№ 28091)

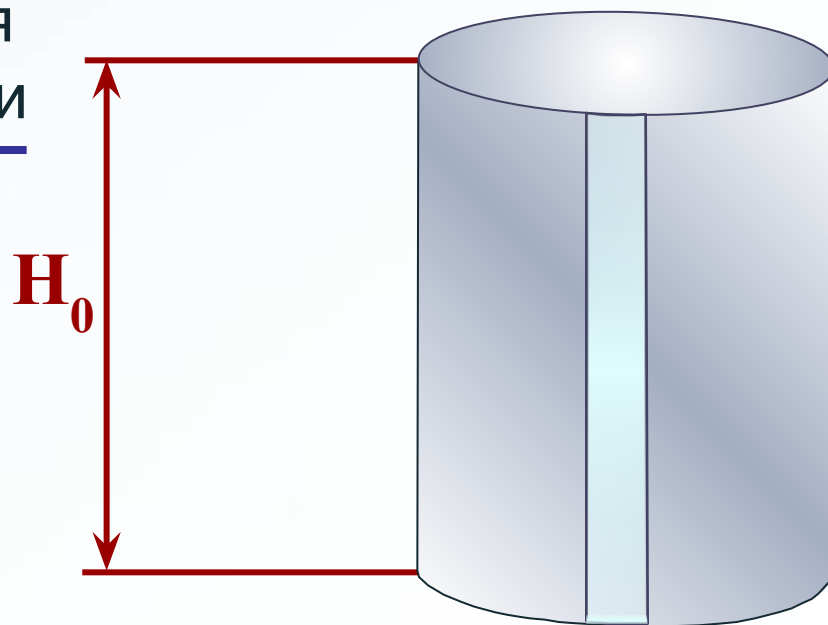


В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$H(t) = H_0 + bt + at^2$ , где  $H_0 = 2$  м — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{50}$  м/мин<sup>2</sup>,  $b = \frac{-2}{5}$  м/мин,  $t$  — время в минутах,

прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака?

Ответ приведите в минутах.



# Задание В10 (№ 28091)



Решение.

Функция:

$$H(t) = 2H_0 \frac{2}{5}bt + \frac{1}{50}at^2$$

Дано:

Найти:  $t$  при  $H(t) = 0$ .

уравнение:

$$H_0 = 2 \text{ м,}$$

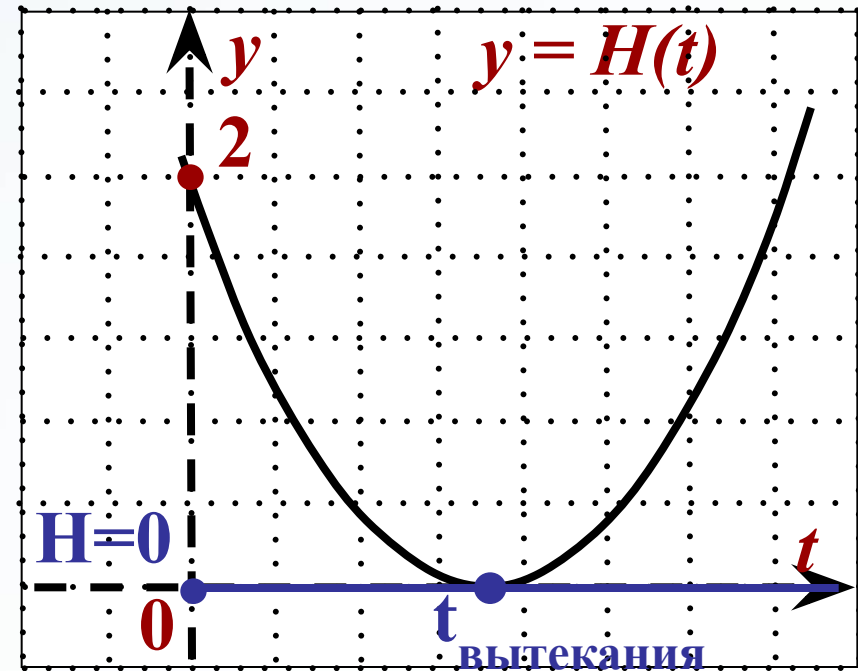
$$a = \frac{1}{50}t + \frac{1}{50}t^2 = 0,$$

$$(100 - 20)t + 20t^2 = 0 \Rightarrow t = 0, 10.$$

Конечно, можно сразу приступить к решению уравнения.

Ответ: 10.

Схематичный график:



# Задание В10 (№ 28081)



В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

$H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  — время в секундах,

прошедшее с момента открытия крана,  $k = \frac{1}{200}$  —

отношение площадей поперечных сечений крана и бака,

$H_0 = 5 \text{ м}$  — начальная высота столба воды, а  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Через

сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

---

# Задание В10 (№

28081)

Решение.

Функция:

$$H(t) = 5 - \frac{1}{20}t + \frac{1}{8000}t^2$$

Даны

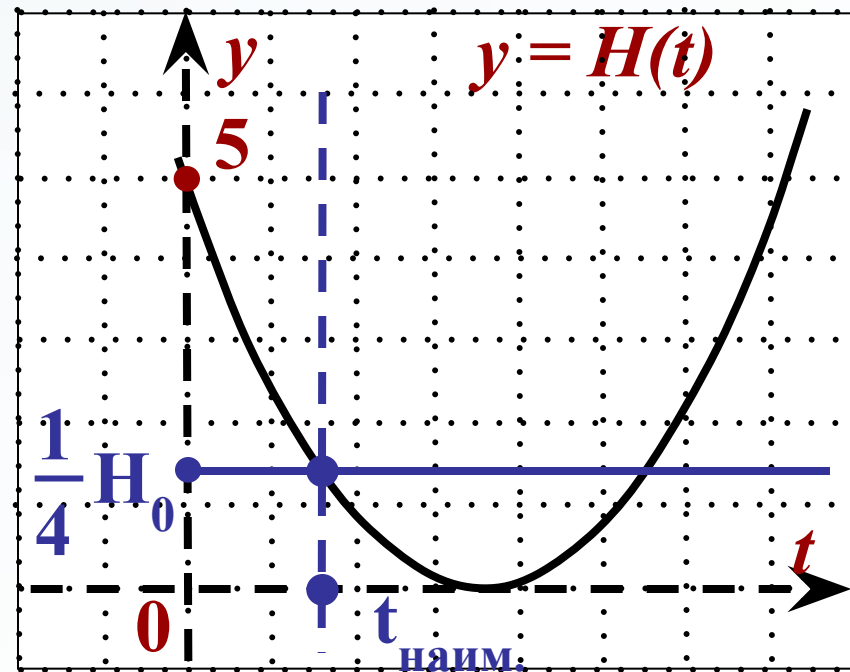
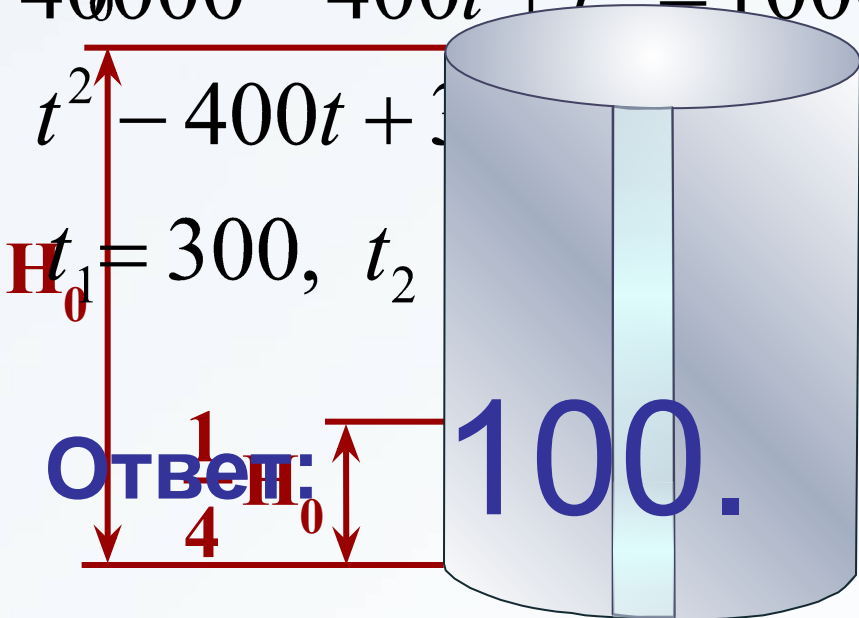
уравнение;

$$H(t) = H_0 \left( 1 - \frac{g}{2k}t + \frac{g^2}{4k^2}t^2 \right)$$

$$5 - \frac{1}{20}t + \frac{1}{8000}t^2 = \frac{5}{4}$$

Схематичный график:

$$40000 - 400t + t^2 = 10000$$



# Задание В10 (№

## 28071)



Если достаточно быстро вращать ведро с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте,  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна  $62,5 \text{ см}$ ?

Ответ выразите в  $\text{м/с}$ .

# Задание В10 (№

28071)

Решение. Данные:  $g \equiv 10,625 \text{ м/с}^2$ ,  $l = 10,625 \text{ м}$

Функция:  $P = m \cdot \left( \frac{v^2}{0,625} g - 10 \right)$ ,  $m > 0, v > 0$ .

Найти:  $v_{\text{наим.}} > 0$  при  $P \geq 0$ .

Схематичный график:

Решение, можно сразу

решить неравенство:

$$m \cdot \left( \frac{v^2}{0,625} - 10 \right) \geq 0.$$

$$m \cdot \left( \frac{0,825}{0,625} - 10 \right) \geq 0,$$

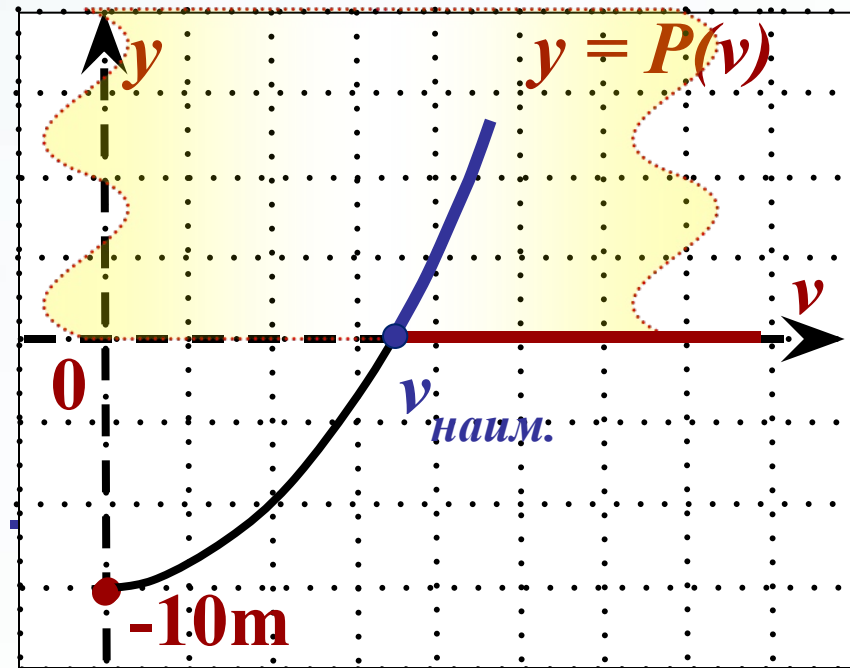
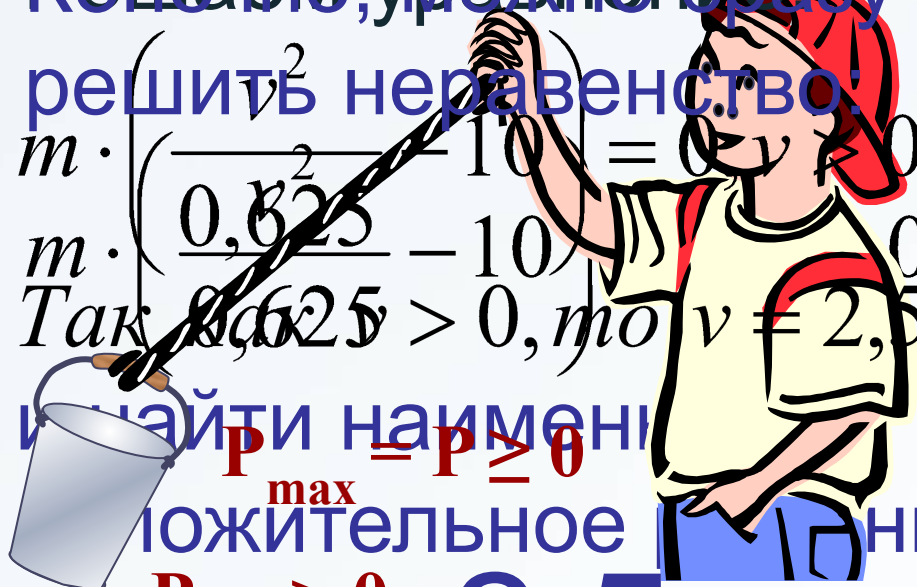
$$\text{Так как } 0,825 > 0, \text{ то } v \geq 2,5.$$

и найти наименьшее

$$P_{\text{max}} = P \geq 0$$

положительное значение.

Ответ:  $v_{\text{min}} > 0$  2,5.



# Задание В10 (№

## 28059)

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,4 + 9t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 3 метров?

**Решение.**

**Функция:**  $h(t) = -5t^2 + 9t + 1,4$     **Данные:**  $h(t) \geq 3$

**Схема чертёв:**

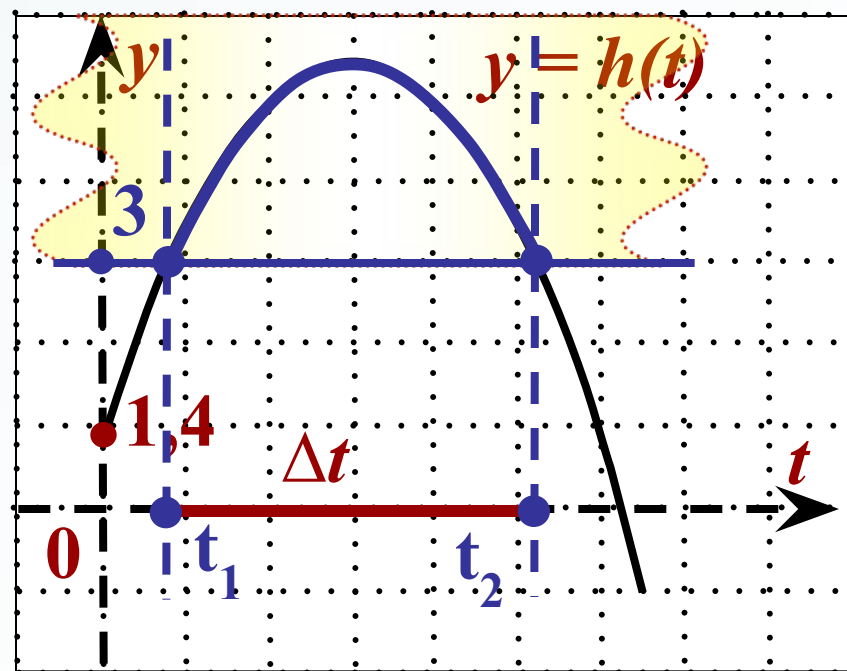
Найти  $\Delta t = t_2 - t_1 \geq 0$

**Решение:**  $h(t) = 1,4$

отрезка, на котором

оно выполняется.

**Ответ:**  $D = 81 - 32 = 49$ ,  
 $t_1 = 0,2, t_2 = 1,6$ .





# Задание В10 (№

## 28053)

Зависимость объёма спроса  $q$  (тыс. руб.) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 130 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ .

Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка составит не менее 360 тыс. руб.

Ответ приведите в тыс. руб.

### Решение.

Решение, уравнение сразу,  $r(p) \geq 360$

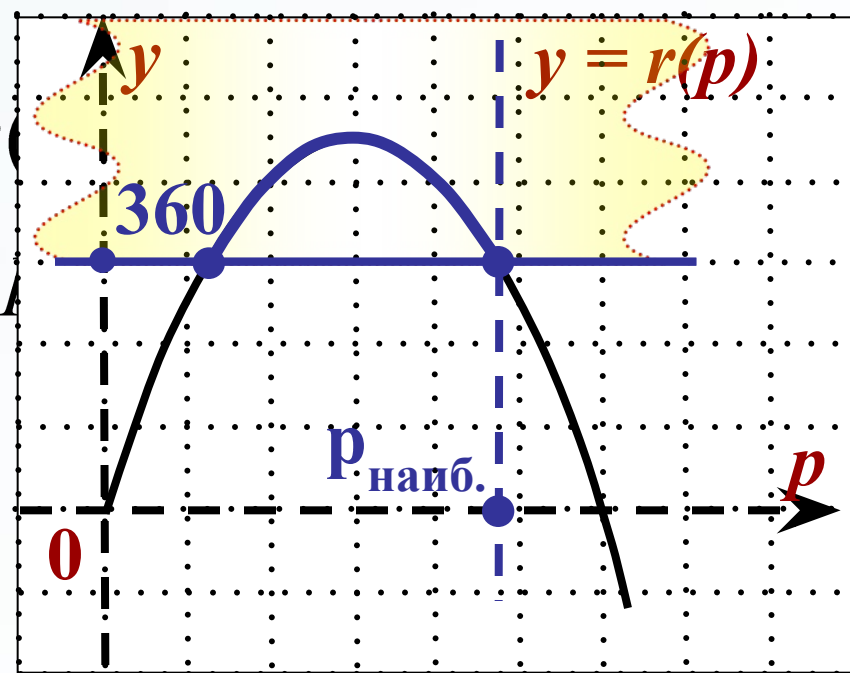
решить неравенство:  $(130 - 10p)p \geq 360$

Данное:  $10p^2 - 130p + 360 \geq 0$

Ищем корни на графике:

второе решение.

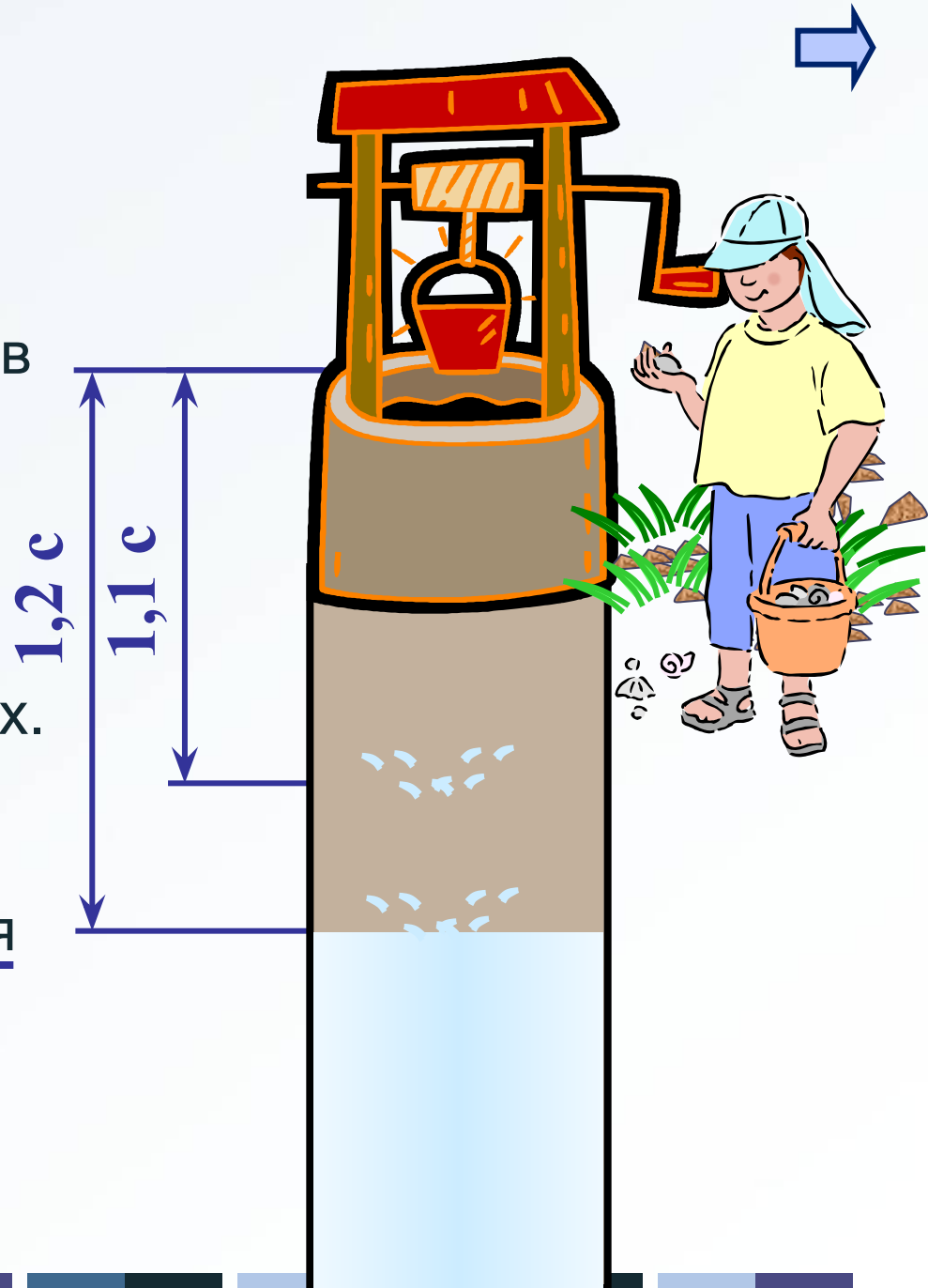
Ответ: при  $r(p) \geq 360$ .



# Задание В10 (№

## 28039)

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,2 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,1 с?



## Задание В10 (№ 28039)



**Решение.** Функция:  $h = 5t^2$

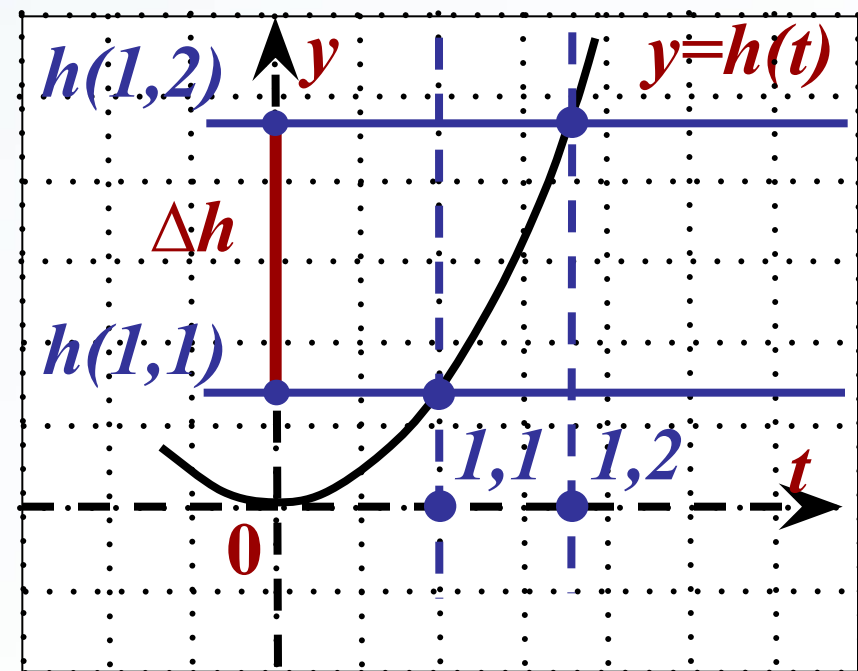
Данные:  $t_{до} = 1,2$  с,  $t_{изм.} = 1,1$  с.

Найти:  $\Delta h = h(1,2) - h(1,1)$

Схематичный  
график:

$$\begin{aligned}\Delta h &= 5 \cdot 1,2^2 - 5 \cdot 1,1^2 = \\ &= 5 \cdot (1,2^2 - 1,1^2) = \\ &= 5 \cdot (1,2 - 1,1) \cdot (1,2 + 1,1) = \\ &= 5 \cdot 0,1 \cdot 2,3 = 1,15(\text{м})\end{aligned}$$

**Ответ:** 1,15.



# Задание В10 (№ 28027)



Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p = 600$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 400$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 600000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ .  
Определите наименьший месячный объём производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет 500000 руб.



# Задание В10 (№ 28027)



**Решение.** Функция:  $\pi(q) = 200q - v600000$

Данные: Найти:  $q_{\text{наим.}}$  при  $\pi(q) \geq 500000$ .

$p = 600$  руб.,

$v = 400$  руб. Можно было бы сразу решить

$f = 600000$  руб. Решаем уравнение:

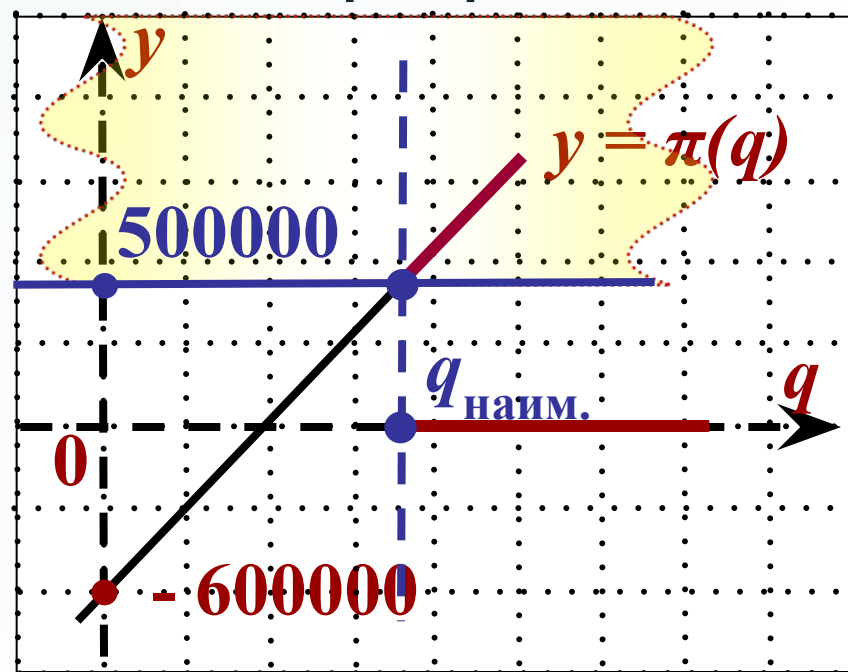
$$200q - 600000 = 500000$$

$$200q = 1100000$$

$$q_{\text{наим.}} = 5500$$

**Ответ: 5500.**

Схематичный график:



# Задание В10 (№

## 28017)

При температуре  $0^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 20 \text{ м}$ . При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{}^{\circ}\text{C})^{-1}$  – коэффициент теплового расширения,  $t^{\circ}$  – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

## Решение.

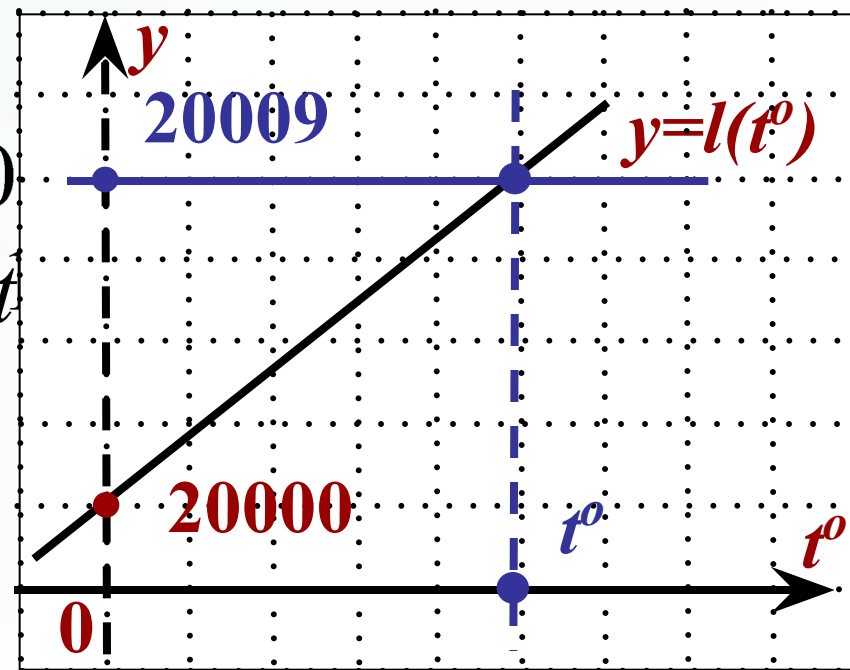
Дано:  $l_0 = 20 \text{ м}$ ;  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{}^{\circ}\text{C})^{-1}$ ;  $l(t^{\circ}) = 20009 \text{ мм}$

$$20009 = 20(1 + 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t^{\circ})$$

$$l(t^{\circ}) = 20009 = 20 + 20 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot t^{\circ}$$

Найти:

$$t^{\circ} \text{ при } l(t^{\circ}) = 20009 \text{ мм}$$




# Интернет-ресурсы

<http://www.mathege.ru:8080/or/ege/ShowProblems?offset=5&posMask=512&showProto=true> - открытый банк заданий (В10 )

<http://le-savchen.ucoz.ru/load/0-0-0-88-20> - коллекция картинок, автор -

Савченко Е. М.

<http://news.flexcom.ru/russia/2008/08/14/337415/> 

<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B2%D0%B5%D1%81%D1%8B&sc=20#36> 

<http://danalibmv.narod.ru/gif/02.htm> 


<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D1%8C%D0%B3%D0%B8&sc=20&ofcresset=1#576>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%87%D0%B8%D0%BA&sc=20&ofcresset=1#1104>



<http://www.xlegio.ru/onager.htm> 

<http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:%D0%A1%D0%BC%D0%BE%D1%82%D1%80%D1%96%D1%87-4%D0%9F%D0%9C1.jpg> 



[http://www.free-lancers.net/posted\\_files/FD857AA55382.jpg](http://www.free-lancers.net/posted_files/FD857AA55382.jpg) 

<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B0%D0%B2%D1%82%D0%BE%D0%BC%D0%BE%D0%B1%D0%B8%D0%BB%D1%8C&sc=20#0>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B4&sc=20#348>



<http://www.montag-stankov.ru/tex/lebtyg.gif>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%B7%D0%B0%D0%B2%D0%BE%D0%B4&sc=20#84>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BA%D0%BE%D0%B%D0%BE%D0%B4%D0%B5%D1%86&sc=20#0>



<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D1%87%D0%B8%D0%BA&sc=20&ofcresset=1#444>



[http://www.livegif.ru/archive/part1/3\\_1.html](http://www.livegif.ru/archive/part1/3_1.html)

<http://office.microsoft.com/ru-ru/clipart/results.aspx?qu=%D0%BC%D1%8B%D1%81%D0%BB%D0%B8&sc=20#12>

