Интернет Университет Суперкомпьютерных технологий

Лекция 3

Методы построения параллельных программ (продолжение)

Учебный курс

Введение в параллельные алгоритмы

Якобовский Михаил Владимирович
проф., д.ф.-м.н.
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Предварительные замечания

… если для нас представляют интерес реально работающие системы, то требуется убедиться, (и убедить всех сомневающихся) в корректности наших построений

… системе часто придется работать в невоспроизводимых обстоятельствах, и мы едва ли можем ожидать сколько-нибудь серьезной помощи от тестов

Dijkstra E.W.

1966

Содержание лекции

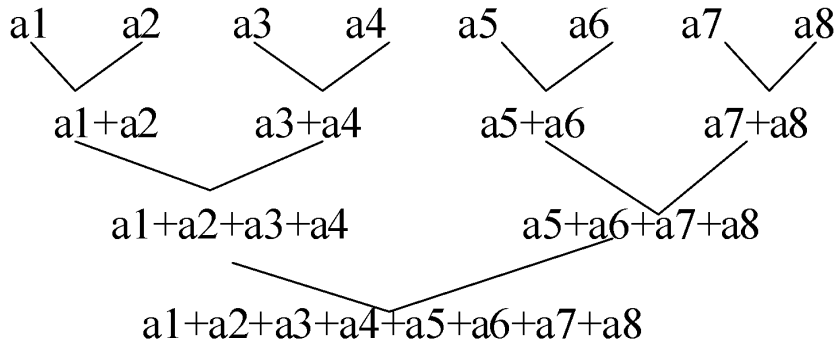
- Методы построения параллельных алгоритмов и их свойства:
  - Статическая балансировка
    - метод сдваивания
    - геометрический параллелизм
    - конвейерный параллелизм
  - Динамическая балансировка
    - коллективное решение
    - диффузная балансировка загрузки

Метод сдваивания

- Каскадная схема

$$T_{p=n/2}(n) = \tau_c \log_2 n$$

$$S_{p=n/2}(n) = \frac{(n-1)}{\log_2 n} \qquad E_{p=n/2}(n) \approx \frac{1}{\log_2 n}$$

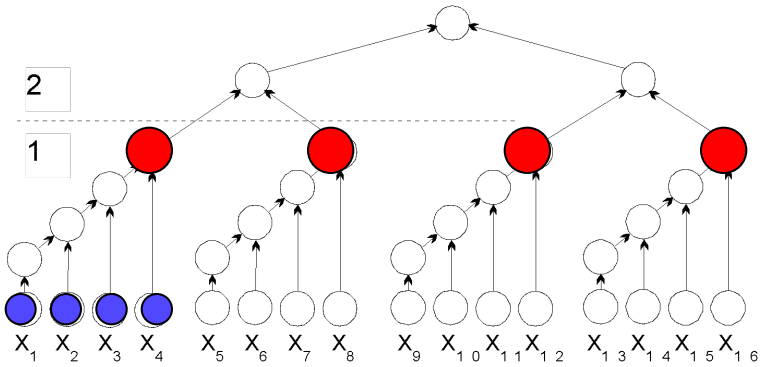


- Модифицированная каскадная схема

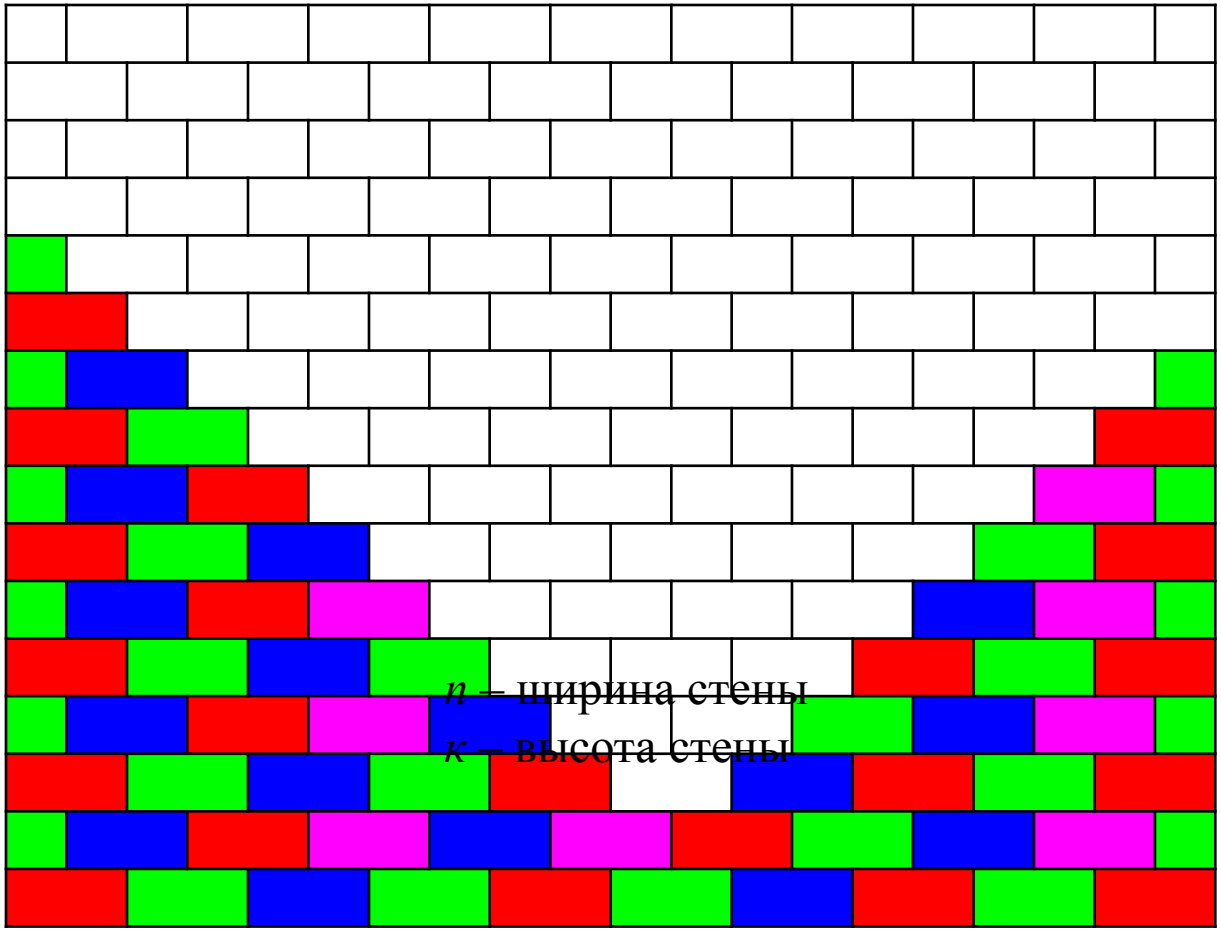
[В.П.Гергель Основы параллельных вычислений, лекция 4, слайд 23]

$$T_{p=\frac{n}{\log_2 n}}(n) \approx 2\tau_c \log_2 n$$

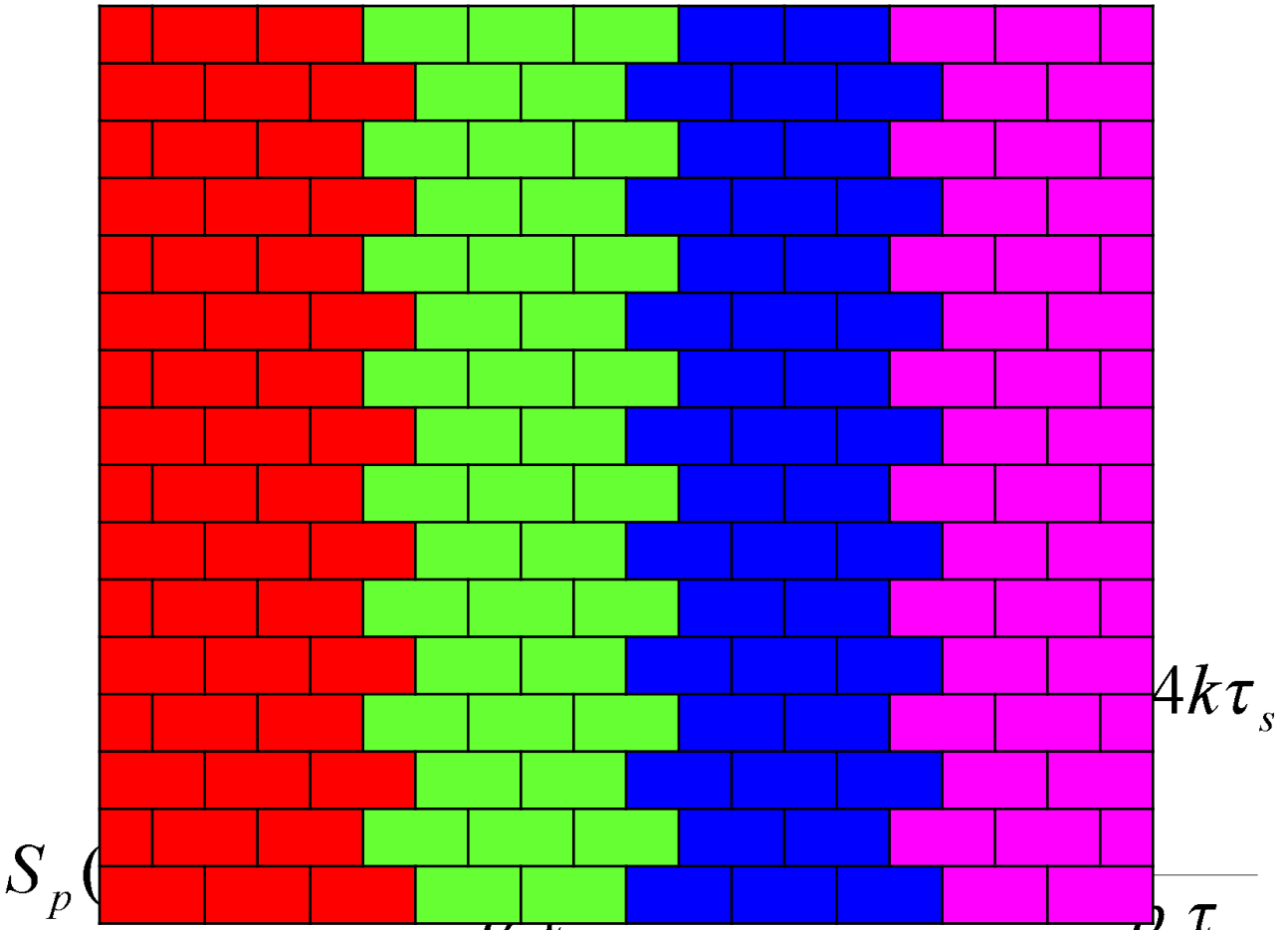
$$S_{p=\frac{n}{\log_2 n}}(n) \approx \frac{(n-1)}{2\log_2 n} \qquad E_{p=\frac{n}{\log_2 n}}(n) \approx \frac{1}{2}$$



Стена Фокса

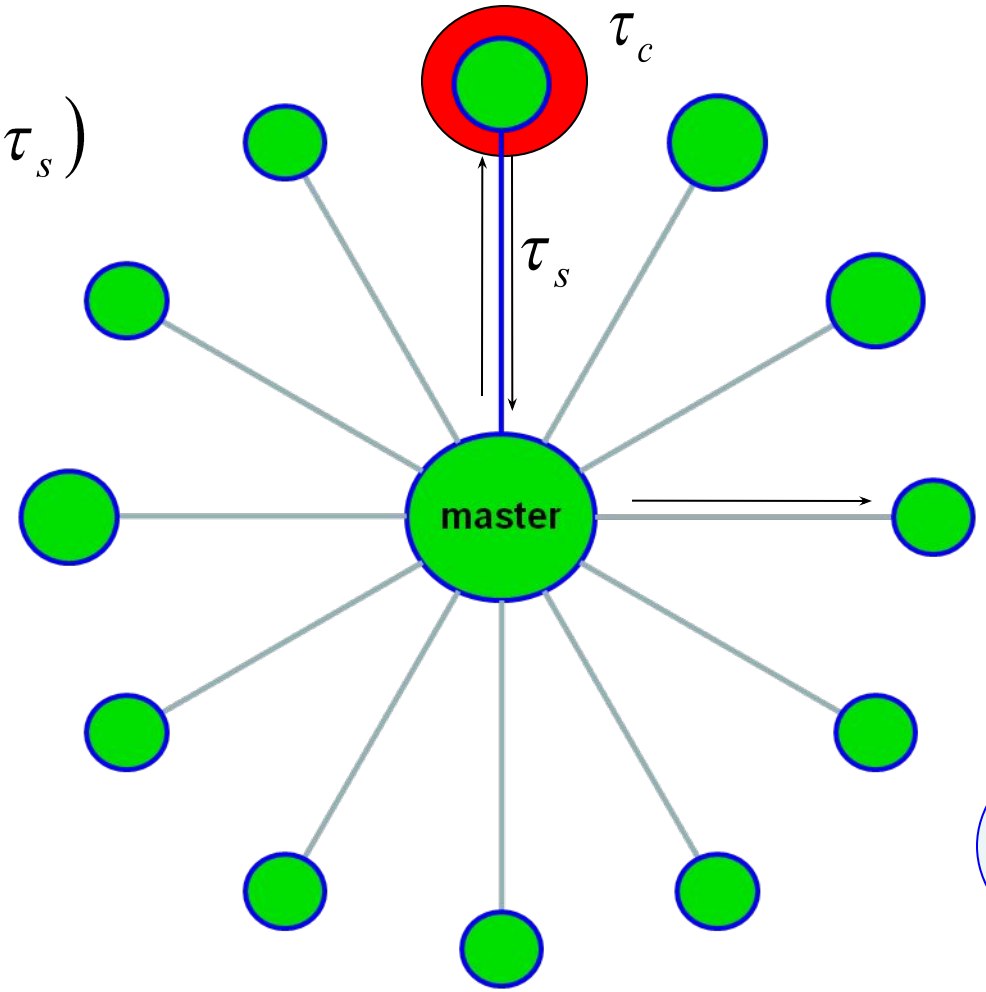


Метод геометрического параллелизма



Метод коллективного решения (укладка паркета)

$$T_p = \frac{N}{p}(\tau_c + \tau_s)$$



$$p_{\max} = \frac{\tau_c}{\tau_s}$$

Метод коллективного решения (укладка паркета)

$$T_1(kn) = \tau_c kn$$

$$T_p(kn) = \frac{kn}{rp}\left(r\tau_c + \tau_s\right)$$

Число порций

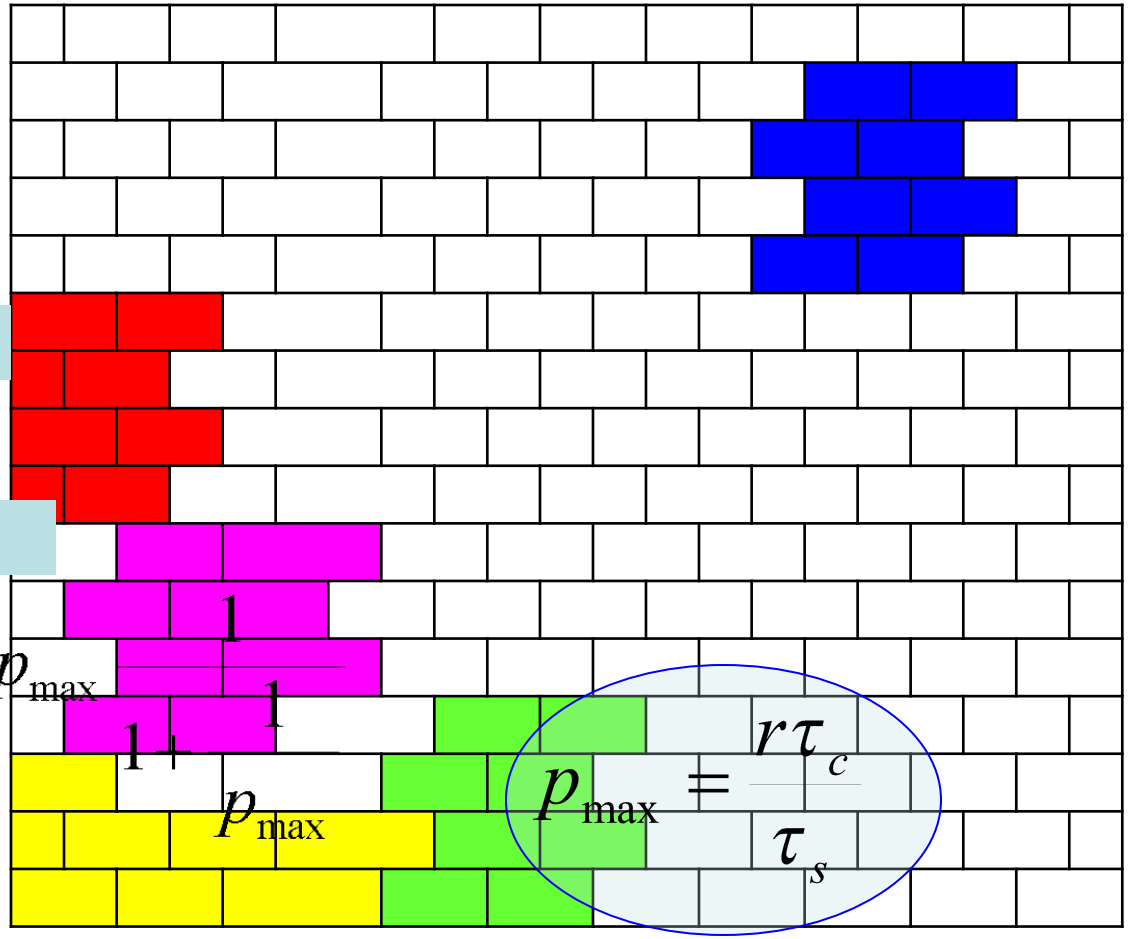
Обработка порции

Обмен данными

$$S_{p=\frac{r\tau_c}{\tau_s}}(kn) = \left(\frac{r\tau_c}{\tau_s}\right)^2 \frac{1}{1+\frac{r\tau_c}{\tau_s}} = p_{\max}\frac{1}{1+p_{\max}}$$

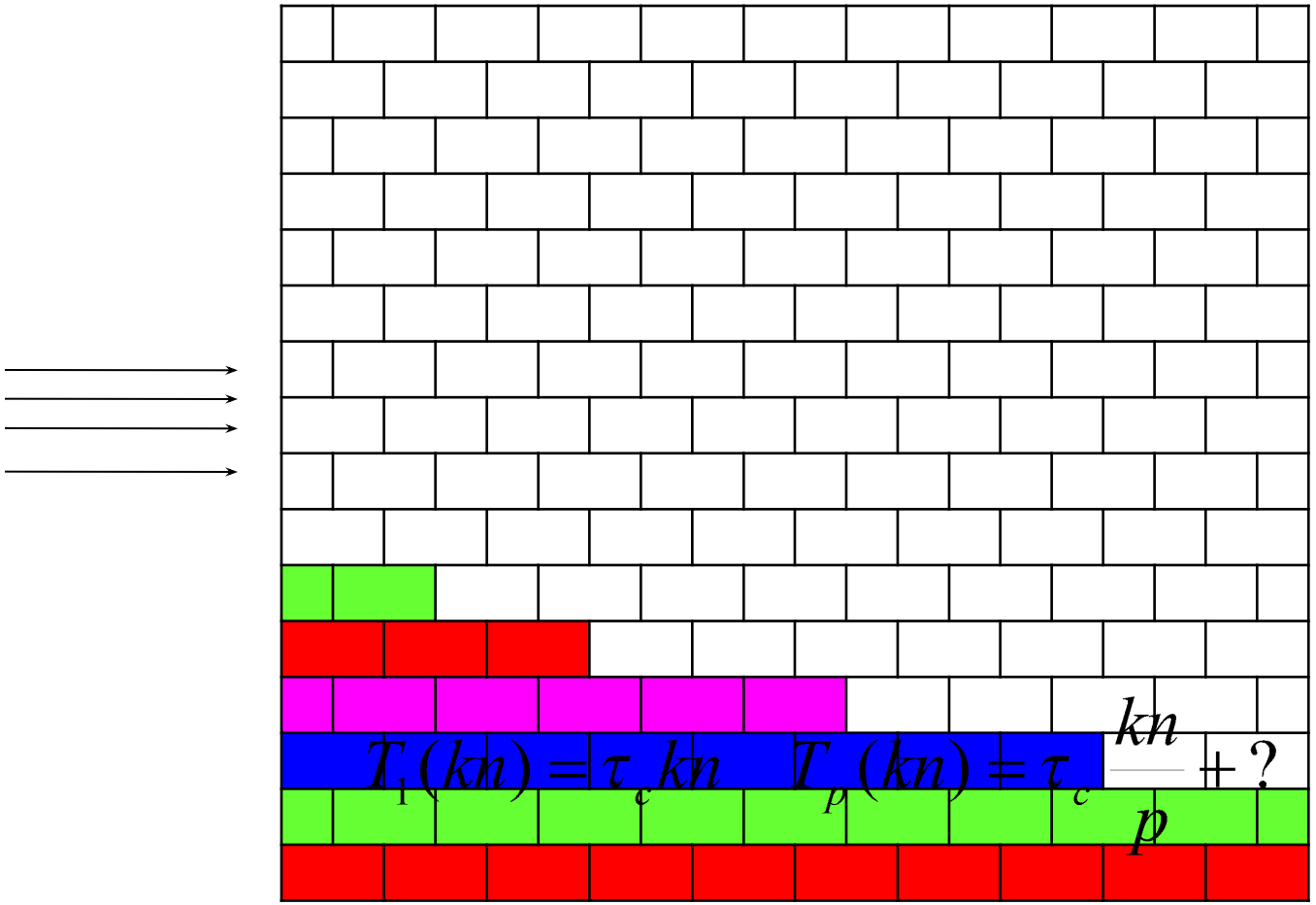
$$p_{\max} = \frac{r\tau_c}{\tau_s}$$

$$E_{p=\frac{r\tau_c}{\tau_s}}(kn) = \frac{1}{1+\frac{\tau_s}{r\tau_c}}$$



r - размер порции

Метод конвейерного параллелизма



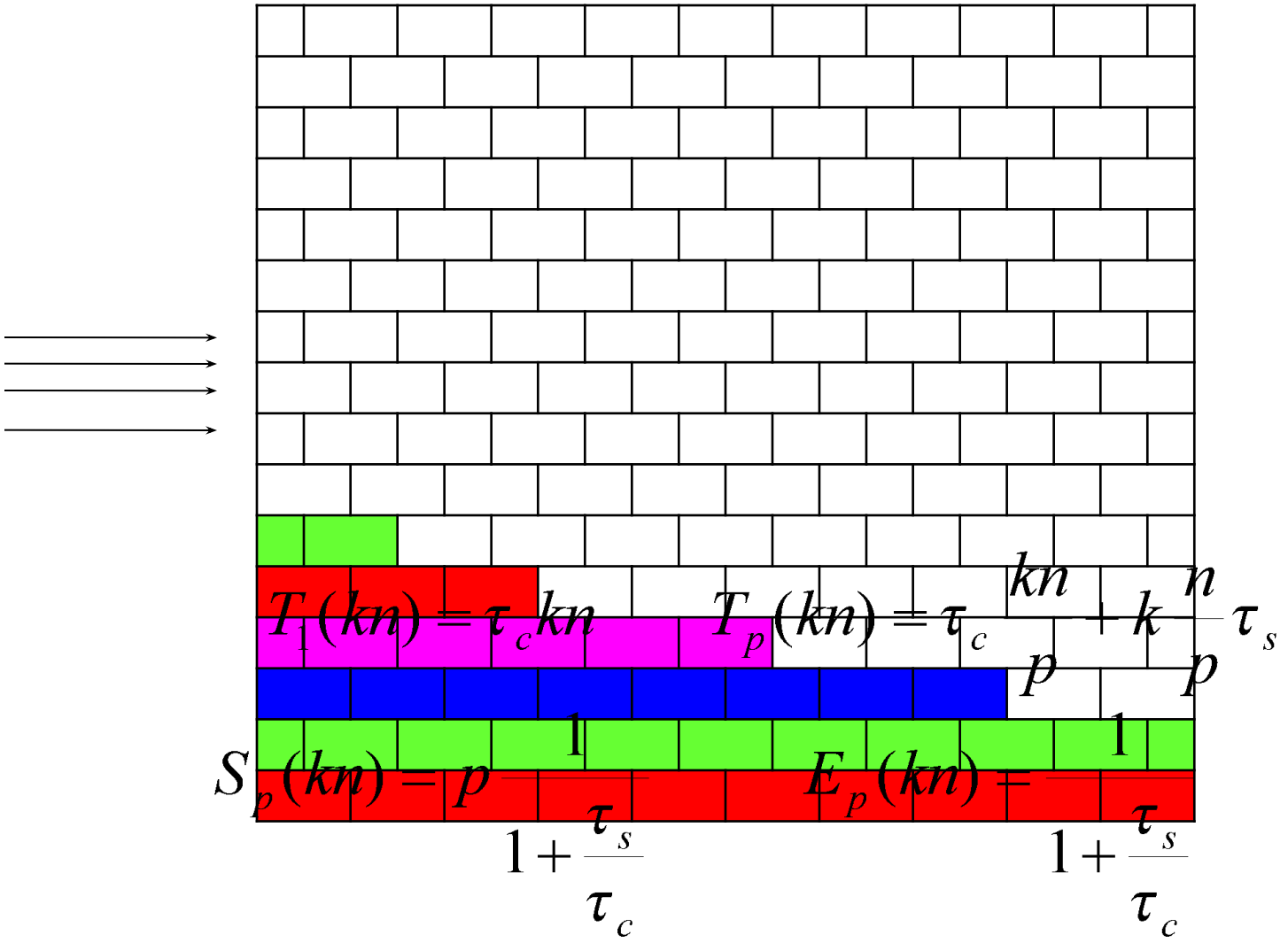
Метод конвейерного параллелизма

Время выполнения на p процессорах

?

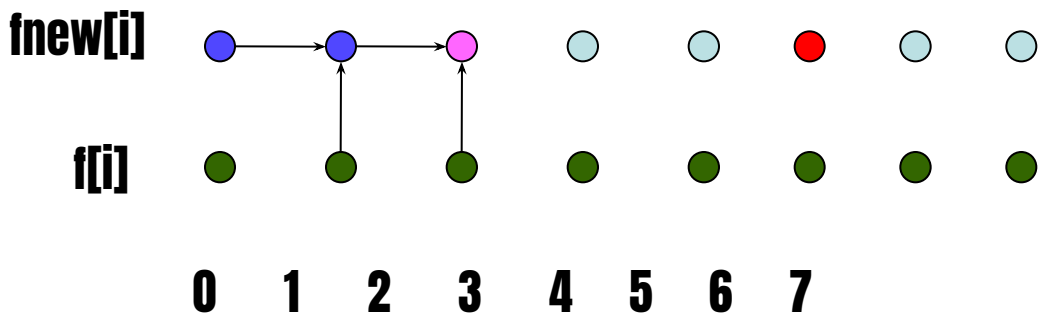
$$T_1(kn) = \tau_c kn \quad T_p(kn) = \tau_c \frac{kn}{p} + ?$$

Метод конвейерного параллелизма

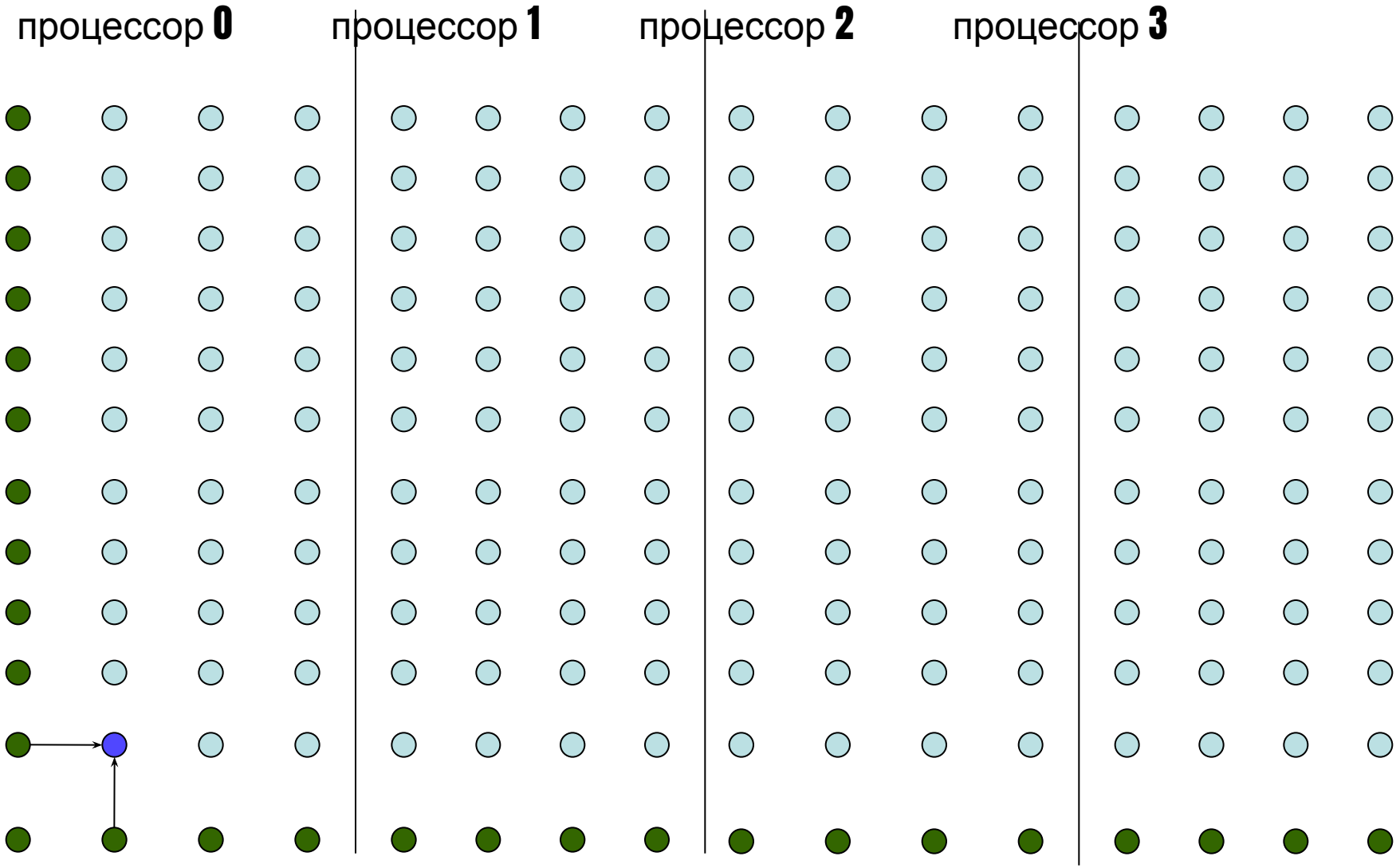


Метод конвейерного параллелизма

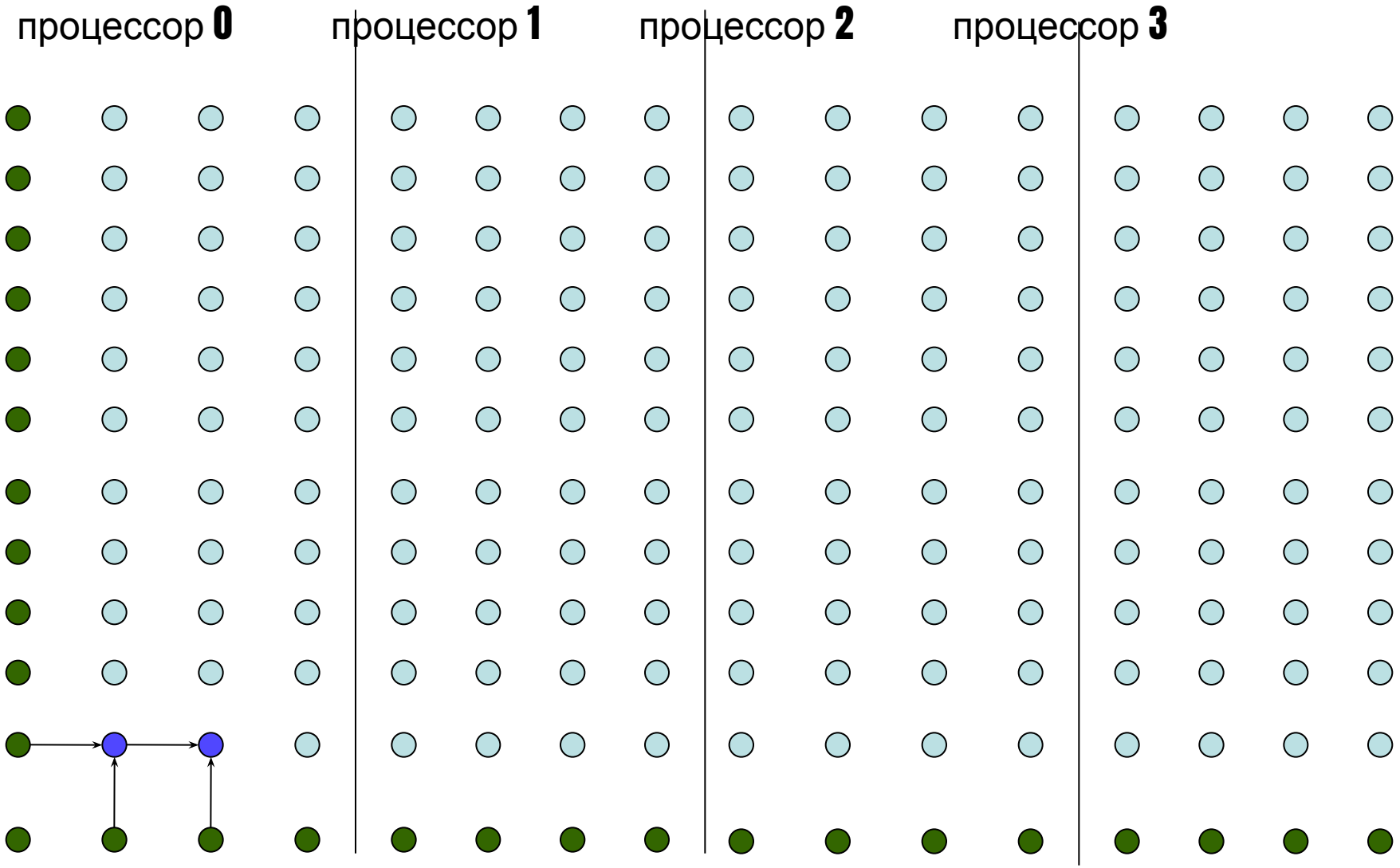
```
for(t=0;t<tmax;t+=dt)
{
        fnew[0]=g(t);
        for(i=1;i<n;i++)
                fnew[i]= f[i-1]+f[i]

        for(i=0;i<n;i++)
                f[i]= fnew [i]
}
```



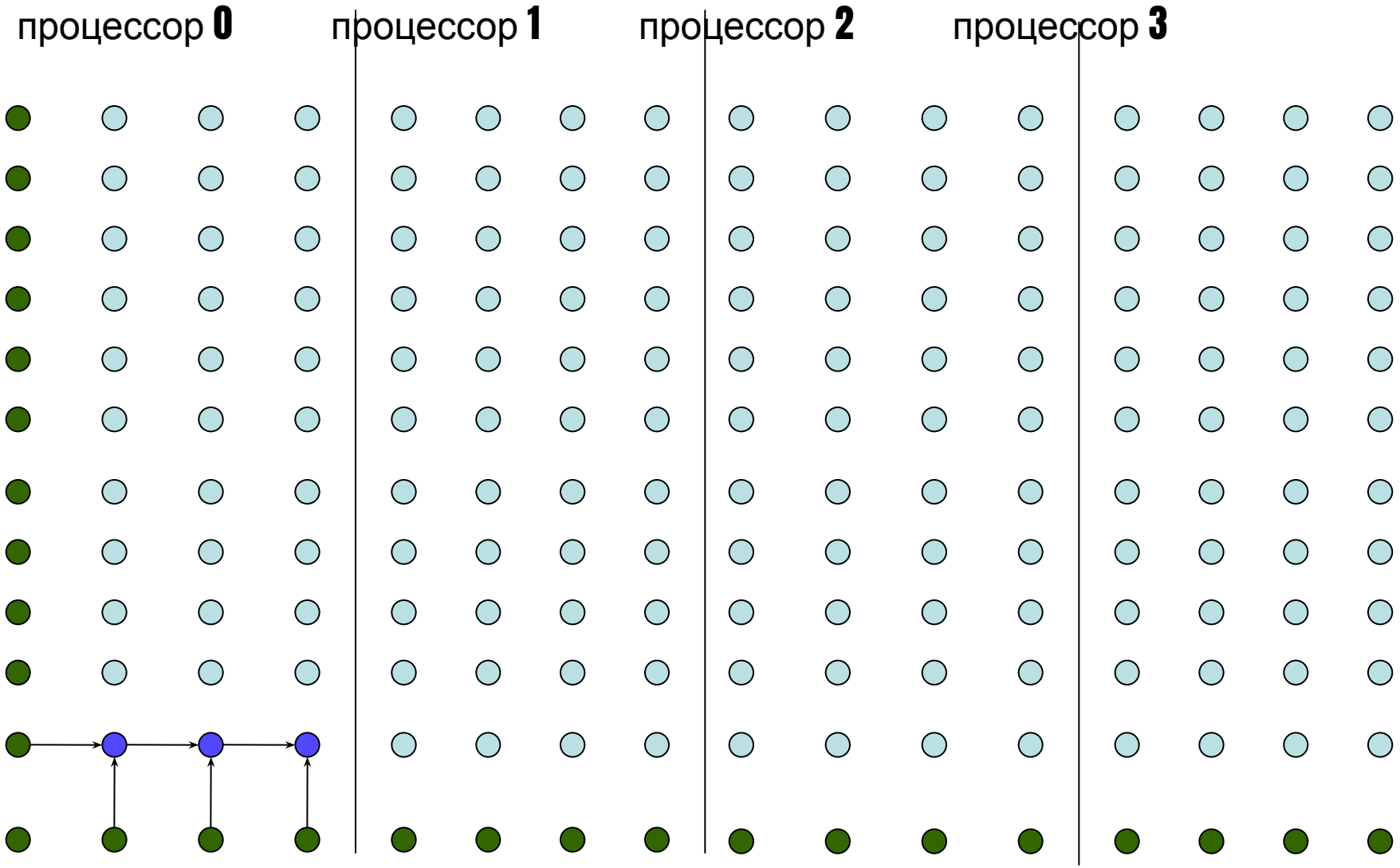
Метод конвейерного параллелизма



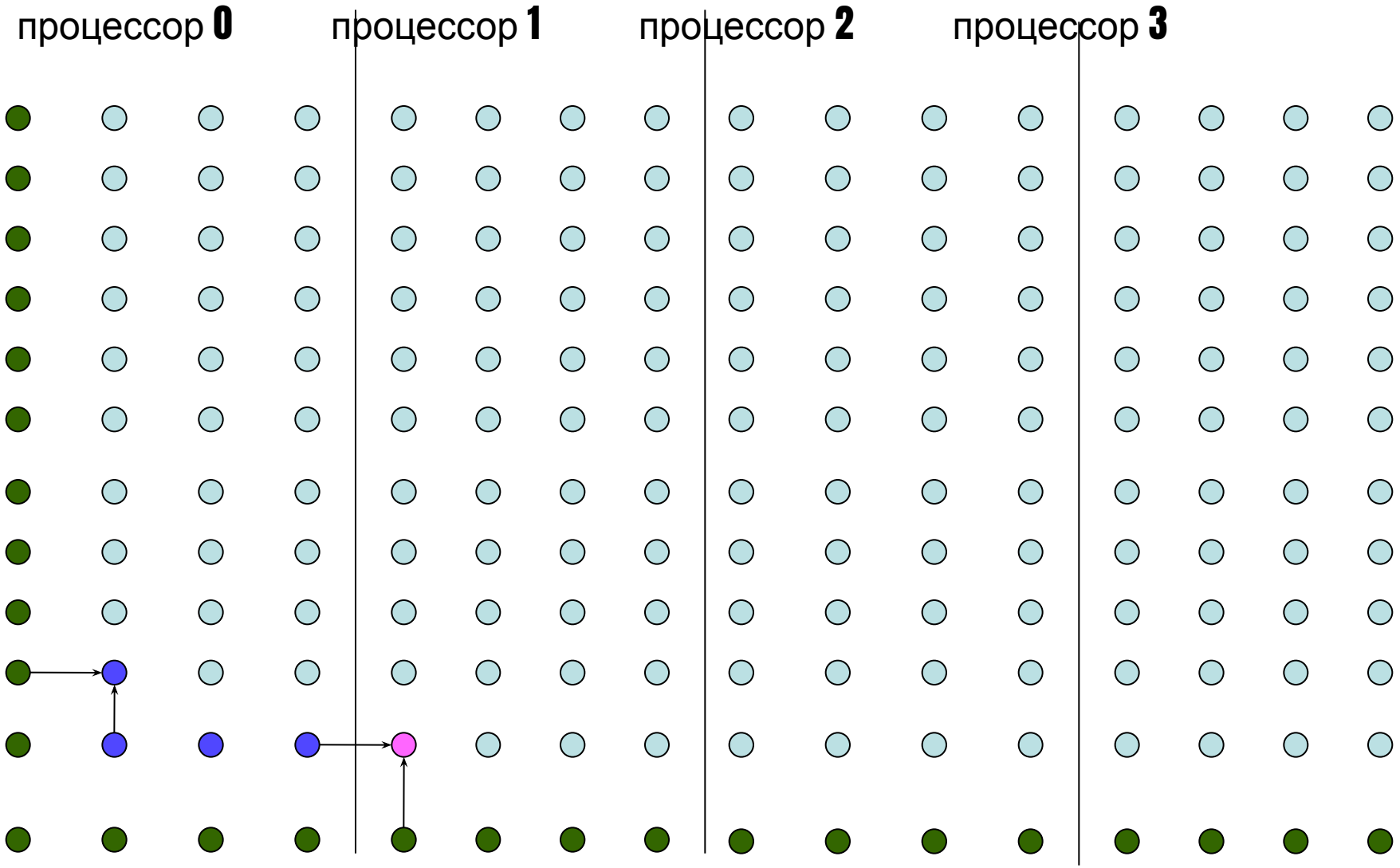
Метод конвейерного параллелизма



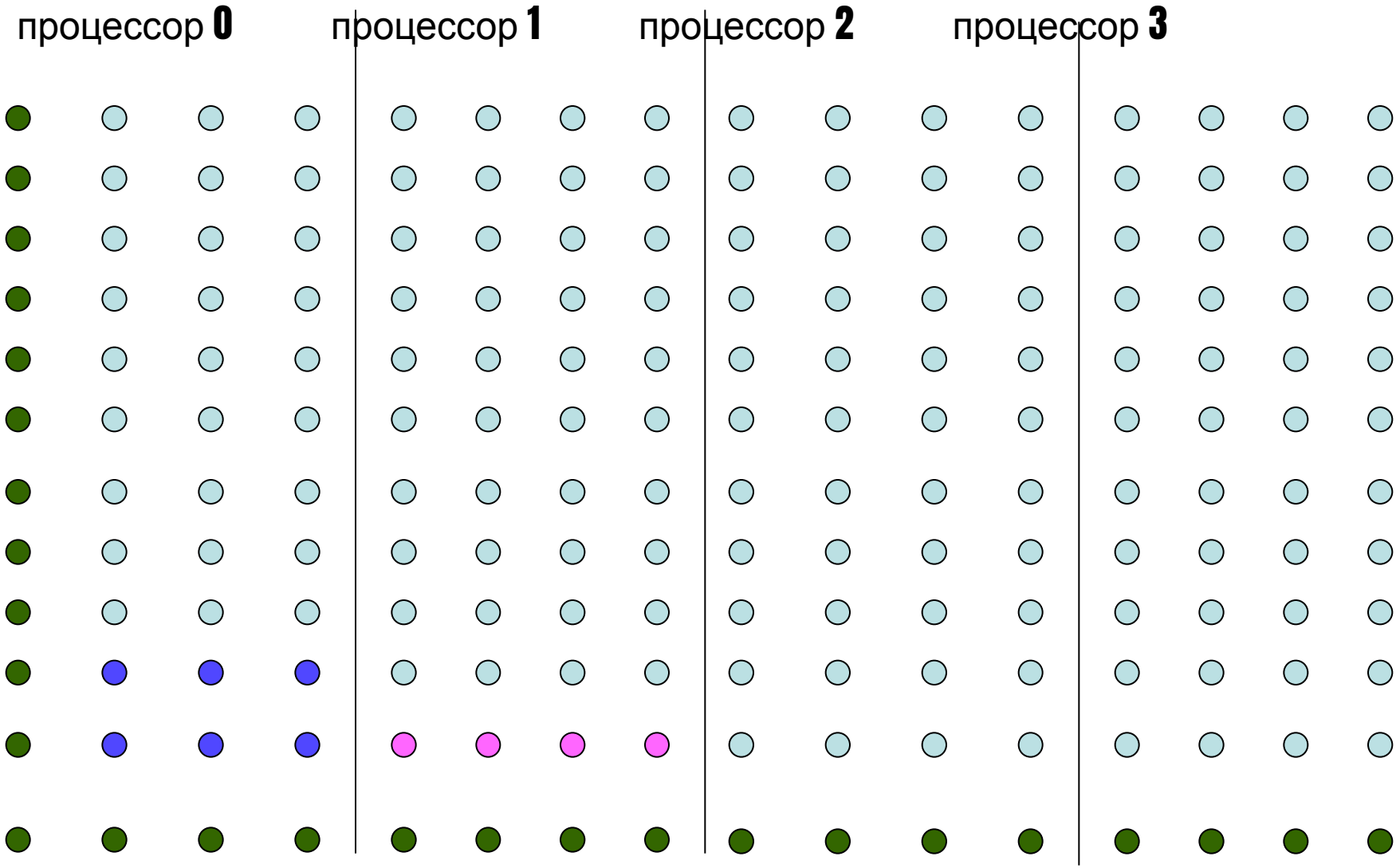
Метод конвейерного параллелизма



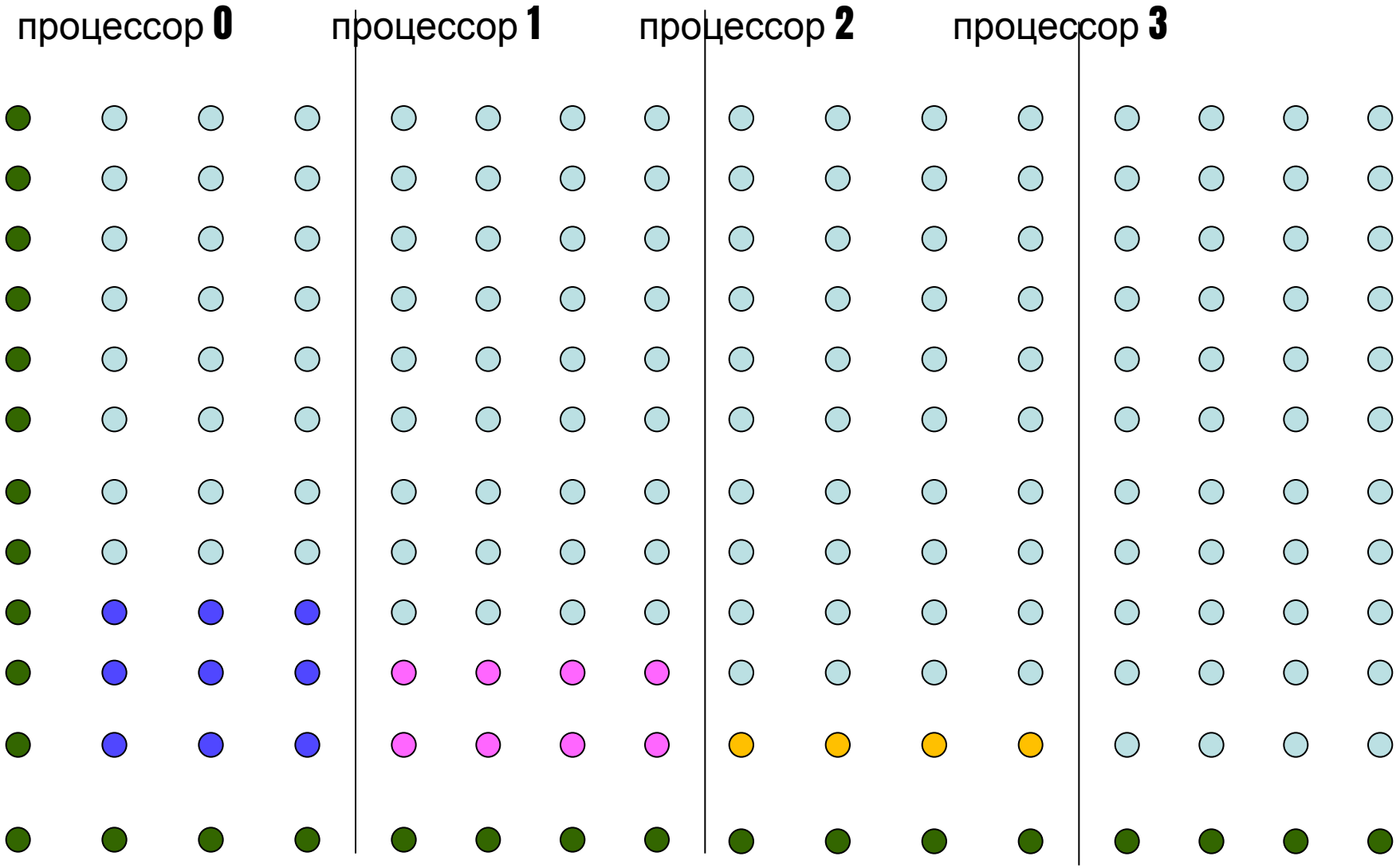
Метод конвейерного параллелизма



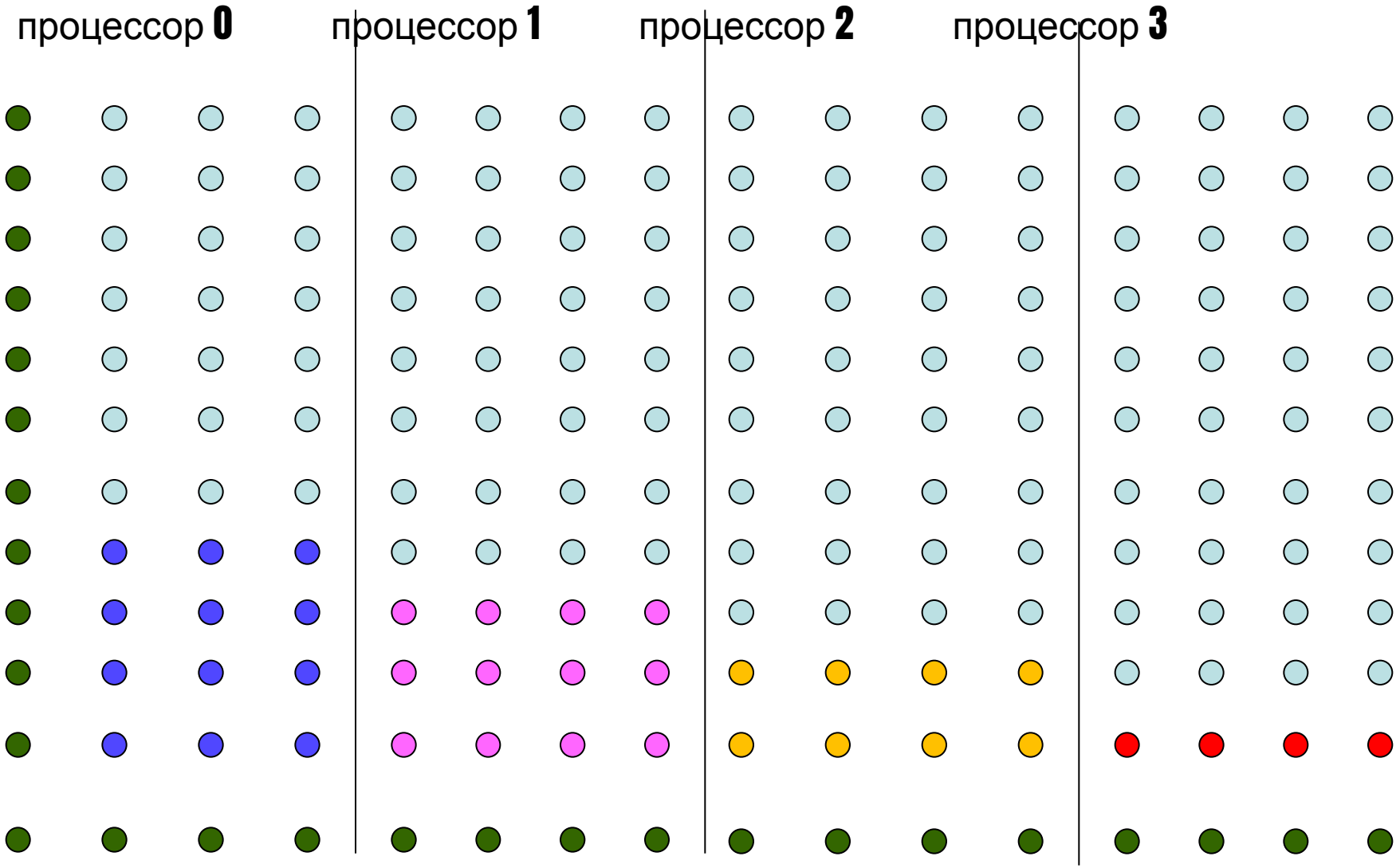
Метод конвейерного параллелизма



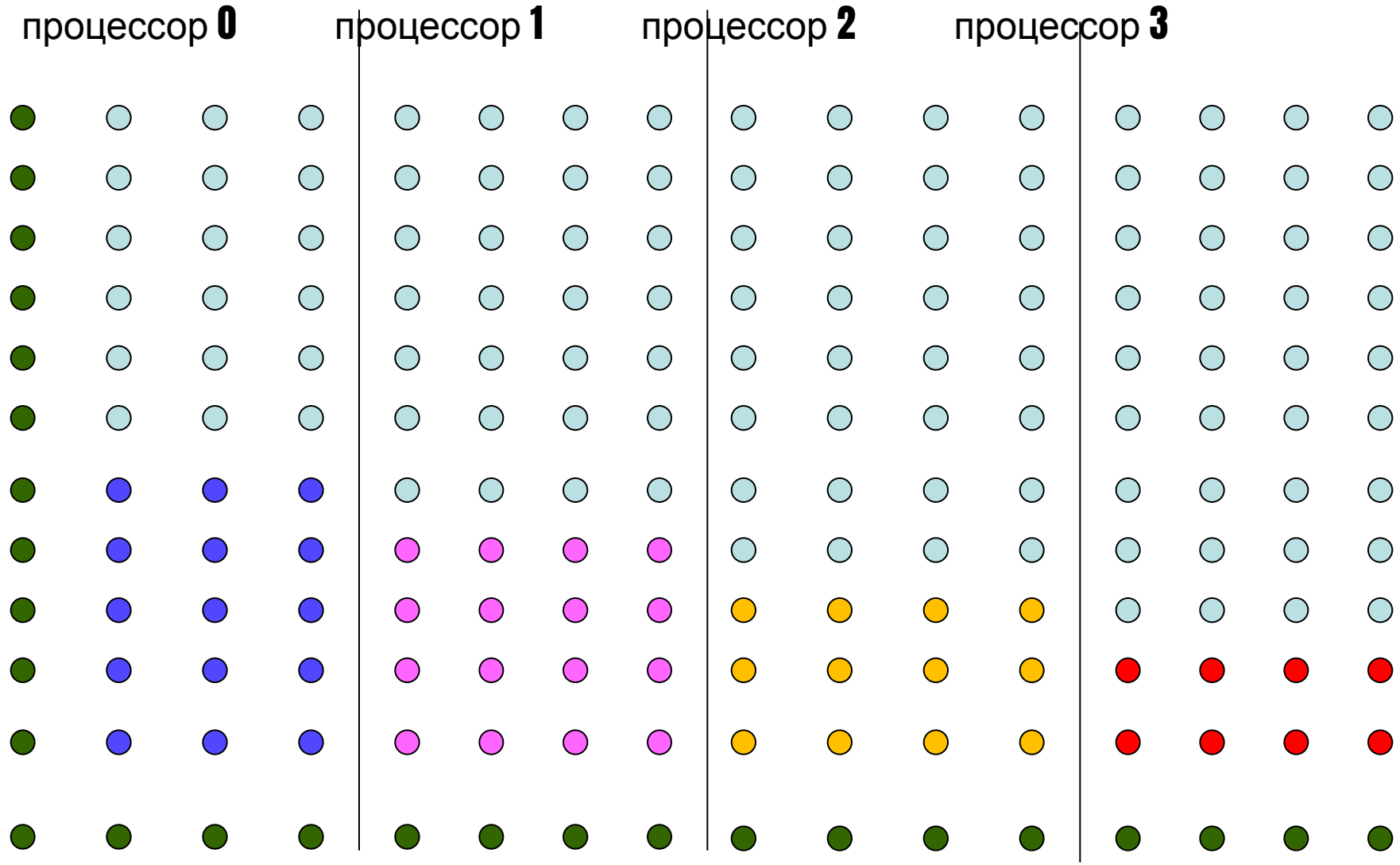
Метод конвейерного параллелизма



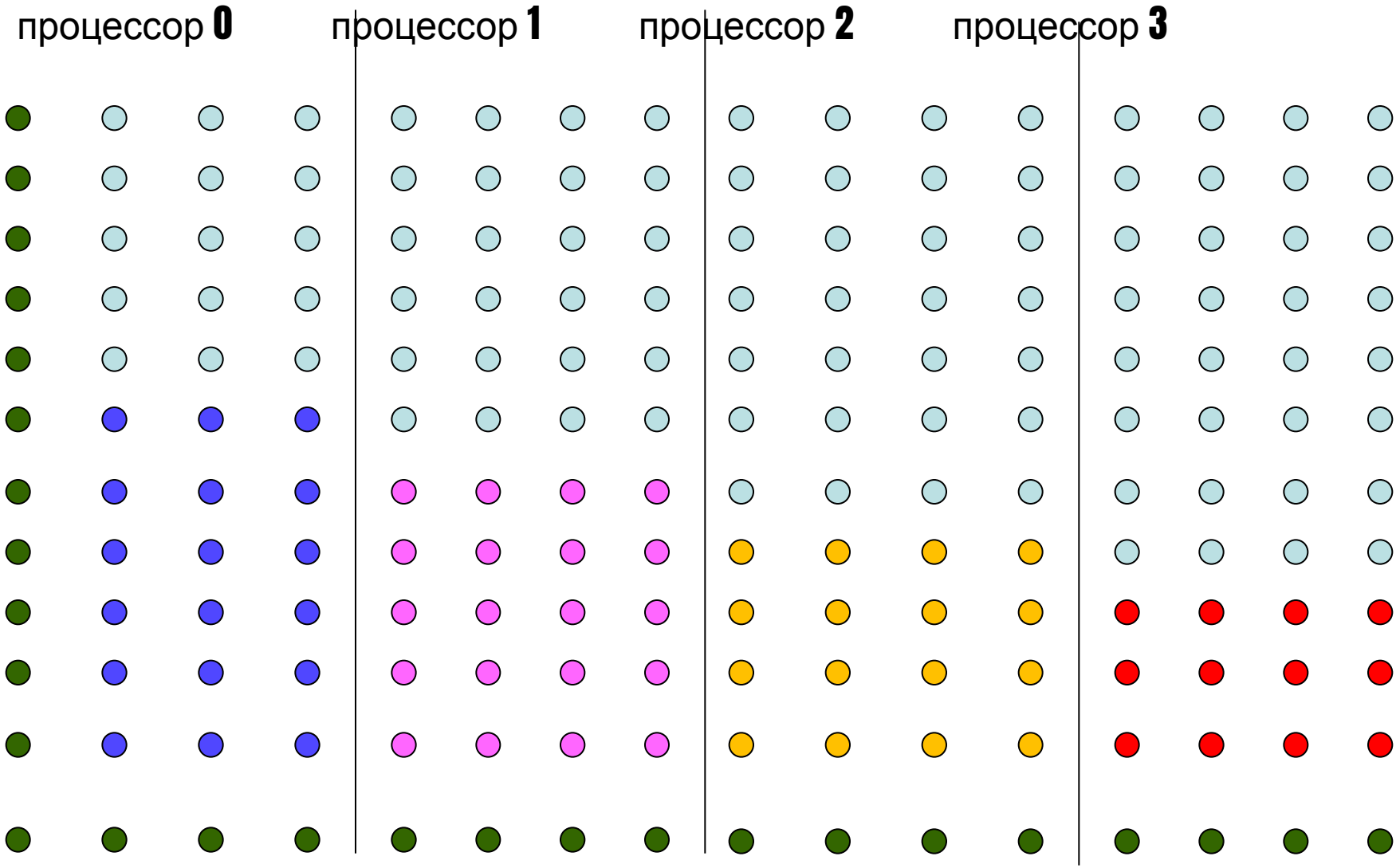
Метод конвейерного параллелизма



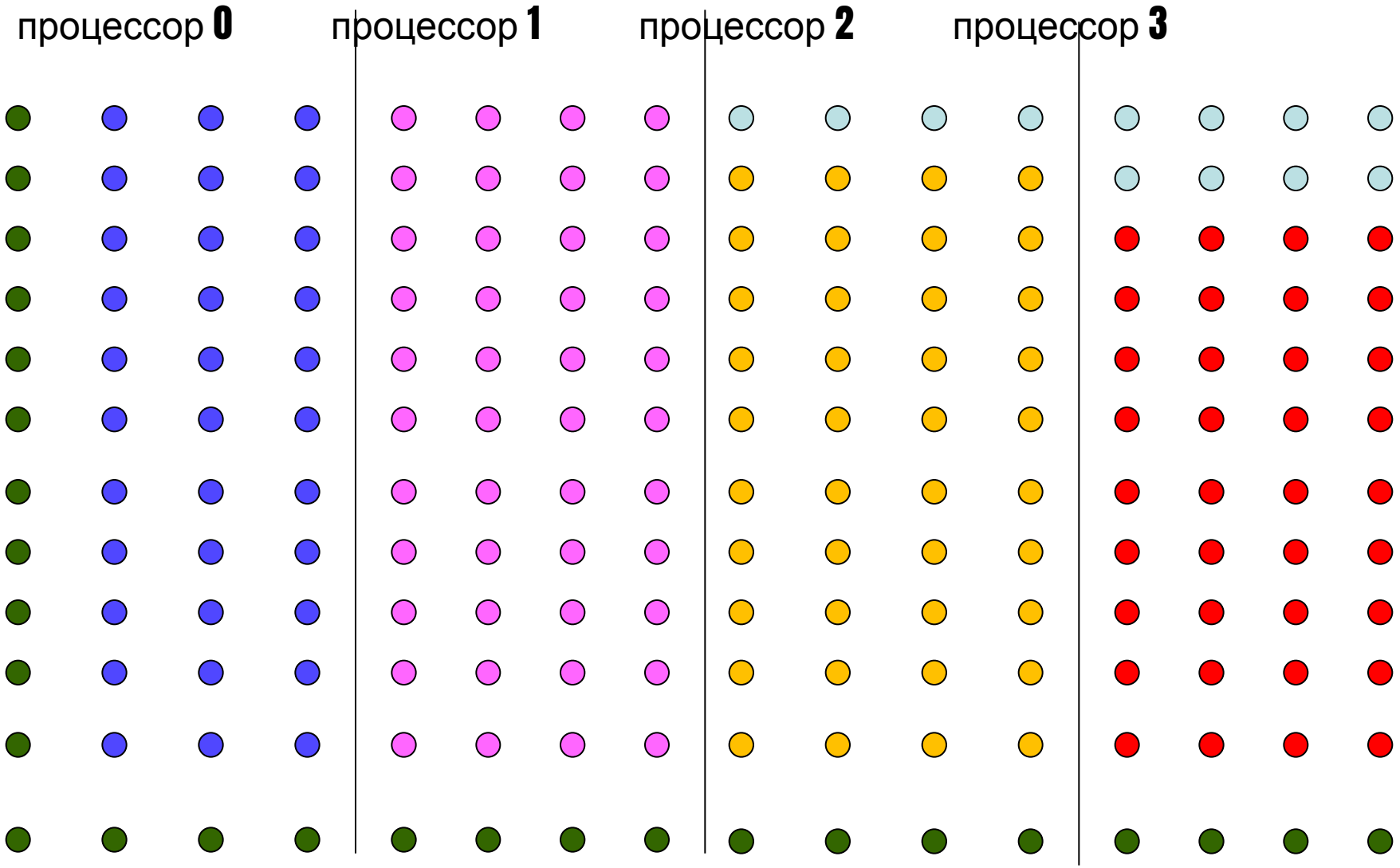
Метод конвейерного параллелизма



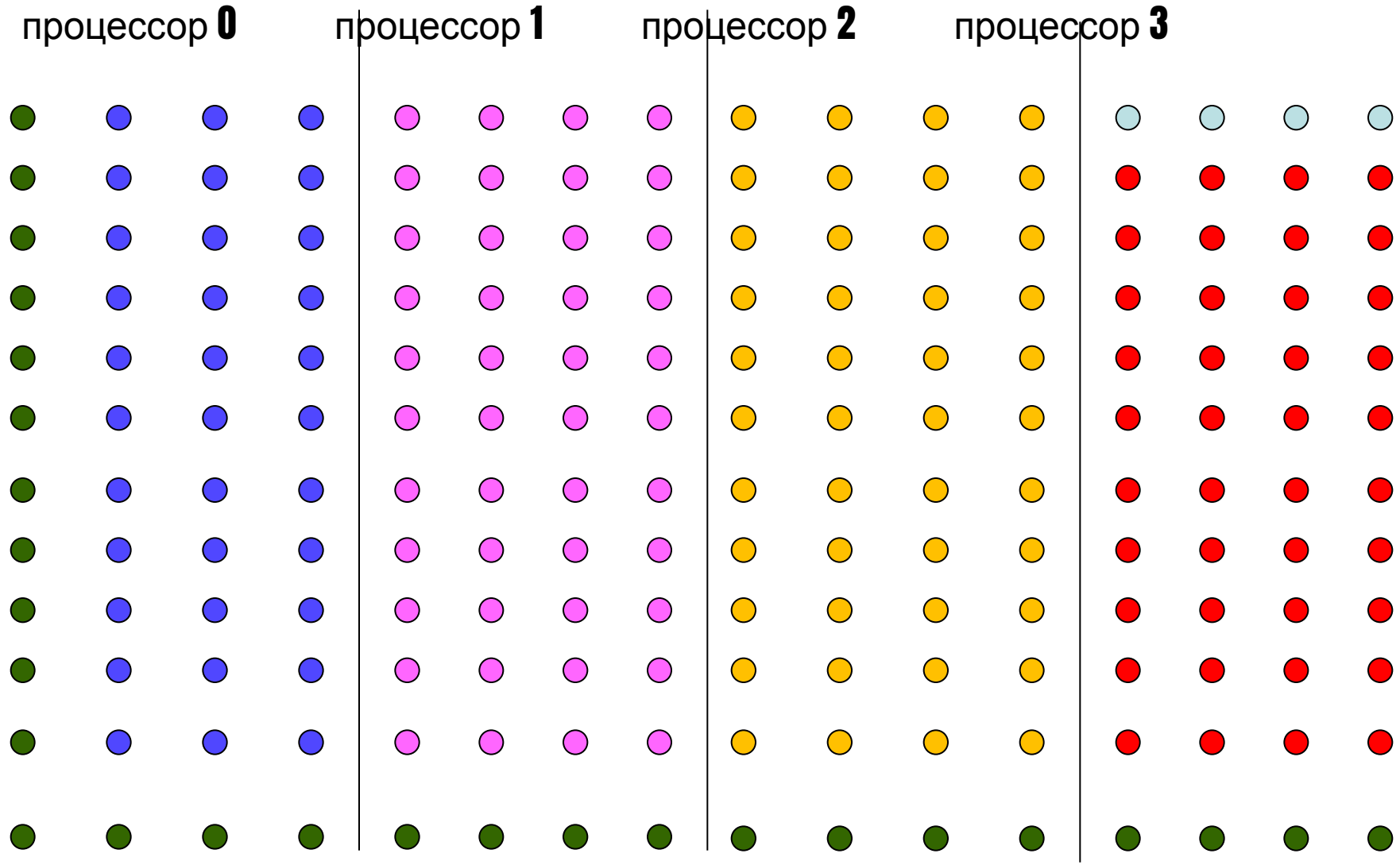
Метод конвейерного параллелизма



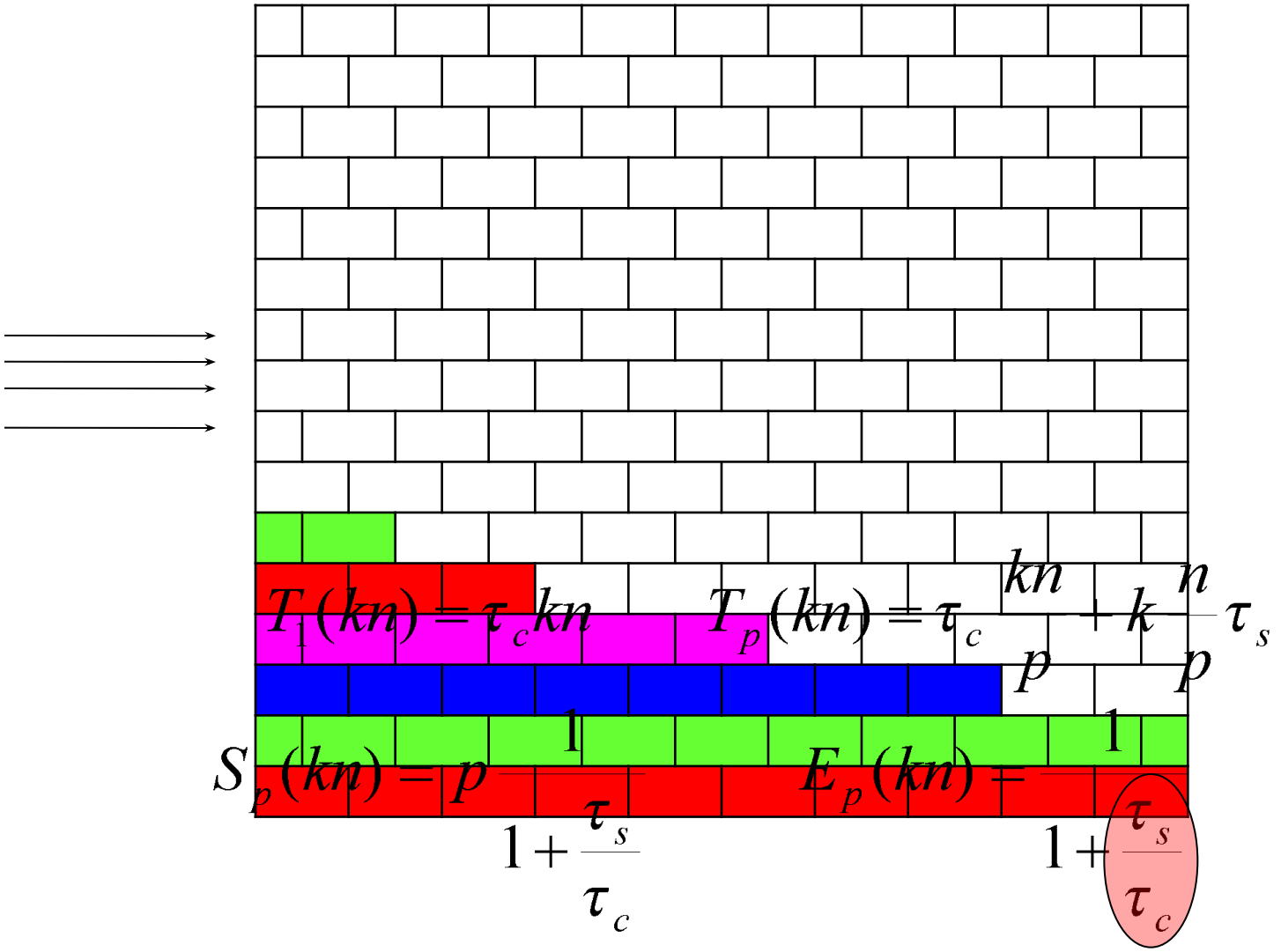
Метод конвейерного параллелизма



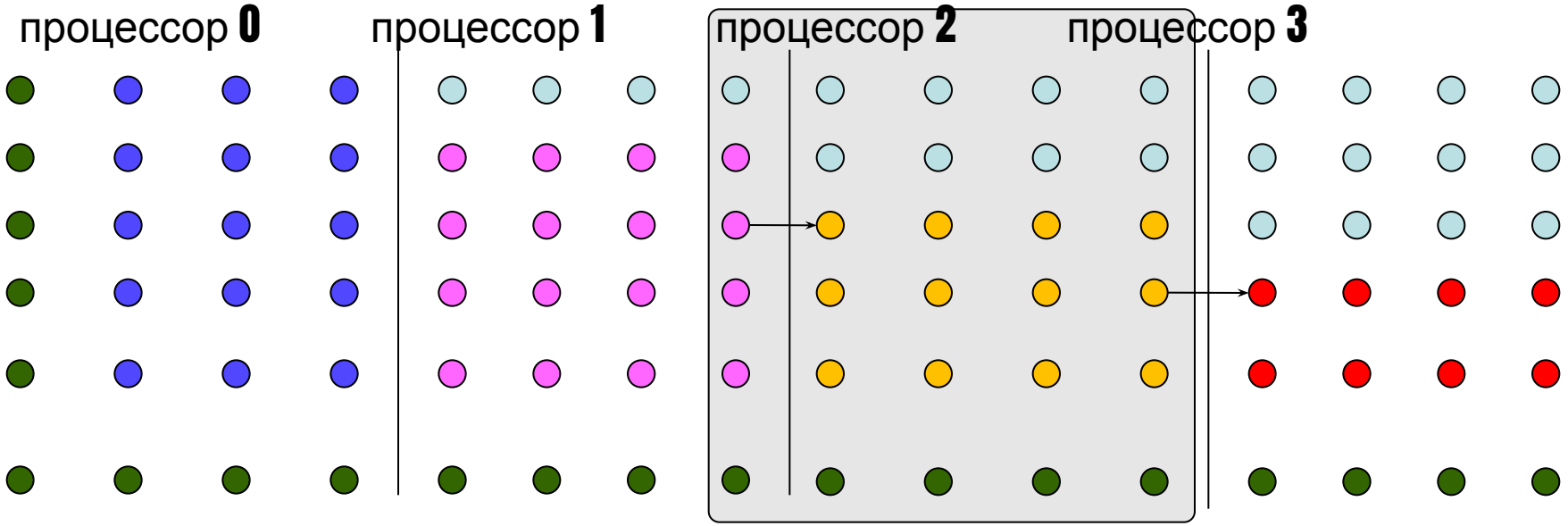
Метод конвейерного параллелизма



Метод конвейерного параллелизма



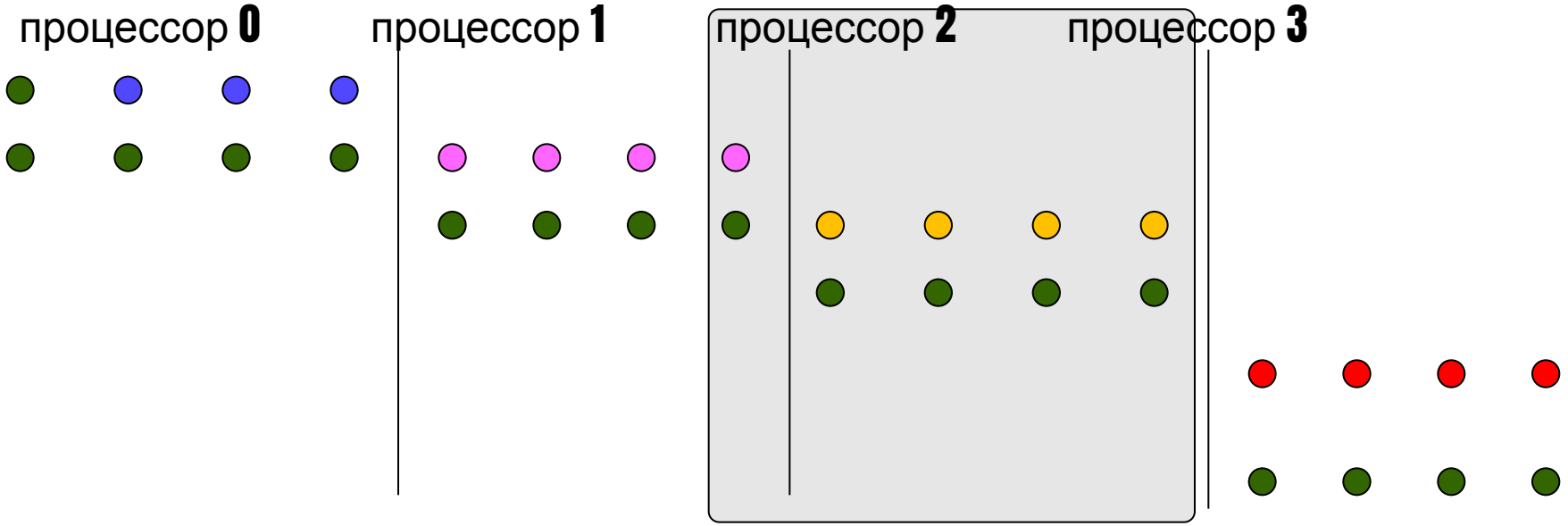
Метод конвейерного параллелизма



$$T_1(kn) = \tau_c kn \qquad T_p(kn) = \tau_c \frac{kn}{p} + 2k\tau_s$$

$$S_p(kn) = p \frac{1}{1 + 2\frac{p}{n}\frac{\tau_s}{\tau_c}} \qquad E_p(kn) = \frac{1}{1 + 2\frac{p}{n}\frac{\tau_s}{\tau_c}}$$

Объём хранимых данных



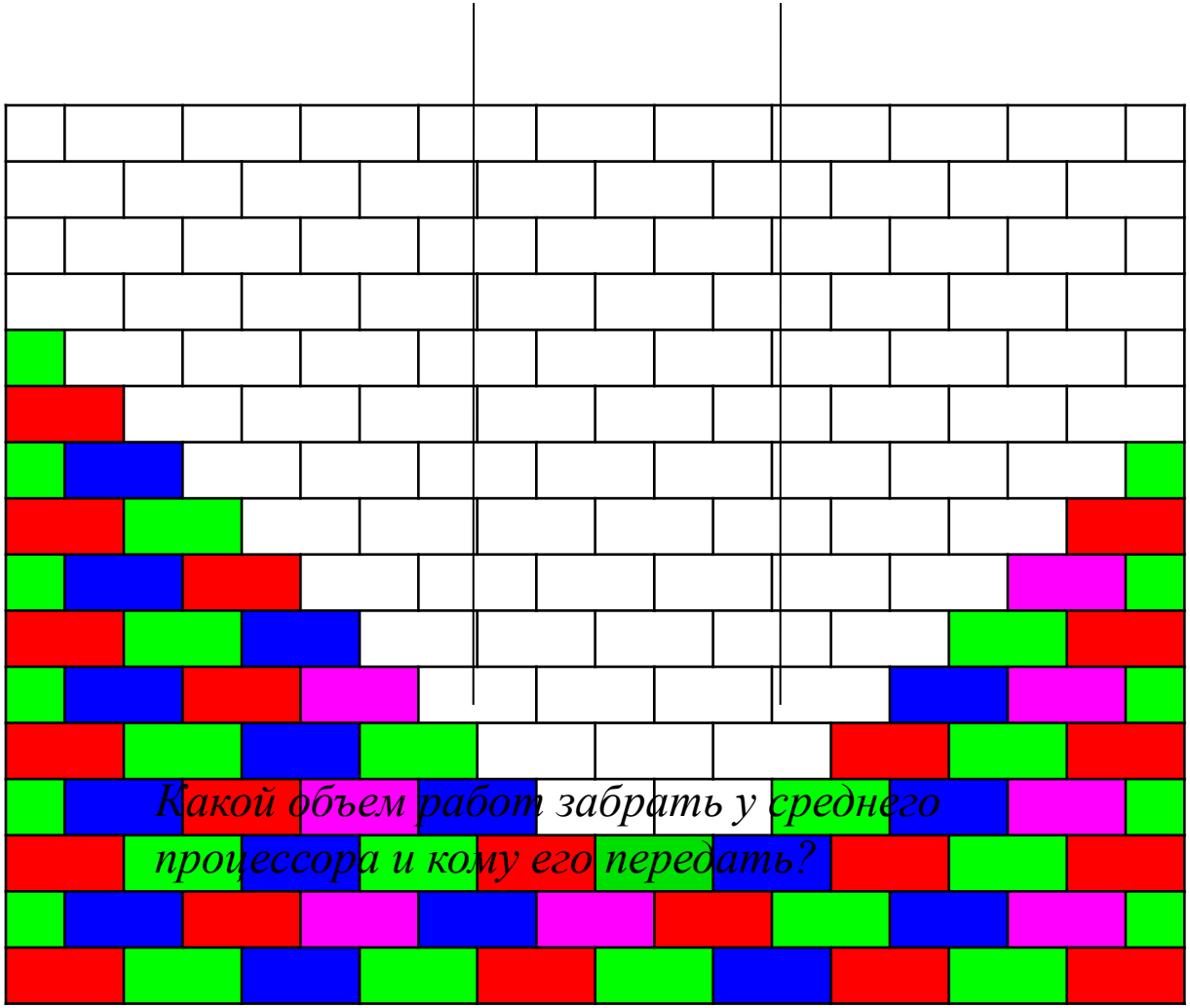
$$T_1(kn) = \tau_c kn \qquad T_p(kn) = \tau_c \frac{kn}{p} + 2k\tau_s$$

$$S_p(kn) = p \frac{1}{1 + 2\frac{p}{n}\frac{\tau_s}{\tau_c}} \qquad E_p(kn) = \frac{1}{1 + 2\frac{p}{n}\frac{\tau_s}{\tau_c}}$$

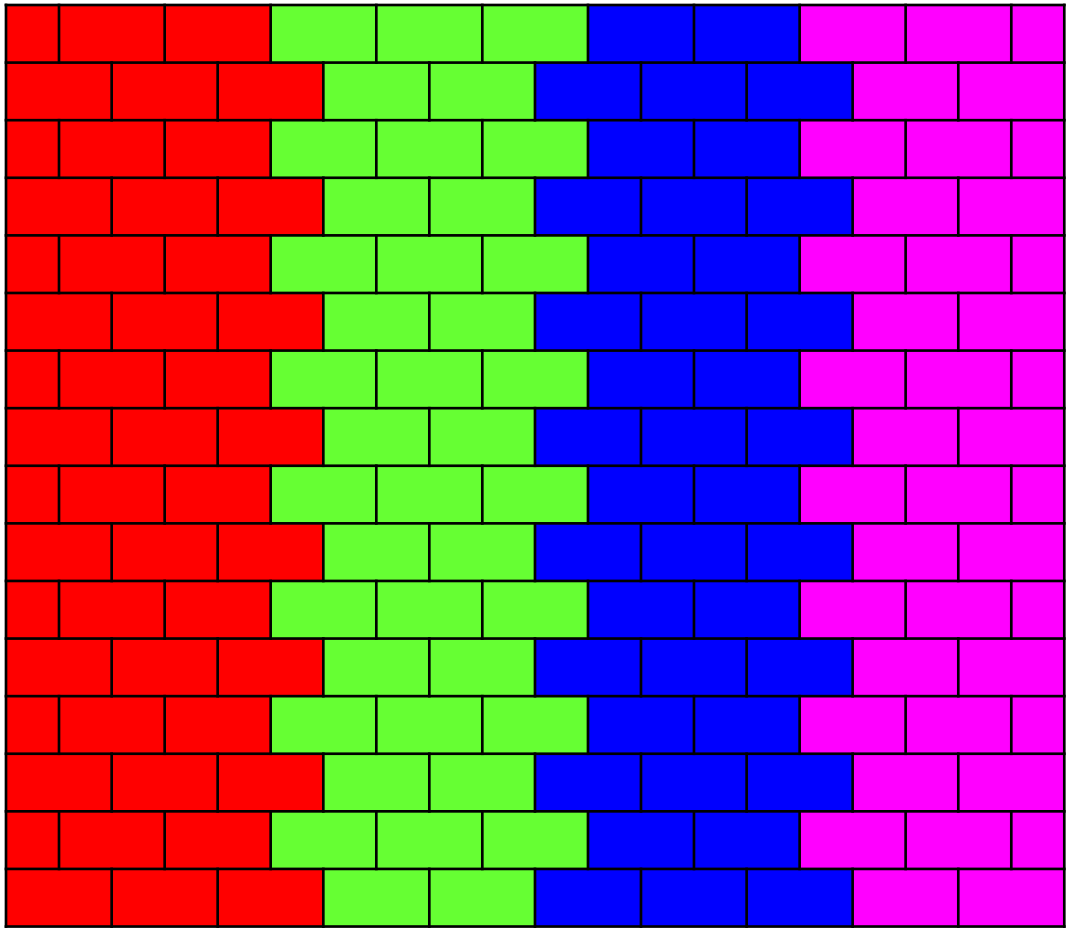
Диффузная балансировка

- Причины дисбаланса вычислительной нагрузки
  - Разные процессоры
  - Внешнее воздействие
  - Разная вычислительная сложность заданий
- Результат дисбаланса
  - Эффективная производительность определяется самым медленным процессором

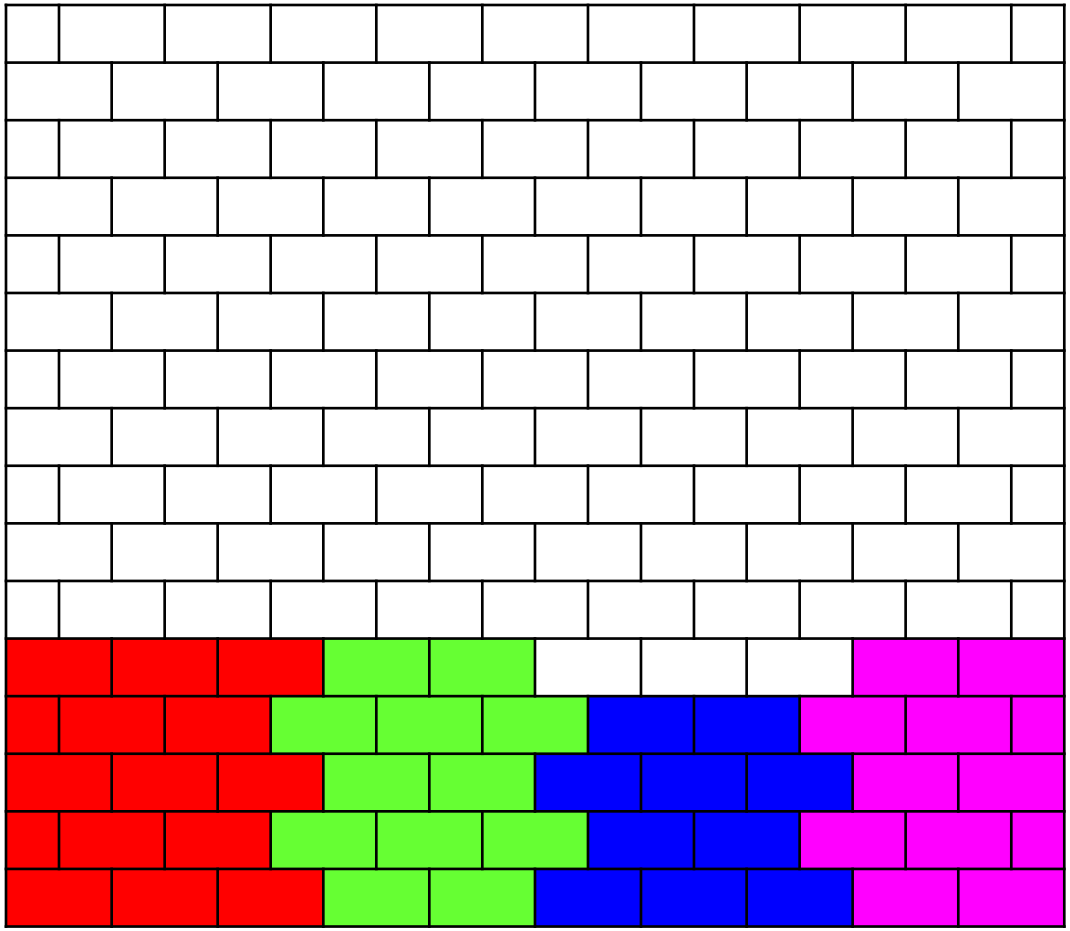
Медленный процессор



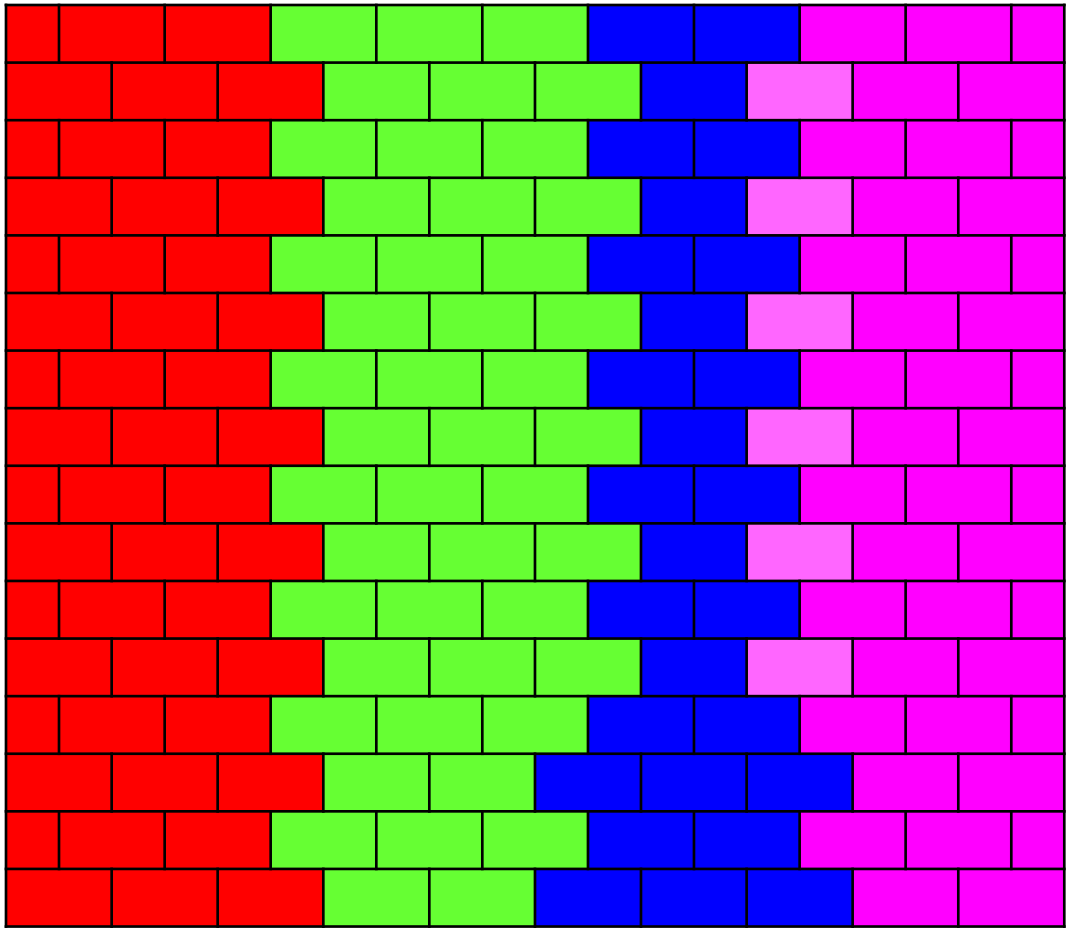
Метод геометрического параллелизма



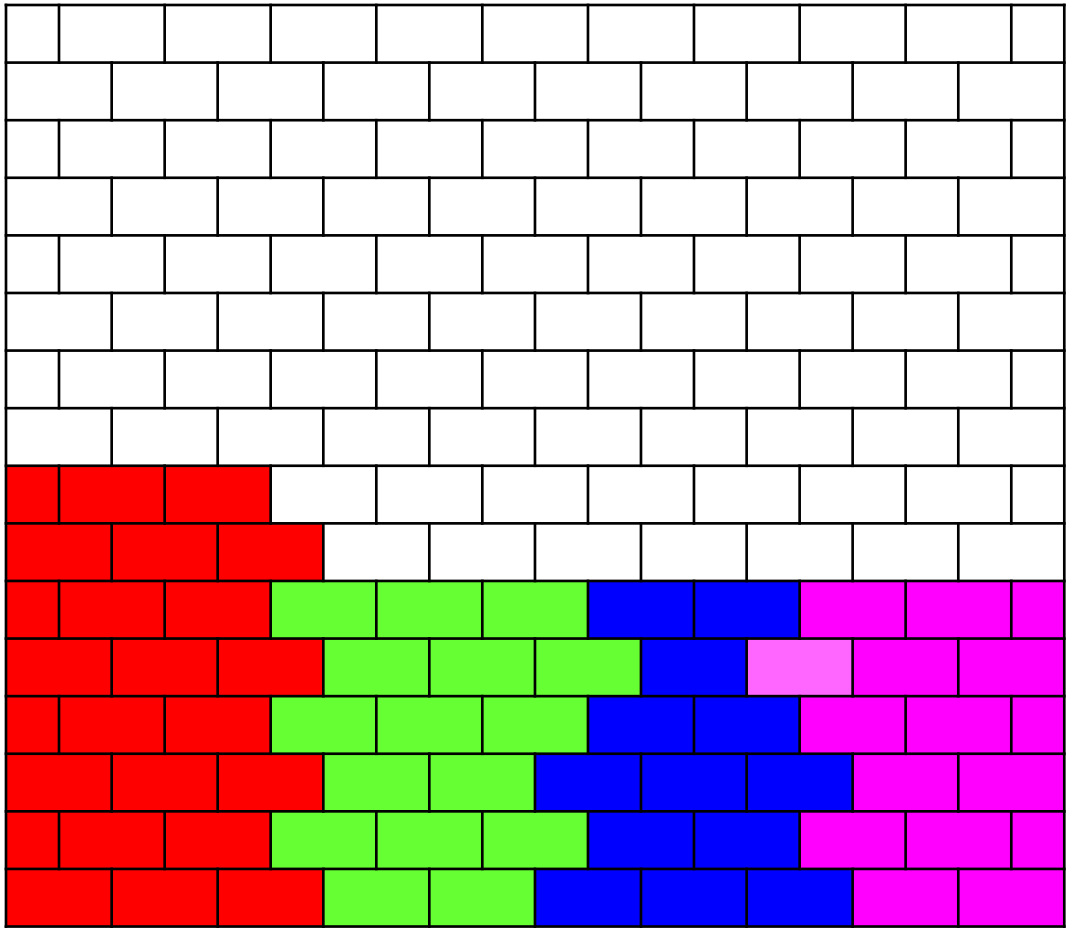
Метод геометрического параллелизма



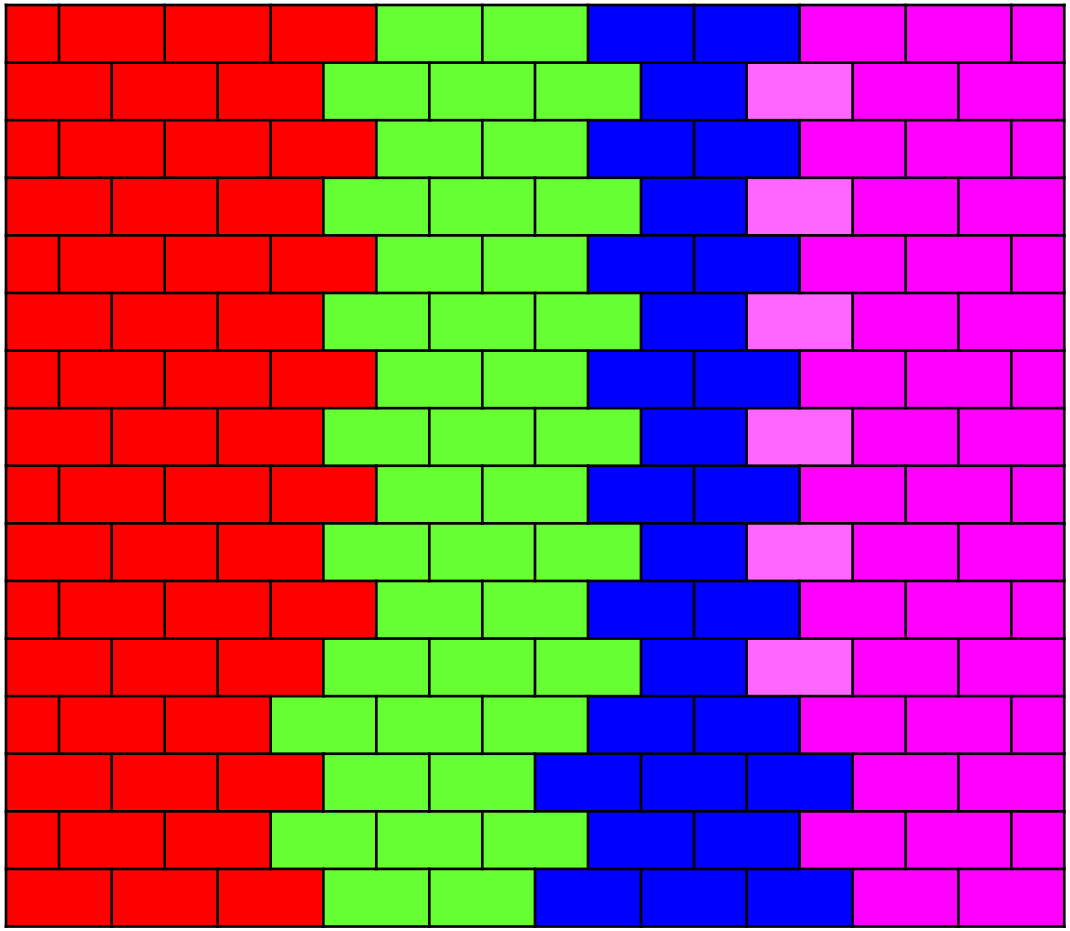
Диффузная балансировка загрузки



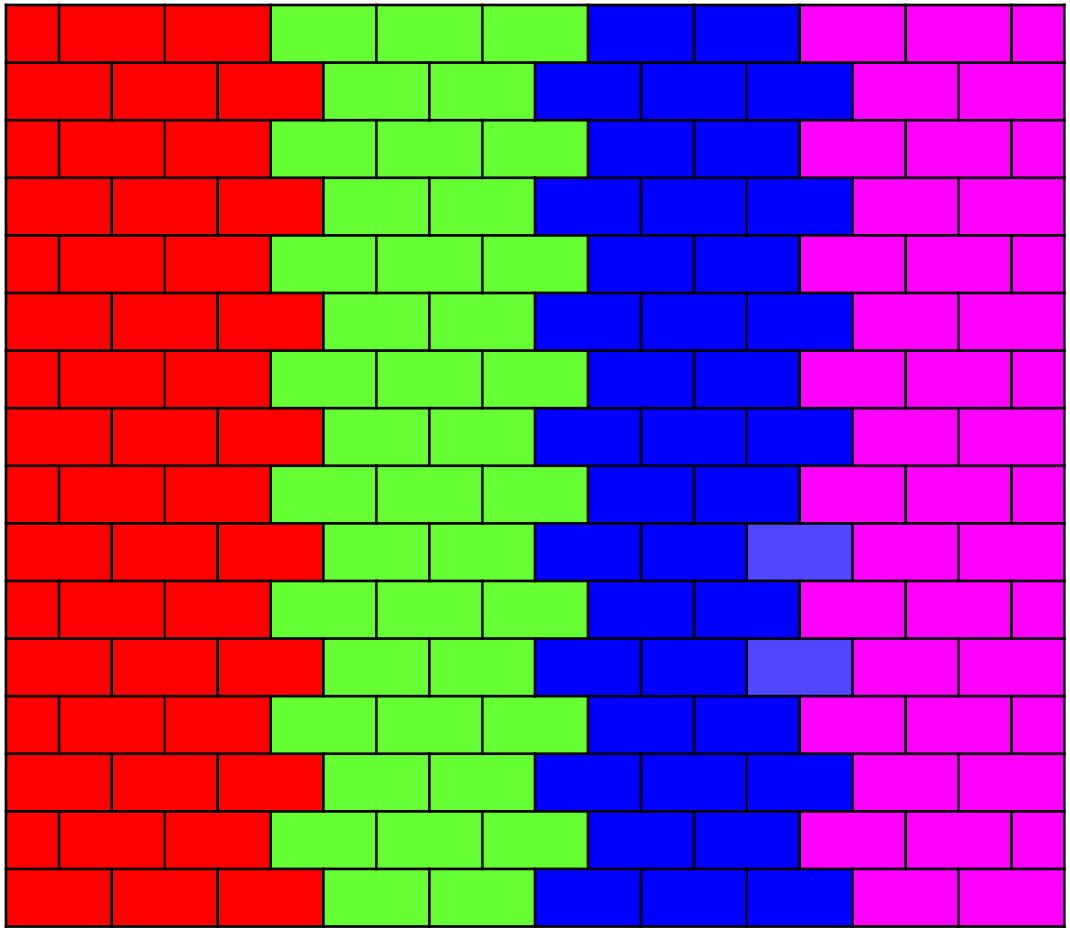
Диффузная балансировка загрузки



Диффузная балансировка загрузки



Статическое распределение



Постановка задачи диффузной балансировки

Дано:

- Количество точек – N
- Количество процессоров – p
- Процессор i обработал n_i точек за время t_i

Требуется:

- Найти количества точек n'_i, которое следует обработать процессорам на следующем шаге
- Определить сколько точек каждый из процессоров должен передать соседним процессорам

Диффузная балансировка

$$n_i' = N \frac{\frac{n_i}{t_i}}{\sum_{j=0}^{p-1} \frac{n_j}{t_j}}$$

Резюме

- Статическая и динамическая балансировка загрузки процессоров
  - Статическая балансировка
    - метод сдваивания
    - геометрический параллелизм
    - конвейерный параллелизм
  - Динамическая балансировка
    - коллективное решение
    - диффузная балансировка

Общая схема вычислений

```
К = 1 000 000;
шаг_вывода = 10 000;

for(шаг=0;шаг<k;шаг++)
{
    for(кирпич=rank*n/p;кирпич<(rank+1)*n/p;кирпич++)
      Уложить (кирпич)

    Обменяться данными о точках, прилегающих к внутренним
      границам()

    if( шаг % шаг_вывода == 0 )
    {
      Вывести промежуточные результаты()
    }
}
```

Определение суммы двух многоразрядных чисел

```
r=0;
for(i=0;i<=n;i++)
  {
  d=a[i]+b[i]+r;
  c[i]=d%10;
  r=d/10;
  }
c[i]=r;
```

$$\begin{array}{r} 6934317835 \\ +\ 3221643577 \\ \hline 10155961412 \end{array}$$

$$T_1 = 4n\tau_c$$

«Параллельный» алгоритм

Последовательное распространение разряда переноса на четырёх процессорах

$$
\begin{array}{r}
 99999999 \\
+\quad\quad 1 \\
\hline
 100000000
\end{array}
$$

99	99	99	99
			1
			100
		100	
	100		
100			
100	00	00	00

«Параллельный» алгоритм

?

Спекулятивный алгоритм

- Спекулятивное вычисление двух сумм

$$
\begin{array}{r}
+\,99999999 \\
1 \\
\hline
100000000
\end{array}
$$

99	**99**	**99**	**99**	
			1	
99	99	99	100	+0
100	100	100		+1
100	00	00	00	

Спекулятивный алгоритм

```
r1=0;
r2=1;
for(i=0;i<=n1;i++)
   {
   d1=a[i]+b[i]+r1;
   c1[i]=d1%10;
   r1=d1/10;
   d2=a[i]+b[i]+r2;
    c2[i]=d2%10;
    r2=d2/10;
    }
Recv(&r)
if(r)c=c1;
else c=c2;
```

$$T' = 8n_1\tau_c$$

Спекулятивный алгоритм

- Спекулятивное вычисление двух сумм

$$T_1 = 4n\tau_c$$

$$T_p = 8\frac{n}{p}\tau_c$$

$$S_p = \frac{p}{2}$$

$$E_p = 50\%$$

99	**99**	**99**	**99**	
			1	
99	99	99	100	+0
100	100	100		+1
100	00	00	00	

Заключение

- Рассмотрены некоторые методы построения параллельных алгоритмов
- Рассмотрен алгоритм диффузной балансировки загрузки процессоров
- Представлен масштабируемый параллельный алгоритм, основанный на неэффективном последовательном алгоритме

Контакты

Якобовский М.В.

проф., д.ф.-м.н.,

зав. сектором

«Программного обеспечения многопроцессорных систем и вычислительных сетей»

Института прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук

mail: mail: lira@imamod.rumail: lira@imamod.ru

web: web: http://lira.imamod.ru