

ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ ПО ОПТИЧЕСКИМ ВОЛОКНАМ

Физические процессы в волоконных световодах

Передача по волоконным световодам осуществляется в оптическом диапазоне волн $f=10^{14} - 10^{15}$ Гц ($\lambda=3 - 0,3$ мкм)

Диаметр сердцевины и оболочки

6 – 50 и 125 – 500 мкм.

Точное описание процесса распространения световых волн в волоконных световодах возможно лишь на основе уравнений электродинамики, т.е. методами волновой теории.

Основные положения лучевой оптики при распространении света в волоконных световодах

$$\varphi = \varphi_{отр}$$

$$n_1 \cdot \sin \varphi = n_2 \cdot \sin \varphi_{пр}$$

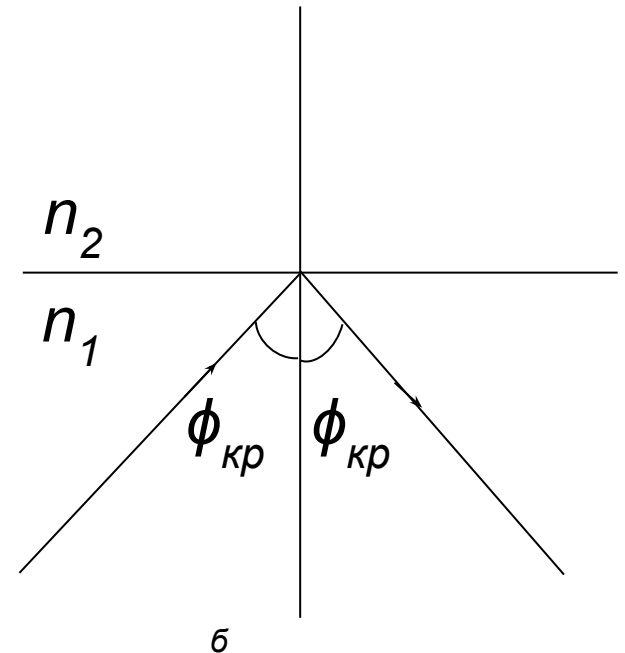
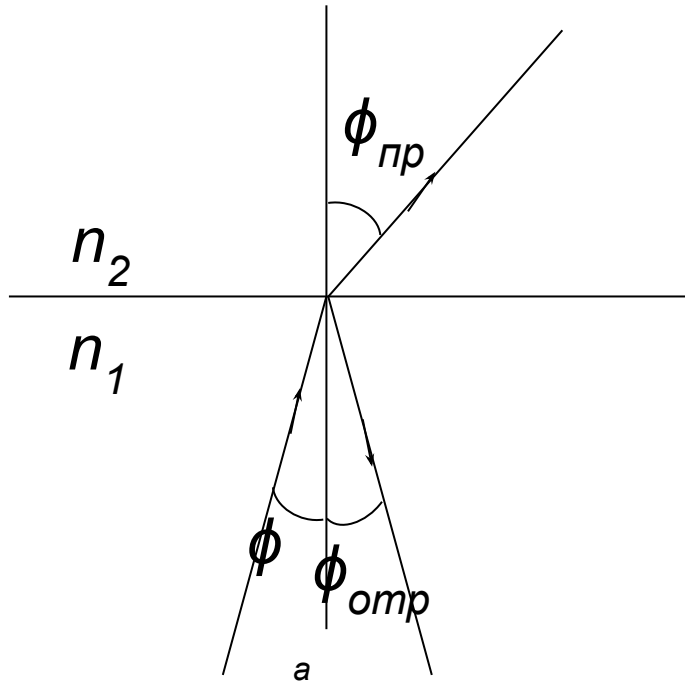


Рис. Падение плоской волны на границу двух сред при

$$n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$$

$$n_1 > n_2$$

$$n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$$

$$\varphi_{кр} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

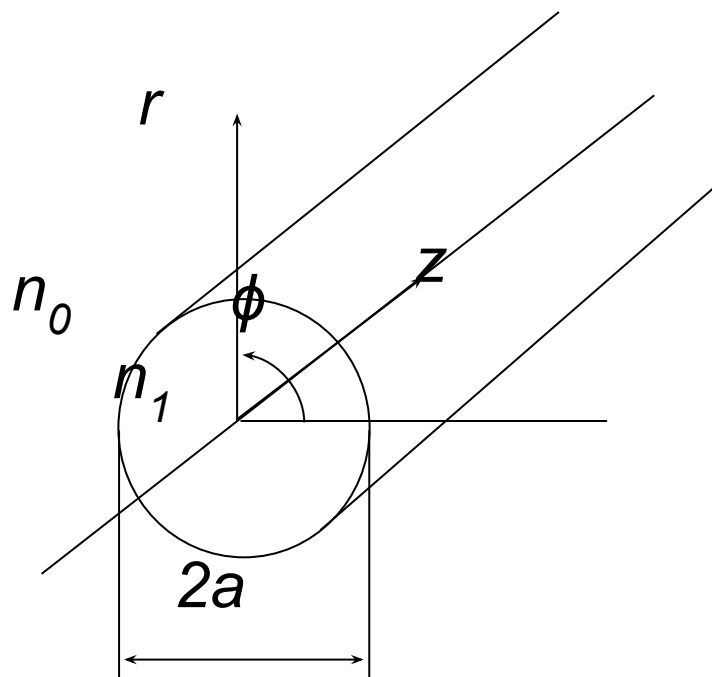


Рис. Двухслойная модель световода

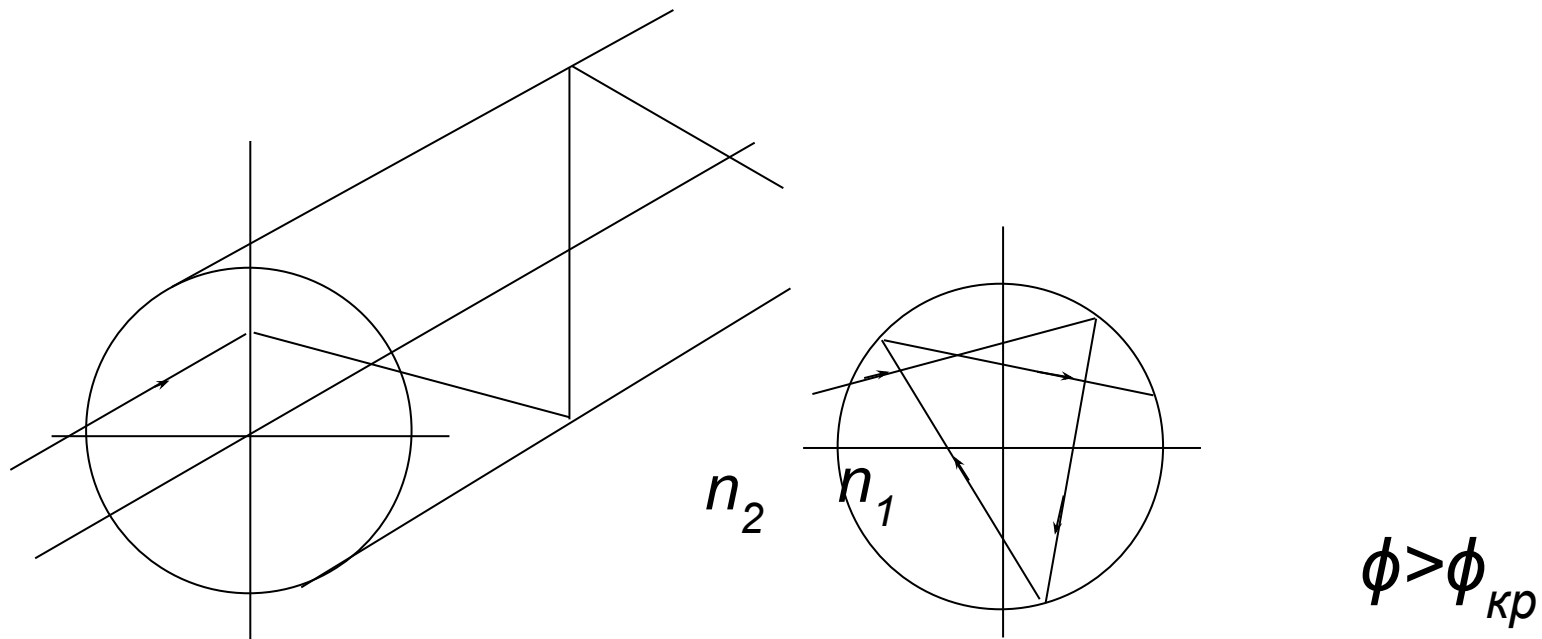


Рис. Прохождение косого луча в ступенчатом световоде

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi \cdot n_1 \sqrt{\sin^2 \varphi - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}}$$

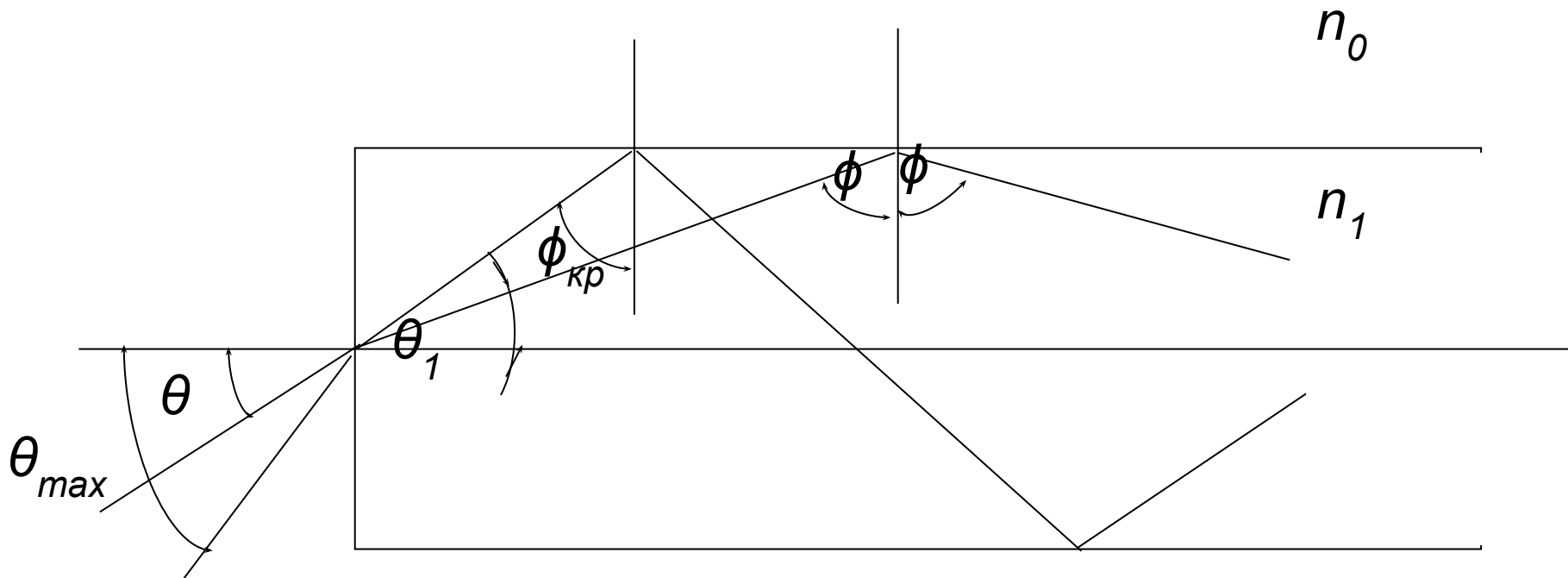


Рис. Прохождение меридиональных лучей по диэлектрическому стержню

$$n_0 \cdot \sin \theta = n_1 \cdot \sin \theta_1$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta_1 \quad \sin \varphi = \cos \theta_1 \geq \frac{n_0}{n_1}$$

$$\cos \theta_1 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2 \sin^2 \theta}$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{n_0}{n_1}\right)^2 \sin^2 \theta} \geq \frac{n_0}{n_1}$$

ИЛИ

$$\left(\frac{n_1}{n_0}\right)^2 - \sin^2 \theta \geq 1$$

$$\sin^2 \theta \leq 1 \quad \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^2 \geq 2$$

$$\frac{n_1}{n_0} \geq \sqrt{2}$$

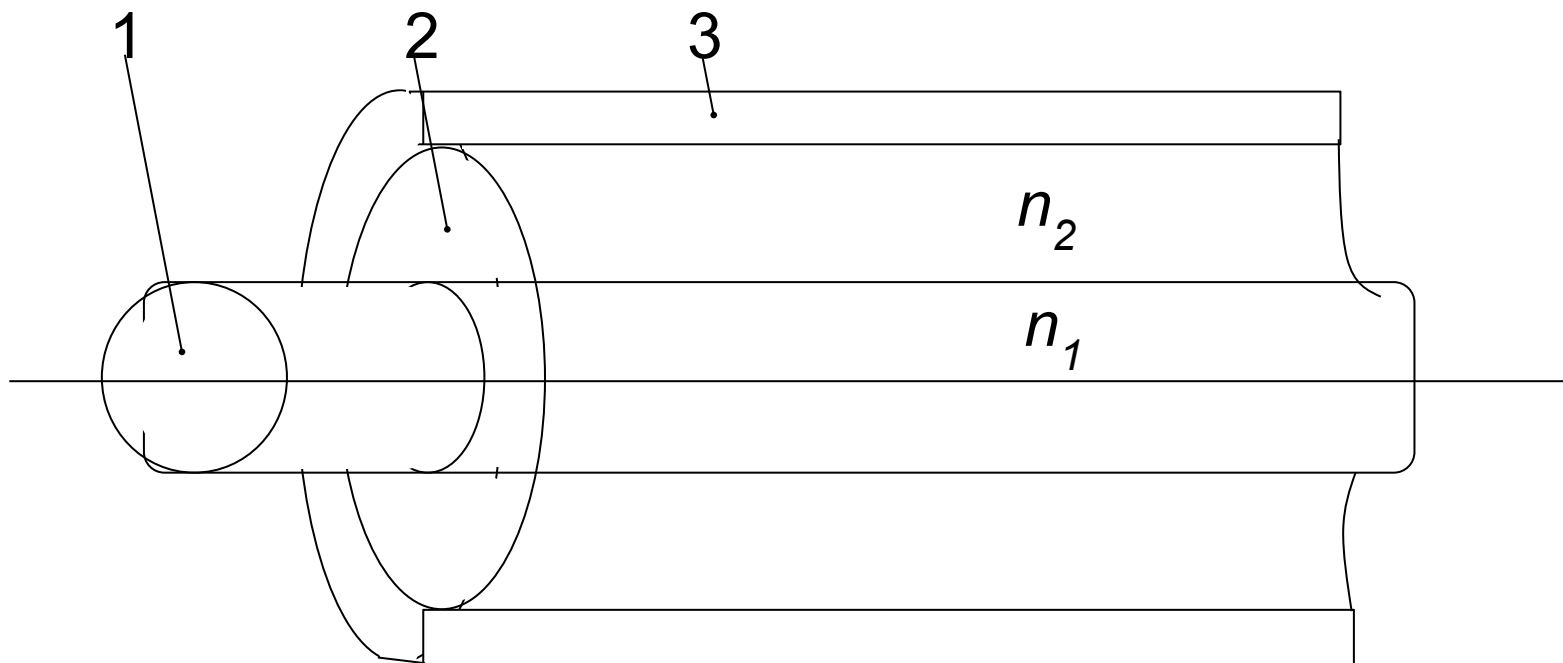


Рис. Оптическое волокно: 1 сердцевина; 2 оболочка; 3 защитное покрытие

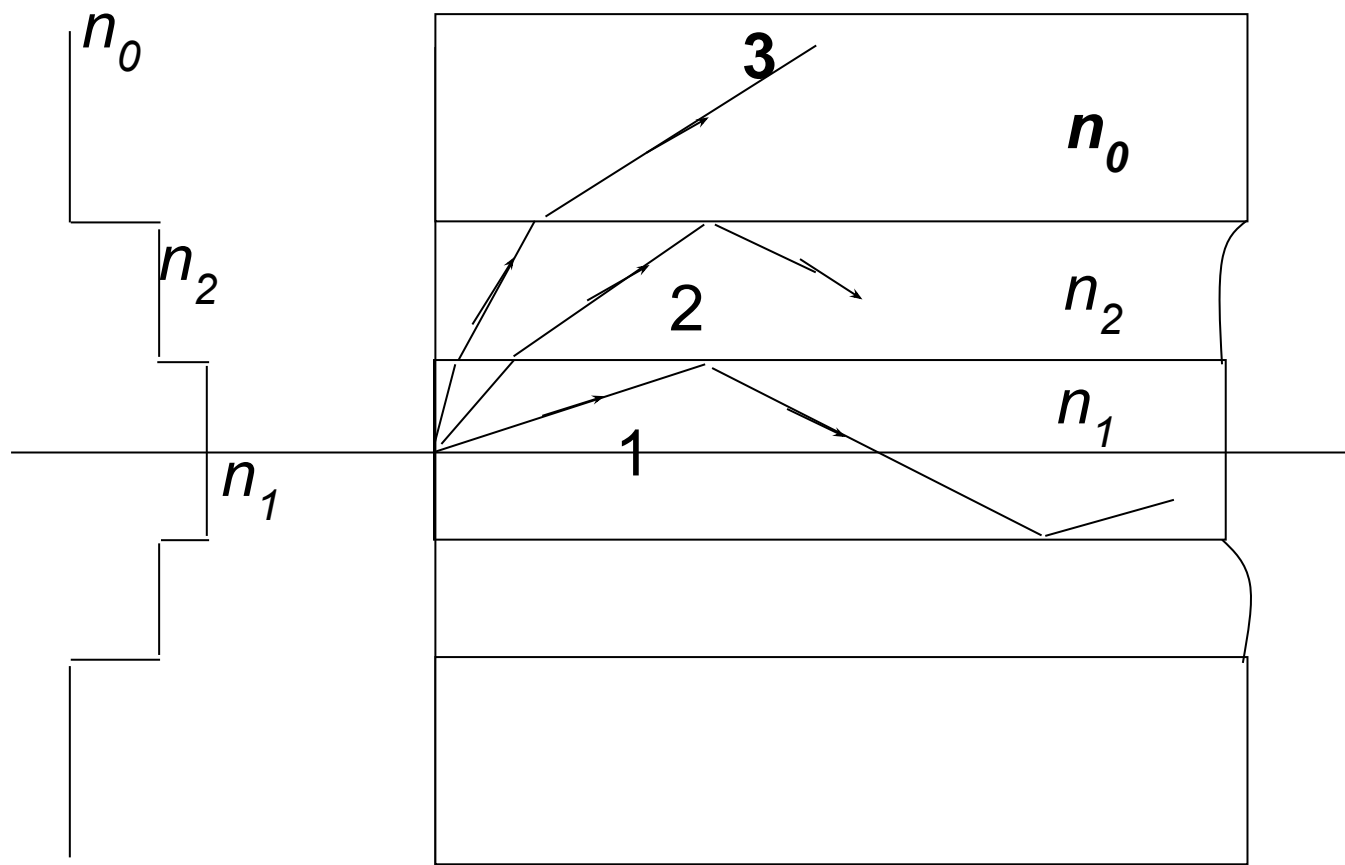


Рис. Распространение лучей в ступенчатом волоконном световоде. 1 мода сердцевины (направляемые моды); 2 моды оболочки; 3 моды излучения

$$\Delta = (n_1 - n_2) / n_1 = \Delta n / n_1$$

$$\Delta n = 10^{-2} - 10^{-3}$$

$$NA = n_0 \sin \theta_{\max}$$

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \approx n_1 \sqrt{2\Delta}$$

$$\Delta = (n_1 - n_2) / n_1 \ll 1$$

$$n_1 + n_2 \approx 2n_1$$

Основные положения волновой теории для ступенчатых волоконных световодов

Уравнения электромагнитного поля для ступенчатого световода

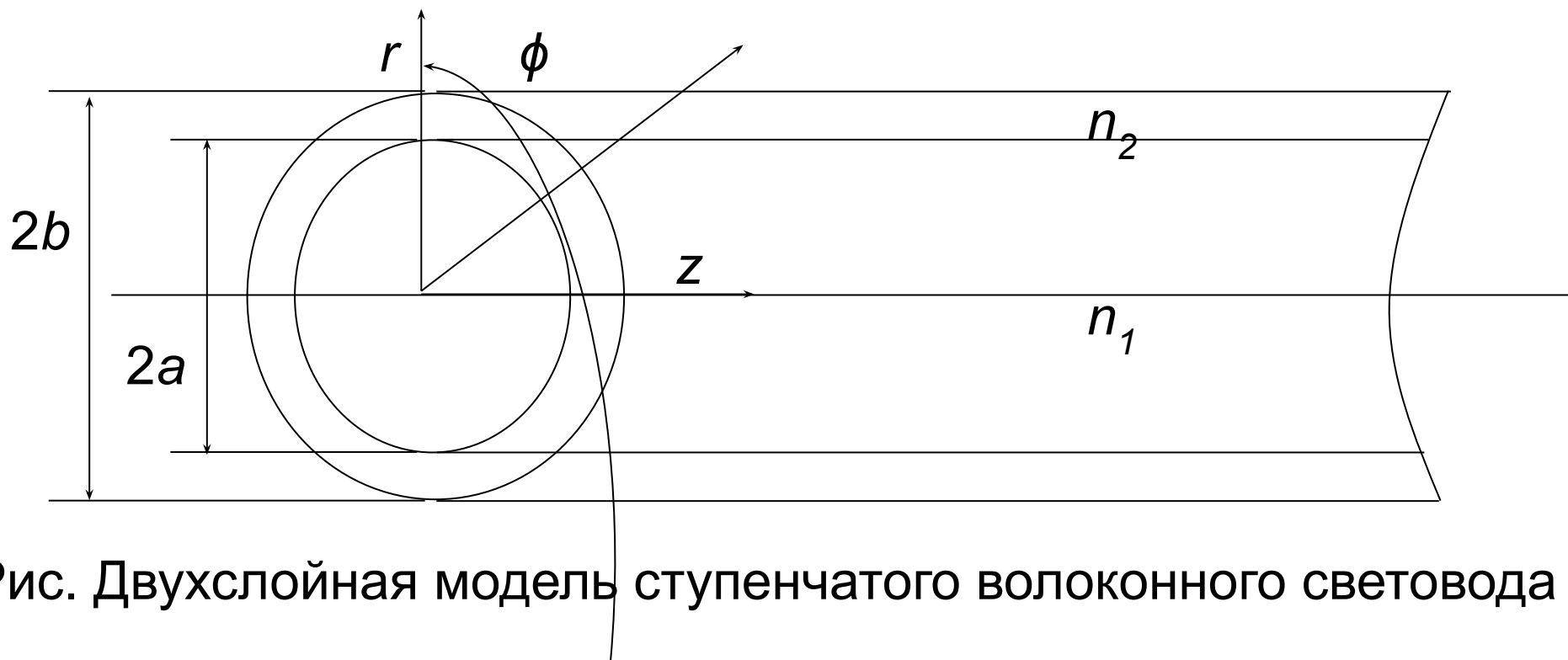


Рис. Двухслойная модель ступенчатого волоконного световода

$$\operatorname{rot} \overline{H} = \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}$$

$$\overline{D} = \varepsilon_a \cdot \overline{E} \quad \overline{B} = \mu_a \cdot \overline{H}$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \quad \mu_a = \mu_0 \cdot \mu$$

Для монохроматических гармонических полей, для которых

$$\overline{E} = \overline{E}_m \cdot e^{j\omega t}$$

$$\operatorname{rot} \overline{H} = j\omega \varepsilon_a \cdot \overline{E}$$

$$\operatorname{rot} \overline{E} = -j\omega \mu_a \cdot \overline{H}$$

Примем следующие условия

1. Считаем, что поле на внешней поверхности оптической оболочки пренебрежимо мало, т.е. можно считать, что оболочка в радиальном направлении простирается до бесконечности ($b \rightarrow \infty$). Это существенно упрощает решение задачи и позволяет получить результаты, которые могут быть использованы на практике для реальных световодов. Указанное допущение сводит задачу к рассмотрению модели световода, у которой сердцевина с n_1 радиуса a окружена средой (бесконечной оболочкой) с n_2

2. Известно, что на поверхности раздела двух диэлектрических сред с различными значениями ε граничные условия для векторов электромагнитного поля имеют следующий вид:

$$E_{1t} = E_{2t} \quad H_{1t} = H_{2t}$$

$$D_{1n} = D_{2n} \quad B_{1n} = B_{2n}$$

3. При анализе решений поставленной задачи следует иметь в виду, что функции, описывающие поведение поля в сердцевине и оболочке, исходя из физической сущности процесса, должны иметь разный характер. Функции для сердцевины ($0 < r < a$) должны быть конечными по величине, а для оболочки ($r > a$) долины описывать спадающее в радиальном направлении поле.

4. Принимаем цилиндрическую систему координат r, ϕ, z , причем ось z совмещаем с осью световода. Распространяющиеся вдоль оси z световода моды, удовлетворяющие уравнениям (1.11), представляются обычно в виде изменяющихся по оси z функций

$$\overline{E}(r, \varphi, z) = \overline{E}(r, \varphi) \cdot e^{-\gamma z}$$

$$\overline{H}(r, \varphi, z) = \overline{H}(r, \varphi) \cdot e^{-\gamma z}$$

Определение составляющих электромагнитного поля.
Дисперсионное уравнение

уравнение Максвелла в цилиндрической системе координат

$$\left. \begin{aligned} E_r &= -\frac{j}{g_1^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \omega \mu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right) \\ E_\varphi &= -\frac{j}{g_1^2} \left(\beta \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \omega \mu_0 \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \\ H_r &= -\frac{j}{g_1^2} \left(-\omega \varepsilon_a \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + \beta \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \\ H_\varphi &= -\frac{j}{g_1^2} \left(\omega \varepsilon_a \frac{\partial E_z}{\partial r} + \beta \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$g_1^2 = \omega^2 \varepsilon_a \mu_0 - \beta^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2 = k_1^2 - \beta^2$$

g_1 – поперечная составляющая волнового числа в сердцевине; β – коэффициент распространения в световоде; k_1 – волновое число сердцевины световода показателем преломления n_1

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \quad \text{волновое число вакуума.}$$

$$k_1 = \omega \sqrt{\mu_{a1} \varepsilon_{a1}} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\mu_1 \varepsilon_1} = k_0 \sqrt{\varepsilon_1} = k_0 n_1$$

$$1 / \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = C_0$$

$$C_0 = \lambda \cdot f$$

$$k_1 = k_0 n_1 = n_1 \cdot \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \frac{n_1 \cdot \omega}{C_0} = \frac{2\pi \cdot f \cdot n_1}{C_0} = \frac{2\pi \cdot n_1}{\lambda}$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + g_1^2 E_z = 0$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + g_1^2 H_z = 0$$

для сердцевины

$$\left. \begin{aligned} E_z &= A_n J_n(g_1 r) e^{jn\varphi} e^{-\beta z} \\ H_z &= B_n J_n(g_1 r) e^{jn\varphi} e^{-\beta z} \end{aligned} \right\}$$

$$g_1 = \sqrt{n_1^2 k_0^2 - \beta^2} = \sqrt{k_1^2 - \beta^2} > 0$$

Для оболочки

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + g_1^2 E_z = 0$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + g_1^2 H_z = 0$$

поперечная составляющая волнового числа в оболочке световода

$$g_2 = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_2^2} = \sqrt{\beta^2 - k_1^2}$$

$$k_2 = k_0 n_2 = n_2 \cdot \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = \frac{2\pi \cdot n_2}{\lambda}$$

$$\left. \begin{aligned} E_z &= C_n H_n^{(1)}(jg_2 r) e^{jn\varphi} e^{-\beta z} \\ H_z &= D_n H_n^{(1)}(jg_2 r) e^{jn\varphi} e^{-\beta z} \end{aligned} \right\}$$

$$g_2 = \sqrt{\beta^2 - n_2^2 k_0^2} > 0$$

$$\left. \begin{aligned} E_{z_1}(a) &= E_{z_2}(a); & E_{\varphi_1}(a) &= E_{\varphi_2}(a) \\ H_{z_1}(a) &= H_{z_2}(a); & H_{\varphi_1}(a) &= H_{\varphi_2}(a) \end{aligned} \right\}$$

для коэффициента распространения β , которое носит название дисперсионного уравнения

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{g_1} \frac{J'_n(g_1 a)}{J_n(g_1 a)} - \frac{j}{g_2} \frac{H_n^{(0)'}(jg_2 a)}{H_n^{(0)}(jg_2 a)} \right] \cdot \left[\frac{\omega^2 \varepsilon_{a1} J'_n(g_1 a)}{g_1 J_n(g_1 a)} + \frac{j\omega^2 \varepsilon_{a2} H_n^{(0)'}(jg_2 a)}{g_2 H_n^{(0)}(jg_2 a)} \right] = \\ & = n^2 \beta^2 \left(\frac{1}{g_1^2 a} + \frac{1}{g_2^2 a} \right) \end{aligned}$$

Характеристики распространения и типы направляемых волн

Для симметричных волн

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{g_1 a} \frac{J_1(g_1 a)}{J_0(g_1 a)} &= - \frac{1}{j g_2 a} \frac{H_1^{(1)}(j g_2 a)}{H_0^{(1)}(j g_2 a)} && \text{для волн } H_{0m} \\ \frac{n_1^2}{g_1 a} \frac{J_1(g_1 a)}{J_0(g_1 a)} &= - \frac{n_2^2}{j g_2 a} \frac{H_1^{(1)}(j g_2 a)}{H_0^{(1)}(j g_2 a)} && \text{для волн } E_{0m} \end{aligned} \right\}$$

Для несимметричных дипольных волн

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{g_1 a} \frac{J_{n-1}(g_1 a)}{J_n(g_1 a)} &= - \frac{1}{g_2 a} \frac{H_{n-1}^{(l)}(jg_2 a)}{H_n^{(l)}(jg_2 a)} \quad \text{для волн } HE_{nm} \\ \frac{1}{g_1 a} \frac{J_{n+1}(g_1 a)}{J_n(g_1 a)} &= \frac{1}{g_2 a} \frac{H_{n+1}^{(l)}(jg_2 a)}{H_n^{(l)}(jg_2 a)} \quad \text{для волн } EH_{nm} \end{aligned} \right\}$$

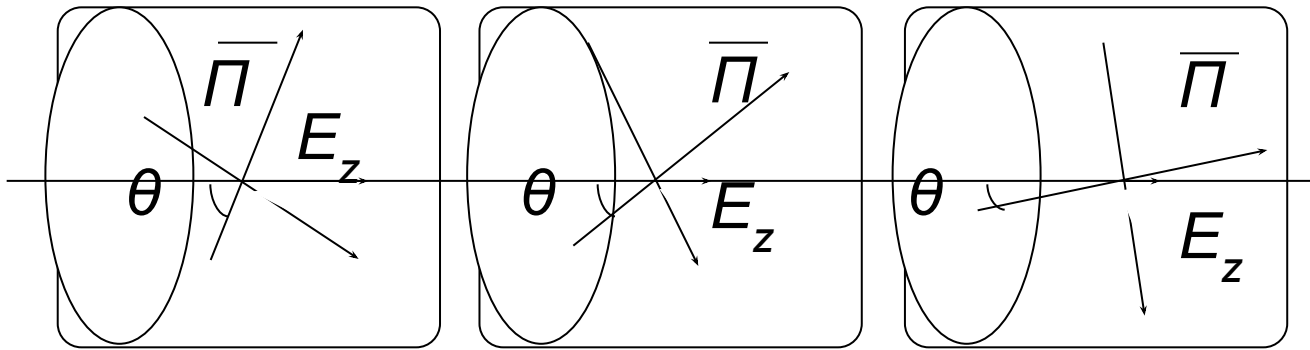


Рис. Уменьшение продольной составляющей E_z с уменьшением угла наклона вектора направления распространения волны к оси световода

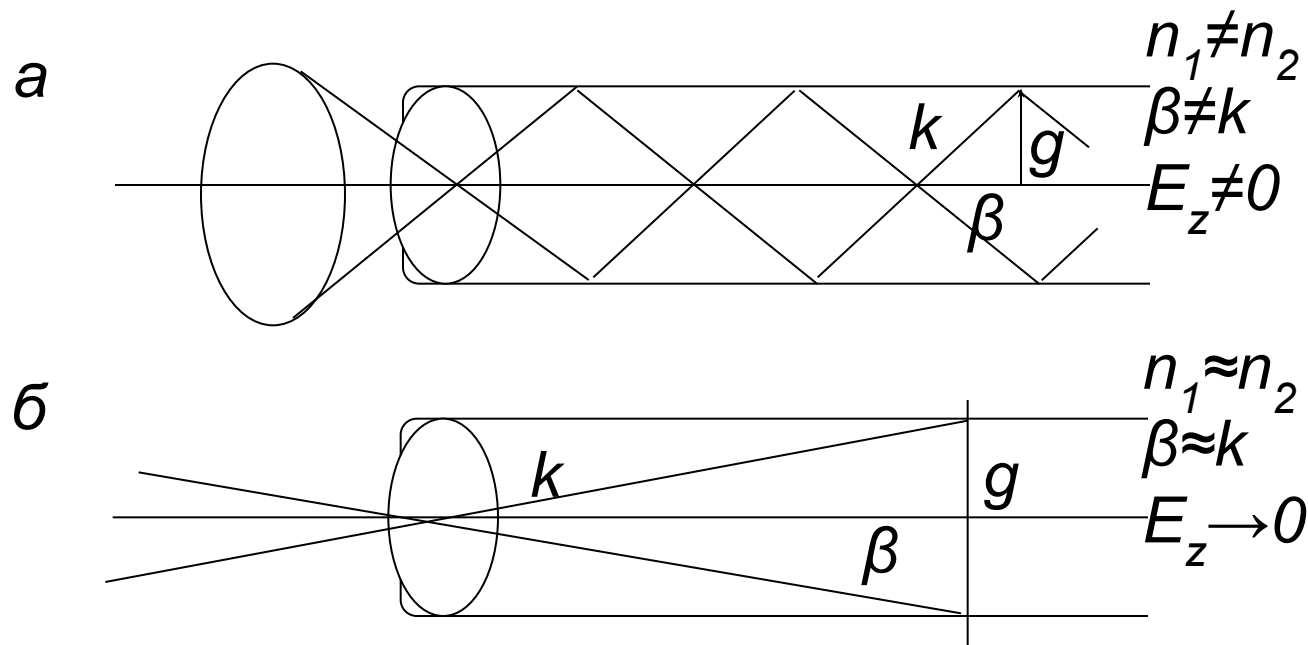


Рис. Составляющие волны в общем случае (а) и линейно-поляризованной (*LP*) волны (б)

Характеристическое уравнение для LP мод имеет весьма простую форму

$$g_1 \frac{J_{n+1}(g_1 a)}{J_n(g_1 a)} = \boxtimes g_2 \frac{K_{n+1}(g_2 a)}{K_n(g_2 a)}$$

Для одномодовой системы, которая работает на гибридной волне HE_{11} , получаем

$$g_1 \frac{J_1(g_1 a)}{J_0(g_1 a)} = g_2 \frac{K_1(g_2 a)}{K_0(g_2 a)}$$

Коэффициент распространения может быть рассчитан по формуле

$$\beta = \frac{\omega \cdot n_1}{C_0} \sqrt{1 - \left(\frac{f_0}{f}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}\right)}$$

В предельных случаях при критической частоте (f_0) и больших расчётных частотах имеем

$$\beta = \frac{\omega \cdot n_2}{C_0} = k_0 \cdot n_2 = k_2 \text{ при } f = f_0$$

$$\beta = \frac{\omega \cdot n_1}{C_0} = k_0 \cdot n_1 = k_1 \text{ при } f \rightarrow \infty$$

$$g_1^2 + g_2^2 = k_1^2 - k_2^2$$

$$g_1^2 + g_2^2 = k_0^2 (n_1^2 - n_2^2)$$

определим критическую частоту световода:

$$f_0 = \frac{g_1 C_0}{2\pi \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$$

$$f_0 = \frac{g_1 \cdot a \cdot C_0}{\pi \cdot d \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$$

критическая длина волны

$$\lambda_0 = \frac{C_0}{f_0} = \frac{\pi \cdot d}{g_1 \cdot a} \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Значение корней Бесселевых функций $P_{nm} g_1 a = V_0$

n	m			ТИПЫ ВОЛН
	1	2	3	
0	2,405	5,520	8,654	E_{0m} , H_{0m}
1	0,000	3,832	7,016	HE_{11}
1	3,832	7,016	10,173	EH_{1m}
2	2,405	5,538	8,665	HE_{2m}
2	5,136	8,417	11,620	EH_{2m}

нормированная частота

$$V = \frac{2\pi \cdot a}{\lambda} \cdot \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Значения нормированной частоты и тип соответствующей моды

V	Моды	V	Моды
0 – 2,405	HE_{11}	5,520 – 6,380	H_{02}, E_{02}, HE_{22}
2,405 – 3,832	H_{01}, E_{01}, HE_{21}	6,380 – 7,016	EH_{31}, HE_{51}
3,832 – 5,136	$HE_{12}, EH_{11},$ HE_{31}	7,016 – 7,588	$HE_{13}, EH_{12},$ HE_{32}
5,136 – 5,520	EH_{21}, HE_{41}	7,588 – 8,417	EH_{41}, HE_{31}

При значении $g_1 a = 2,405$ критическая частота использования одномодового волокна

$$f_0 = \frac{2,405}{2\pi \cdot a \cdot \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \cdot (n_1^2 - n_2^2)}}$$

Число типов волн в световоде зависит от диаметра сердцевинны $d = 2a$ и длины волны λ и определяется по выражению:

$$N = \frac{V^2}{2 \left(1 + \frac{2}{u} \right)}$$

$$n_r = n_0 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \Delta \cdot \left(\frac{r}{a}\right)^u}$$

Обычно

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{2n_1} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

и лежит в пределах $\Delta=0,003 - 0,01$

Для градиентного световода, имеющего параболический профиль показателя преломления $u=2$ получается

$$n_r = n_0 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \Delta \cdot \left(\frac{r}{a}\right)^2}$$

Для ступенчатого профиля показателя преломления показатель степени $u \rightarrow \infty$, т.е. получается известное выражение

$$n_2 = n_1 (1 - \Delta)$$

число мод для ступенчатого волокна

$$N = \frac{1}{2} V^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi \cdot a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right)^2$$

для градиентного

$$N = \frac{1}{4} V^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{2\pi \cdot a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right)^2$$

Фазовая и групповая скорости. Волновое сопротивление

$$V_{\phi} = \frac{\omega}{\beta} \quad k_2 = \omega \sqrt{\mu_{a2} \varepsilon_{a2}}$$
$$V_2 = \frac{1}{\sqrt{\mu_{a2} \varepsilon_{a2}}}$$
$$V_{\phi} = \frac{V_2 k_2}{\beta}$$

$$V_{\phi} = C_0 \sqrt{\frac{g_1^2 + g_2^2}{g_1^2 n_2^2 + g_2^2 n_1^2}}$$

$$V_{\phi} = \frac{C_0}{n_2} = V_2$$

$$V_{\phi} = \frac{C_0}{n_1} = V_1$$

$$\frac{C_0}{n_1} \leq V_{\phi} \leq \frac{C_0}{n_2}$$

Групповая скорость распространения по световоду определяется выражением

$$V_{gr} = \frac{C_0}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}}$$

Волновое сопротивление световода

$$Z_B = \frac{E_r}{H_\varphi} \quad Z_B = \frac{E_\varphi}{H_r}$$

предельное значения волнового сопротивления
сердцевины

$$Z_{B1} = \frac{Z_0}{n_1}$$

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = 376,7$$

оболочки

$$Z_{B2} = \frac{Z_0}{n_2}$$

В реальных условиях волновое сопротивление световода имеет промежуточное значение

$$\frac{Z_0}{n_1} < Z_B < \frac{Z_0}{n_2}$$

численно составляет примерно 250 – 260 Ом