



Проценты в финансовой
отрасли.

Кредиты

Содержание

1. Вступление. Математика в финансовой отрасли.
2. Проценты
3. Простые проценты.
 - a) Переменная ставка
 - b) Возврат кредита по частям
 - актуарный метод
 - метод торговца
 - c) Дисконтирование (учет)
 - d) Номинальная и реальная ставки процента
 - e) Конверсия валюты
4. Сложные проценты

Финансовая математика

Базовая финансовая операция – кредитование.

Субъекты рынка заключают сделку: кредитор выдает деньги заемщику с условием, в отведенный срок тот вернет кредит с процентами.

Обратите внимание: процентом называют величину наращивания ссуды и измеряется в денежном эквиваленте, а не в процентах.

Рассмотрит простейший случай кредитования с ссудой выданной на год:

P - размер кредита

S - кредит с наращением(с процентами);

I -процент;

$$I = S - P$$

$$i = I/P = (S - P)/P \rightarrow S = P(1 + i)$$

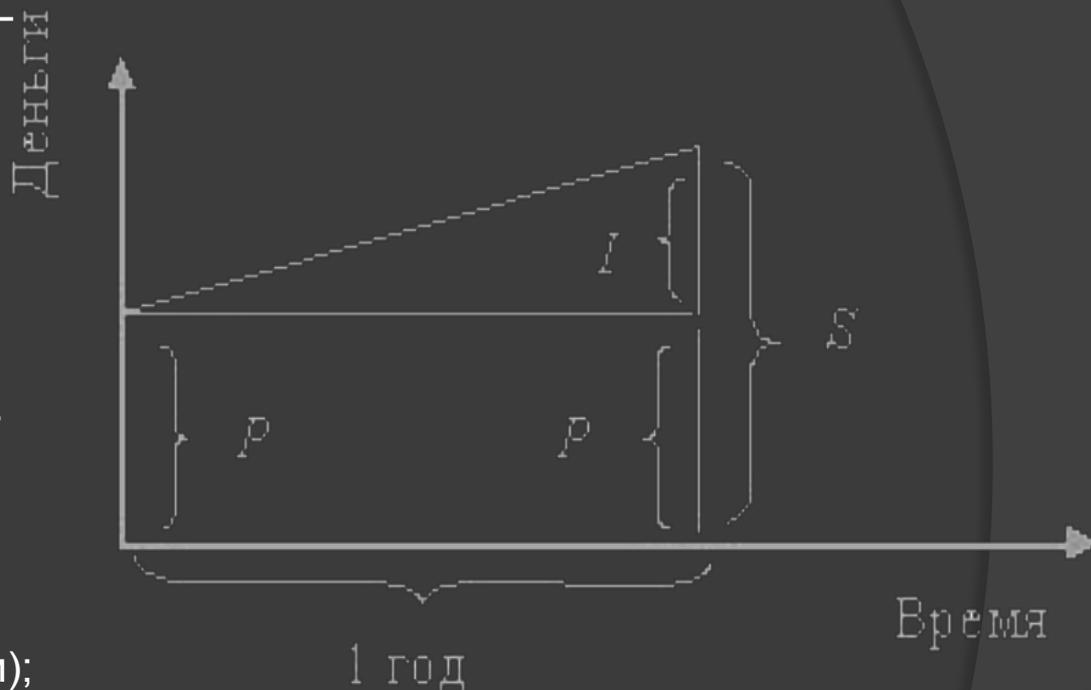


Рис.5.1

Возврат кредита по частям. Актуарный метод

- Обозначения:
- P – кредит
- $t=1, \dots, m$ – номера платежей
- n_t – срок t -ого платежа
- i – годовая ставка
- S_t – сумма долга к t -ому платежу
- R_t – величина t -ого платежа
- P_t – остаток долга после t -го платежа.
- $S_t = P_{t-1}(1 + (n_t - n_{t-1})i)$;
- $P_t = S_t - R_t$.
- Розмер последнего платежа:
- $R_m = S_m = P_{m-1}(1 + (n - n_{m-1})i)$.

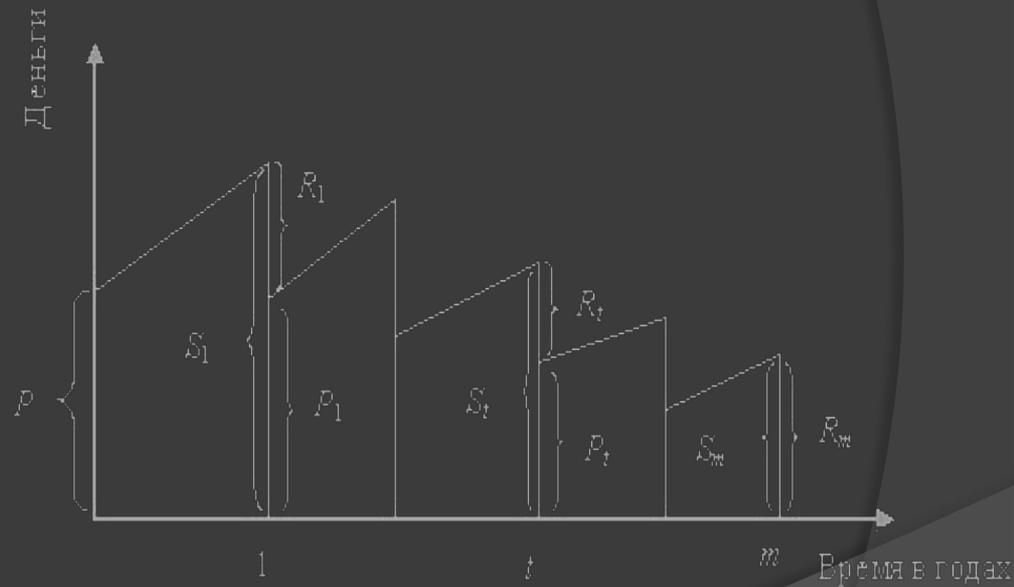


Рис.5.1.2

Метод торговца

• P- ссуда

• S- кредитмс процентами,

$$S = P(1 + ni)$$

• n – срок ссуды;

• R_t – величина t-го промежуточного платежа

• n_t – срок t-го промежуточного платежа;

• R – заключительный платеж

• Идея в том, что на промежуточный платеж также начисляются

проценты на оставшееся время $(n - n_t)$, и к концу

срока кредита сумма промежуточного платежа составит

$$S_t = R_t (1 + (n - n_t) i)$$

• А еще платежей если было несколько, то

$$\sum_{t=1}^m S_t = \sum_{t=1}^m R_t (1 + (n - n_t) i)$$

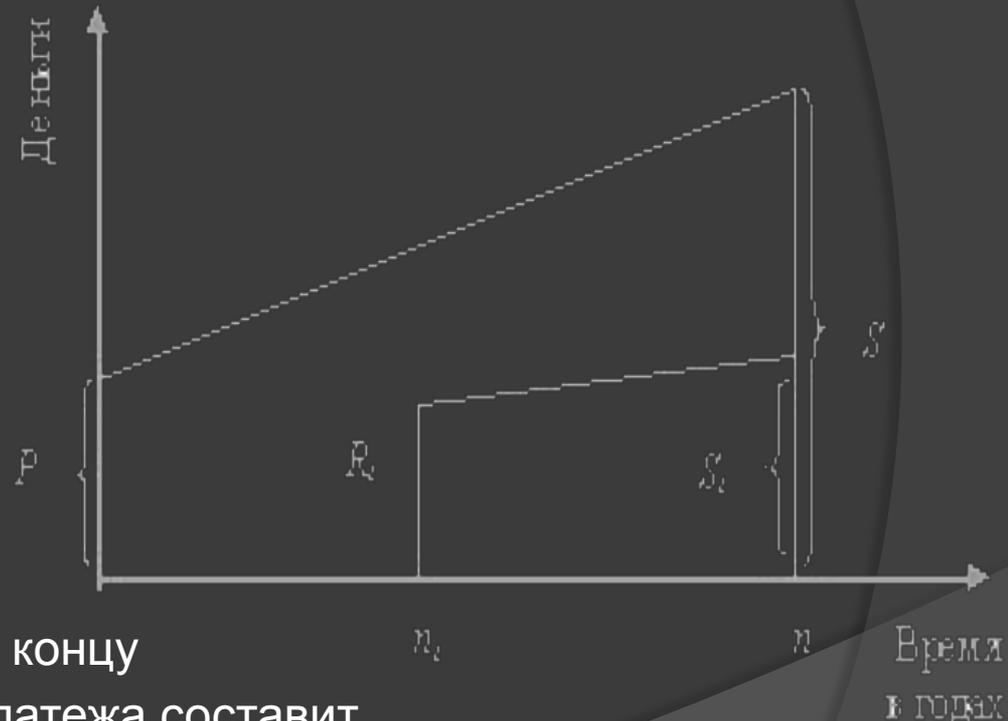


Рис. 5.1.3

Дисконтирование

- Обозначим:
- S – номинал векселя;
- 1 год – срок действия векселя;
- D – дисконт, т.е. скидка с номинала при учете векселя;
- P – цена векселя, т.е. сумма денег, которую получит продавец векселя при его учете.
- $D = S - P$ или $P = S - D$. →
- d – учетная ставка,
- $d = \frac{D}{S} = \frac{S - P}{S}$
- При известных S и d запишем формулу расчета для P :
- $P = S(1 - d)$, и для срока меньше года
- $P = S(1 - nd)$, где $1 > nd > 0$.

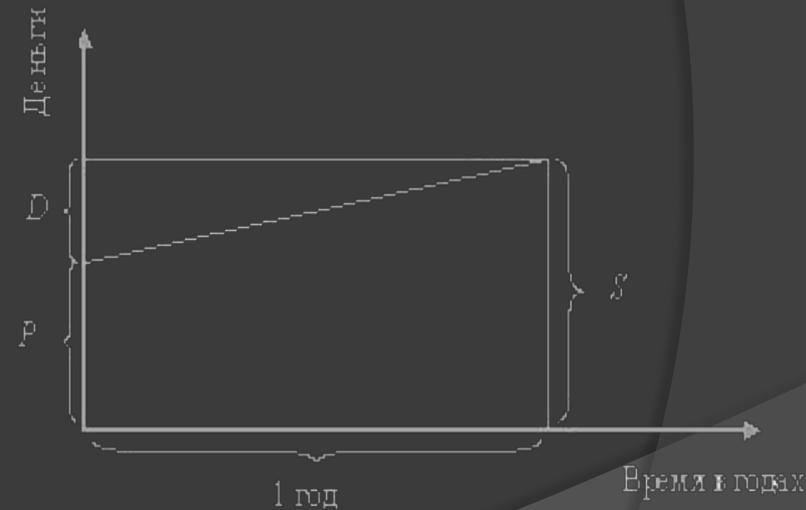


Рис. 5.1.4

Номинальная и реальная ставки процента

- Обозначим:
- S_H – номинальная ссуда с процентами;
- S_P – реальная ссуда с процентами, т.е. покупательная способность S_H ;
- r – реальная ставка процента;
- i – номинальная ставка процента;
- j – темп инфляции.
- С учетом принятых обозначений, формулы наращенная примут вид:
- $S_H = P(1 + i)$;
- $S_P = P(1 + r)$;
- $S_H = S_P (1 + j) = P(1 + r)(1 + j)$.
- Вместо S_H подставим ее значение:
- $P(1 + i) = P(1 + r)(1 + j)$
или $\frac{1 + i}{1 + j} = (1 + r)$
- отсюда

КОНВЕРСИЯ

- Стрелка **AB** – хранение денег на рублевом вкладе.
- **AC** – конверсия рублей в доллары, т.е. продажа банком долларов вкладчику.
- **CD** – хранение денег на валютном вкладе.
- **DB** – конверсия долларов в рубли.
- P_P – сумма вклада в рублях.
- P_S – сумма вклада в долларах.
- S_P – рублевая сумма вклада с наращением (с процентами) через год.
- S_S – долларовый вклад с процентами через год.
- i – годовая ставка процента по рублевому вкладу.
- v – годовая ставка процента по валютному вкладу.
- $b_{пр}$ – курс продажи на момент вклада, т.е. цена по которой банк продает доллары за рубли.
- $b_{пок}$ – курс покупки через год, т.е. цена, по которой банк покупает доллары.

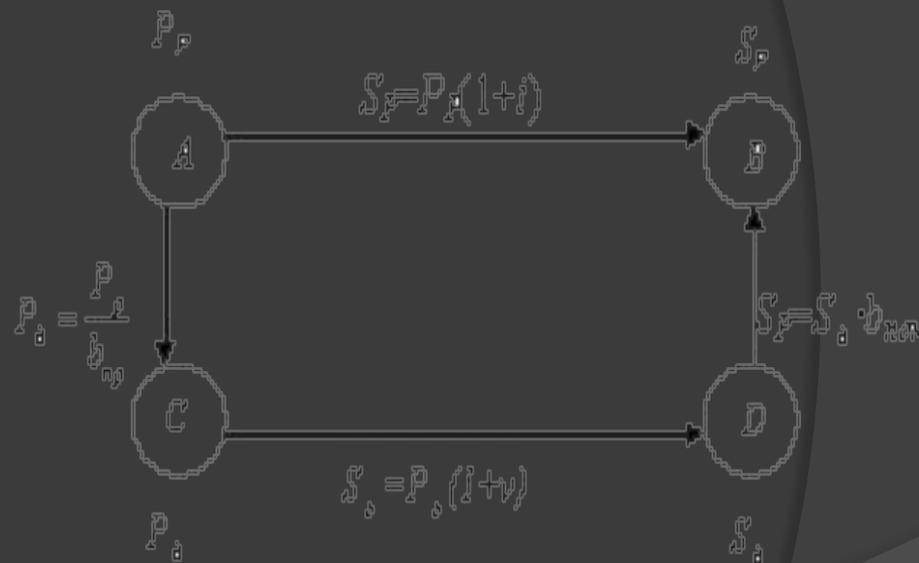


Рис. 5.1.5

Сложные проценты за год

- Обозначим:
- P – ссуда;
- j – годовая ставка сложных процентов;
- n – номер года;
- S_n – наращенная ссуда в конце года n ;
- $S_1 = P(1+j)$;
- $S_2 = S_1(1+j) = P(1+j)^2$.
- По индукции:
- $S_n = P(1+j)^n$.
- Формула для целого n справедлива и для неотрицательного действительного числа n .

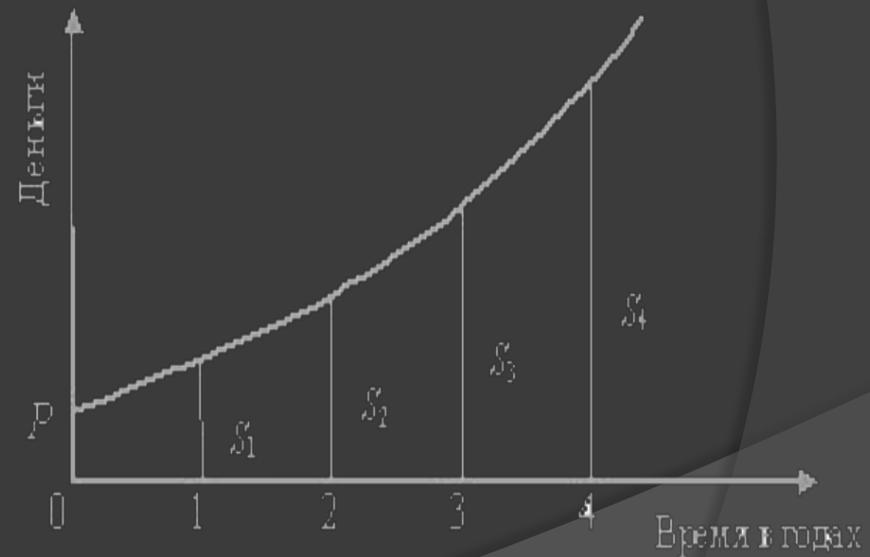


Рис. 5.2.1

Сложные проценты

- Обозначим:
- m – число интервалов в году;
- t – номер интервала;
- P – ссуда;
- S_t – ссуда с наращением в конце интервала t ;
- j – годовая эффективность ссуды;
- g – ставка сложных процентов на интервал.
- Чтобы ставки j и g были равноэффективны, необходимо, чтобы $P(1+j) = P(1+g)^m$ или $(1+j) = (1+g)^m$
- Отсюда $j = (1+g)^m - 1$ и наоборот

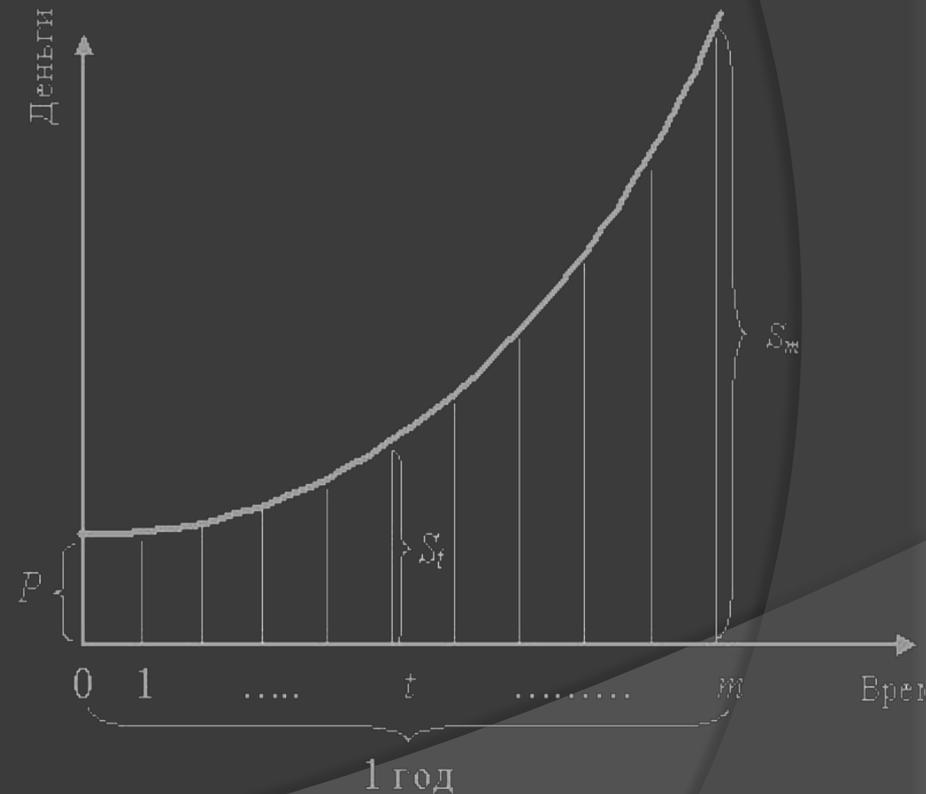


Рис.5.2.2

$$g = (1+j)^{\frac{1}{m}} - 1$$

Робота

Студента ОНАПТ
Факультету ТХиКП
Группы ТЗ-13
Ткаченко Василия