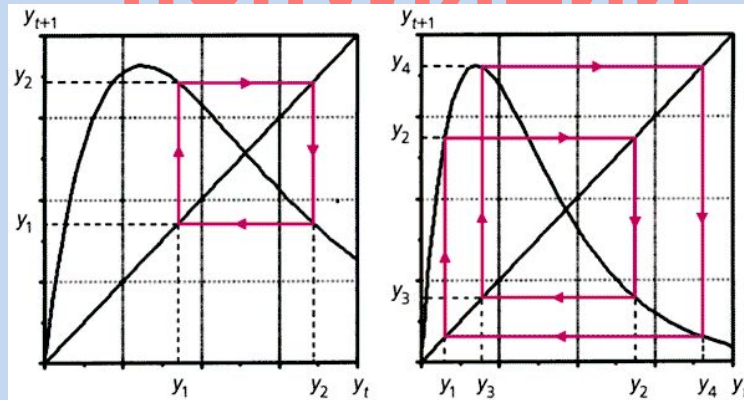
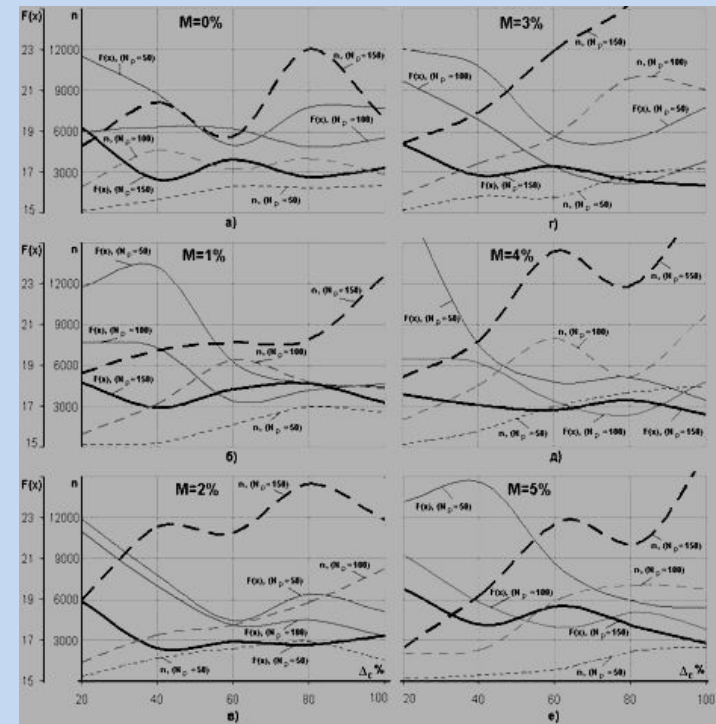


Биологические модели развития популяций

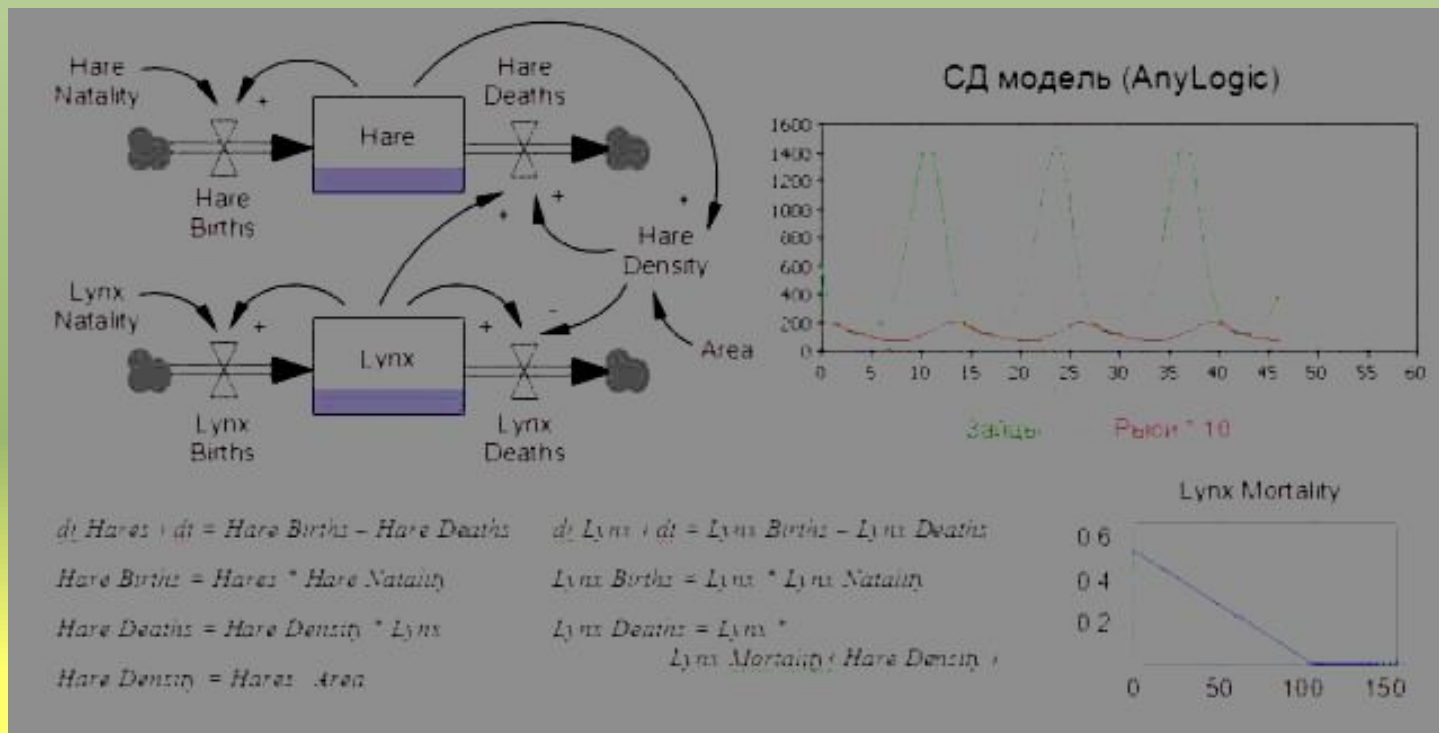


АВТОР: ПРОРОЧЕНКО Ю.М.



В биологии при исследовании развития биосистем строятся динамические модели изменения численности популяций различных живых существ (бактерий, рыб, животных и т. д.) с учетом различных факторов.

Взаимовлияние популяций рассматривается в моделях типа «жертва—хищник».



Формальная модель «Численность популяций»

Изучение динамики популяций естественно начать с простейшей модели неограниченного роста, в которой численность популяции ежегодно увеличивается на определенный процент.

Математическую модель можно записать с помощью рекуррентной формулы, связывающей численность популяции следующего года с численностью популяции текущего года, с использованием коэффициента роста a :

$$x_{n+1} = a * x_n$$

Например, если ежегодный прирост численности популяции составляет 5%, то $a = 1,05$.

В модели **ограниченного роста** учитывается эффект перенаселенности, связанный с нехваткой питания, болезнями и т.д., который замедляет рост популяции с увеличением ее численности.

Введем коэффициент перенаселенности **b**, значение которого обычно существенно меньше **a** ($b \ll a$).

Тогда, коэффициент ежегодного увеличения численности равен $(a - b * x_n)$ и формула принимает вид:

$$x_{n+1} = (a - b * x_n) * x_n$$

В модели ограниченного роста с отловом учитывается, что на численность популяций промысловых животных и рыб оказывает влияние величина ежегодного отлова. Если величина ежегодного отлова равна c , то формула принимает вид:

$$x_{n+1} = (a - b * x_n) * x_n - c$$

Популяции обычно существуют не изолированно, а во взаимодействии с другими популяциями.

Наиболее важным типом взаимодействия является взаимодействие между жертвами и хищниками (например, караси-щуки, зайцы-волки и т. д.).

В модели «жертва-хищник» количество жертв x_n и количество хищников y_n связаны между собой.

Количество встреч жертв с хищниками можно считать пропорциональной произведению количеств жертв и хищников, а коэффициент f характеризует возможность гибели жертвы при встрече с хищниками. В этом случае численность популяции жертв уменьшается на величину $f * x_n * y_n$ и формула для расчета численности жертв принимает вид:

$$x_{n+1} = (a - b * x_n) * x_n - c - f * x_n * y_n$$

Численность популяции хищников в отсутствие жертв (в связи с отсутствием пищи) уменьшается, что можно описать рекуррентной формулой:

$$y_{n+1} = d * y_n$$

где значение коэффициента $d < 1$ характеризует скорость уменьшения численности популяции хищников.

Увеличение популяции хищников можно считать пропорциональной произведению количеств жертв и хищников, а коэффициент e характеризует величину роста численности хищников за счет жертв. Тогда для численности хищников можно использовать формулу:

$$y_{n+1} = d * y_n + e * x_n * y_n$$

Домашнее задание:

Построить формальную модель, описывающую численность популяций в модели «жертва-хищник с отловом», в которой производится отлов не только жертв, но и хищников