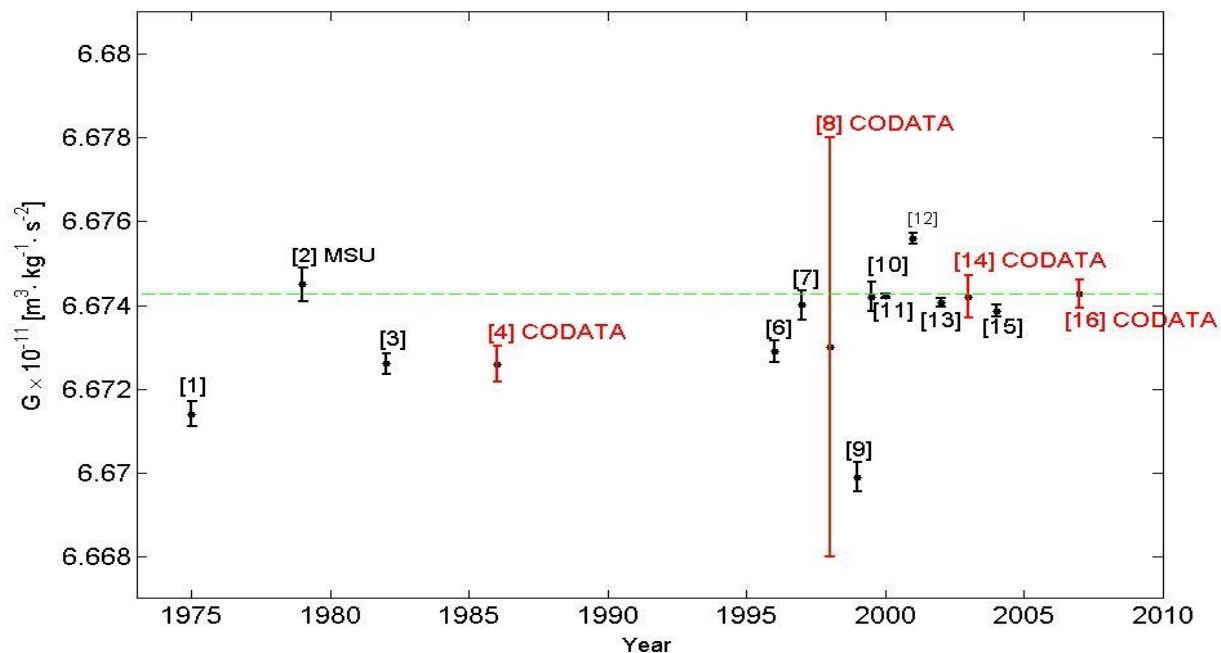


**Теория движения
крутильных весов в
эксперименте по измерению
Ньютоновской
гравитационной постоянной**

Магистрант физического
факультета МГУ

Чэнь Тао



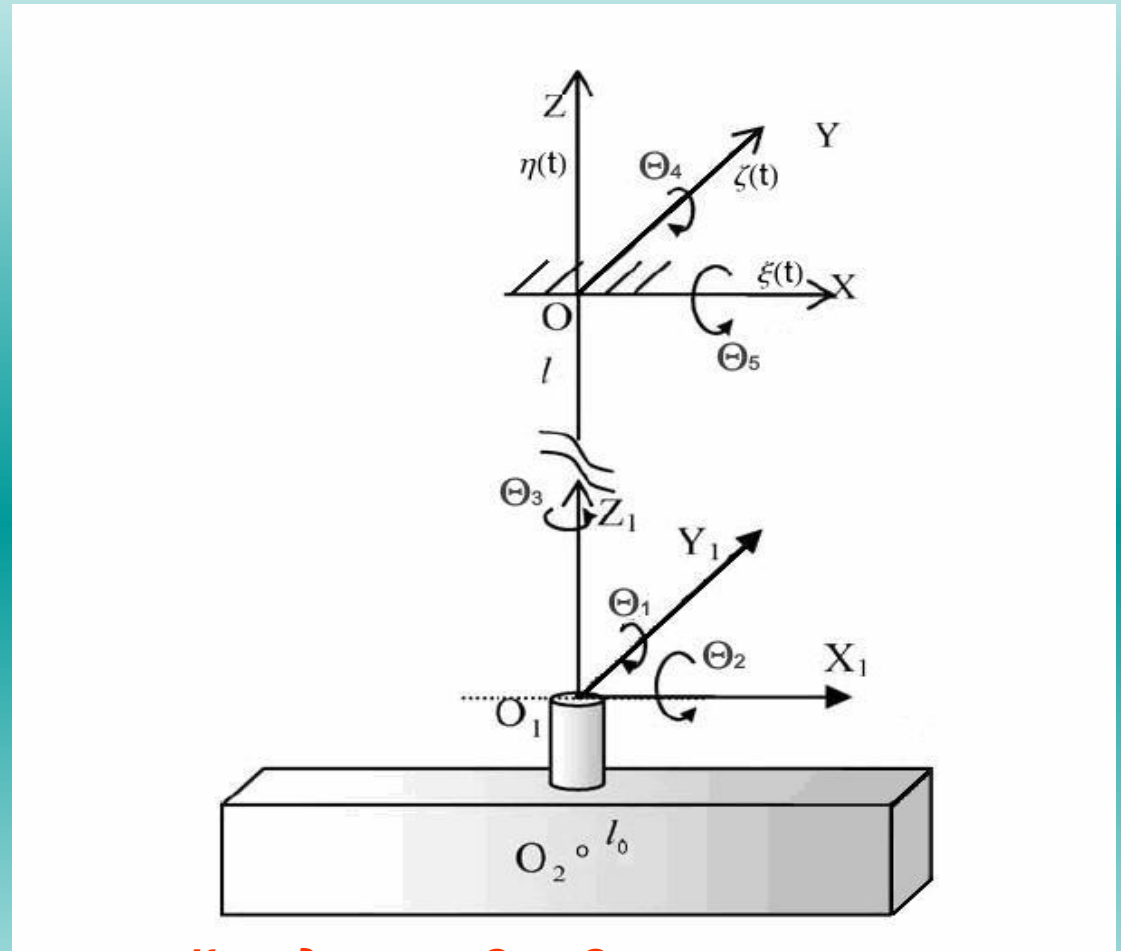
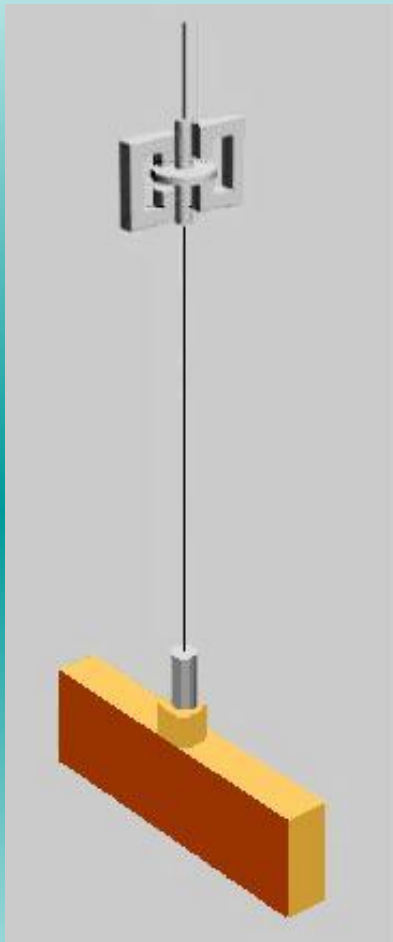
Наилучшие эксперименты в мире по измерению G и CODATA величины.

Authors, year of publication	Value of $G \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	STD $\times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$	ppm
[1] Facy and Ponticis 1972	6.6714	0.0006	90
[2] Sagitov, Milyukov, et al. 1979	6.6745	0.0008	120
[3] Luther and Towler, 1982	6.6726	0.0005	75
[4] CODATA 1986	6.67259	0.00085	128
[5] Michaelis, et al. 1995	6.7154	0.0006	90
[6] Karagioz, Izmailov, 1996	6.6729	0.0005	75
[7] Bagley and Luther, 1997	6.6740	0.0007	105
[8] CODATA 1998	6.673	0.010	1500
[9] Jun Luo, et al., 1999	6.6699	0.0007	105
[10] Fitzgerald and Armstrong 1999	6.6742	0.0007	105
[11] Gundlach and Merkowich, 2000	6.674215	0.000092	14
[12] Quinn, Speake et all. 2001	6.67559	0.00027	41
[13] Schlaminger et all. 2002	6.67407	0.00022	33
[14] CODATA 2002	6.6742	0.0010	150
[15] Armstrong and Fitzgerald 2003	6.67387	0.00027	40
[16] CODATA 2006	6.67428	0.00067	100

Основные цели работы

- Обзор современного состояния лабораторных экспериментов по измерению ньютоновской гравитационной постоянной.
- Численное моделирование движения крутильных весов со многими степенями свободы при воздействии случайных помех.
- Исследование характера возбуждения маятниковых колебаний действующим сейсмическим шумом.
- Исследование спектральных характеристик маятниковых колебаний.
- Анализ влияние комбинационных мод на крутильные колебания.
- Разработка методов подавления комбинационных мод.

Схематическое изображение крутильных весов.

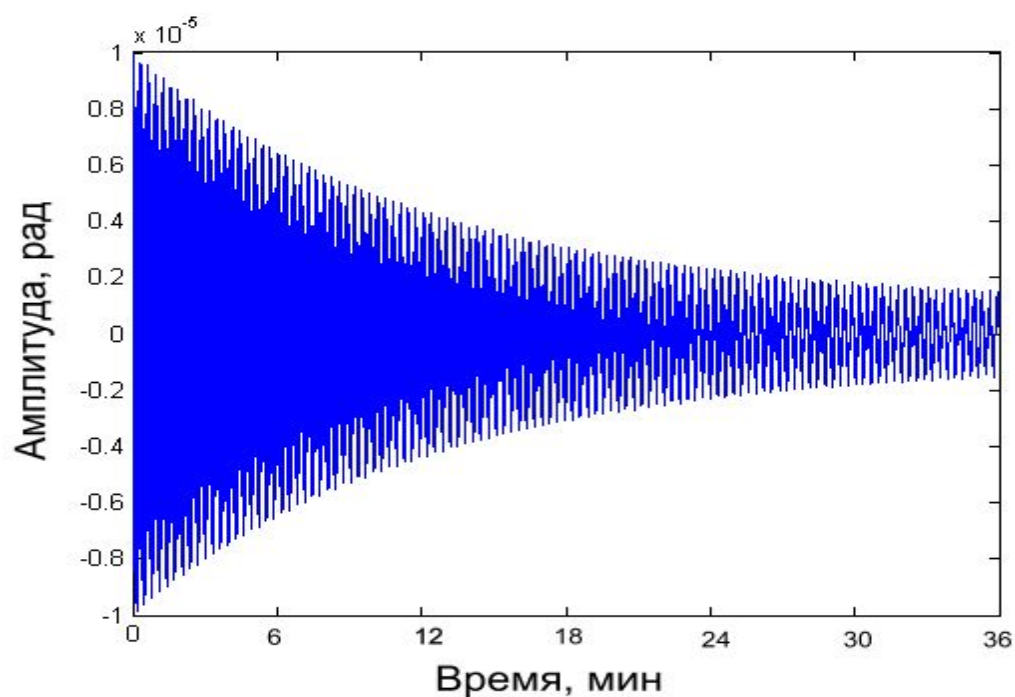


Координаты Θ_1 и Θ_4 описывают маятниковые колебаний в плоскости ZX , а координаты Θ_2 и Θ_5 в плоскости ZY . Крутильные колебания описываются координатой Θ_3 .

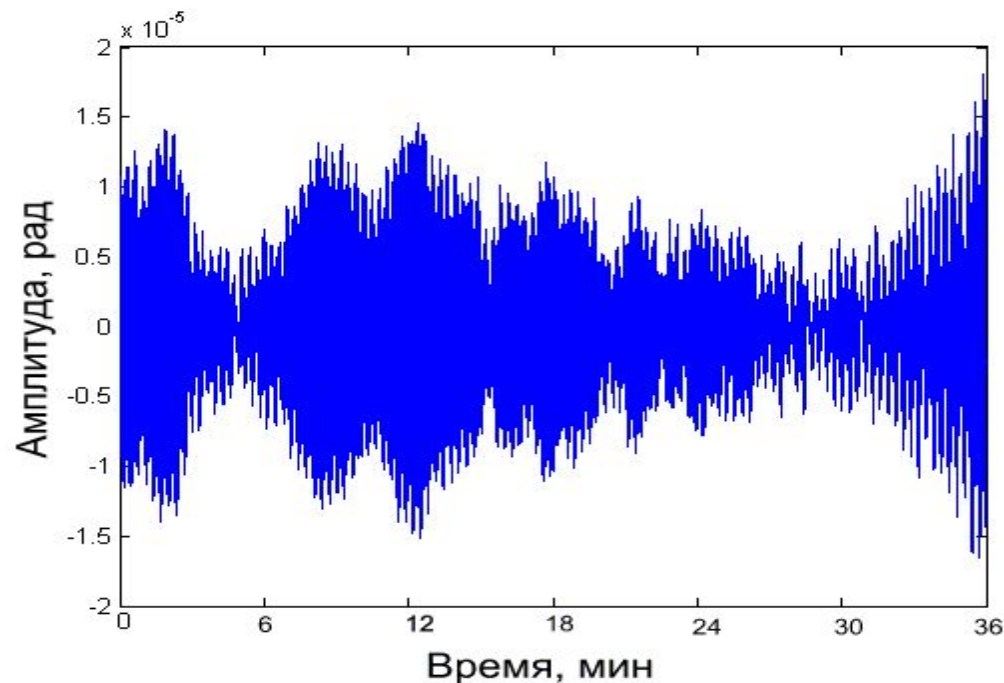
Система дифференциальных уравнений, описывающих движение крутильных весов с пятью степенями свободы

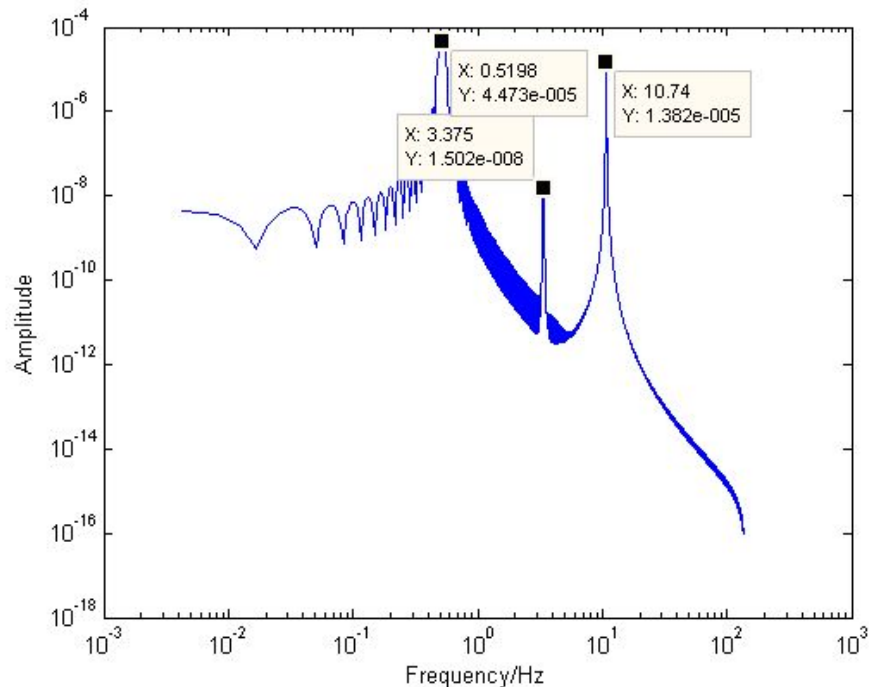
- $(J_x + ml_0^2)\ddot{\theta}_1 + \tau_1^{-1}\dot{\theta}_1 + mgl_0\theta_1 = -mll_0\ddot{\theta}_4 - ml_0\dot{\xi}_0(t) + (J_y - J_x)\ddot{\theta}_2\theta_3$
- $(J_y + ml_0^2)\ddot{\theta}_2 + \tau_2^{-1}\dot{\theta}_2 + mgl_0\theta_2 = mll_0\ddot{\theta}_5 + ml_0\dot{\xi}_0(t) + (J_y - J_x)\ddot{\theta}_1\theta_3$
- $J_z\ddot{\theta}_3^2 + \tau_3^{-1}J_z\dot{\theta}_3 + K_{кр}\theta_3 = (J_x - J_y)(\ddot{\theta}_1^2 - \ddot{\theta}_2^2)\theta_3 + 2(J_x - J_y)\ddot{\theta}_1\ddot{\theta}_2\theta_3^2 - \frac{2}{3}(J_x - J_y)(\ddot{\theta}_1^2 - \ddot{\theta}_2^2)\theta_3^3 - 2J_z\ddot{\theta}_1\theta_2 + (J_x - J_y - 2J_z)\ddot{\theta}_1\ddot{\theta}_2 + K_{кр}\mathfrak{g}(t)$
- $ml^2\ddot{\theta}_4 + \tau_4^{-1}\dot{\theta}_4 + mgl\theta_4 = -mll_0\ddot{\theta}_1 - ml_0\dot{\xi}_0(t)$
- $ml^2\ddot{\theta}_5 + \tau_5^{-1}\dot{\theta}_5 + mgl\theta_5 = mll_0\ddot{\theta}_2 - ml_0\dot{\xi}_0(t)$

При амплитуде сейсмического шума порядка 10^{-2} мГал (относительная амплитуда 10^{-8}), маятниковые колебания носят затухающий характер.



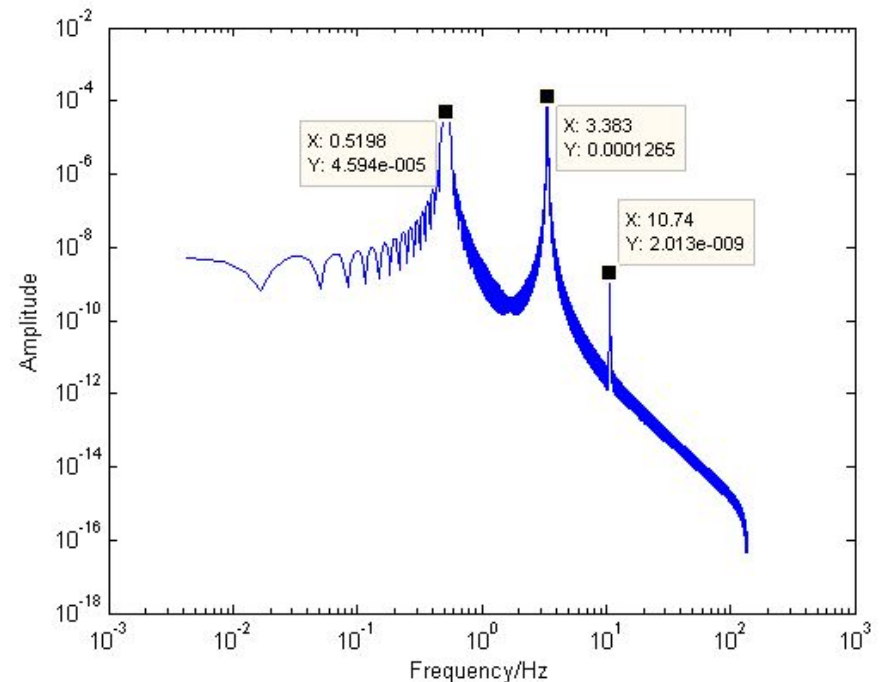
При возрастании амплитуды, колебания представляют собой устойчивые колебания с меняющейся случайным образом во времени амплитудой.

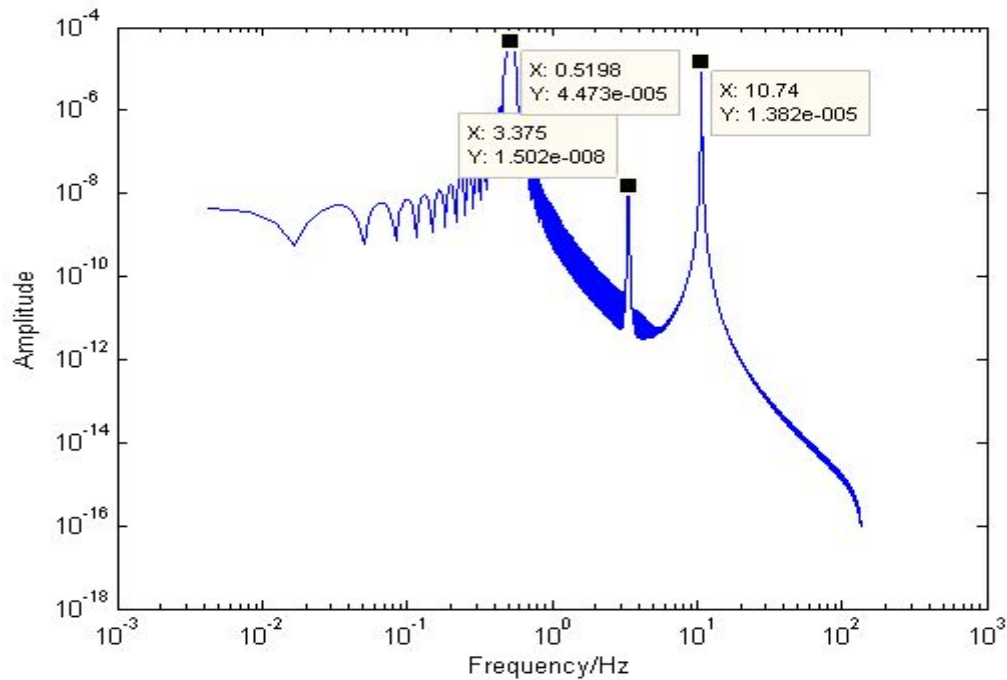




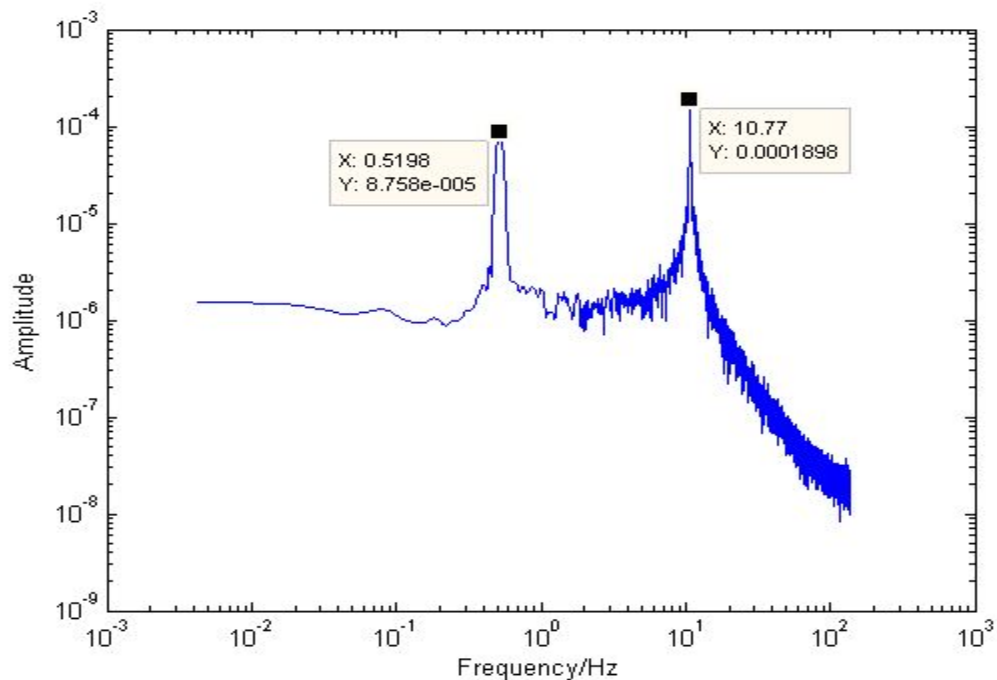
Спектр маятниковых колебаний в плоскости ZY. Пики на частотах 0.5198 Гц и 3.375 Гц – собственные колебания в данной плоскости; пик на частоте 10.75 Гц – вынужденные колебания вследствие нелинейной связи с колебаниями в плоскости ZX.

Спектр маятниковых колебаний в плоскости ZX. Пики на частотах 0.5198 Гц и 10.74 Гц – собственные колебания в данной плоскости; пик на частоте 3.375 Гц – вынужденные колебания вследствие нелинейной связи с колебаниями в плоскости ZY.

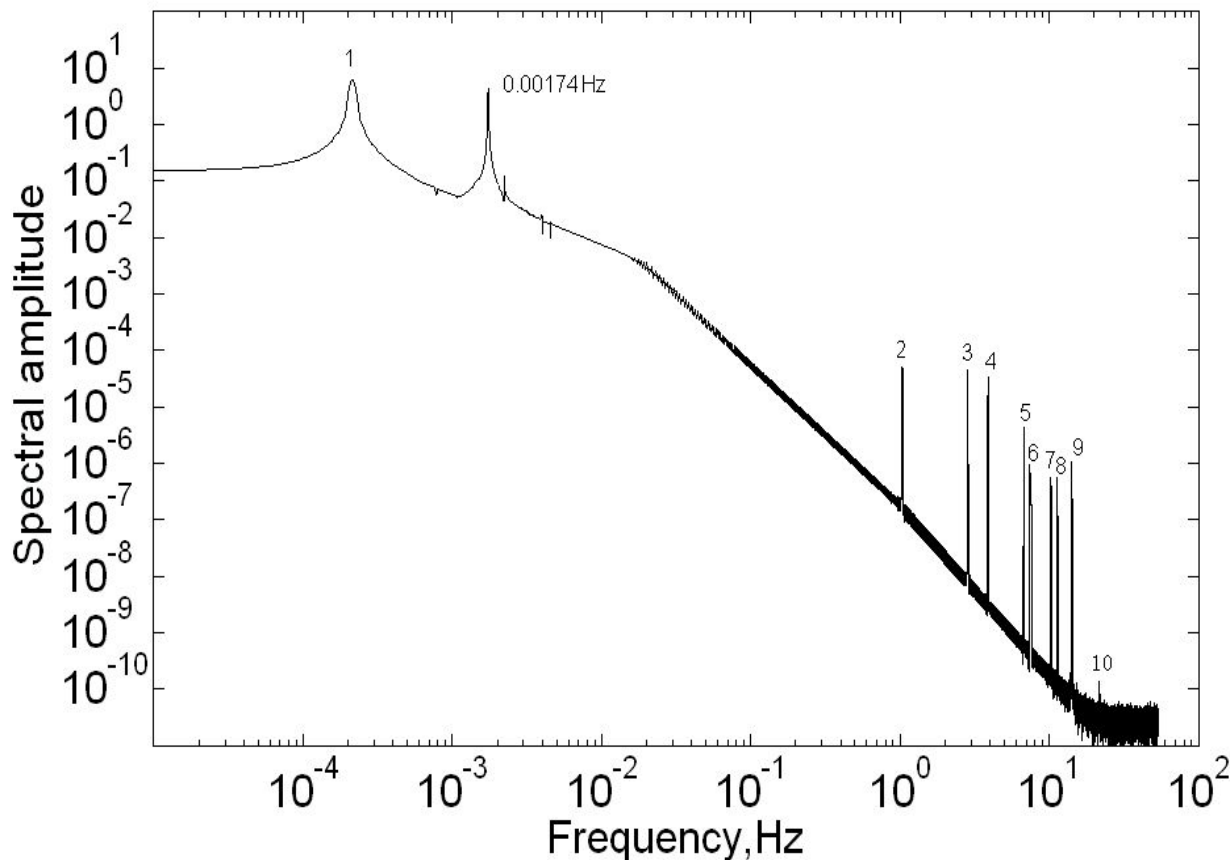




При возрастании
сейсмического шума
спектральный пик
вынужденных
колебаний «тонет» в
общем шумовом
фоне.



Крутильные колебания и комбинационные



**Частоты
комбинационных
мод определяются
линейной
комбинацией
маятниковых частот.**

№.	Частота, Гц
1	0.00021
2	1.038
3	2.854
4	3.891
5	6.743
6	7.347
7	10.2
8	11.24
9	14.1
10	21.67

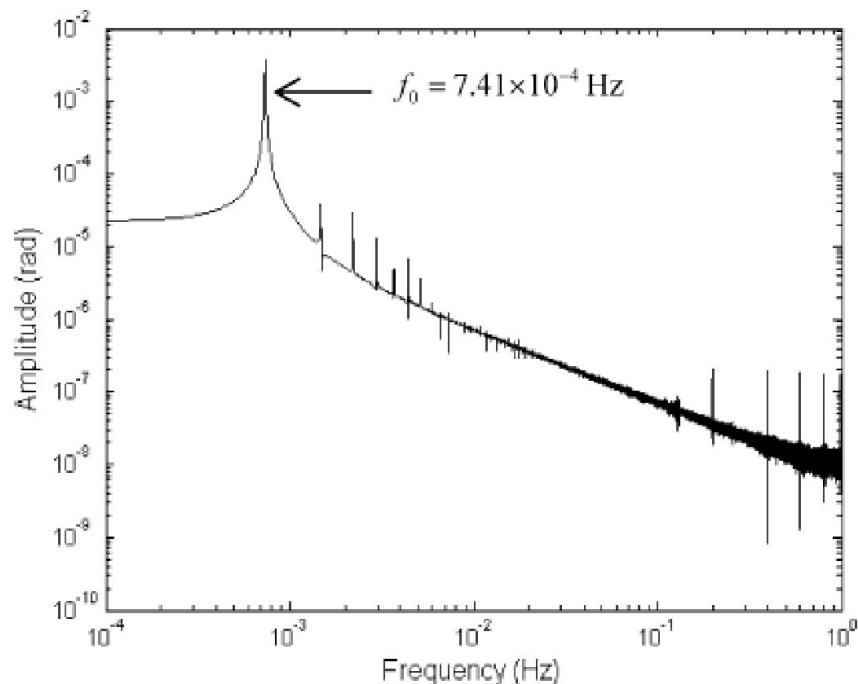
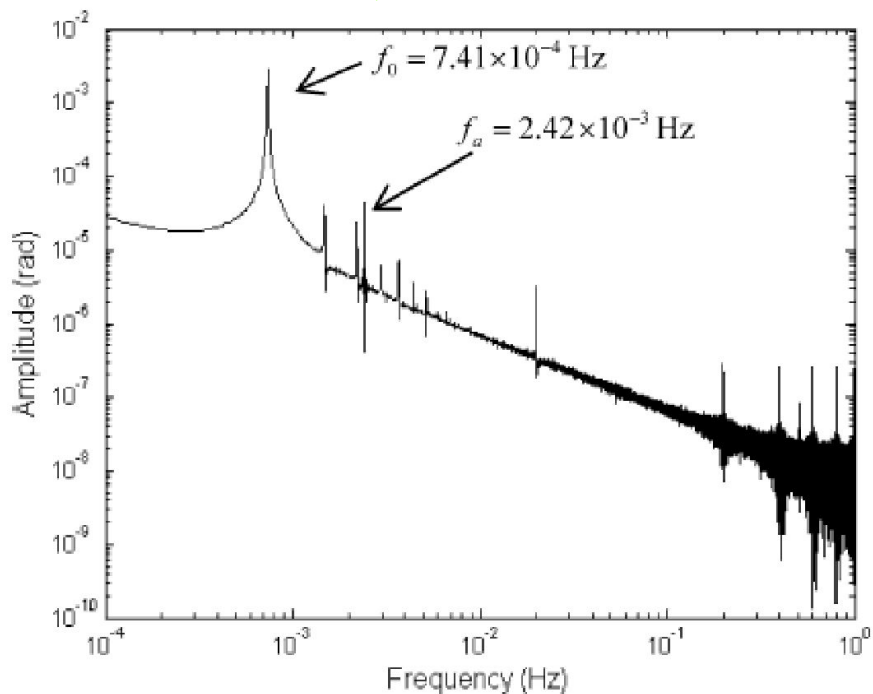
$$J_{kp} \ddot{\theta}_3^2 + \tau_3^{-1} J_z \dot{\theta}_3 + K_{kp} \theta_3 = (J_x - J_y)(\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_2^2)\theta_3 + 2(J_x - J_y)\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \theta_3^2 + K_{kp} \vartheta(t) - \frac{2}{3}(J_x - J_y)(\dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_2^2)\theta_3^3 - 2J_3 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + (J_x - J_y - 2J_z)\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$$

Правая часть уравнения определяет вынужденные колебания крутильных весов - комбинационные моды.

Амплитудное подавление

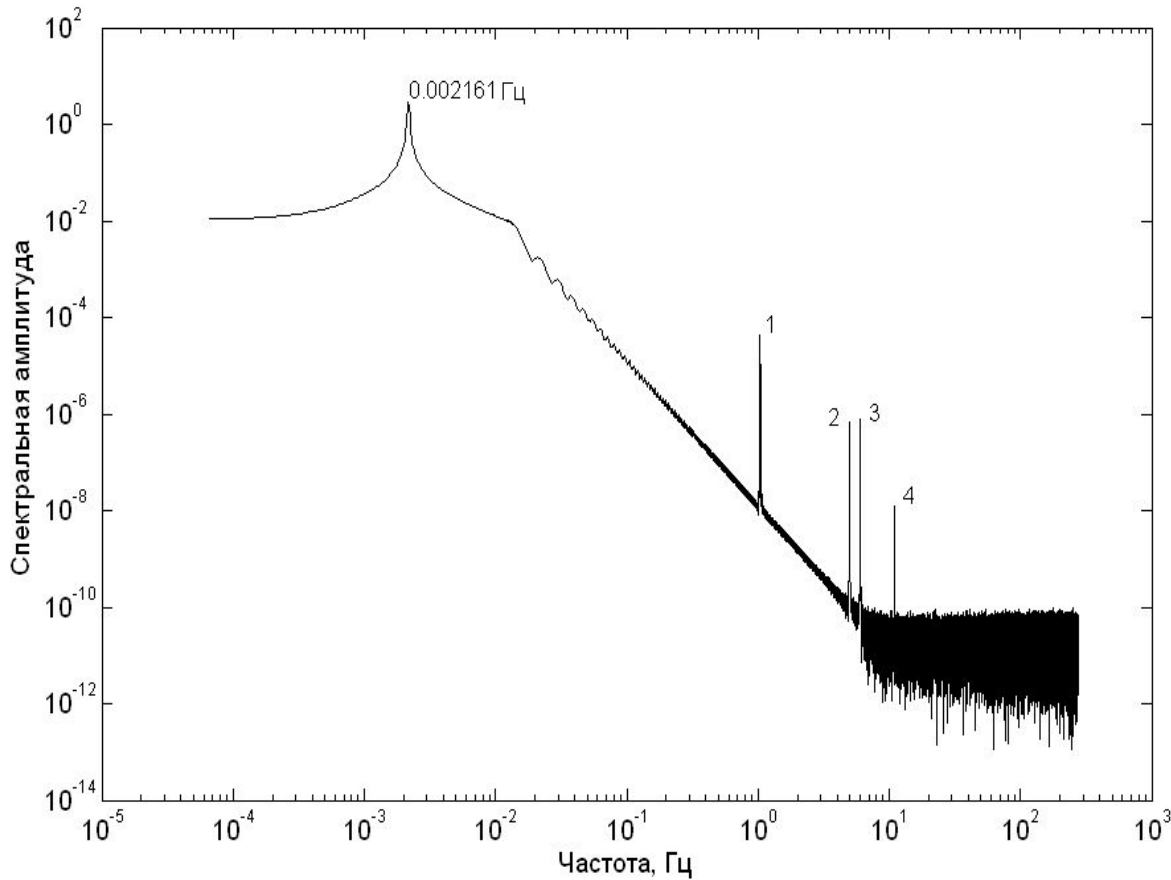
Весы без магнитного демпфера.

**Пик на частоте $7.41 \cdot 10^{-4}$ Гц
представляет собственные
колебания крутильной моды.
Пик на частоте $2.42 \cdot 10^{-3}$ Гц
– комбинационная мода.**



**Весы с магнитным демпфером.
Комбинационная мода
на частоте $2.42 \cdot 10^{-3}$ Гц
эффективно подавлена.**

Частотное подавление



№.	Частота, Гц
1	1.0372
2	4.9790
3	6.0162
4	10.9952

$$J_{кр} \ddot{\theta}_3 + \tau_3^{-1} J_z \dot{\theta}_3 + K_{кр} \theta_3 + K_{кр} \vartheta(t) = -2J_{кр} \ddot{\theta}_1 \theta_2 + (J_x - J_y - 2J_{кр}) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$$

Выводы

- Сделан обзор современного состояния лабораторных экспериментов по измерению ньютоновской гравитационной постоянной.
- Реализован новый подход к решению задачи движения крутильных весов со многими степенями свободы, основанный на численных методах.
- Исследован механизм возбуждения маятниковых колебаний действующим на подвес крутильных весов сейсмическим шумом.
- Исследован спектральный состав маятниковых колебаний, а также нелинейные связи различных мод маятниковых колебаний.
- Выполнено численное моделирование движения крутильных весов по основной «метрологической» крутильной моде с учетом возмущения ее маятниковыми колебаниями и случайным шумом.
- Предложен новый способ подавления комбинационных мод – частотное подавление.



Крутильные весы, притягивающие массы и поворотный стол внутри вакуумной камеры.

Общий вид экспериментальной установки для нового определения гравитационной постоянной в лабораторном помещении HUST (в левой части рисунка - вакуумная камера, справа – оптический леввер).