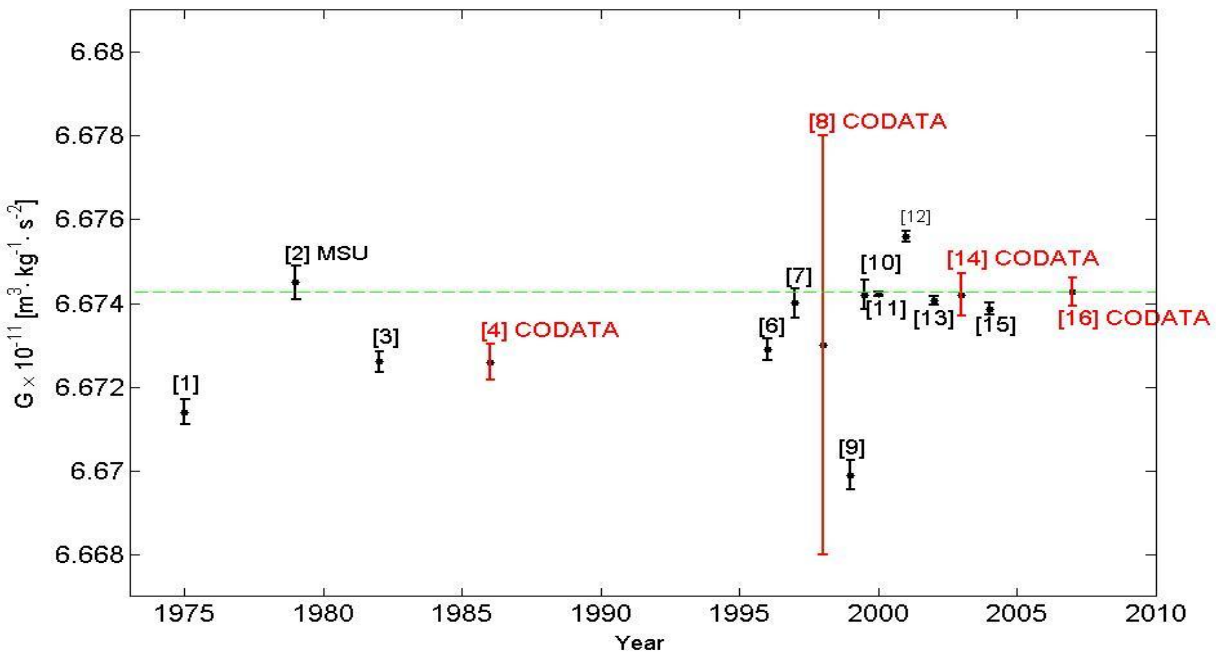
Теория движения крутильных весов в эксперименте по измерению Ньютоновской гравитационной постоянной

Магистрант физического факультета МГУ

Чэнь Тао



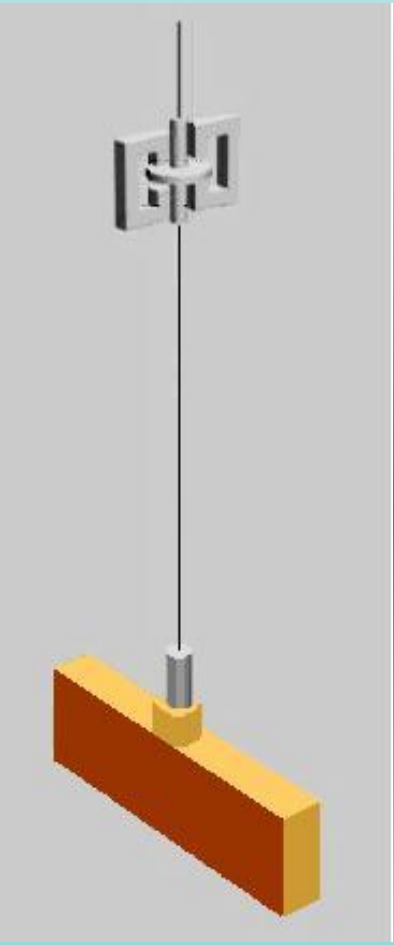
Наилучшие эксперименты в мире по измерению G и CODATA величины.

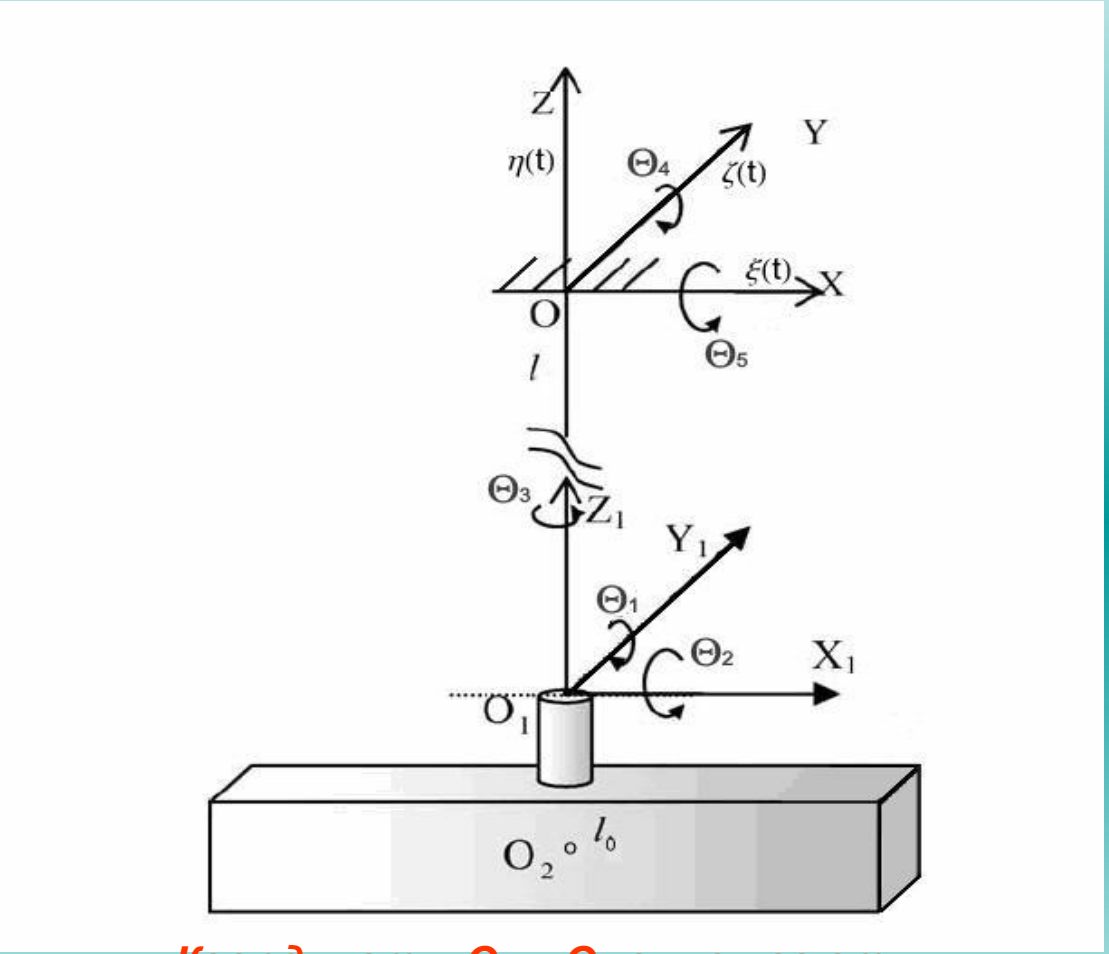
Authors, year of publication		Value of $G \times 10^{-11}$ $m^3 kg^{-1} s^{-2}$	STD $\times 10^{-11}$ $m^3 kg^{-1} s^{-2}$	*ppm*
[1] *Facy and Ponticis*	1972	6.6714	0.0006	90
[2] *Sagitov, Milyukov, et al.*	1979	6.6745	0.0008	120
[3] *Luther and Towler,*	1982	6.6726	0.0005	75
[4] CODATA	**1986**	**6.67259**	**0.00085**	**128**
[5] *Michaelis, et al.*	1995	6.7154	0.0006	90
[6] *Karagioz, Izmailov,*	1996	6.6729	0.0005	75
[7] *Bagley and Luther,*	1997	6.6740	0.0007	105
[8] CODATA	**1998**	**6.673**	**0.010**	**1500**
[9] *Jun Luo, et al.,*	1999	6.6699	0.0007	105
[10] *Fitzgerald and Armstrong*	1999	6.6742	0.0007	105
[11] *Gundlach and Merkowich,*	2000	6.674215	0.000092	14
[12] *Quinn, Speake et all.*	2001	6.67559	0.00027	41
[13] *Schlamminger et all.*	2002	6.67407	0.00022	33
[14] CODATA	**2002**	**6.6742**	**0.0010**	**150**
[15] *Armstrong and Fitzgerald*	2003	6.67387	0.00027	40
[16] CODATA	**2006**	**6.67428**	**0.00067**	**100**

Основные цели работы

- Обзор современного состояния лабораторных экспериментов по измерению ньютоновской гравитационной постоянной.
- Численное моделирование движения крутильных весов со многими степенями свободы при воздействии случайных помех.
- Исследование характера возбуждения маятниковых колебаний действующим сейсмическим шумом.
- Исследование спектральных характеристик маятниковых колебаний.
- Анализ влияние комбинационных мод на крутильные колебания.
- Разработка методов подавления комбинационных мод.

Схематическое изображение крутильных весов.





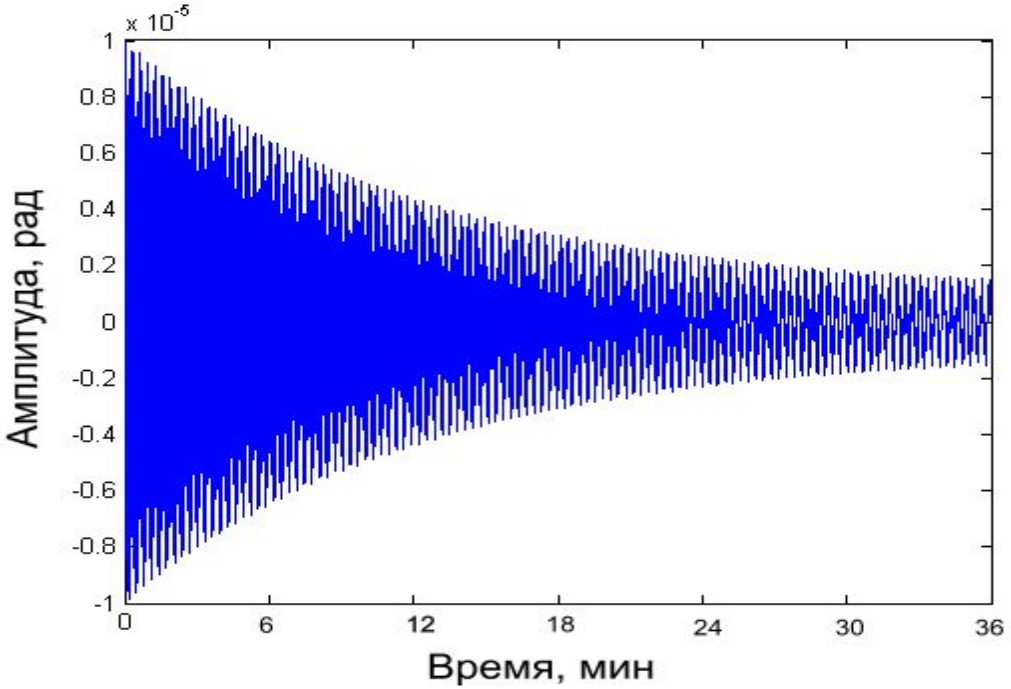
Координаты Θ_1 и Θ_4 описывают маятниковые колебаний в плоскости ZX, а координаты Θ_2 и Θ_5 в плоскости ZY. Крутильные колебания описываются координатой Θ_3.

Система дифференциальных уравнений, описывающих движение крутильных весов с пятью степенями свободы

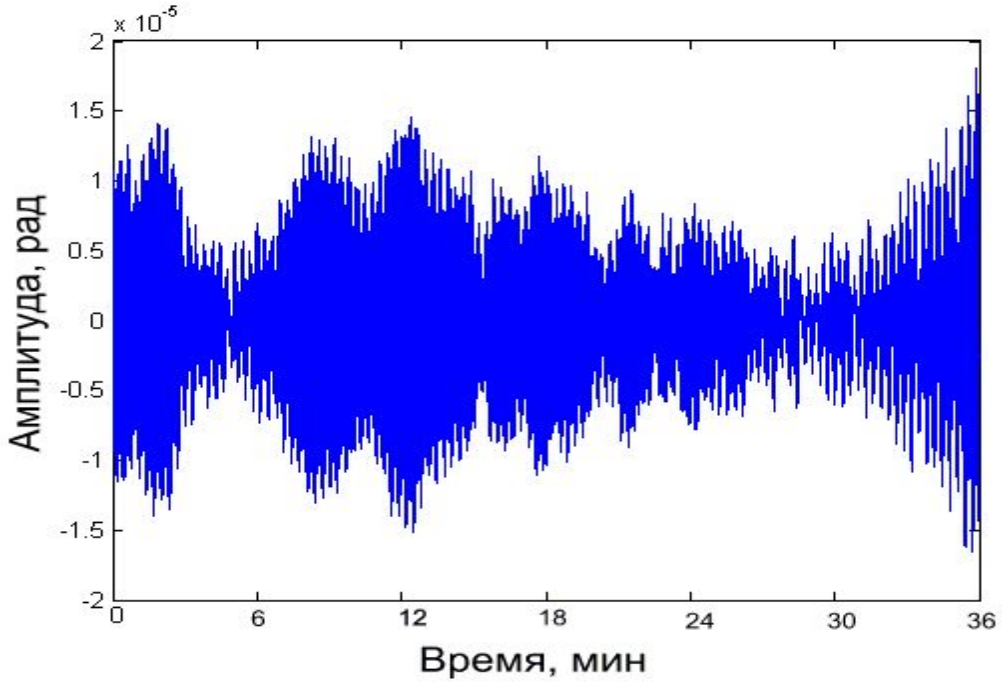
- $(J_x + ml_0^2)\ddot{\theta}_1 + \tau_1^{-1}\dot{\theta}_1 + mgl_0\theta_1 = -mll_0\ddot{\theta}_4 - ml_0\ddot{\eta}_0(t) + (J_y - J_x)\dot{\theta}_2\theta_3$
- $(J_y + ml_0^2)\ddot{\theta}_2 + \tau_2^{-1}\dot{\theta}_2 + mgl_0\theta_2 = mll_0\ddot{\theta}_5 + ml_0\ddot{\xi}_0(t) + (J_y - J_x)\dot{\theta}_1\theta_3$
- $J_z\ddot{\theta}_3 + \tau_3^{-1}J_z\dot{\theta}_3 + K_{кр}\theta_3 = (J_x - J_y)(\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_2^2)\theta_3 + 2(J_x - J_y)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\theta_3^2$

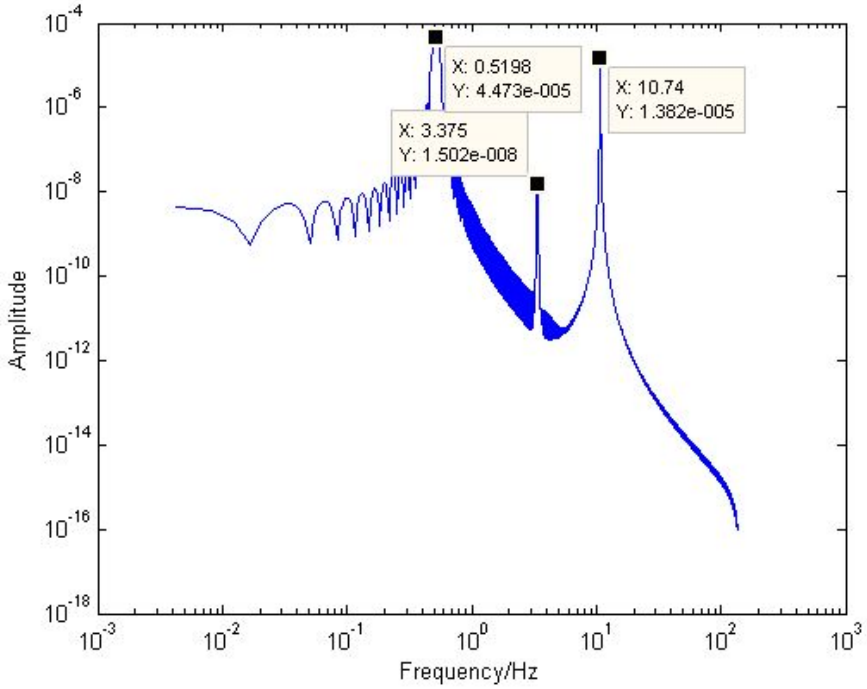
  $-\frac{2}{3}(J_x - J_y)(\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_2^2)\theta_3^3 - 2J_z\dot{\theta}_1\theta_2 + (J_x - J_y - 2J_z)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + K_{кр}\vartheta(t)$
- $ml^2\ddot{\theta}_4 + \tau_4^{-1}\dot{\theta}_4 + mgl\theta_4 = -mll_0\ddot{\theta}_1 - ml\ddot{\eta}_0(t)$
- $ml^2\ddot{\theta}_5 + \tau_5^{-1}\dot{\theta}_5 + mgl\theta_5 = mll_0\ddot{\theta}_2 - ml\ddot{\xi}_0(t)$

При амплитуде сейсмического шума порядка 10^{-2} мГал (относительная амплитуда 10^{-8}), маятниковые колебания носят затухающий характер.



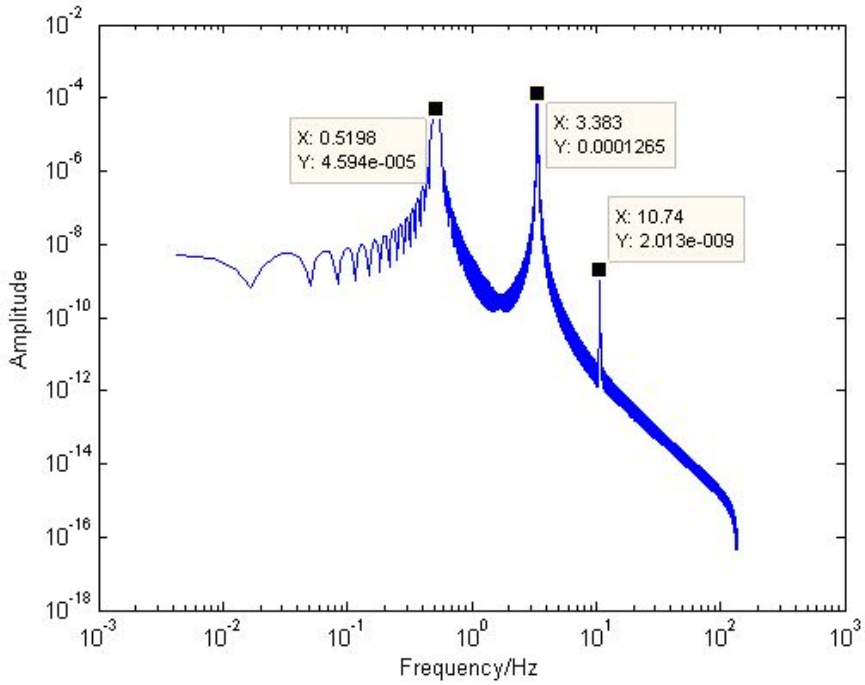
При возрастании амплитуды, колебания представляют собой устойчивые колебания с меняющейся случайным образом во времени амплитудой.

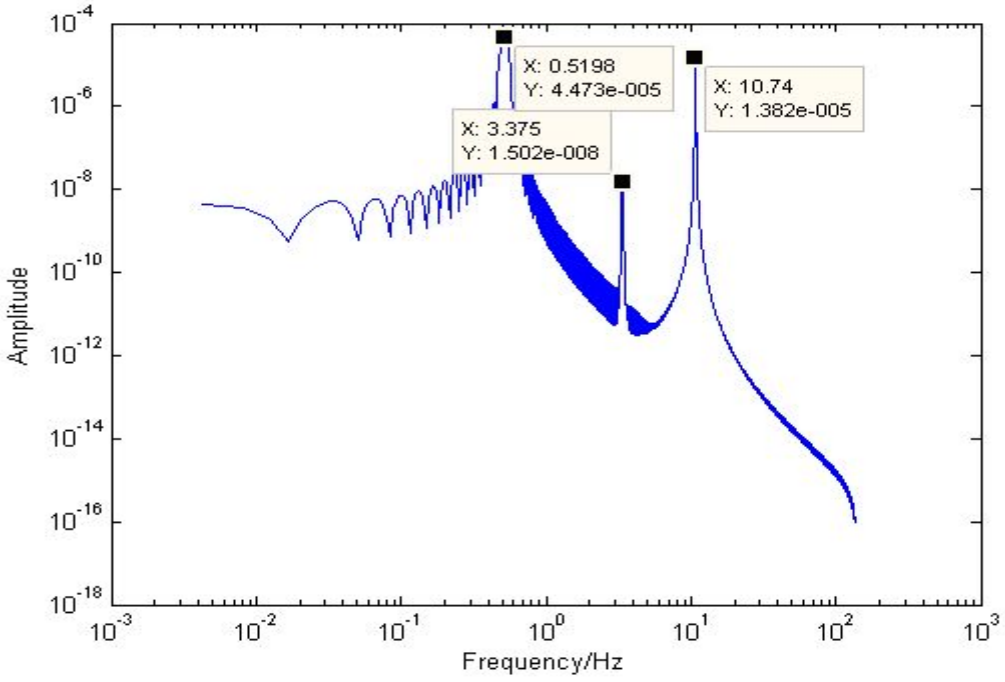


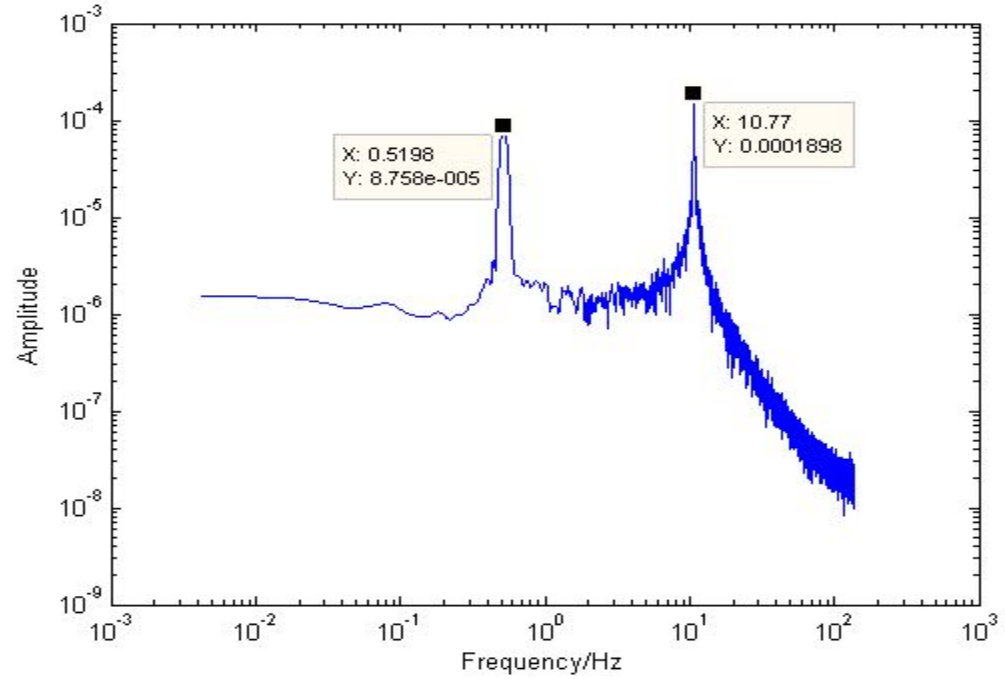


Спектр маятниковых колебаний в плоскости ZY. Пики на частотах 0.5198 Гц и 3.375 Гц – собственные колебания в данной плоскости; пик на частоте 10.75 Гц – вынужденные колебания вследствие нелинейной связи с колебаниями в плоскости ZX.

Спектр маятниковых колебаний в плоскости ZX. Пики на частотах 0.5198 Гц и 10.74 Гц – собственные колебания в данной плоскости;пик на частоте 3.375 Гц – вынужденные колебания вследствие нелинейной связи с колебаниями в плоскости ZY.

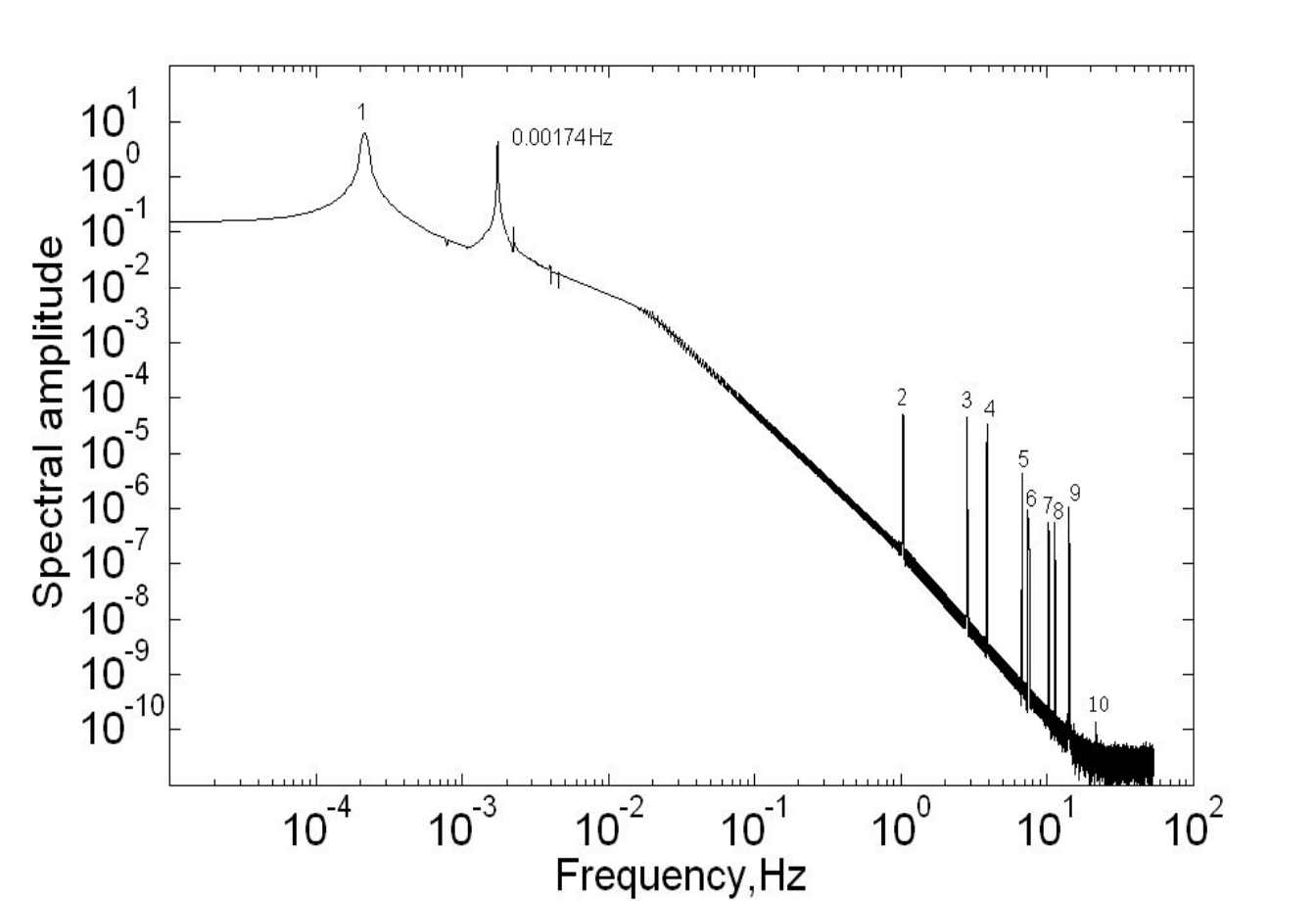






При возрастании сейсмического шума спектральный пик вынужденных колебаний «тонет» в общем шумовом фоне.

Крутильные колебания и комбинационные моды



Частоты комбинационных мод определяются линейной комбинацией маятниковых частот.

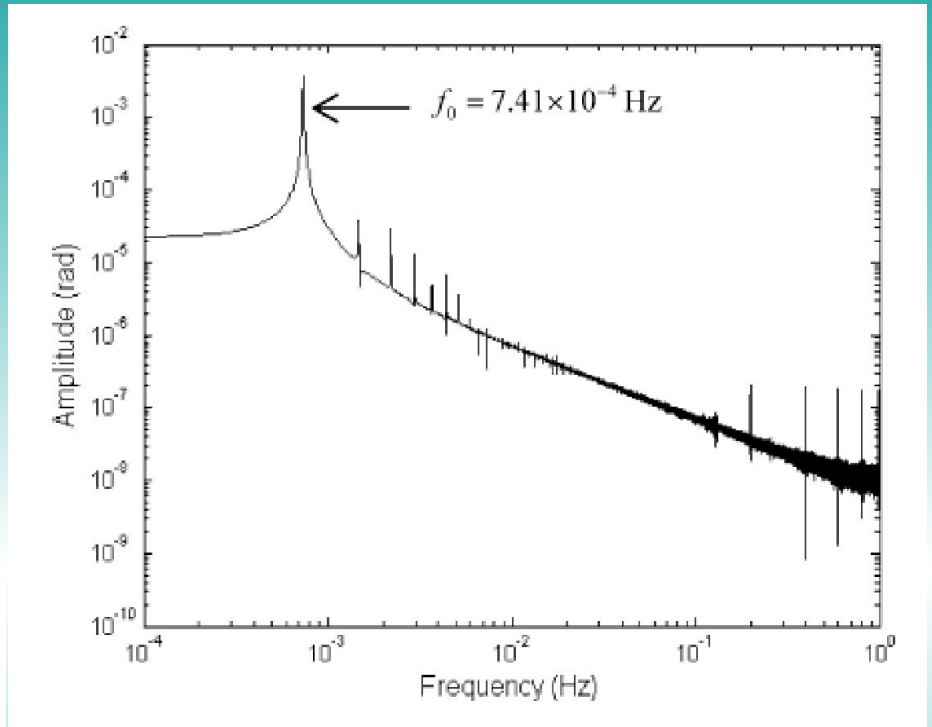
No.	***Частота, Гц***
1	**0.00021**
2	**1.038**
3	**2.854**
4	**3.891**
5	**6.743**
6	**7.347**
7	**10.2**
8	**11.24**
9	**14.1**
10	**21.67**

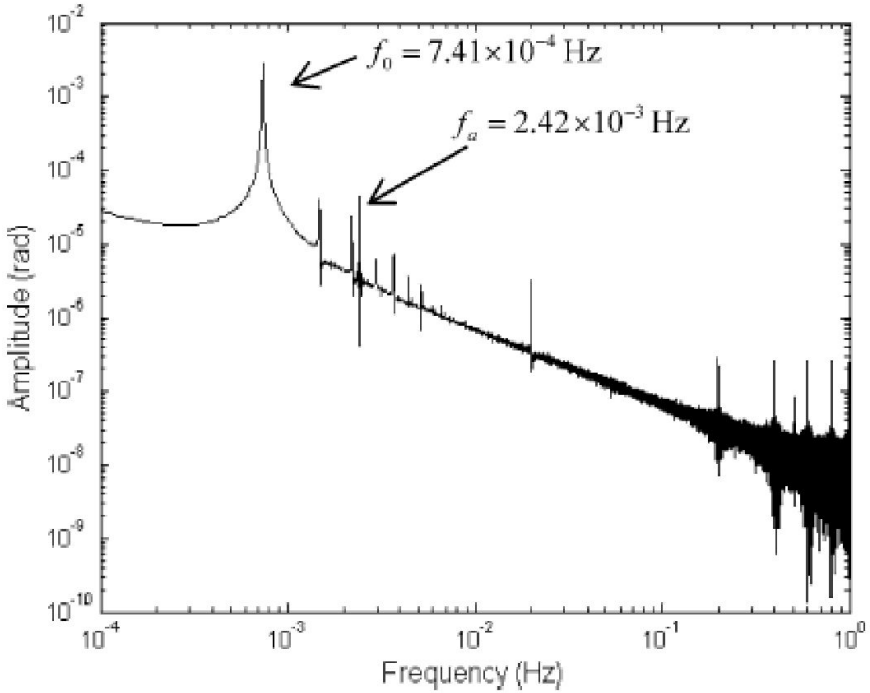
$$J_{кр}\ddot{\theta}_3 + \tau_3^{-1} J_z \dot{\theta}_3 + K_{кр}\theta_3 = (J_x - J_y)(\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_2^2)\theta_3 + 2(J_x - J_y)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\theta_3^2$$
$$+ K_{кр}\vartheta(t) - \frac{2}{3}(J_x - J_y)(\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_2^2)\theta_3^3 - 2J_3\dot{\theta}_1\theta_2 + (J_x - J_y - 2J_z)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2$$

Правая часть уравнения определяет вынужденные колебания крутильных весов - комбинационные моды.

Амплитудное подавление

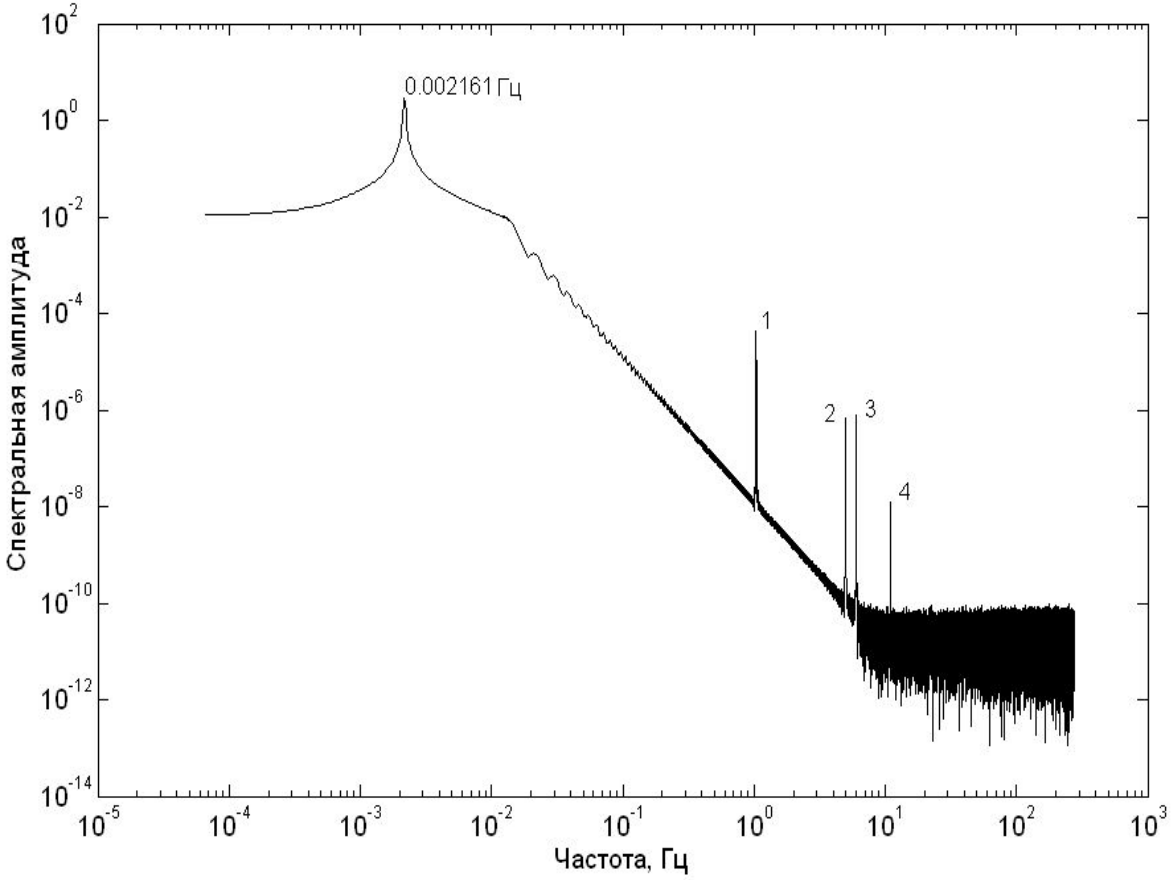
Весы без магнитного демпфера.
Пик на частоте 7.41·10-4 Гц представляет собственные колебания крутильной моды.
Пик на частоте 2.42·10-3 Гц – комбинационная мода.





Весы с магнитным демпфером. Комбинационная мода на частоте 2.42·10-3 Гц эффективно подавлена.

Частотное подавление

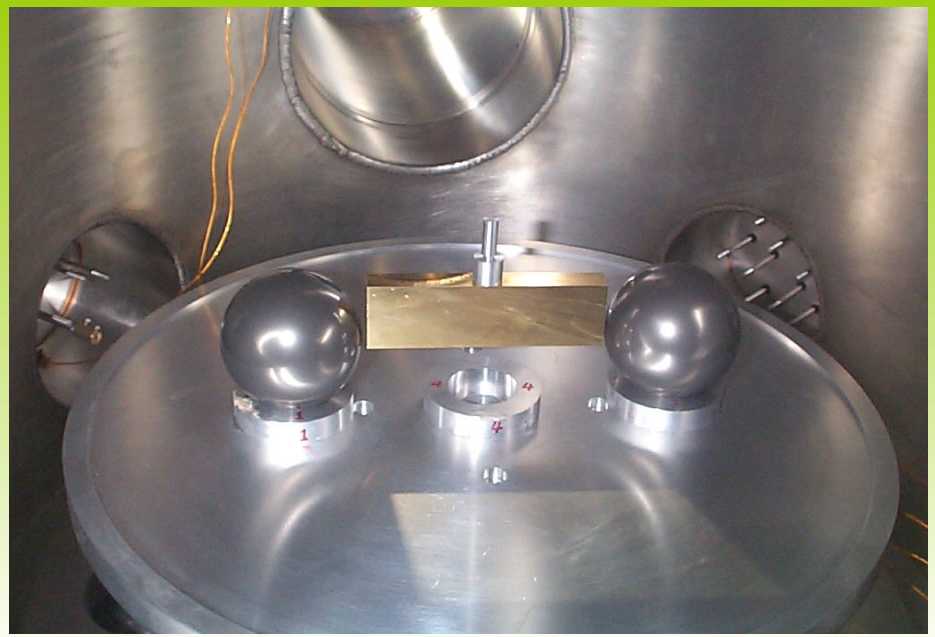


No.	Частота, Гц
1	1.0372
2	4.9790
3	6.0162
4	10.9952

$$J_{kp}\ddot{\theta}_3 + \tau_3^{-1} J_z \dot{\theta}_3 + K_{кр}\theta_3 + K_{кр}\vartheta(t) = -2J_{kp}\dot{\theta}_1\theta_2 + (J_x - J_y - 2J_{kp})\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2$$

Выводы

- Сделан обзор современного состояния лабораторных экспериментов по измерению ньютоновской гравитационной постоянной.
- Реализован новый подход к решению задачи движения крутильных весов со многими степенями свободы, основанный на численных методах.
- Исследован механизм возбуждения маятниковых колебаний действующим на подвес крутильных весов сейсмическим шумом.
- Исследован спектральный состав маятниковых колебаний, а также нелинейные связи различных мод маятниковых колебаний.
- Выполнено численное моделирование движения крутильных весов по основной «метрологической» крутильной моде с учетом возмущения ее маятниковыми колебаниями и случайным шумом.
- Предложен новый способ подавления комбинационных мод – частотное подавление.



Крутильные весы, притягивающие массы и поворотный стол внутри вакуумной камеры.

Общий вид экспериментальной установки для нового определения гравитационной постоянной в лабораторном помещении HUST (в левой части рисунка - вакуумная камера, справа – оптический левер).