

# Курс

## «Аппаратура потребителей спутниковых радионавигационных систем»

Преподаватель:

ассистент каф. РТС

Корогодин Илья Владимирович

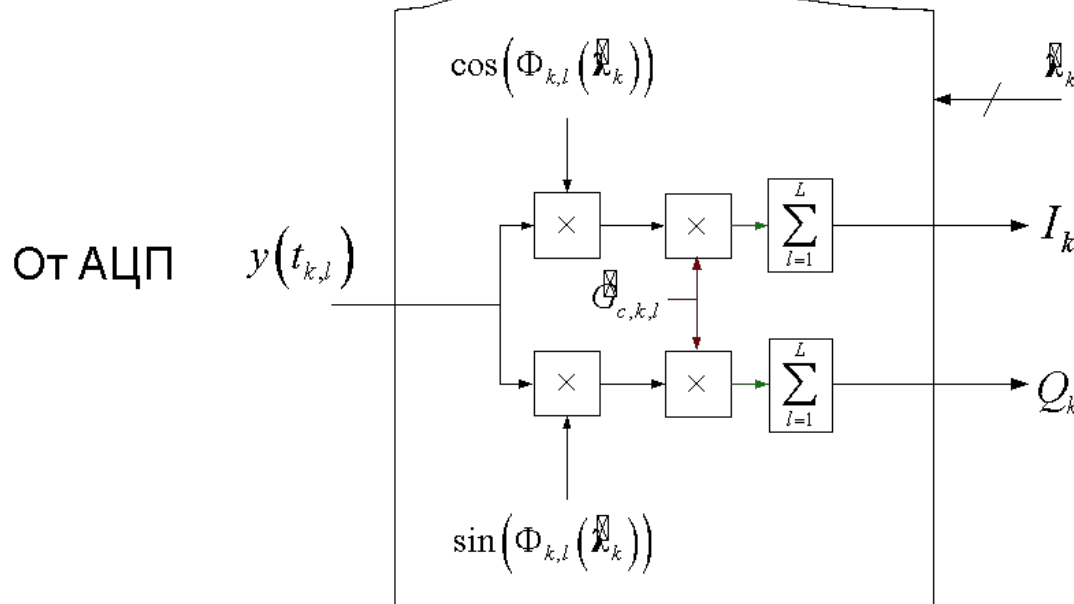
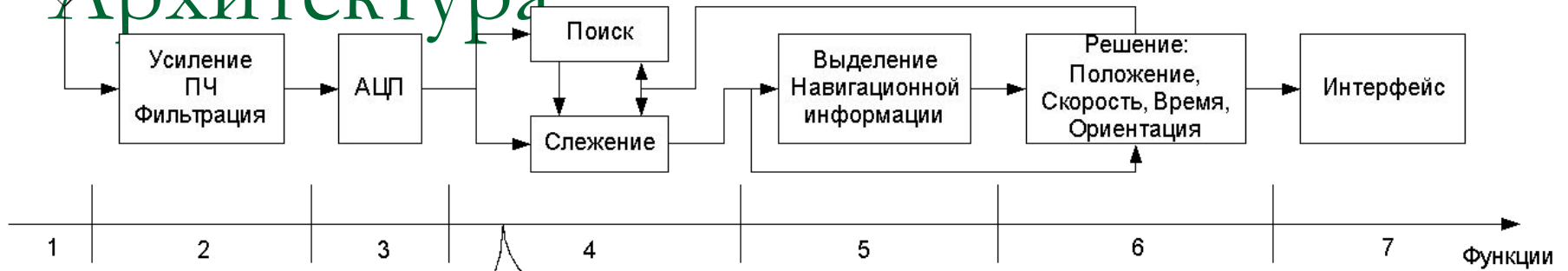
[korogodin@srns.ru](mailto:korogodin@srns.ru)

---

# Коррелятор НАП: СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЭКВИВАЛЕНТЫ

---

# Архитектура

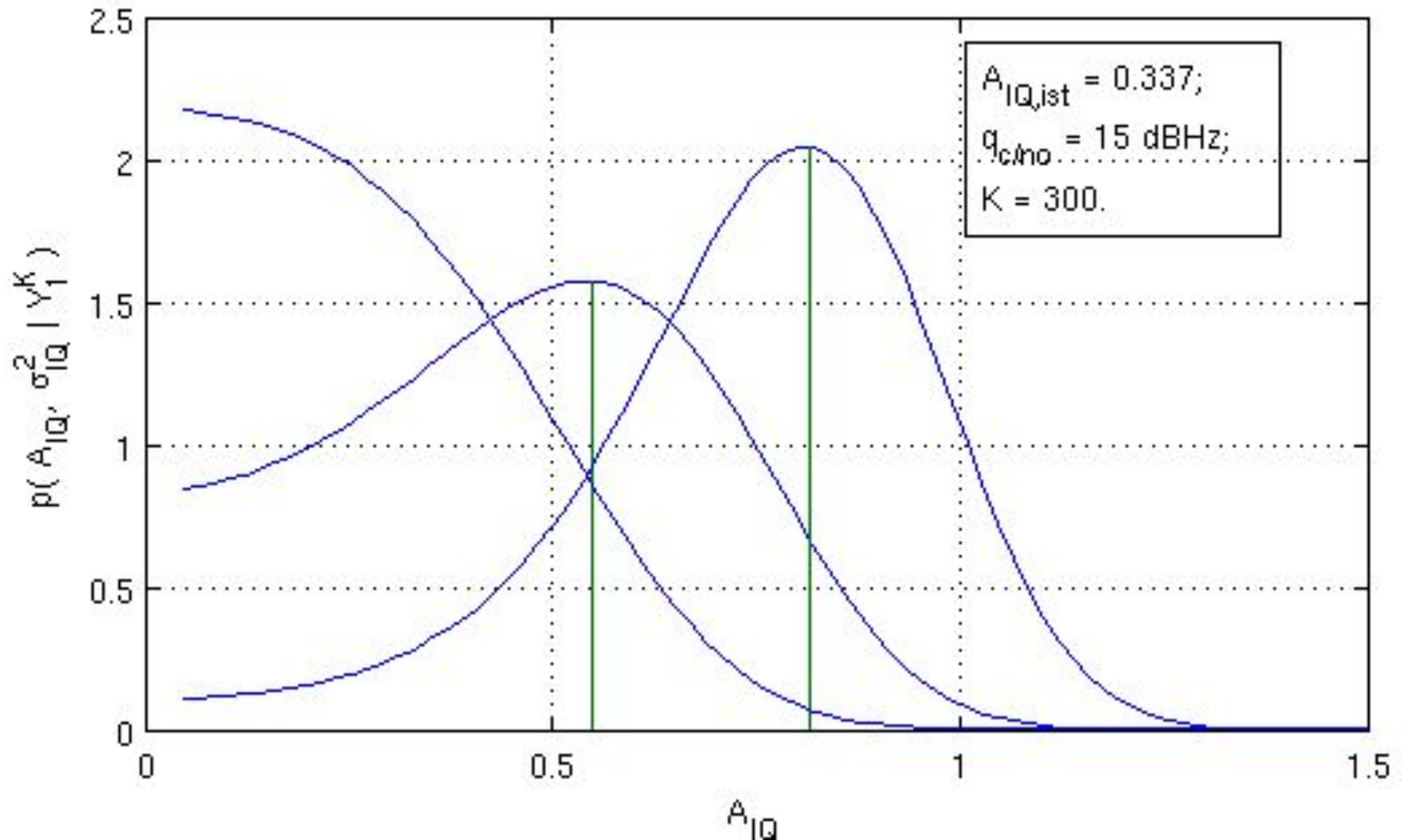


К алгоритму поиска;  
 следящим системам;  
 системе синхронизации и  
 выделения навигационной  
 информации

$$G_{c,k,l} = G_c(t_{k,l} - t_k);$$

$$\Phi_{k,l}(\lambda_k) = \omega_{if}(t_{k,l} - t_{k,1}) + \int_{t_{k,1}}^{t_{k,l}} \omega_{d,k} dt$$

# Апостериорные плотности



# Постоянство параметров

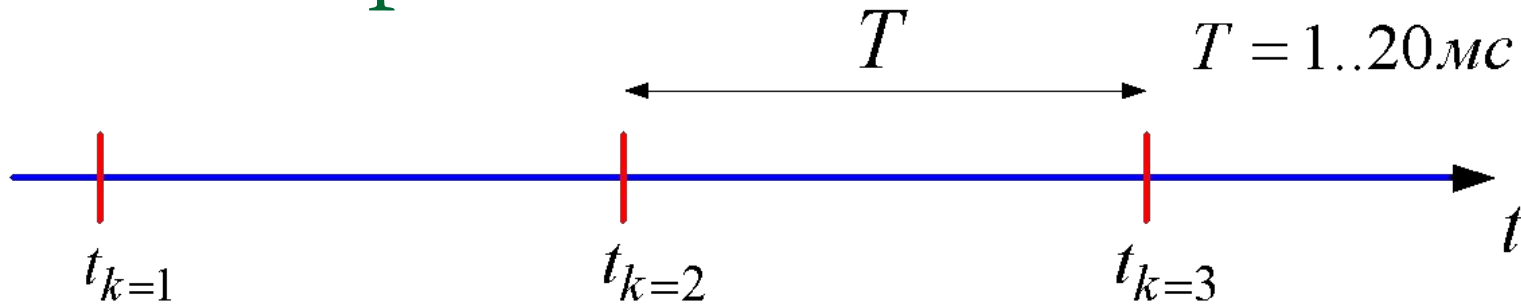
Для решения своей задачи навигационный приемник должен производить оценивание параметров приходящих радиосигналов:

- Грубо, но быстро - на этапе поиска;
- Максимально точно на этапе слежения...

Объединим, для наглядности, набор параметров: частоту, задержку, фазу, амплитуду и т.д. в один вектор

$$\lambda = \begin{pmatrix} \tau \\ \omega \\ \dots \\ \varphi \end{pmatrix}$$

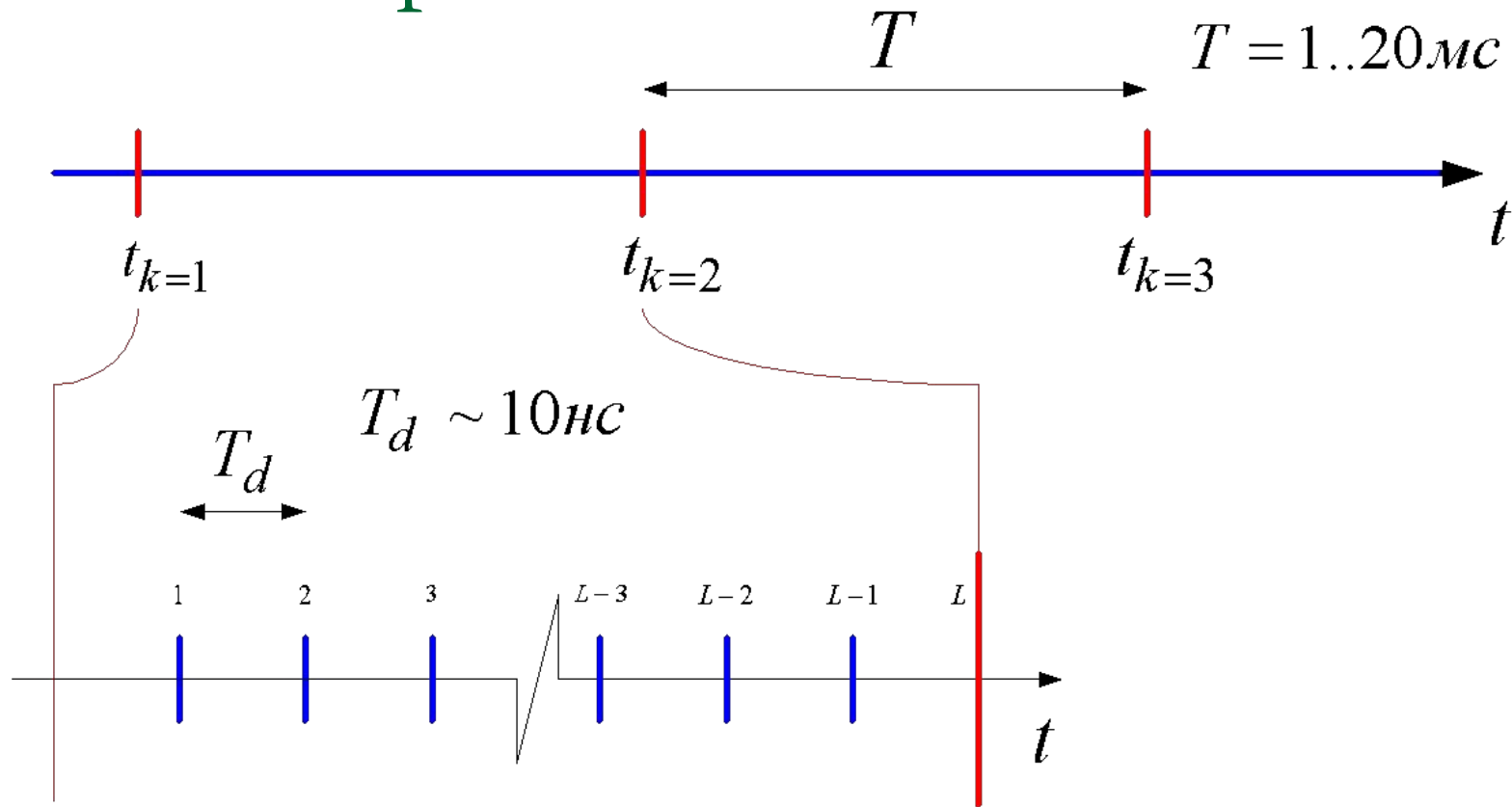
# Шкала времени



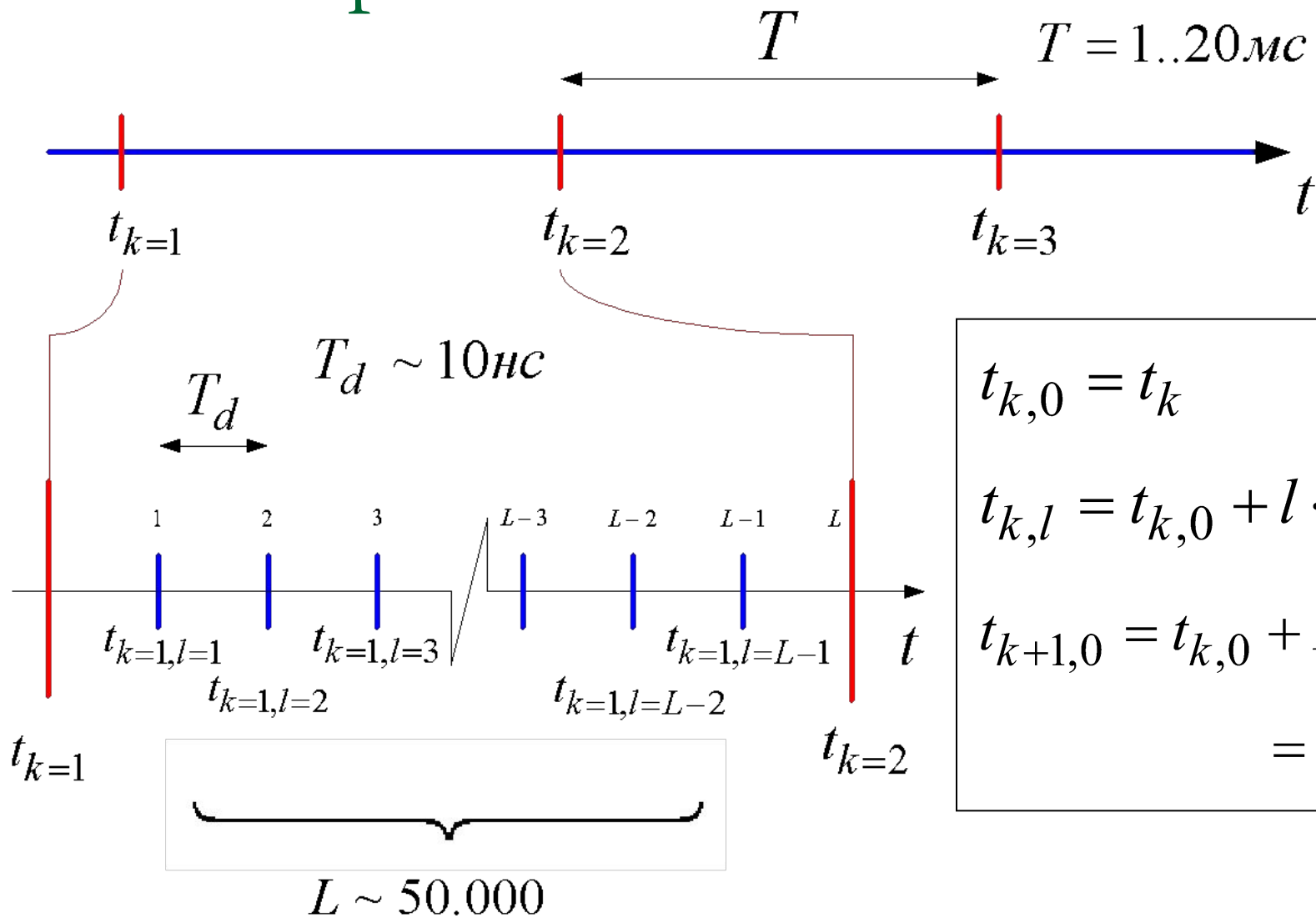
Ось времени разбивается на интервалы, на которых параметры сигнала  $\lambda$  можно считать неизменными. Для упрощения интервалы берут одинаковой длительности -

$T$

# Шкала времени



# Шкала времени



$$t_{k,0} = t_k$$

$$t_{k,l} = t_{k,0} + l \cdot T_d$$

$$\begin{aligned}
 t_{k+1,0} &= t_{k,0} + L \cdot T_d = \\
 &= t_{k,0} + T
 \end{aligned}$$



---

# Модель наблюдений

- Корреляторы бывают разные;
- Конкретный вид зависит от **модели наблюдений (сигнала на выходе АЦП)** и от решаемой задачи.

Составим модель наблюдений, которая приводит к наиболее часто встречаемой на практике форме

---

---

# Модель наблюдений

Как сказано выше, на каждом интервале  $T$  параметры  $\lambda_k$  подлежащие оцениванию, неизменны:

- зависят от индекса  $k$ ,
- не зависят от внутреннего индекса  $l$

Смена значений происходит при смене интервала, т.е. в момент  $t_{k,0} = t_{k-1,L}$

---

# Модель наблюдений

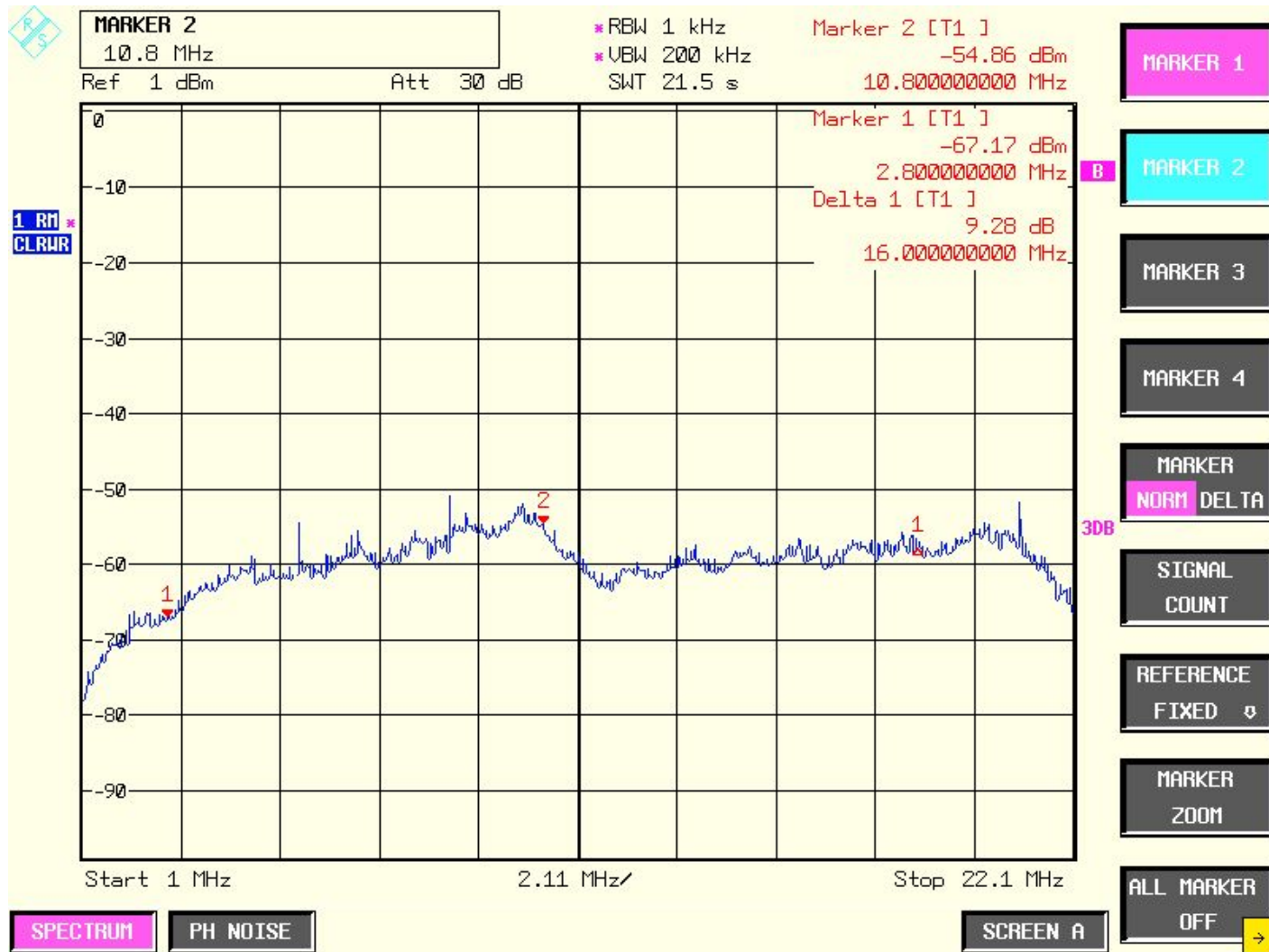
Хорошей моделью для выходных отсчетов АЦП может послужить аддитивная модель шума и радионавигационного сигнала:

$$y_{k,l} = S_{k,l} + n_{k,l}$$

$S_{k,l}$  - полезный сигнал ПЧ

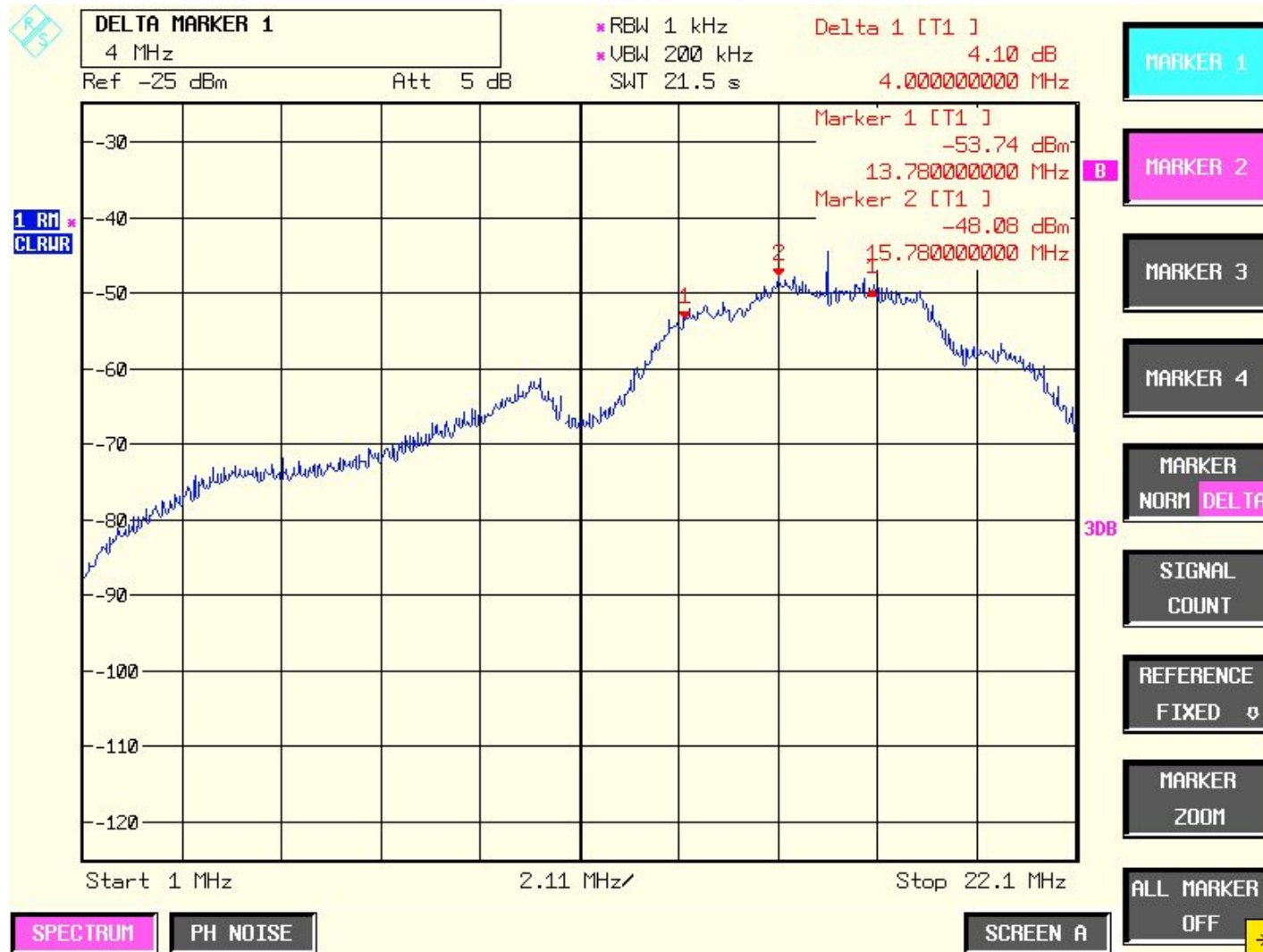
$n_{k,l}$  - ДБГШ с дисперсией  $\sigma_n^2$

# Модель наблюдений



Выход АЦП ГЛОНАСС

# Модель наблюдений



Выход АЦП GPS

# Модель сигнала

$$S_{k,l} = A_k \cdot G_c(t_{k,l} - \tau_k) \cdot G_{nd,k} \cdot \cos\left(\Phi_{k,l}(\lambda_k)\right)$$

$A_k \in [0; A_{\max}]$  - амплитуда;

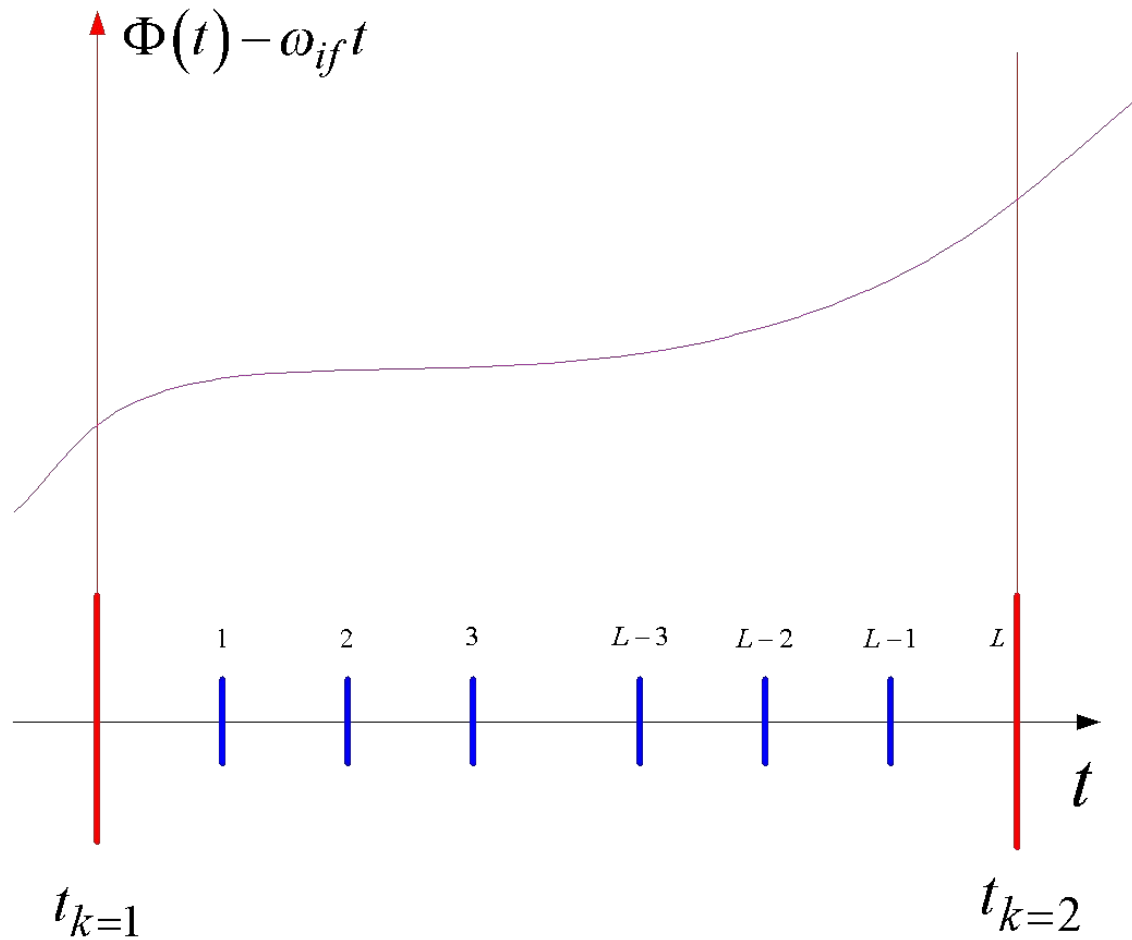
$G_c(x) \in \{-1; +1\}$  - функция дальномерного кода;

$\tau_k \in (-\infty; +\infty)$  - задержка дальномерного кода;

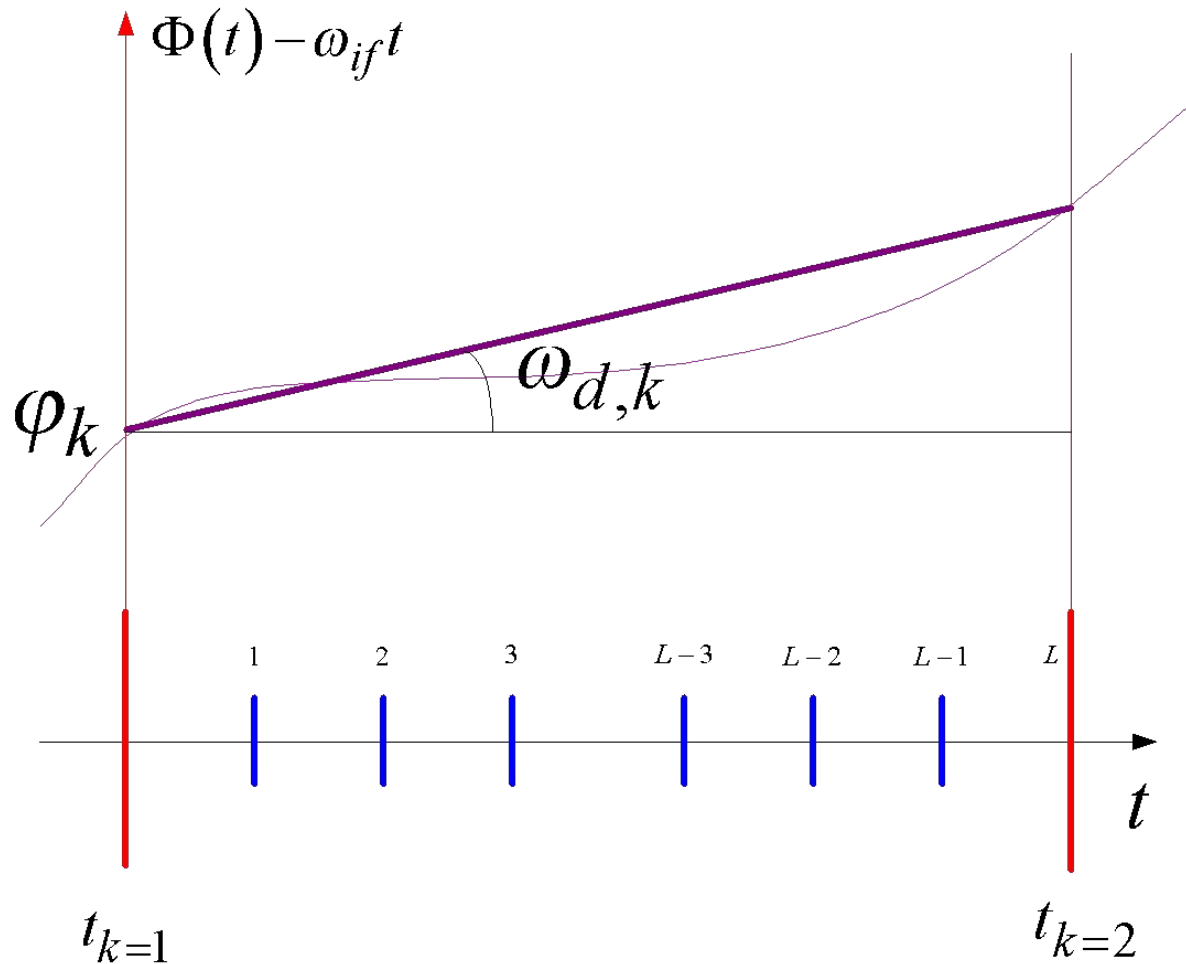
$G_{nd,k} \in \{-1; +1\}$  - бит модуляции навигационным сообщением;

$\Phi_{k,l}(\lambda_k) \in (-\infty; +\infty)$  - полная фаза сигнала ПЧ.

# Модель изменения фазы



# Модель изменения фазы



$$\Phi_{k,l}(\lambda_k) = \omega_{if}t_{k,l} + \omega_{d,k}lT_d + \varphi_k$$



# Итоговая модель сигнала

$$S_{k,l} = A_k \cdot G_c(t_{k,l} - \tau_k) \cdot G_{nd,k} \cdot \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \omega_{d,k} l T_d + \varphi_k)$$

$$A_k \in [0; A_{\max}]$$

- амплитуда;

$$G_c(x) \in \{-1; +1\}$$

- функция дальномерного кода;

$$\tau_k \in (-\infty; +\infty)$$

- задержка дальномерного кода;

$$G_{nd,k} \in \{-1; +1\}$$

- бит модуляции НС;

$$\omega_{d,k} \in 2\pi \cdot (-10; +10) \text{ kHz}$$

- сдвиг частоты (доплер и т.д.);

$$\varphi_k \in (-\infty; +\infty)$$

- начальная фаза.

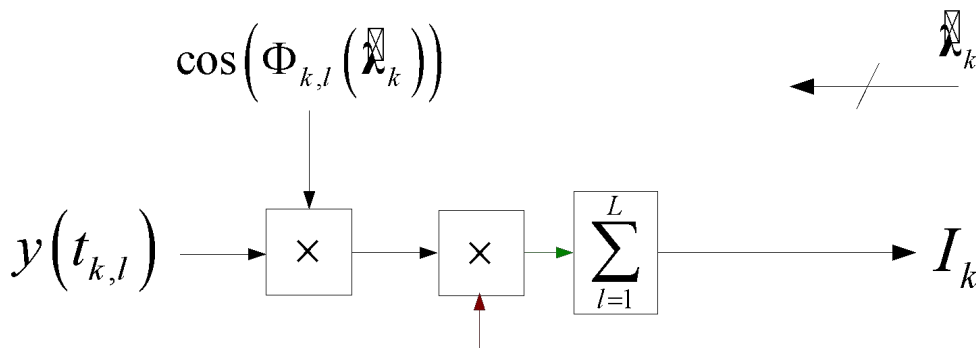
# ФУНКЦИЯ

$$I_k = \sum_{l=1}^L y_{k,l} \cdot G_c \left( t_{k,l} - \tilde{\tau}_k \right) \cos \left( \omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k \right)$$

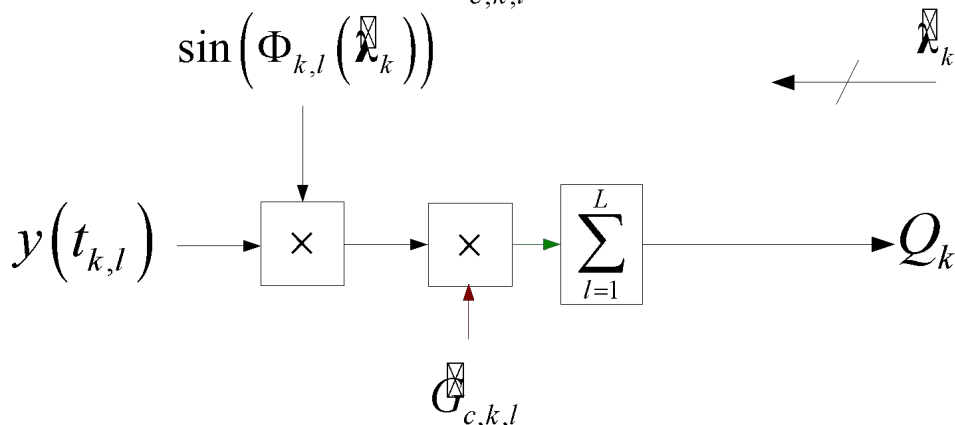
$$Q_k = \sum_{l=1}^L y_{k,l} \cdot G_c \left( t_{k,l} - \tilde{\tau}_k \right) \sin \left( \omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k \right)$$

# Многозначность

Термин «коррелятор» («канал коррелятора») многозначный:

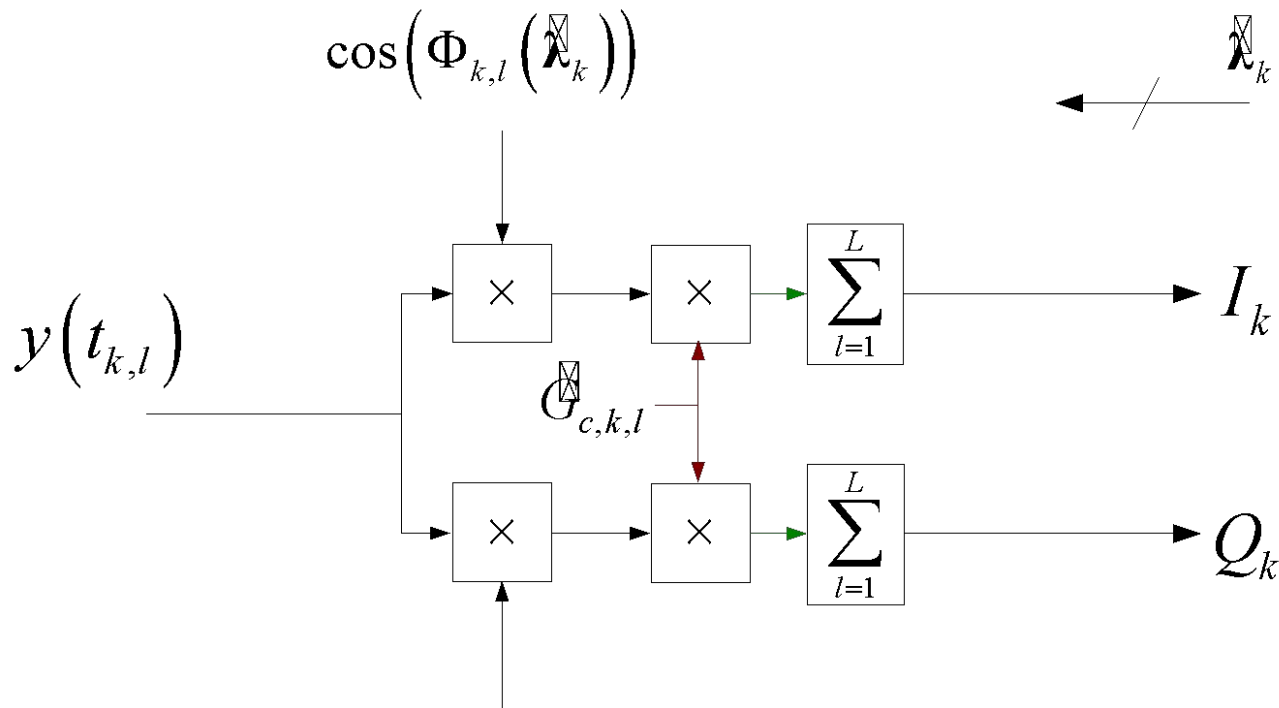


синфазная  
сумма



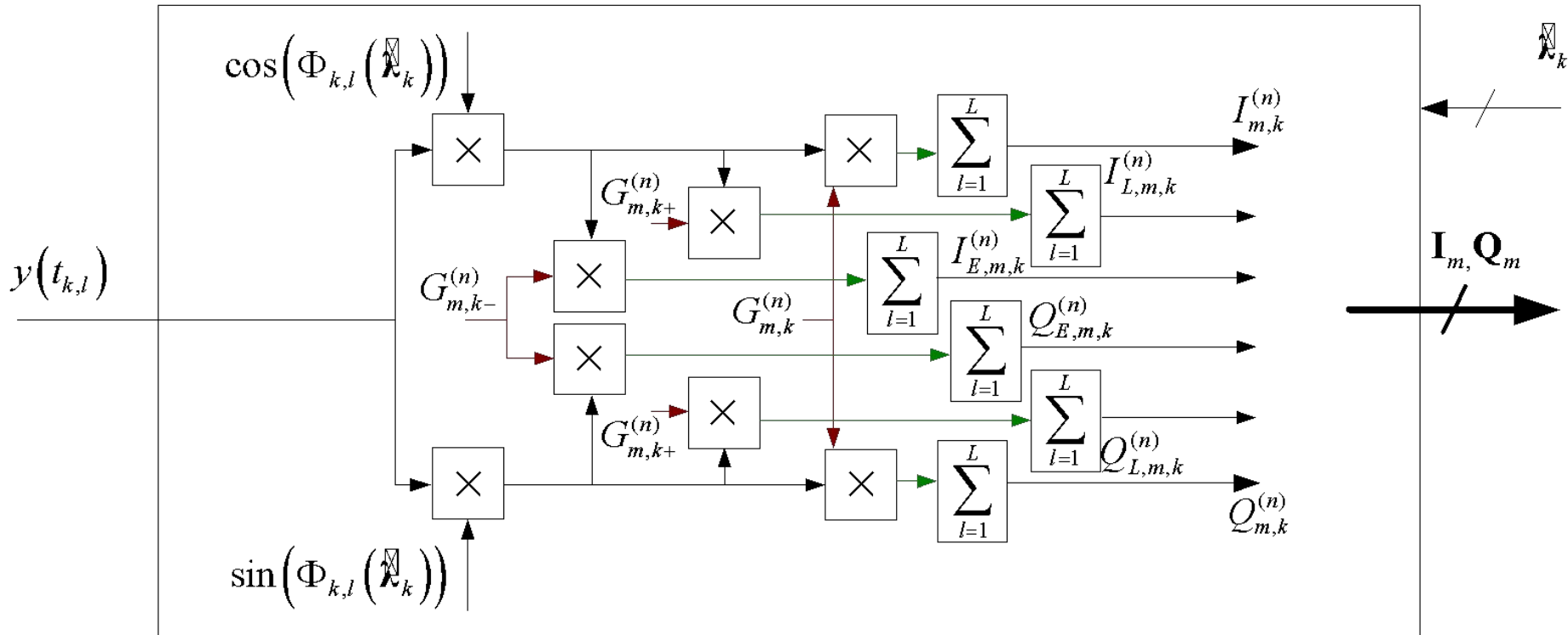
ИЛИ  
квadrатурная  
сумма

# Многозначность



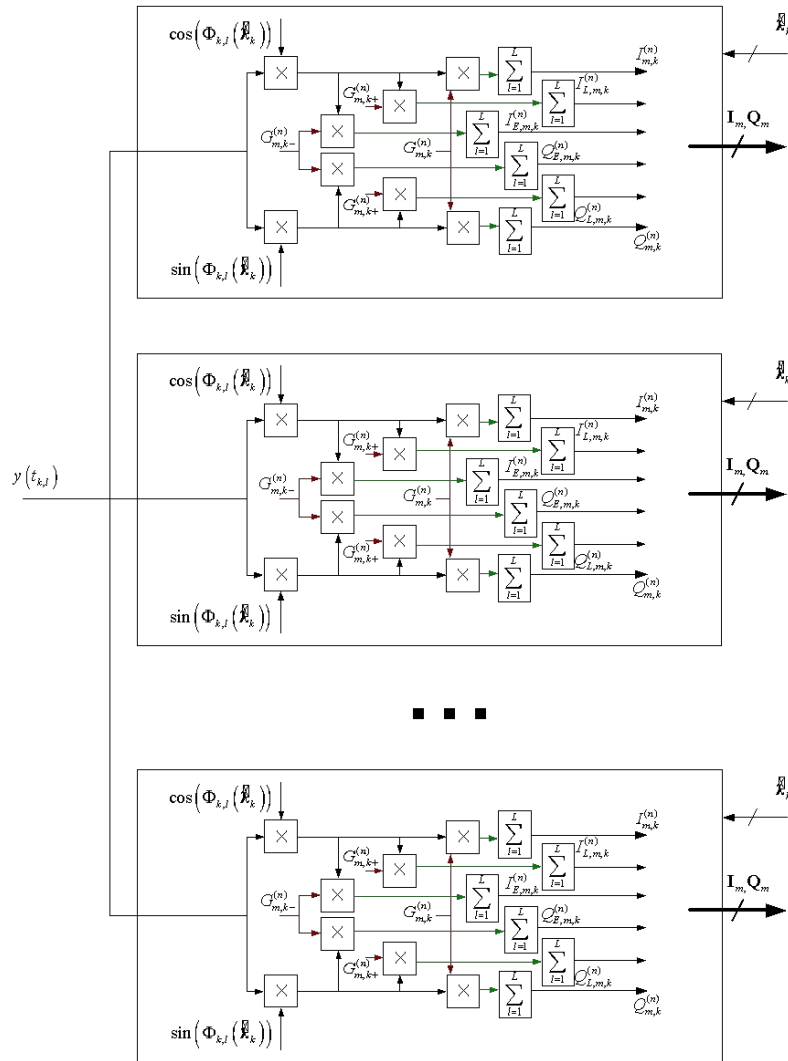
синфазная  
сумма  
и  
квадратурная  
сумма

# Многозначность



Суммы для опережающей, нормальной и запаздывающей ПСП ДК одного сигнала

# Многозначность



Наборы необходимых  
корреляционных  
сумм для всех  
сигналов

# Расчет стат.эквивалентов

$$I_k = \sum_{l=1}^L S_{k,l}(\lambda_k) G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k) \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k) \\ + \sum_{l=1}^L n_{k,l} G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k) \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k)$$

# Расчет стат.эквивалентов

$$\bar{I}_k = \sum_{l=1}^L S_{k,l} \cdot G_c \left( t_{k,l} - \tilde{\tau}_k \right) \cos \left( \omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k \right)$$

$$I_k = \sum_{l=1}^L S_{k,l} \left( \lambda_k \right) G_c \left( t_{k,l} - \tilde{\tau}_k \right) \cos \left( \omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k \right) \\ + \sum_{l=1}^L n_{k,l} G_c \left( t_{k,l} - \tilde{\tau}_k \right) \cos \left( \omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k \right)$$

$$n_{I,k} = \sum_{l=1}^L n_{k,l} \cdot G_c \left( t_{k,l} - \tilde{\tau}_k \right) \cos \left( \omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k \right)$$

$$I_k = \bar{I}_k + n_{I,k}$$

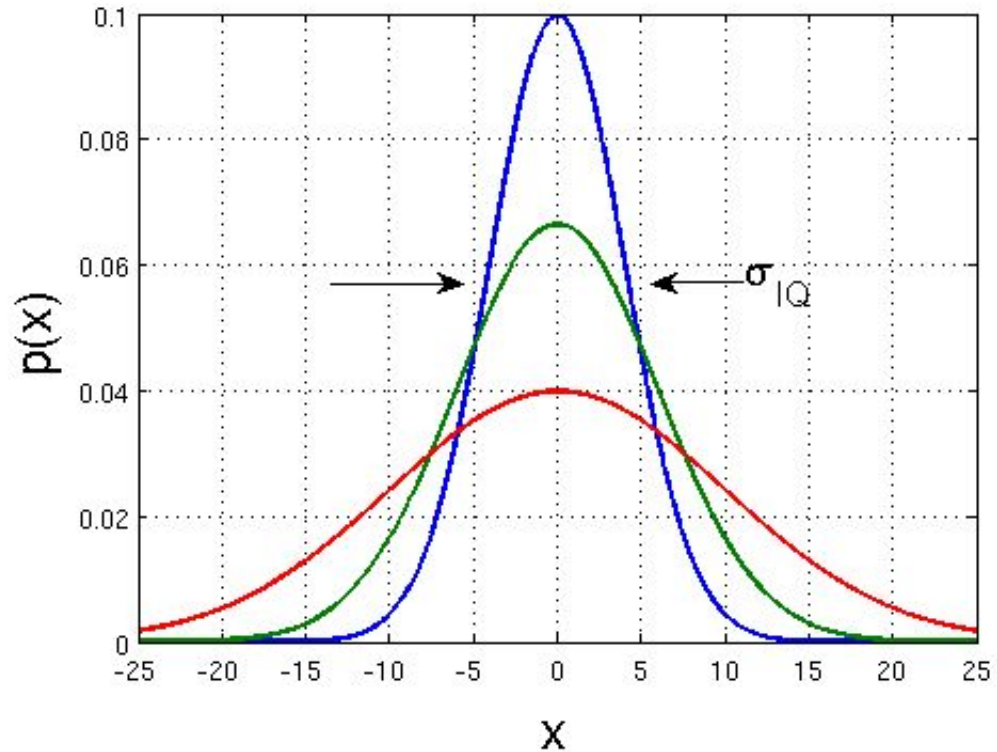


# Расчет стат.эквивалентов

$$n_{I,k} = n_{k,1} \cos(\zeta_1) + n_{k,2} \cos(\zeta_2) + n_{k,3} \cos(\zeta_3) + \dots$$

$$n_{I,k} \boxtimes N(0, \sigma_{IQ}^2)$$

$$\sigma_{IQ}^2 = \frac{\sigma_n^2 L}{2}$$



# Расчет стат.эквивалентов

$$\begin{aligned}\bar{I}_k &= \sum_{l=1}^L S_{k,l} \cdot G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k) \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k) = \\ &= A \sum_{l=1}^L G_c(t_{k,l} - \tau_k) G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k) \times \\ &\quad \times G_{nd,k} \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \omega_{d,k} l T_d + \varphi_k) \cos(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_{d,k} l T_d + \tilde{\varphi}_k)\end{aligned}$$

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

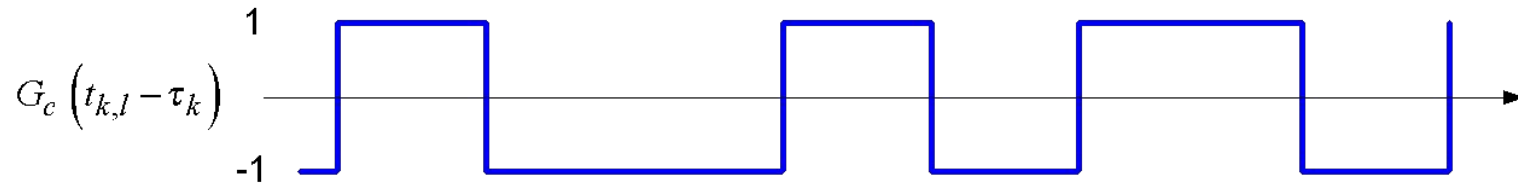
# Расчет стат.эквивалентов

$$\bar{I}_k \approx \frac{1}{2} A G_{nd,k} \sum_{l=1}^L G_c(t_{k,l} - \tau_k) G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k) \cos(\delta\omega_{d,k} l T_d + \delta\varphi_k)$$

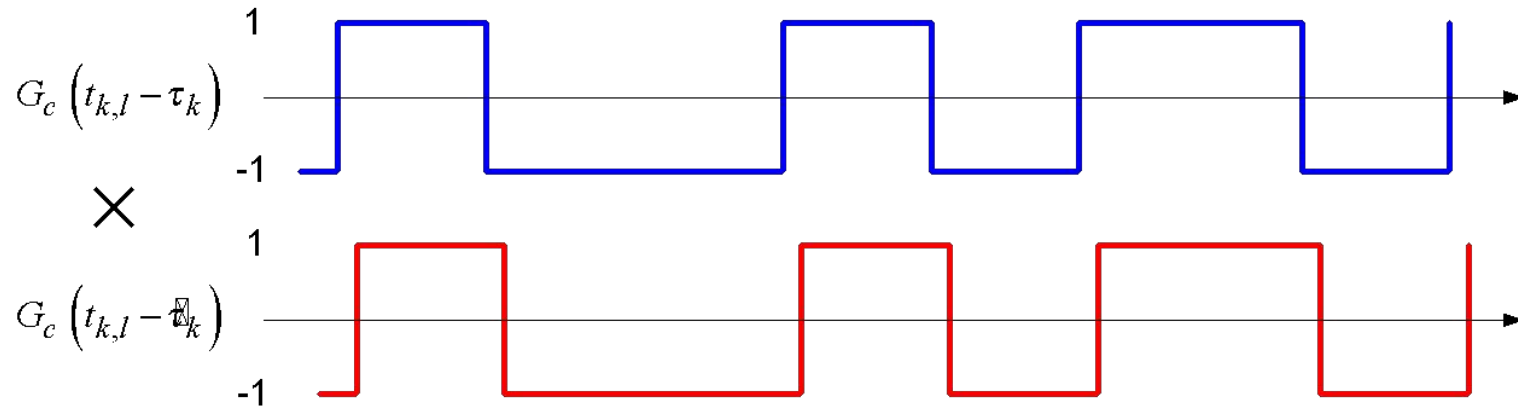
$$\delta\omega_{d,k} = \omega_{d,k} - \tilde{\omega}_{d,k}$$

$$\delta\varphi_k = \varphi_k - \tilde{\varphi}_k$$

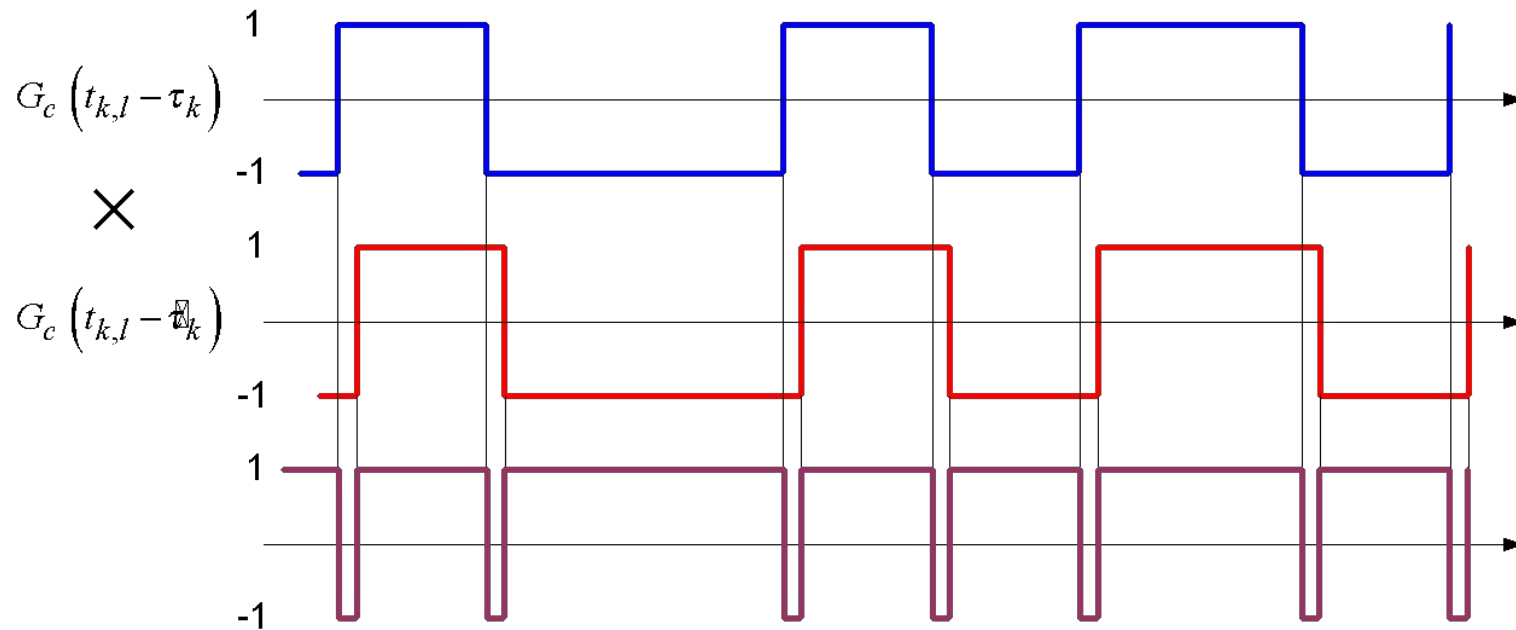
# Расчет стат.эквивалентов



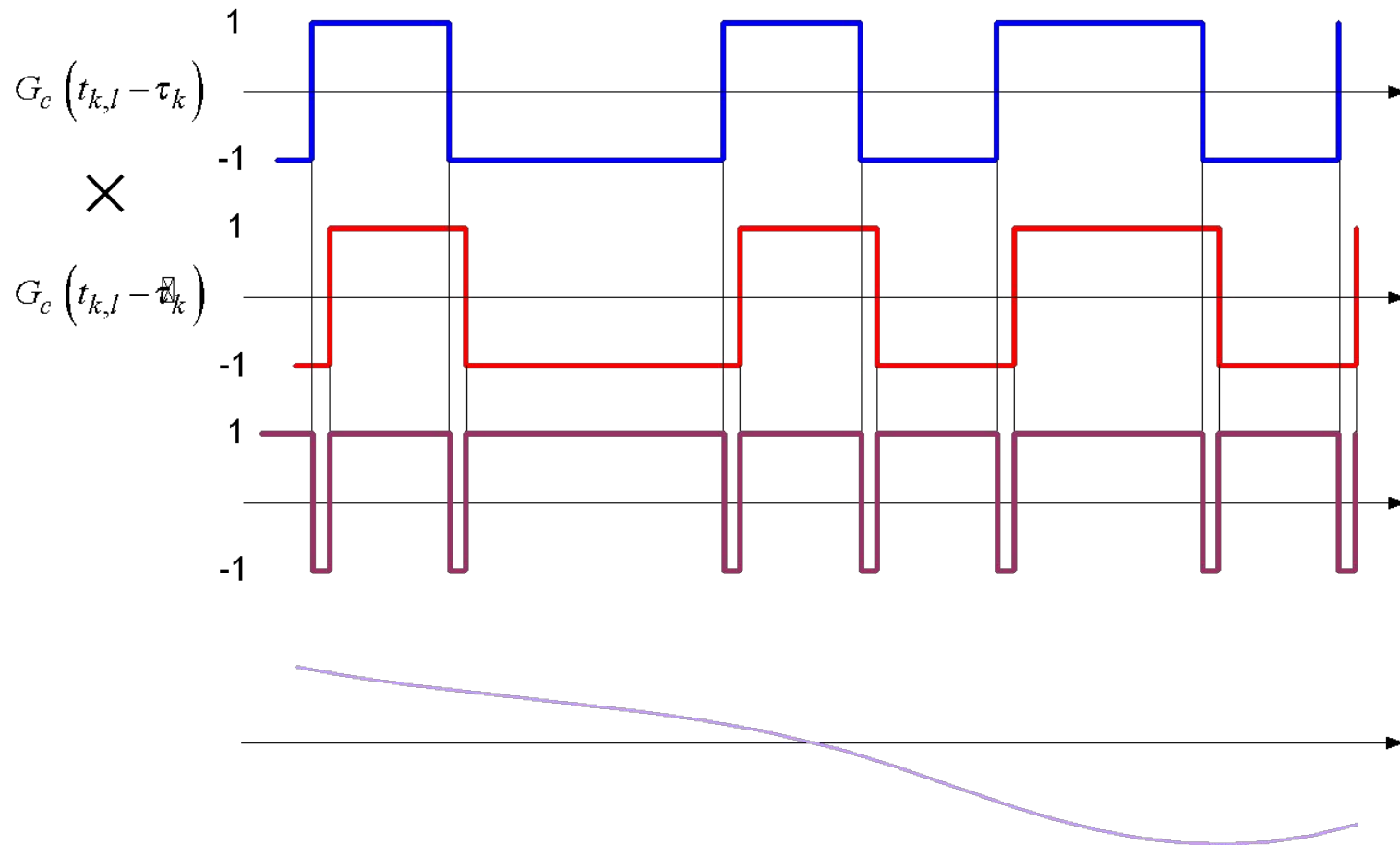
# Расчет стат.эквивалентов



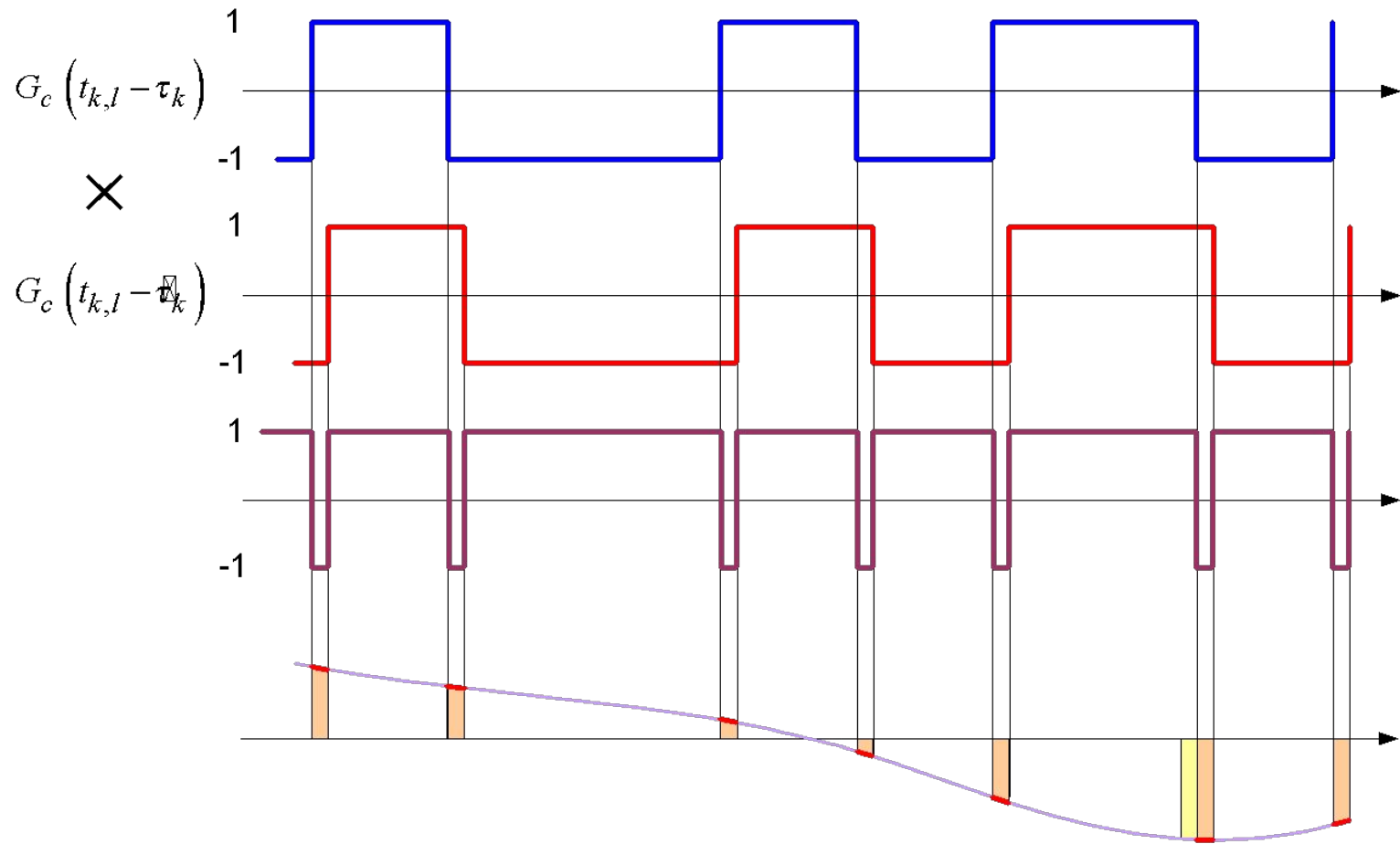
# Расчет стат.эквивалентов



# Расчет стат.эквивалентов

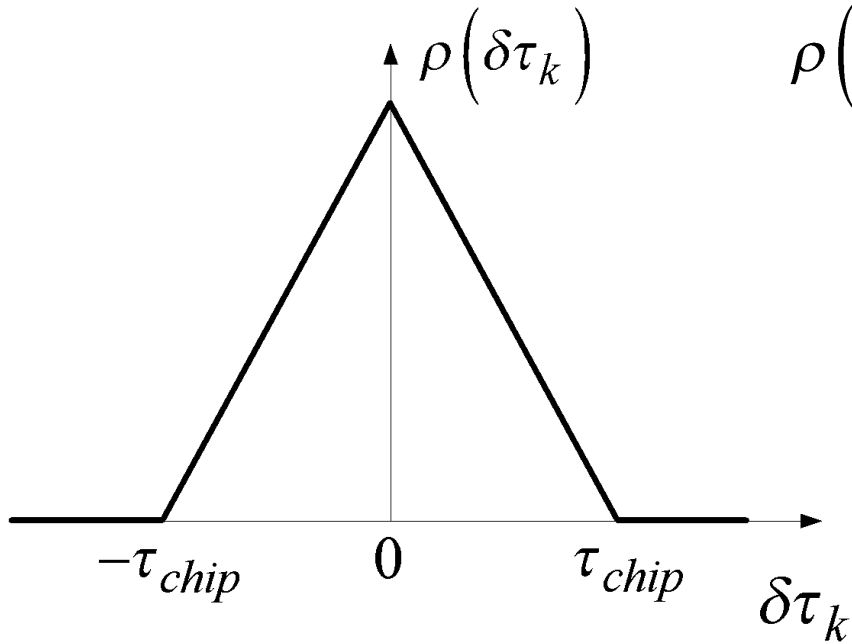


# Расчет стат.эквивалентов





# Корреляционная функция ДК



$$\rho(\delta\tau_k) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L G_c(t_{k,l} - \tau_k) G_c(t_{k,l} - \tilde{\tau}_k)$$

$$\delta\tau_k = \tau_k - \tilde{\tau}_k$$

$$\bar{I}_k \approx \frac{1}{2} A G_{nd,k} \rho(\delta\tau_k) \sum_{l=1}^L \cos(\delta\omega_{d,k} l T_d + \delta\varphi_k)$$

# Расчет стат.эквивалентов

$$\sum_{l=1}^L \cos(\delta\omega_{d,k} l T_d + \delta\varphi_k) = \frac{1}{T_d} \sum_{l=1}^L \cos(\delta\omega_{d,k} l T_d + \delta\varphi_k) T_d \approx \frac{1}{T_d} \int_0^T \cos(\delta\omega_{d,k} t + \delta\varphi_k) dt$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

$$\cos(\delta\omega_{d,k} t + \delta\varphi_k) = \cos(\delta\omega_{d,k} t) \cos(\delta\varphi_k) - \sin(\delta\omega_{d,k} t) \sin(\delta\varphi_k)$$

# Расчет стат.эквивалентов

$$\begin{aligned}\cos(\delta\varphi_k) \int_0^T \cos(\delta\omega_{d,k}t) dt &= \\ &= \cos(\delta\varphi_k) \frac{1}{\delta\omega_{d,k}} \sin(\delta\omega_{d,k}t) \Big|_0^T = \\ &= \cos(\delta\varphi_k) \frac{1}{\delta\omega_{d,k}} \sin(\delta\omega_{d,k}T)\end{aligned}$$

# Расчет стат.эквивалентов

$$\begin{aligned}\sin(\delta\varphi_k) \int_0^T \sin(\delta\omega_{d,k}t) dt &= \\ &= -\sin(\delta\varphi_k) \frac{1}{\delta\omega_{d,k}} \cos(\delta\omega_{d,k}t) \Big|_0^T = \\ &= -\sin(\delta\varphi_k) \frac{1}{\delta\omega_{d,k}} (\cos(\delta\omega_{d,k}T) - 1)\end{aligned}$$

# Расчет стат.эквивалентов

$$\int_0^T \cos(\delta\omega_{d,k}t + \delta\varphi_k) dt =$$
$$= \frac{\sin(\delta\omega_{d,k}T)\cos(\delta\varphi_k) + \cos(\delta\omega_{d,k}T)\sin(\delta\varphi_k) - \sin(\delta\varphi_k)}{\delta\omega_{d,k}}$$

$$\sin(\alpha)\cos(\beta) + \cos(\alpha)\sin(\beta) = \sin(\alpha + \beta)$$

# Расчет стат.эквивалентов

$$\int_0^T \cos(\delta\omega_{d,k}t + \delta\varphi_k) dt = \frac{\sin(\delta\omega_{d,k}T + \delta\varphi_k) - \sin(\delta\varphi_k)}{\delta\omega_{d,k}}$$

$$\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2 \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

# Расчет стат.эквивалентов

$$\int_0^T \cos(\delta\omega_{d,k}t + \delta\varphi_k) dt = \frac{2 \sin\left(\frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right) \cos\left(\delta\varphi_k + \frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right)}{\delta\omega_{d,k}}$$

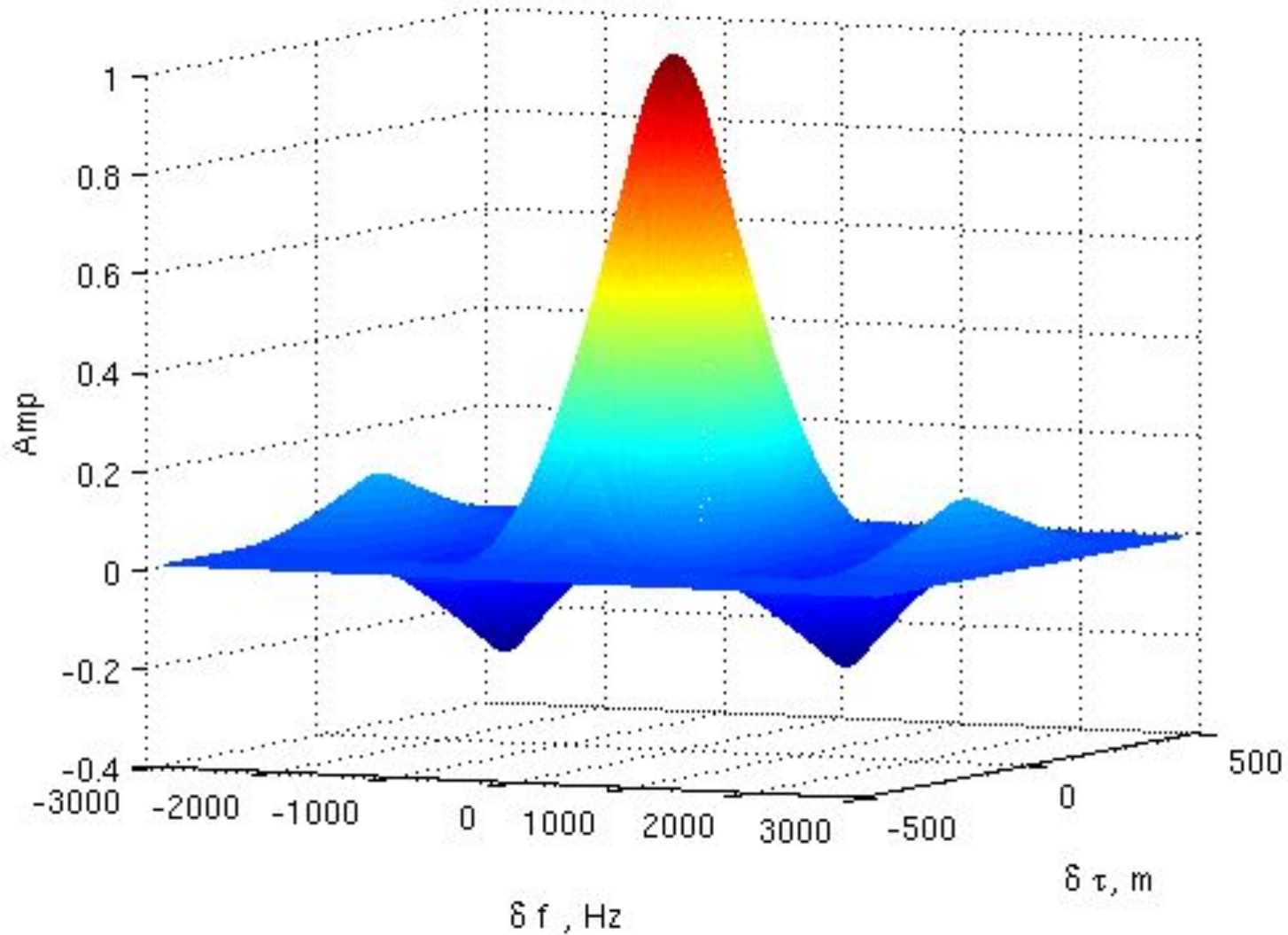
$$\bar{I}_k \approx \frac{1}{2} AG_{nd,k} \rho(\delta\tau_k) \frac{2 \sin\left(\frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right) \cos\left(\delta\varphi_k + \frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right)}{\delta\omega_{d,k} T_d}$$

$$\bar{I}_k \approx \frac{AL}{2} G_{nd,k} \rho(\delta\tau_k) \frac{\sin\left(\frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right) \cos\left(\delta\varphi_k + \frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right)}{\frac{\delta\omega_{d,k} T_d L}{2}}$$

$$\bar{I}_k \approx \frac{AL}{2} G_{nd,k} \rho(\delta\tau_k) \operatorname{sinc}\left(\frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right) \cos\left(\delta\varphi_k + \frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right)$$

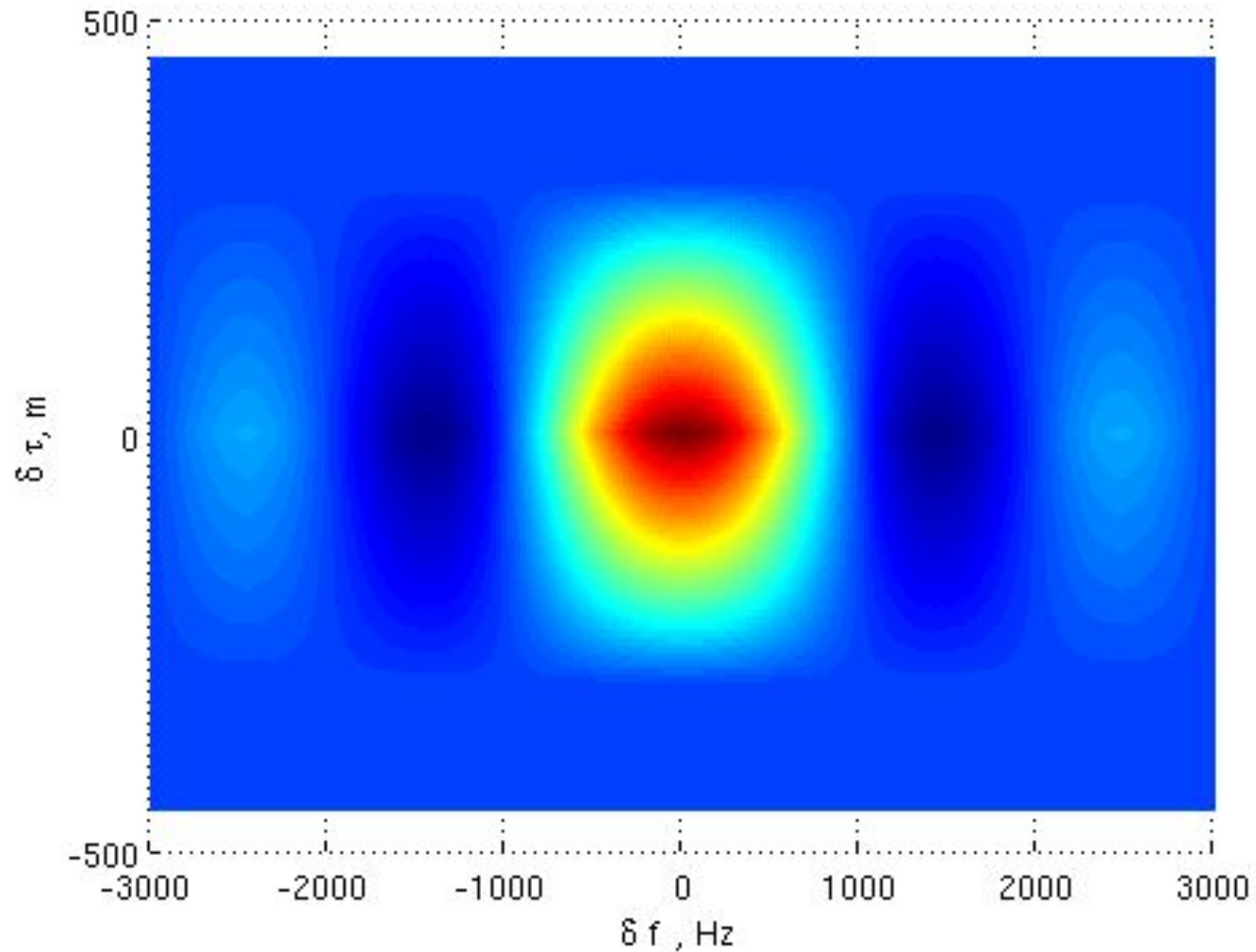
# Расчет стат.эквивалентов

$$\rho(\delta\tau_k) \operatorname{sinc}\left(\frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right)$$

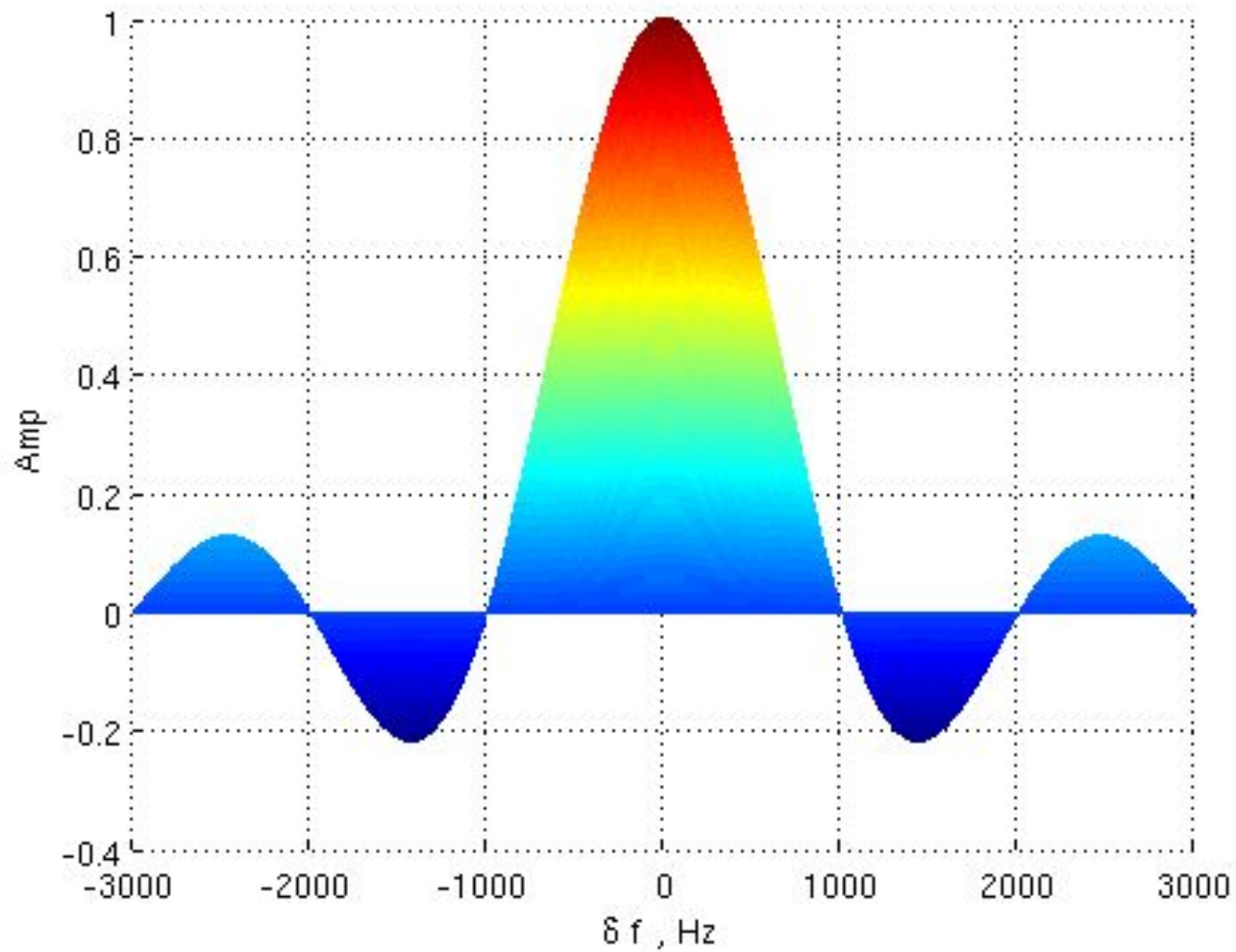




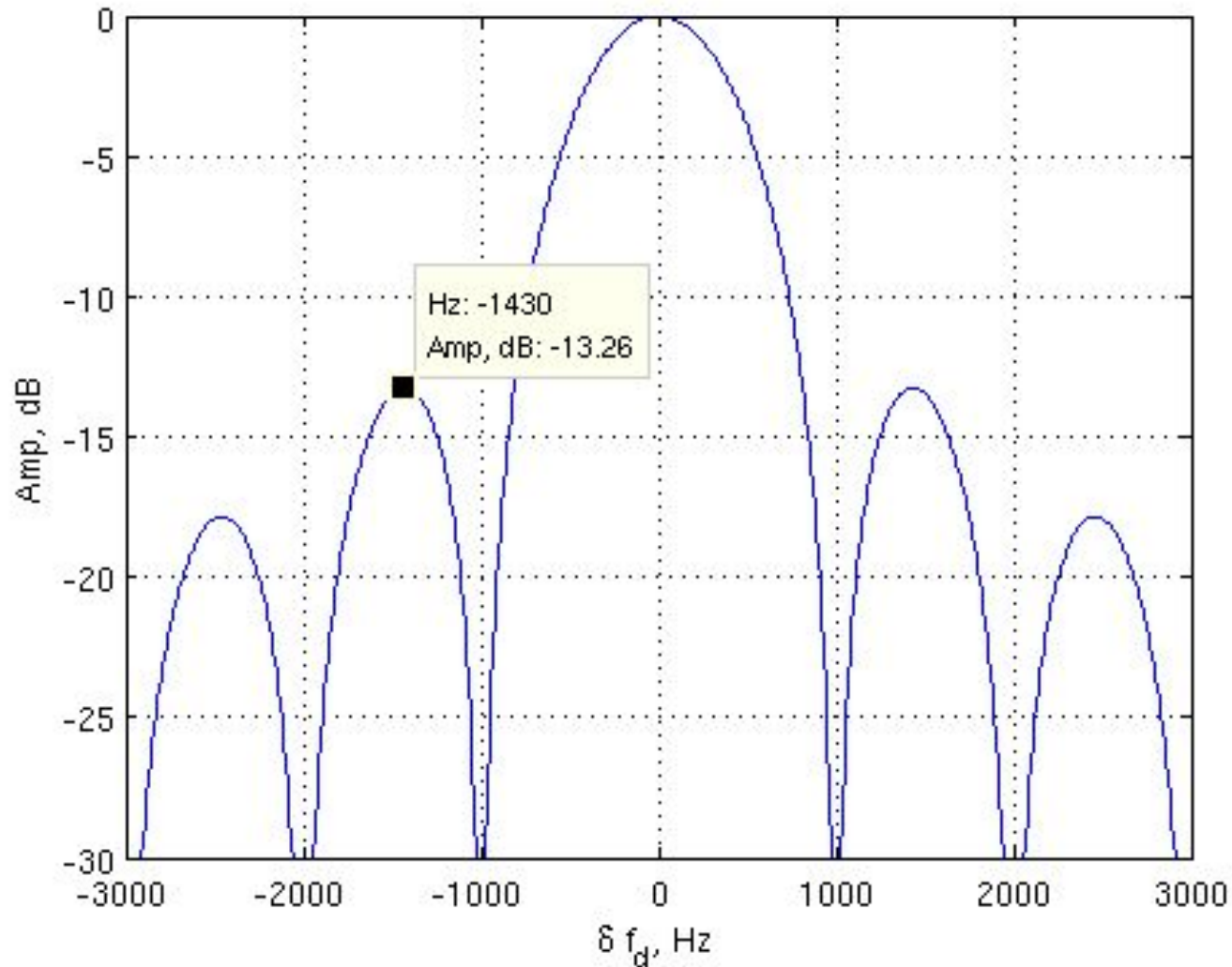
# Расчет стат.эквивалентов



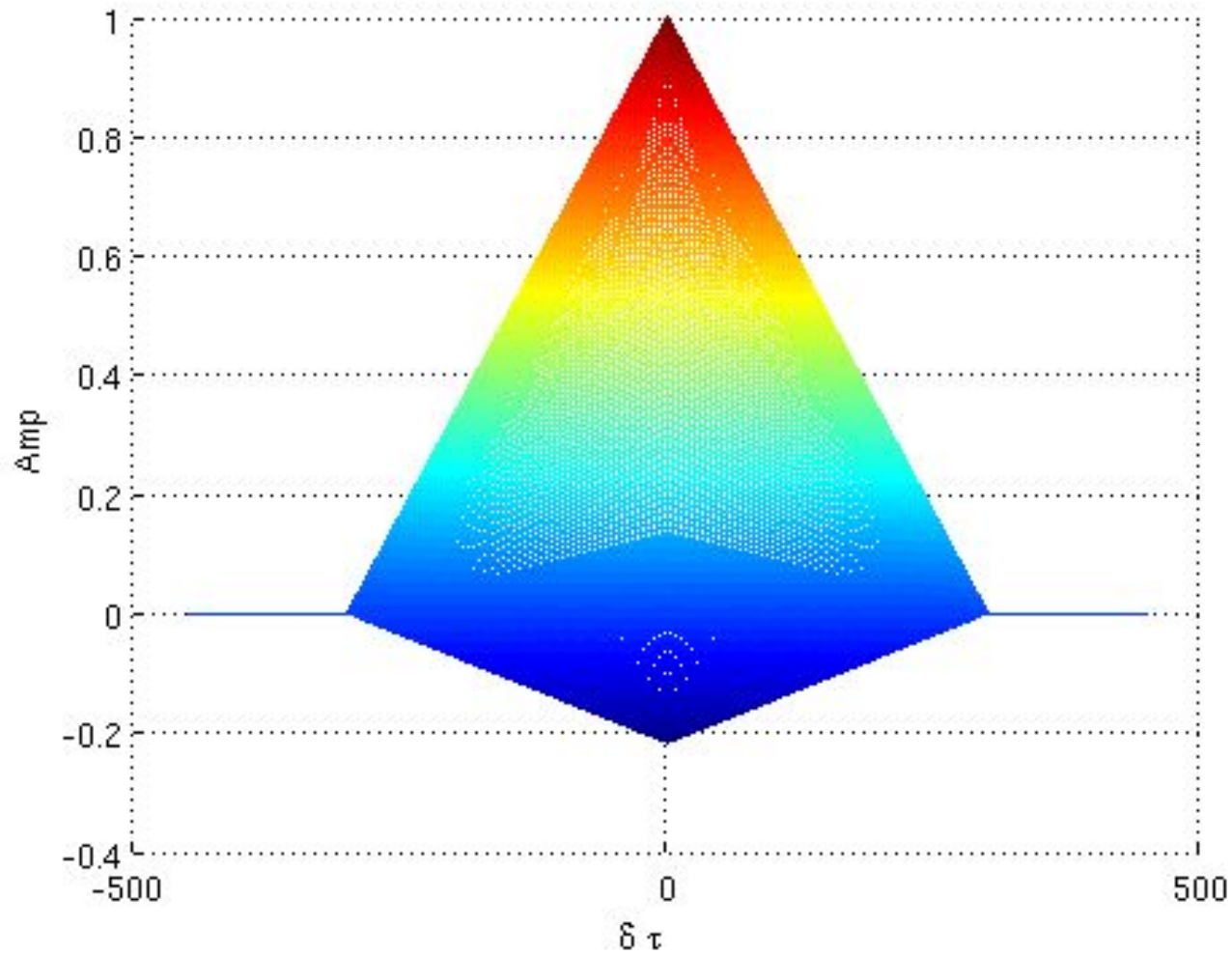
# Расчет стат.эквивалентов



# Расчет стат.эквивалентов



# Расчет стат.эквивалентов



# Квадратурная сумма

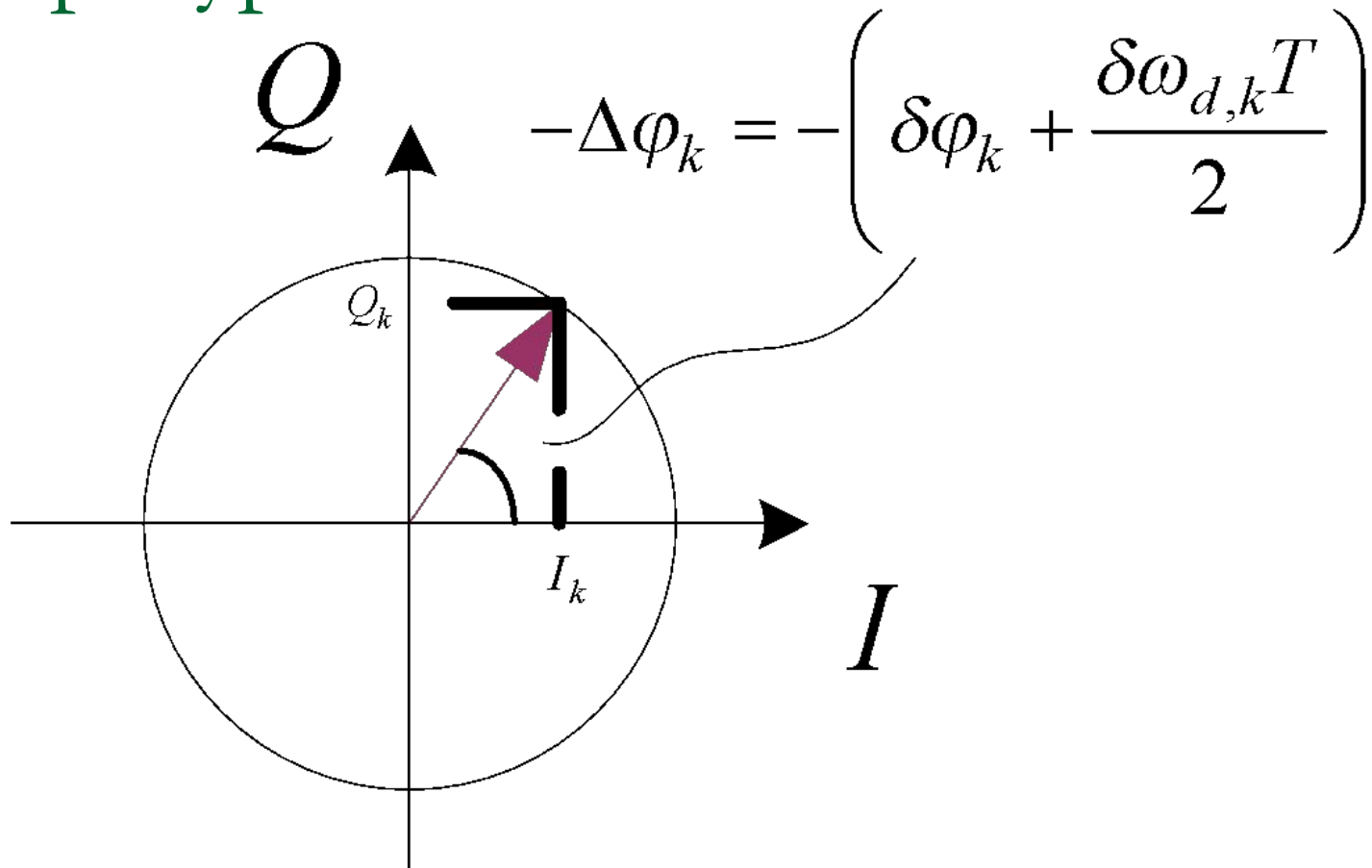
$$Q_k = \bar{Q}_k + n_{Q,k}$$

$$\bar{Q}_k \approx -\frac{AL}{2} G_{nd,k} \rho(\delta\tau_k) \operatorname{sinc}\left(\frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right) \sin\left(\delta\varphi_k + \frac{\delta\omega_{d,k}T}{2}\right)$$

$$n_{Q,k} \boxtimes N\left(0, \sigma_{IQ}^2\right)$$

$$\sigma_{IQ}^2 = \frac{\sigma_n^2 L}{2}$$

# Квадратуры



# Самостоятельная проработка

- Повторить вывод для стат.эквивалента квадратурной суммы
- Оценить коэффициент корреляции между шумами

$$\frac{M \left[ n_{Q,k} n_{I,k} \right]}{\sigma_{IQ}^2}$$

- Литература:
  - [1]: §6.1, §13.6
  - [2]: Глава 3.