



Проценты в финансовой  
отрасли.

Кредиты

# Содержание

1. Вступление. Математика в финансовой отрасли.
2. Проценты
3. Простые проценты.
  - a) Переменная ставка
  - b) Возврат кредита по частям
    - актуарный метод
    - метод торговца
  - c) Дисконтирование (учет)
  - d) Номинальная и реальная ставки процента
  - e) Конверсия валюты
4. Сложные проценты

# Финансовая математика

Базовая финансовая операция – кредитование.

Субъекты рынка заключают сделку: кредитор выдает деньги заемщику с условием, в отведенный срок тот вернет кредит с процентами.

Обратите внимание: процентом называют величину наращивания ссуды и измеряется в денежном эквиваленте, а не в процентах.

Рассмотрит простейший случай кредитования с ссудой выданной на год:

$P$ - размер кредита

$S$ - кредит с наращением(с процентами);

$I$ -процент;

$$I = S - P$$

$$i = I/P = (S - P)/P \rightarrow S = P(1 + i)$$

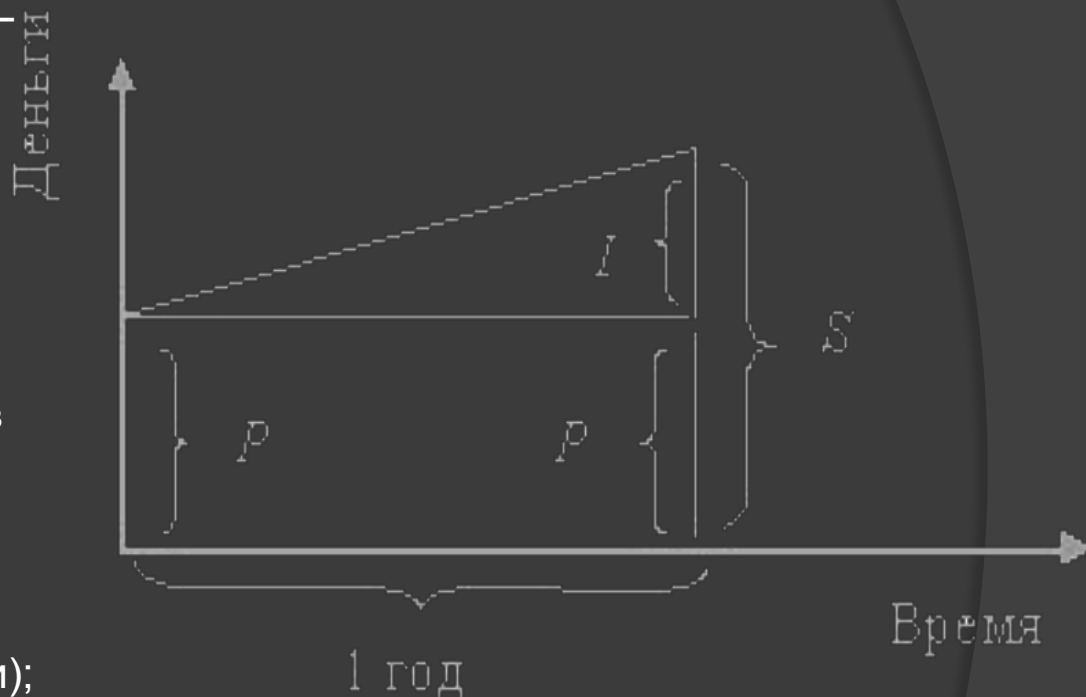


Рис.5.1

# Возврат кредита по частям. Актуарный метод

- Обозначения:
- $P$  – кредит
- $t=1, \dots, m$  – номера платежей
- $n_t$  – срок  $t$ -ого платежа
- $i$  – годовая ставка
- $S_t$  – сумма долга к  $t$ -ому платежу
- $R_t$  – величина  $t$ -ого платежа
- $P_t$  – остаток долга после  $t$ -го платежа.
- $S_t = P_{t-1}(1 + (n_t - n_{t-1})i)$ ;
- $P_t = S_t - R_t$ .
- Розмер последнего платежа:
- $R_m = S_m = P_{m-1}(1 + (n - n_{m-1})i)$ .

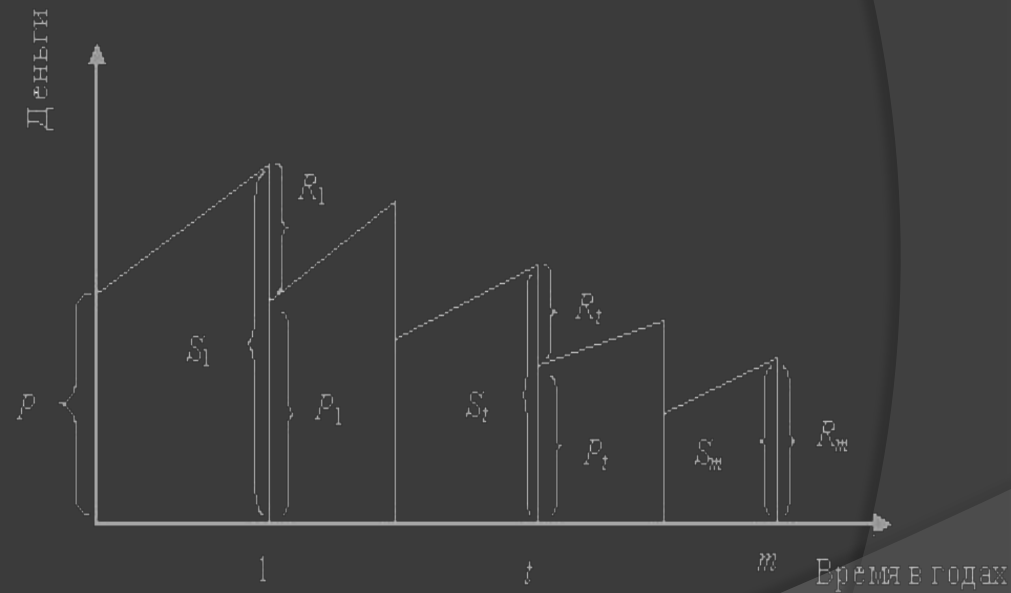


Рис.5.1.2

# Метод торговца

• P- ссуда

• S- кредитмс процентами,

$$S = P(1 + ni)$$

• n – срок ссуды;

•  $R_t$  – величина t-го промежуточного платежа

•  $n_t$  – срок t-го промежуточного платежа;

• R – заключительный платеж

• Идея в том, что на промежуточный платеж также начисляются

проценты на оставшееся время  $(n - n_t)$ , и к концу

срока кредита сумма промежуточного платежа составит

$$S_t = R_t (1 + (n - n_t) i)$$

• А еще платежей если было несколько, то

$$\sum_{t=1}^m S_t = \sum_{t=1}^m R_t (1 + (n - n_t) i)$$

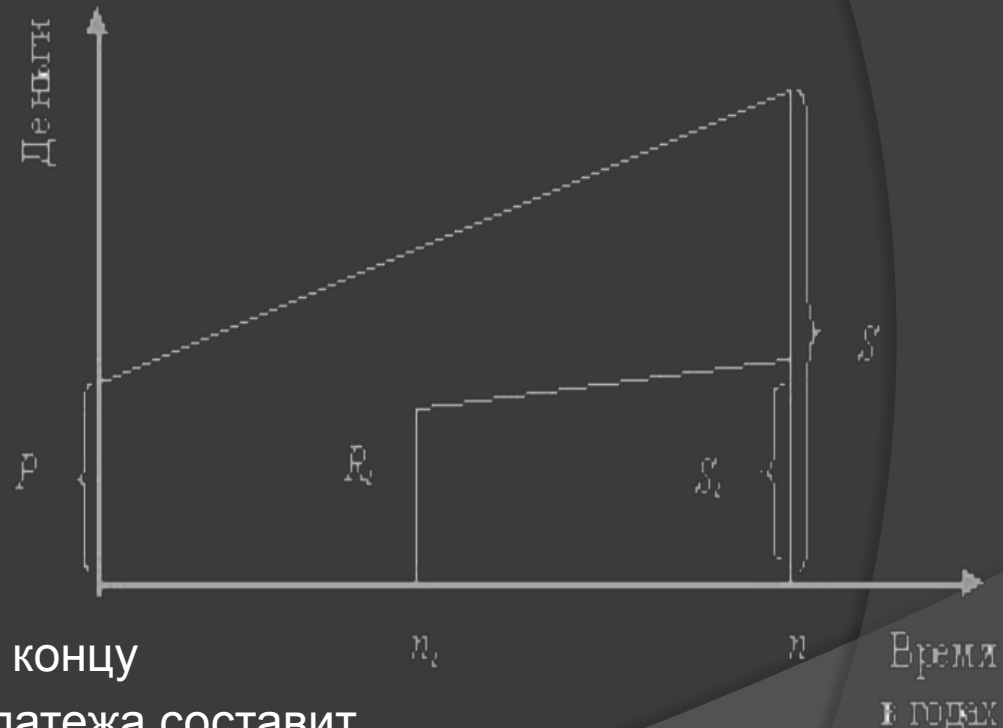


Рис. 5.1.3

# Дисконтирование

- Обозначим:
- $S$  – номинал векселя;
- 1 год – срок действия векселя;
- $D$  – дисконт, т.е. скидка с номинала при учете векселя;
- $P$  – цена векселя, т.е. сумма денег, которую получит продавец векселя при его учете.
- $D = S - P$  или  $P = S - D$ . →
- $d$  – учетная ставка,
- $d = \frac{D}{S} = \frac{S - P}{S}$
- При известных  $S$  и  $d$  запишем формулу расчета для  $P$ :
- $P = S(1 - d)$ , и для срока меньше года
- $P = S(1 - nd)$ , где  $1 > nd > 0$ .

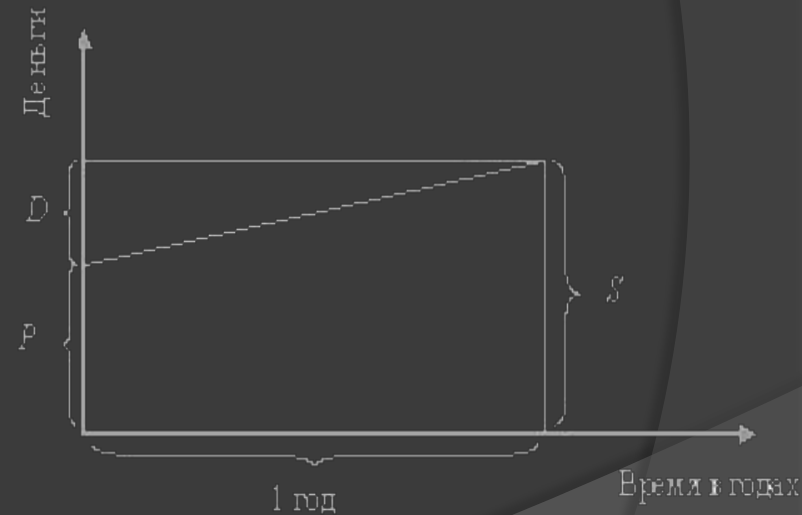


Рис. 5.1.4

## Номинальная и реальная ставки процента

- Обозначим:
- $S_H$  – номинальная ссуда с процентами;
- $S_P$  – реальная ссуда с процентами, т.е. покупательная способность  $S_H$ ;
- $r$  – реальная ставка процента;
- $i$  – номинальная ставка процента;
- $j$  – темп инфляции.
- С учетом принятых обозначений, формулы наращенная примут вид:
- $S_H = P(1 + i)$ ;
- $S_P = P(1 + r)$ ;
- $S_H = S_P (1 + j) = P(1 + r)(1 + j)$ .
- Вместо  $S_H$  подставим ее значение:
- $P(1 + i) = P(1 + r)(1 + j)$   
или  $\frac{1 + i}{1 + j} = (1 + r)$
- отсюда

# КОНВЕРСИЯ

- Стрелка **AB** – хранение денег на рублевом вкладе.
- **AC** – конверсия рублей в доллары, т.е. продажа банком долларов вкладчику.
- **CD** – хранение денег на валютном вкладе.
- **DB** – конверсия долларов в рубли.
- $P_P$  – сумма вклада в рублях.
- $P_S$  – сумма вклада в долларах.
- $S_P$  – рублевая сумма вклада с наращением (с процентами) через год.
- $S_S$  – долларовый вклад с процентами через год.
- $i$  – годовая ставка процента по рублевому вкладу.
- $v$  – годовая ставка процента по валютному вкладу.
- $b_{пр}$  – курс продажи на момент вклада, т.е. цена по которой банк продает доллары за рубли.
- $b_{пок}$  – курс покупки через год, т.е. цена, по которой банк покупает доллары.

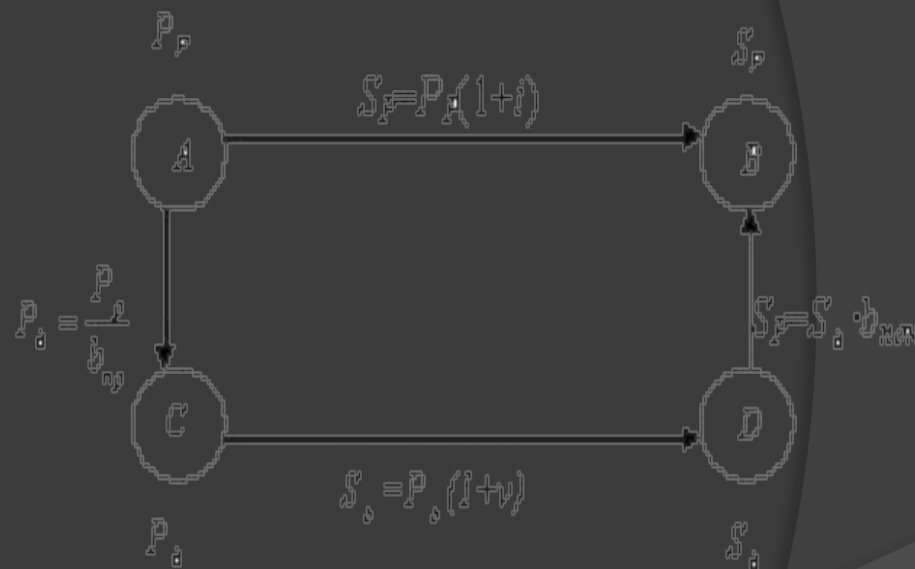


Рис. 5.1.5



# Сложные проценты за год

- Обозначим:
- $P$  – ссуда;
- $j$  – годовая ставка сложных процентов;
- $n$  – номер года;
- $S_n$  – наращенная ссуда в конце года  $n$ ;
- $S_1 = P(1+j)$ ;
- $S_2 = S_1(1+j) = P(1+j)^2$ .
- По индукции:
- $S_n = P(1+j)^n$ .
- Формула для целого  $n$  справедлива и для неотрицательного действительного числа  $n$ .

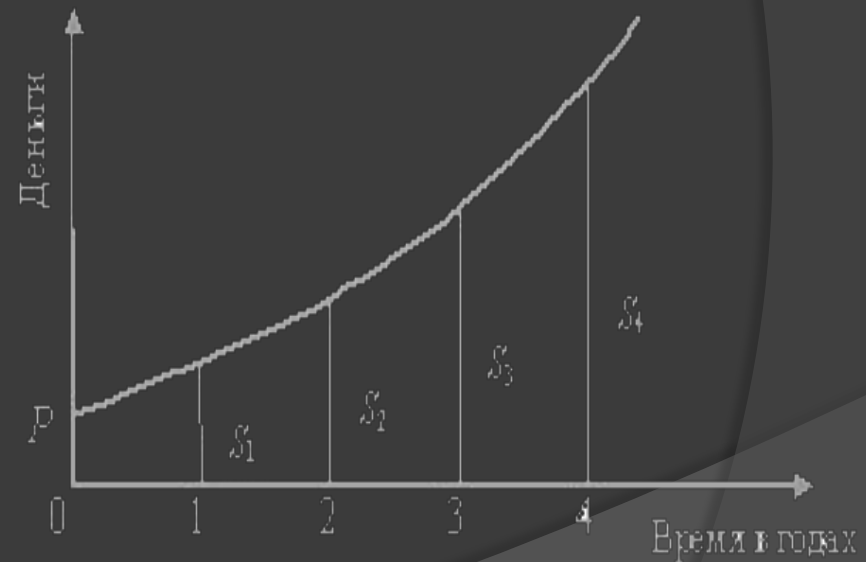


Рис. 5.2.1

# Сложные проценты

- Обозначим:
- $m$  – число интервалов в году;
- $t$  – номер интервала;
- $P$  – ссуда;
- $S_t$  – ссуда с наращением в конце интервала  $t$ ;
- $j$  – годовая эффективность ссуды;
- $g$  – ставка сложных процентов на интервал.
- Чтобы ставки  $j$  и  $g$  были равноэффективны, необходимо, чтобы  $P(1+j) = P(1+g)^m$  или  $(1+j) = (1+g)^m$
- Отсюда  $j = (1+g)^m - 1$  и наоборот

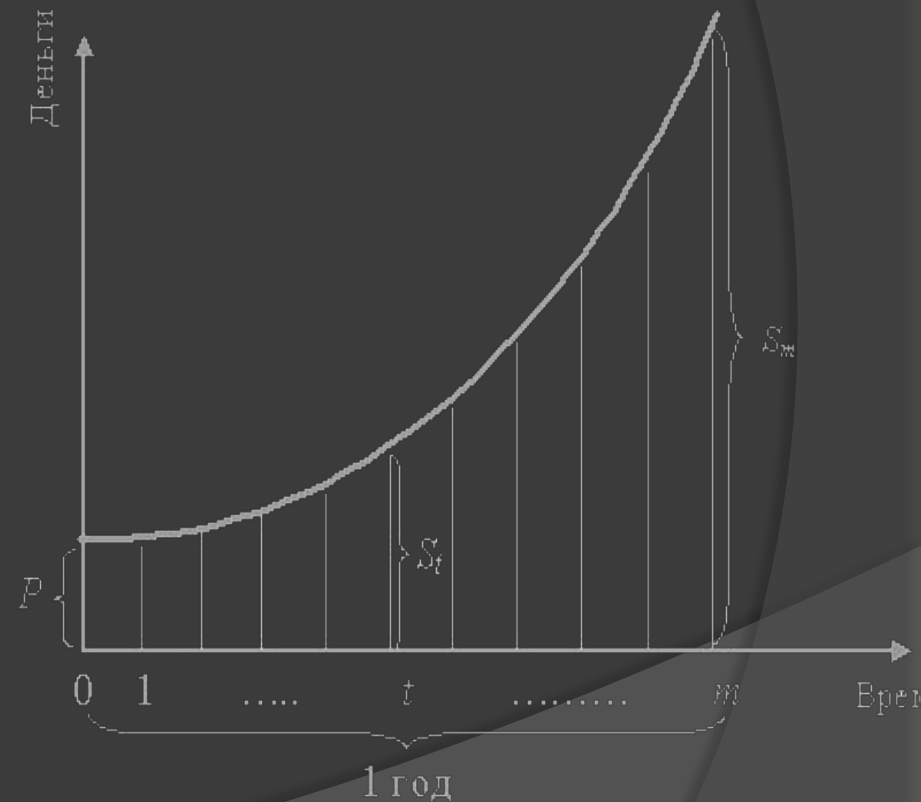


Рис.5.2.2

$$g = (1+j)^{\frac{1}{m}} - 1$$

# Робота

---

Студента ОНАПТ  
Факультету ТХиКП  
Группы ТЗ-13  
Ткаченко Василия