

**Суперкомпьютер и
дискретная топология.**
(кодирование комплексов)

Г.Г.Рябов (НИВЦ МГУ)

Международная научная конференция, посвященная 80-летию
академика В.А.Мельникова.

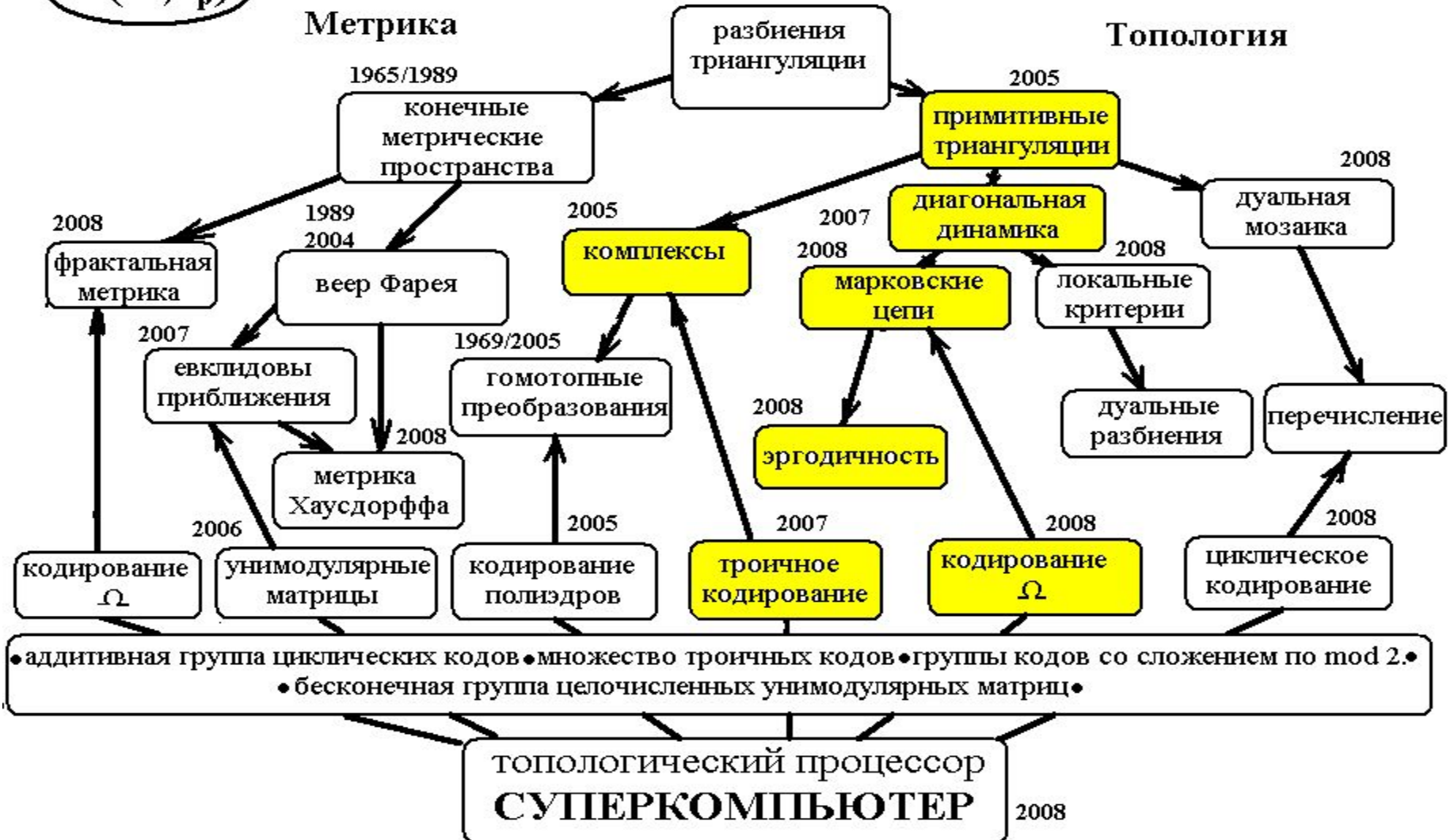
Великолепная семерка.



- В.А.Мельников в кругу выдающихся математиков.
- Сидят: С.М.Никольский, Л.С.Понтрягин, А.Н.Тихонов, Г.И.Марчук.
Стоят: Ю.В.Прохоров, В.А.Мельников, С.П.Новиков.

Топологические вычисления в НИВЦ МГУ в 2004-2009гг.

$$C(\mathbb{Z}^n, V_p)$$



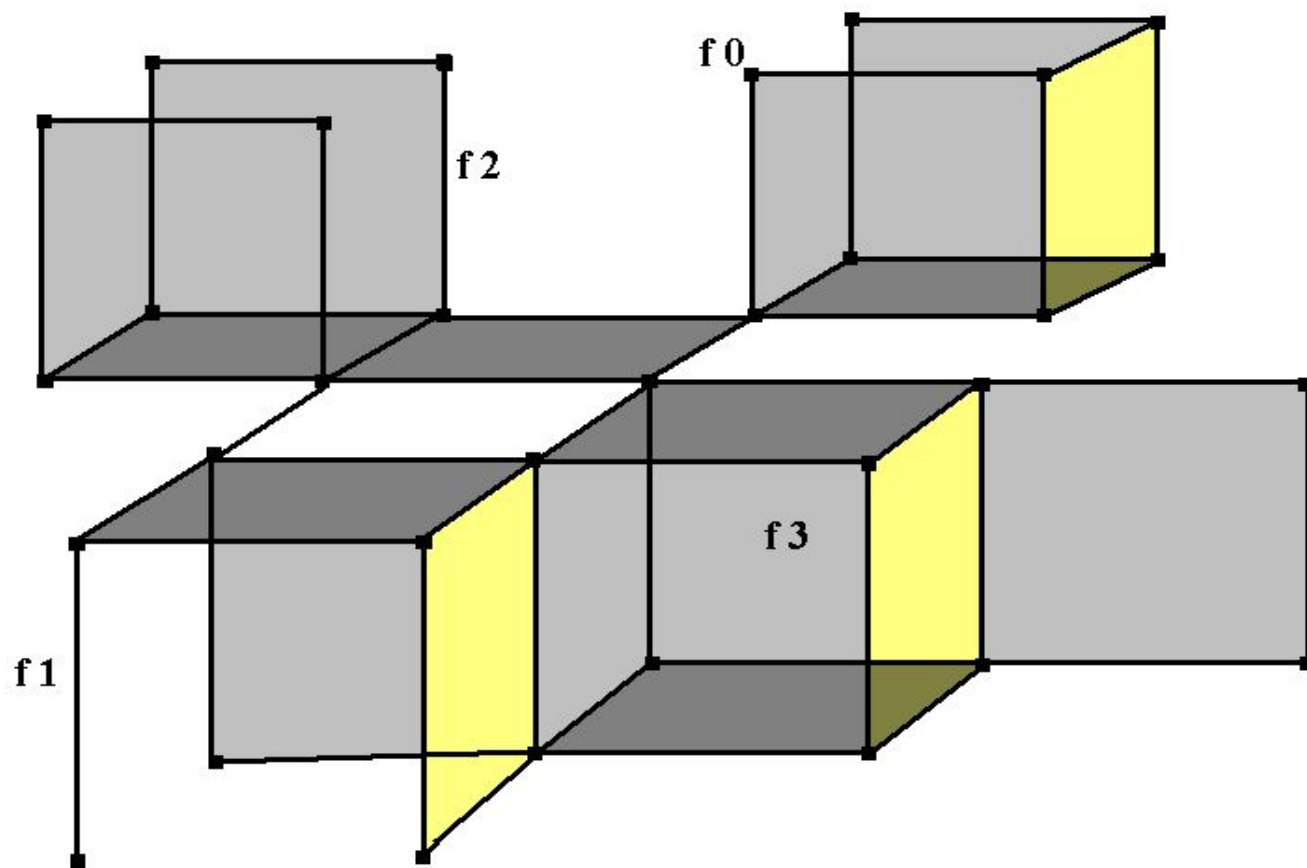
База топологических построений

- \mathbb{R}^n - n -мерное евклидово пространство.
- \mathbb{Z}^n - подпространство целых точек \mathbb{R}^n , как множество вершин объектов.
- V_p –множество простых (примитивных) ребер, не имеющих внутренних целых точек, p -максимальный модуль $|\Delta x_i|$ ($i=1-n$);
- $\{\mathbb{Z}^n, V_p\}$ -база.

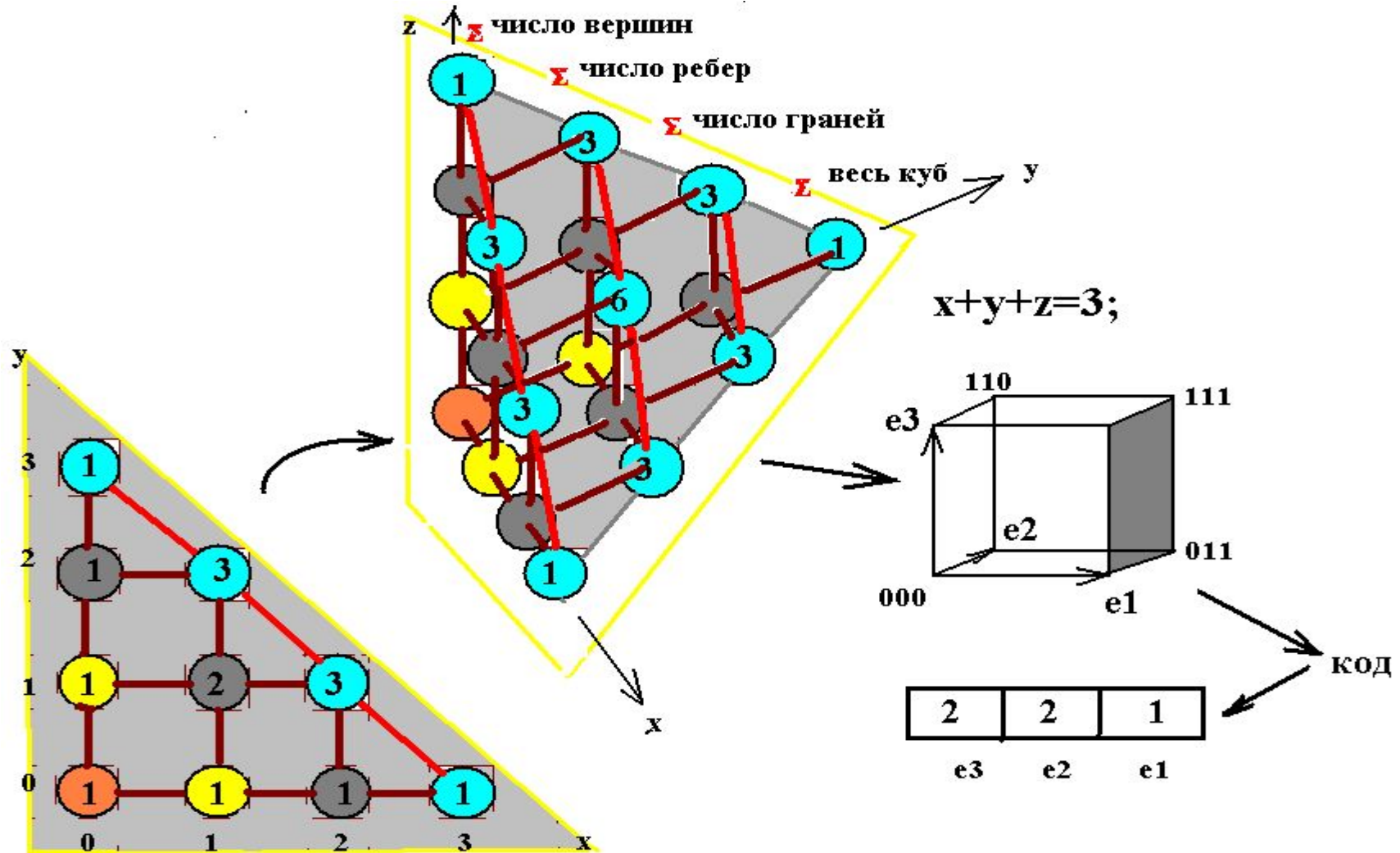
к-границы n-куба.

- **Границы n-куба :**
- **Вершины-границы 0-размерности,**
- **Ребра-границы 1-размерности,**
- **Границы 2-размерности.(квадраты)**
- **к-границы n-куба- границы размерностей $0 \leq k \leq n$.**
- **n-грань в n-кубе- сам n-куб.**
- **Границы в n-кубе – кубы меньших размерностей.**

Кубические комплексы $\{Z^3, V_1\}$



От треугольника к пирамиде Паскаля, кратчайший путь на трехмерной решетке -код грани.



Кодирование k -граней n -куба.

- $D = d_1 d_2 \dots d_n$; n -разрядное слово
- $e_1 e_2 \dots e_n$;
- $d_{i_m} = 2; m = 1 - k; \square e_{i_1} \times e_{i_2} \times \dots \times e_{i_k}$;
- $d_{j_r} = 0, 1; r = 1 - (n - k); \square T\{0, 1\}$;
- $D \square \Pi e_i + T\{0, 1\}$;
- 220121-3-грань $(e_1 \times e_2 \times e_5)$ в 6-кубе
(220020) транс. из $(000000) \square (000101)$

Биекция $\{\Gamma^n\} \square \{3^n\}$.

- k -грань в n -кубе = троичный n -разрядный код с k двойками в разрядах, чьи номера равны номерам задействованных реперных векторов.
- **Для 3-куба:**
 - **000,001,010,...111** -вершины;
 - **002,012,020,021,102,112,...211**-ребра;
 - **022,122,202,212,220,221** -границы;
 - **222** -3-куб;

Кодирование комплексов.

- Алфавит $\{0;1;2\}$
- Слово из n букв - грань в n -кубе;
- Строка из m слов – кубический комплекс в I^n
- Строки с n -координатами-комплекс в R^n .
- Определение пересечений и поглощений комплексов □ поразрядные операции.
- 202121, 021122, 022201, 221101-комплекс размерности 3 в 6-мерном пространстве, связный, общая вершина 001101.
- $K=Q/2$ (размерность)+ $T/1$ (трансляция).

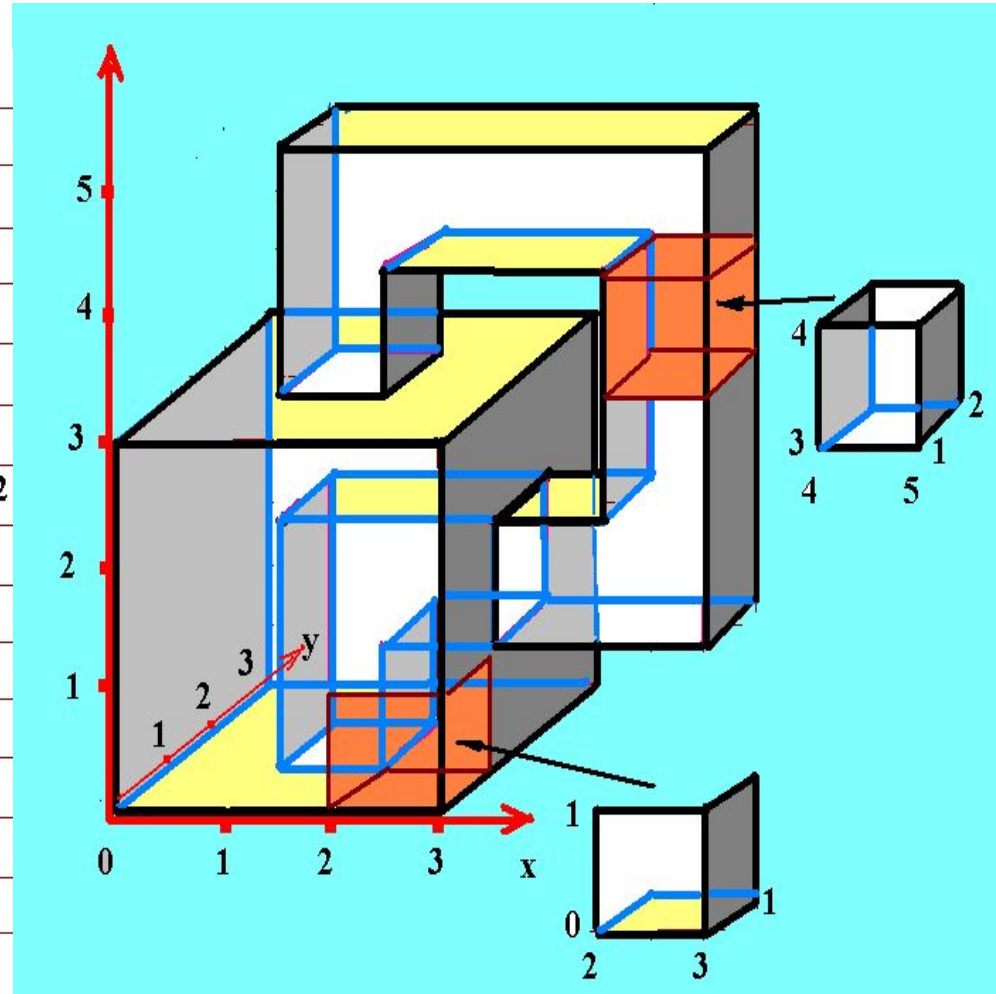
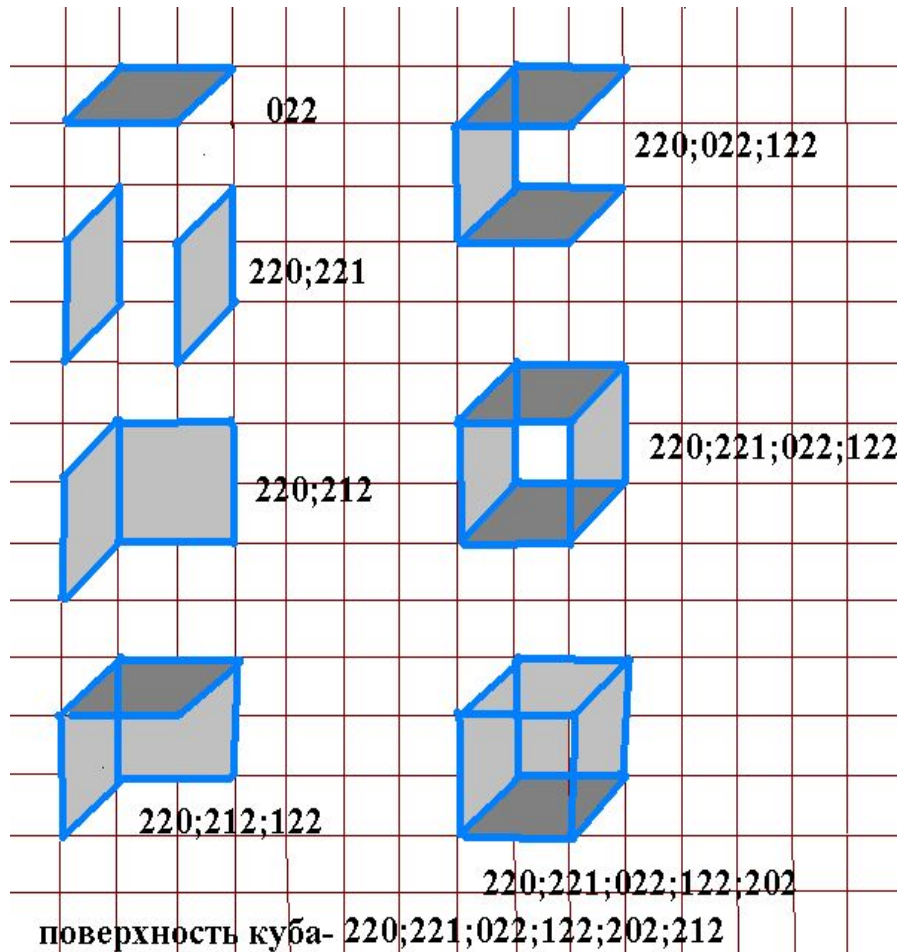
Операции пересечения и поглощения

- \emptyset -пустое множество
- 0-отсутствие трансляции
- 1- наличие трансляции
- 2-наличие ребра

\otimes	0	1	2
0	0	\emptyset	0
1	\emptyset	1	1
2	0	1	2

$\dot{\text{i}}$	0	1	2
0	0	\emptyset	2
1	\emptyset	1	2
2	0	2	2

Бутылка Клейна в \mathbb{R}^3 ($\mathbb{Z}^3, V1$).



Бутылка в памяти.

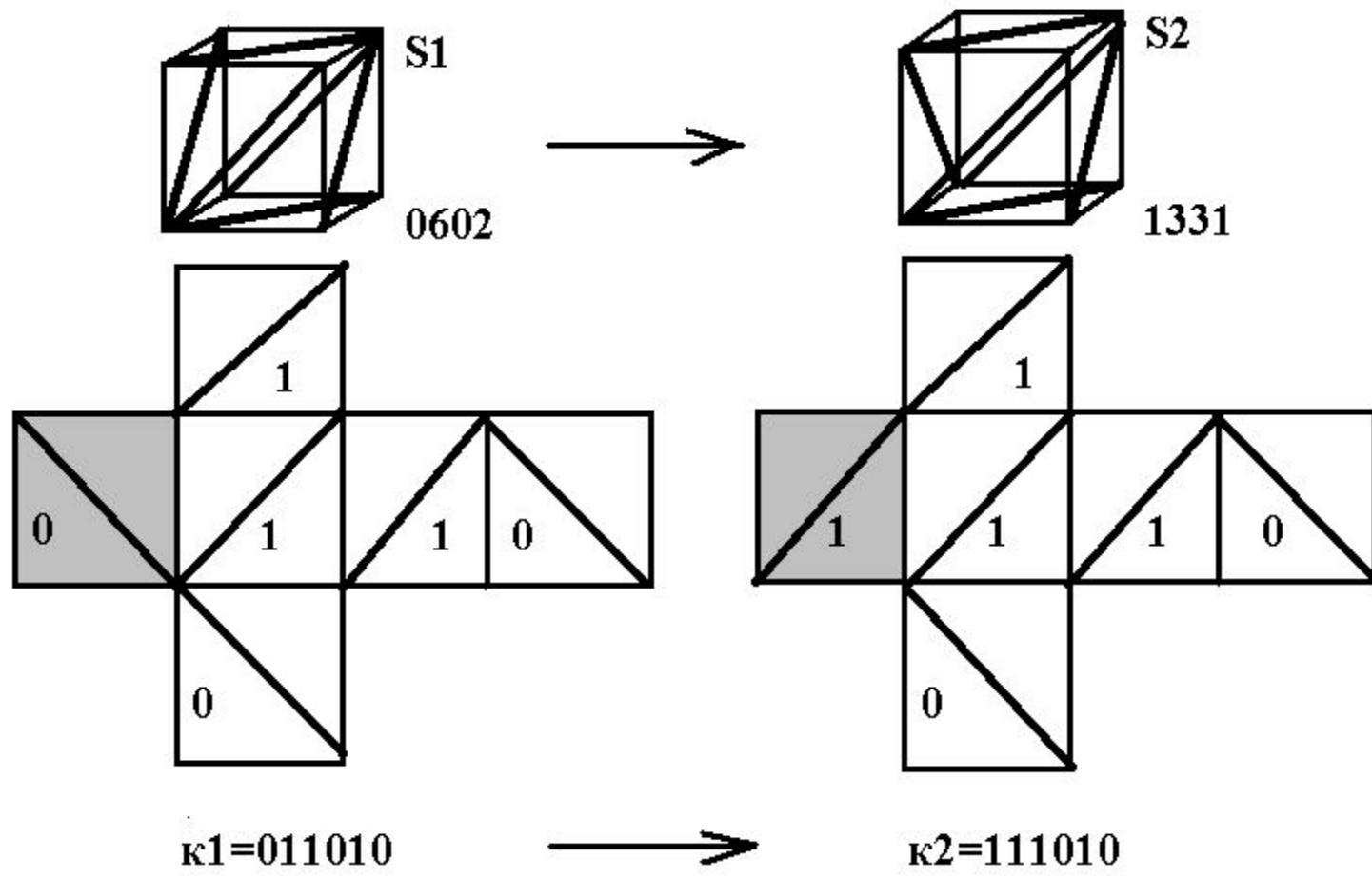
- Трехмерный байтовый массив.
- В байте-номер комплекса (в данном случае двумерного)
- Бутылка Клейна-«емкостью» 75 байт.
- «Панельное» топологическое строительство.

	23	32	32	24	Z=4	
	34			25	Z=3	
	15	28	16			
	27	35	26	25	Z=2	
	17	29	18			
	9	23	8			
	22	43	26	25	Z=1	
	6	24	7			
	13	10	14			
	9	32	15	14	13	Z=0
	11	8	12			

Кодирование - конструктивный подход к перечислению Ω

- Случайная динамика перестроек комплексов-цепь Маркова.
- Корректное (аксиоматика Колмогорова) вычисление переходных вероятностей – через перечисление Ω в кодовом представлении.
- Анализ эргодических и периодических свойств цепей Маркова-поведение степеней матриц переходных вероятностей.

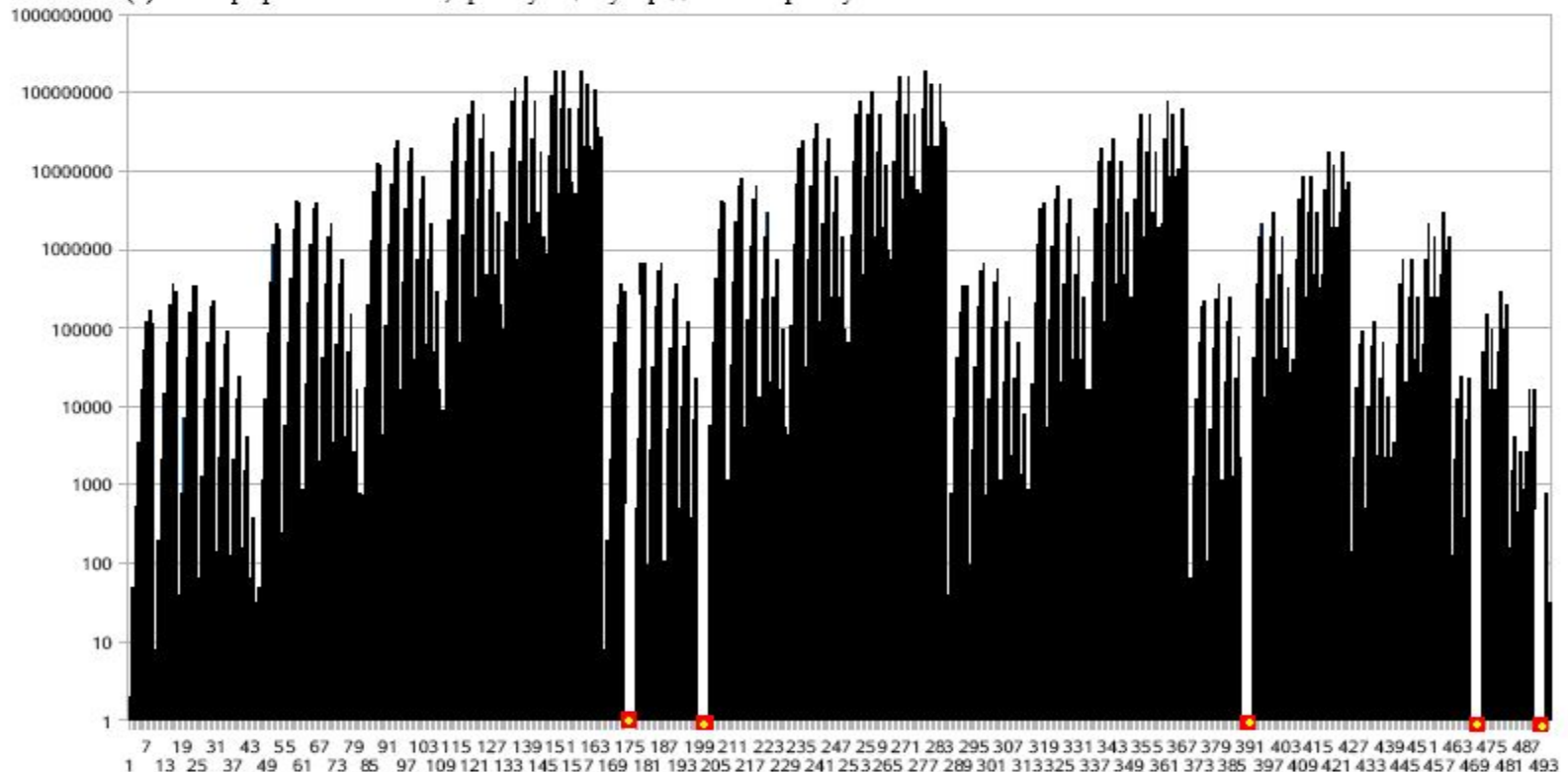
Динамика примитивных триангуляций R^3 . Кодирование диагоналей в гранях плоских разверток куба. (Перестройка диагонали в одной грани).



Спектр вершинных полиэдров в примитивно триангулированном \mathbf{R}^3 . (суперкомпьютер МГУ «Чебышев»)

Спектр вершинных полиэдров в структуре Бозе-Эйнштейна.

(1) Логарифмическая шкала, триангуляции упорядочены алфавиту.



0 0 0 0 8; 00017;00026;.... ————— 71000;80000.
s1 s2 s3 s4 s5

Перспективы т-кодирования.

- Представление «полуквантовыми» т-кодами n -мерных комплексов (с их симметриями) и их проекций в меньшие размерности.
- Распараллеливание вычислений до поразрядных операций.
- Действие симметрической группы S_n на комплекс, как на строку слов.
- Учет т-кодовых представлений и операций над ними в архитектуре будущих суперкомпьютеров.

- Литература:
- Г.Г.Рябов. Маршрутизация на решеточно-клеточных структурах. Ж. Вычислительные методы и программирование. МГУ.Т5, N1, 2004.
- Г.Г.Рябов. Метрические и топологические волны на решетках. МГУ. 2005.
- Г.Г.Рябов, В.А.Серов. Отображения целочисленных множеств и евклидовы приближения. Ж. Вычислительные методы и программирование. МГУ. Т8, N1, 2007
- G.Ryabov, V.Serov. Simplicial-lattice model and metric-topological constructions. Proceed. International conference PRIP"2007. V2, p 135-140. 2007
- Г.Г.Рябов. О путевом кодировании k-граней в n-кубе. Ж. Вычислительные методы и программирование. МГУ. Т9, N1, 2008
- Г.Г.Рябов, В.А.Серов. Компьютерные комбинаторно-топологические построения и их преобразования. Ж. Информационные технологии и вычислительные системы. Изд. РАН. N2, 2008
- Г.Г.Рябов. Марковские цепи в динамике примитивной триангуляции \mathbf{R}^3 и \mathbf{R}^4 . Ж. Вычислительные методы и программирование. МГУ. Т10, N1, 2009

• **vizcom.ru**