

Институт проблем машиноведения РАН
(Санкт-Петербург)

Институт информатики и математического моделирования
технологических процессов КНЦ РАН
(Апатиты)

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ И ЗНАНИЙ

д. ф.-м. н. Кулик Борис Александрович,

к. т. н. Зуенко Александр Анатольевич,

д. т. н., проф. Фридман Александр Яковлевич

работа выполнена в рамках исследований по гранту РФФИ № 09-07-00066, программе фундаментальных научных исследований Отделения нанотехнологий и информационных технологий РАН (проект 2.3 в рамках текущей Программы) и Программе № 15 Президиума РАН (проект № 4.3 "Интеллектуальные базы данных")

План доклада

- 1. Логический анализ: алгебраический подход и теория формальных систем (ТФС)
- 2. Алгебра кортежей (АК): основные определения
- 3. Представление в АК основных видов данных и знаний
- 4. Новые возможности логического анализа в АК
- 5. Семантический анализ информации
- 6. Методы снижения трудоемкости в АК
- 7. Метрические аспекты АК
- 8. Выводы

Моделирование логики рассуждений (методы логического анализа)

Силлогистика Аристотеля, до начала XIX века



***Алгебраический подход, середина XIX века
(Буль, де Морган, Венн, Жергонн, и др.)***



Теория формальных систем, конец XIX – начало XX века

(Гильберт, Витгенштейн, Рассел и др.)



Эра компьютеров, совмещение процедурного и декларативного подходов в инструментальных средствах ИИ

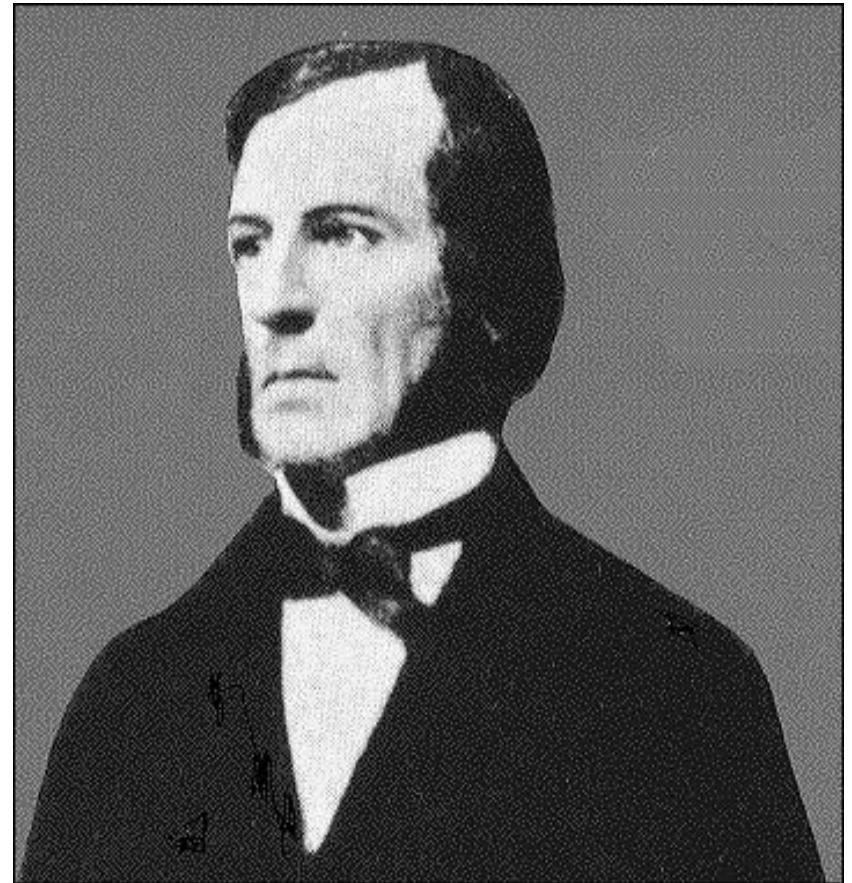
Столкновение подходов к логическому анализу (эра компьютерной техники)

Теория формальных систем



Д. Гильберт , конец XIX и начало XX века

Алгебраический подход



Дж. Буль, середина XIX века

Эволюция методов обработки в интеллектуальных системах

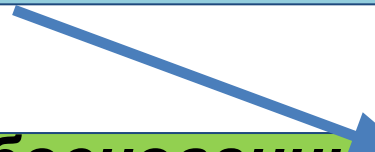
Теория формальных систем



Базы знаний



Предикаты, семантические сети и др. представления отношений



Обоснованные методы логического вывода

Анализ матричных свойств обрабатываемых объектов

Общая теория многоместных отношений (АК)

Алгебраический подход



Базы данных



Реляционные отношения



Сравнение формального и алгебраического подходов

Формальный подход

1. Алфавит.
2. Синтаксические правила.
3. Аксиомы.
4. Правила вывода.

Алгебраический подход

1. Носитель.
2. Совокупность операций и отношений
3. Основные законы, связывающие операции и отношения

Известны математические объекты, которые можно представить и как формальные и как алгебраические системы, например, булева алгебра; колыца; решётка и т.д.★

Сравнительная характеристика подходов

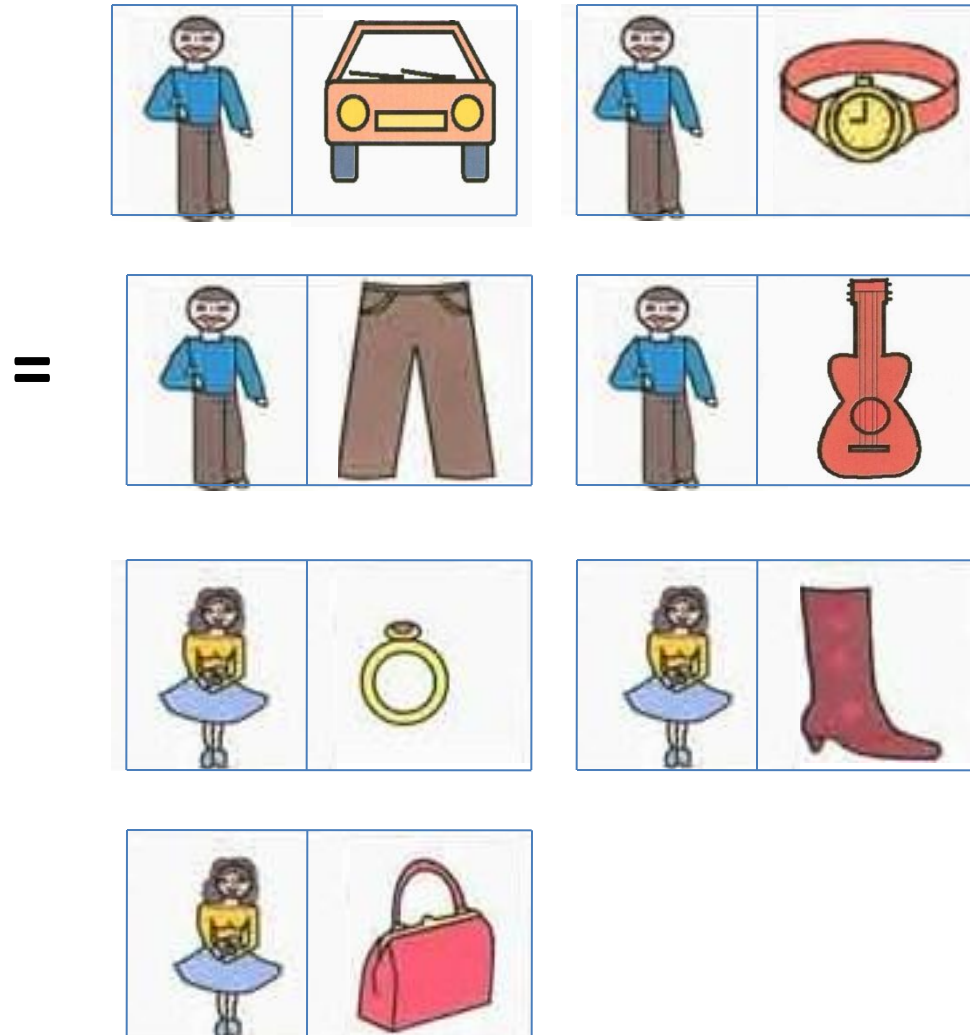
Критерии	ТФС	Алгебраический
1. Наличие унифицированного языка представления данных и знаний	?	+
2. Наличие развитых методов логического анализа при реализации БЗ	+ -	- +
3. Пригодность для организации систем управления БД	- +	+
4. Решение проблемы экспоненциальной катастрофы	-	-
5. Удобство анализа параметров исследуемой системы	-	+

План доклада

- 1. Логический анализ: алгебраический подход и теория формальных систем (ТФС)
- 2. **Алгебра кортежей (АК): основные определения**
- 3. Представление в АК основных видов данных и знаний
- 4. Новые возможности логического анализа в АК
- 5. Семантический анализ информации
- 6. Методы снижения трудоемкости в АК
- 7. Метрические аспекты АК
- 8. Выводы

Классическое определение отношения (множество элементарных кортежей)

X	Y
муж	машина
муж	часы
муж	брюки
муж	гитара
жена	кольцо
жена	сумка
жена	сапоги



Отношения в алгебре кортежей

(компактное представление отношений)

X	Y
муж	машина
муж	часы
муж	брюки
муж	гитара
жена	кольцо
жена	сумка
жена	сапоги

$$= \{ \text{муж} \} \times \{ \text{машина, часы, брюки, гитара} \}$$

$$\cup \{ \text{жена} \} \times \{ \text{кольцо, сумка, сапоги} \}$$

=



Определение алгебры кортежей

Алгебра кортежей (АК) – это алгебраическая система.

- **Носитель АК:** произвольная совокупность многоместных отношений, определенных в одном гибком универсуме и выраженных в специфических структурах:

- *S*-кортеж;
- *S*-система;
- *D*-кортеж;
- *D*-система.

называемых **АК-объектами**.

Каждый АК-объект можно интерпретировать как множество **элементарных кортежей**.

- **Операции АК:**

- операции алгебры множеств (\cap , \cup , \setminus) и дополнение ($\bar{}$)
- операции с атрибутами:
 - переименование атрибута;
 - перестановка атрибутов;
 - добавление нового фиктивного атрибута ($+Atr$);
 - элиминация атрибута ($-Atr$).

- **Отношения алгебры множеств:** \in , \subseteq , $=$.

- **Производные операции:** соединение (\oplus) и композиция (\cdot) отношений

- **Обобщенные операции и отношения** (\cap_G , \cup_G , \setminus_G , \subseteq_G , $=_G$)

Первая особенность АК: компактное представление отношений (C-кортеж)

- **C-кортеж**

$R[XY...Z] = [A B \dots C]$, где

A, B, \dots, C – компоненты C-кортежа;

$A \subseteq X, B \subseteq Y, \dots, C \subseteq Z$, т.е. подмножества доменов соответствующих атрибутов.

Интерпретация – декартово произведение множеств:

$$R[XY...Z] = [A B \dots C] = A \times B \times \dots \times C.$$

Пример:

$$R [XY...Z] = [\{a,c\} \{c,d,f\} \{b\}] = \{a,c\} \times \{c,d,f\} \times \{b\} =$$

<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
<i>a</i>	<i>c</i>	<i>b</i>
<i>a</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
<i>a</i>	<i>f</i>	<i>b</i>
<i>c</i>	<i>c</i>	<i>b</i>
<i>c</i>	<i>d</i>	<i>b</i>
<i>c</i>	<i>f</i>	<i>b</i>

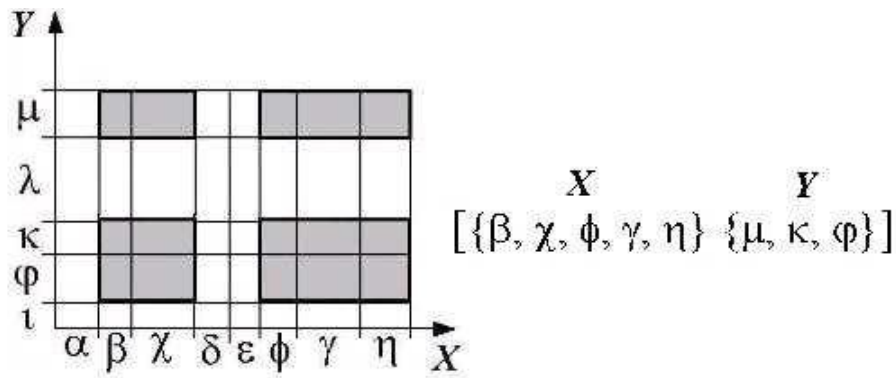
Свойства C-кортежей

C-кортеж интерпретируется как декартово произведение **компонент**.

В **математической логике** C-кортежу соответствует конъюнкция:

$$P(x) \& Q(y) \& R(z)$$

Изображение C-кортежа:



Пересечение C-кортежей:

$$[A \ B \ \dots \ C] \cap [A_1 \ B_1 \ \dots \ C_1] = [A \cap A_1 \ B \cap B_1 \ \dots \ C \cap C_1].$$

Проверка включения:

$$[A \ B \ \dots \ C] \subseteq [A_1 \ B_1 \ \dots \ C_1], \text{ если и только если } A \subseteq A_1, \ B \subseteq B_1, \ \dots, \ C \subseteq C_1.$$

Первая особенность АК: компактное представление отношений (C-система)

C-система -- это объединение C-кортежей с одинаковой схемой отношения.

Пример:

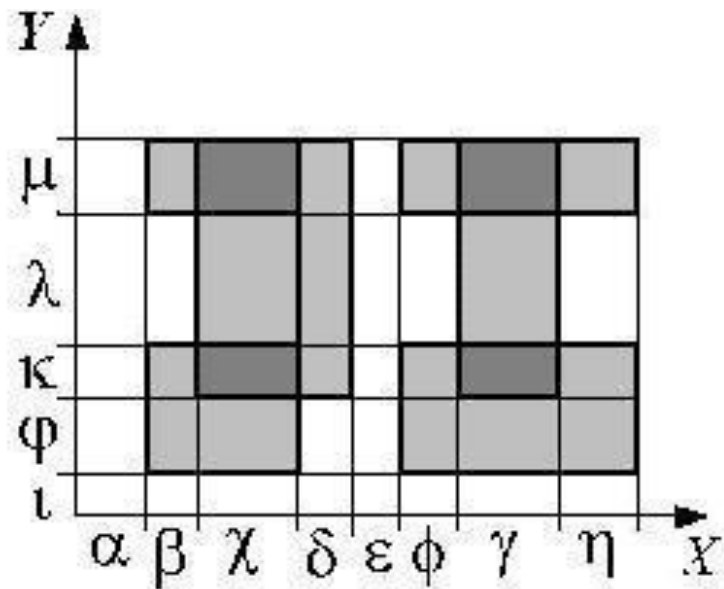
$$Q[XYZ] = \begin{bmatrix} \{a,b,c\} & \{f\} & \{g,h\} \\ \{c\} & \{e,f\} & \{f,h\} \\ \{c,d\} & \{d,f,g\} & \{g\} \end{bmatrix} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline X & Y & Z \\ \hline a & f & g \\ \hline a & f & h \\ \hline b & f & g \\ \hline b & f & h \\ \hline c & f & g \\ \hline c & f & h \\ \hline \end{array} \cup \begin{array}{|c|c|c|} \hline X & Y & Z \\ \hline c & e & f \\ \hline c & e & h \\ \hline c & f & f \\ \hline c & f & h \\ \hline \end{array} \cup \begin{array}{|c|c|c|} \hline X & Y & Z \\ \hline c & d & g \\ \hline c & f & g \\ \hline c & g & g \\ \hline d & d & g \\ \hline d & f & g \\ \hline d & g & g \\ \hline \end{array}$$

В математической логике C-кортежу $[P \ Q \ R]$ соответствует конъюнкта $P(x) \ \& \ Q(y) \ \& \ R(z)$, где $P(x)$, $Q(y)$, $R(z)$ – некоторые предикаты, а P , Q , R – множества их выполняющих подстановок.

C-системе можно сопоставить ДНФ:

$$\begin{bmatrix} P_1 & Q_1 & R_1 \\ P_2 & Q_2 & R_2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow (P_1(x) \ \& \ Q_1(y) \ \& \ R_1(z)) \ \vee \ (P_2(x) \ \& \ Q_2(y) \ \& \ R_2(z)) .$$

Изображение C-системы



$$\begin{array}{c}
 X \\
 \left[\begin{array}{c} \{\beta, \chi, \phi, \gamma, \eta\} \\ \{\chi, \delta, \gamma\} \end{array} \right]
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 Y \\
 \left[\begin{array}{c} \{\mu, \kappa, \phi\} \\ \{\mu, \lambda, \kappa\} \end{array} \right]
 \end{array}$$

Первая особенность АК: компактное представление отношений (фиктивные компоненты)

1. **Полная компонента** – “*” равна домену соответствующего атрибута. Используется в C -кортежах и C -системах.
2. **Пустая компонента** - “ \emptyset ” используется в D -кортежах и D -системах

Например, для $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{f, g, h\}$, $Z = \{a, b, c\}$:

$Q[XYZ] = [* \{f, g\} \{a, c\}] = [\{a, b, c, d\} \{f, g\} \{a, c\}]$ - здесь “*” – это множество, равное домену атрибута X .

Если $T = [\{b, d\} * \{a, b\}]$, то $\overline{T} =]\{a, c\} \emptyset \{c}[$.

Пусть A – произвольная компонента атрибута X , а $*$ - его полная компонента. Тогда

$$A \cap * = A;$$

$$A \cup * = *;$$

$$\overline{*} = \emptyset;$$

$$\overline{\emptyset} = *.$$

Вторая особенность АК: операция дополнения отношений (*D*-кортеж)

Дополнение C-кортежа:

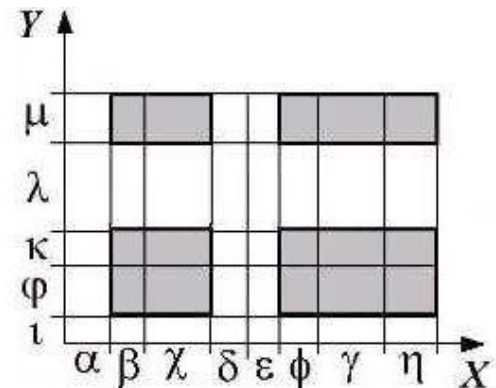
$$\overline{[R_1 \ R_2 \ \dots \ R_n]} = \begin{bmatrix} \overline{R_1} & * & \dots & * \\ * & \overline{R_2} & \dots & * \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ * & * & \dots & \overline{R_n} \end{bmatrix} = \left] \overline{R_1} \ \overline{R_2} \ \dots \ \overline{R_n} \left[$$

***D*-кортеж** – сокращенное обозначение **диагональной** *C*-системы.

В математической логике *D*-кортежу $]P \ Q \ R[$ в схеме отношения $[XYZ]$ соответствует **дизъюнкция**: $P(x) \vee Q(y) \vee R(z)$.

Дополнением *C*-кортежа $[\{\beta, \chi, \phi, \gamma, \eta\} \ \{\mu, \kappa, \phi\}]$ является *D*-кортеж $] \{\alpha, \delta, \varepsilon\} \ \{i, \lambda} [$ (на схеме не закрашен) или *C*-система

$$\left[\begin{array}{cc} \{\alpha, \delta, \varepsilon\} & * \\ * & \{i, \lambda\} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} \{\alpha, \delta, \varepsilon\} & * \\ \{\beta, \chi, \phi, \gamma, \eta\} & \{i, \lambda\} \end{array} \right]$$



Вторая особенность АК: операция дополнения отношений (*D-система*)

Дополнение C-системы (\bar{R}) - это пересечение *D*-кортежей с идентичными схемами отношений.

$$R = \begin{bmatrix} \{\beta, \chi, \phi, \gamma, \eta\} & \{\mu, \kappa, \varphi\} \\ \{\chi, \delta, \gamma\} & \{\mu, \lambda, \kappa\} \end{bmatrix}$$

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} \{\alpha, \delta, \varepsilon\} & \{\lambda, \iota\} \\ \{\alpha, \beta, \varepsilon, \phi, \eta\} & \{\varphi, \iota\} \end{bmatrix}$$

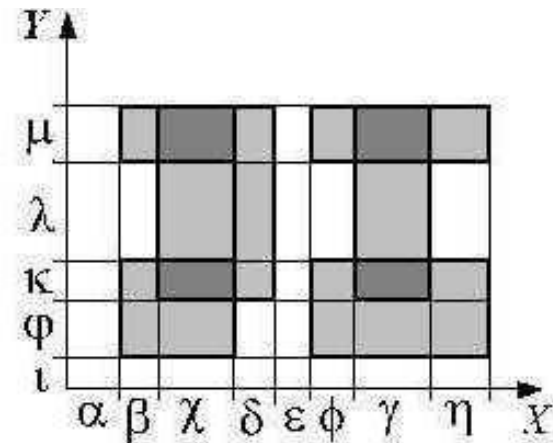
В математической логике *D*-системе соответствует КНФ.

В частности, дополнением *C*-кортежа

$$Q[XYZ] = [A * C]$$

является *D*-кортеж

$$\bar{Q}[XYZ] =] \bar{A} \oslash \bar{C}$$



На рисунке *C*-система R закрашена, а *D*-система \bar{R} не закрашена.

отношениями, заданными в разных декартовых произведениях

Операции с атрибутами

1. **Переименование атрибутов** (только для атрибутов одного сорта).
2. **Перестановка атрибутов** – эквивалентное преобразование АК-объекта).
3. **Добавление фиктивного атрибута** (+*Atr*) – равносильное по смыслу преобразование при условии, что добавляемый атрибут не содержится в схеме отношения данного АК-объекта.

Соответствует **правилу обобщения** исчисления предикатов:

из формулы A выводимо $\forall x(A)$

(при условии, что x не является свободной переменной в A)

4. **Элиминация атрибута** (–*Atr*) – интерпретирует операции **навешивания кванторов** в исчислении предикатов.

Пусть T_C – C -кортеж или C -система, а T_D – D -кортеж или D -система, содержащие атрибут X . Тогда

– $X(T_C)$ равносильно $\exists x(T_C)$;

– $X(T_D)$ равносильно $\forall x(T_D)$.

Третья особенность АК: работа с отношениями, заданными в разных декартовых произведениях (примеры операций с атрибутами)

Перестановка атрибутов

$$P[XYZ] = \begin{bmatrix} \{a,b,d\} & \{f,h\} & \{b\} \\ \{b,c\} & * & \{a,c\} \end{bmatrix} = P[YXZ] = \begin{bmatrix} \{f,h\} & \{a,b,d\} & \{b\} \\ * & \{b,c\} & \{a,c\} \end{bmatrix}$$

- Добавление фиктивного атрибута

$$P[XZ] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}; \quad +Y(P[XZ]) = P[XYZ] = \begin{bmatrix} A & * & B \\ C & * & D \end{bmatrix}$$

- Элиминация атрибута

$$Q[XZ] = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix}; \quad +Y(Q[XZ]) = Q[XYZ] = \begin{bmatrix} E & \emptyset & F \\ G & \emptyset & H \end{bmatrix}$$

Дано

$$Q[XYZ] = \begin{bmatrix} \{a,b,d\} & \{f,h\} & \{b\} \\ \{b,c\} & * & \{a,c\} \end{bmatrix} \text{ и } \bar{Q}[XYZ] = \begin{bmatrix} \{c\} & \{g\} & \{a,c\} \\ \{a,d\} & \emptyset & \{b\} \end{bmatrix}$$

$$\text{Тогда } \exists x(Q[XYZ]) = \begin{bmatrix} \{f,h\} & \{b\} \\ * & \{a,c\} \end{bmatrix} \text{ и } \forall x(\bar{Q}[XYZ]) = \begin{bmatrix} \{g\} & \{a,c\} \\ \emptyset & \{b\} \end{bmatrix}$$

Третья особенность АК: работа с отношениями, заданными в разных декартовых произведениях (некоторые производные операции)

- Пусть заданы две структуры $R_1[V]$ и $R_2[W]$.
Здесь V и W являются множествами атрибутов и $V \neq W$. Эти множества можно разложить на непересекающиеся подмножества X, Y, Z с помощью следующих операций:
 $X = W \setminus V; Y = W \cap V; Z = V \setminus W$. Тогда $V = Y \cup Z$ и $W = X \cup Y$.
- С учетом этого данные отношения можно переписать так:
- $R_1[V] = R_1[YZ]$ и $R_2[W] = R_2[XY]$.

Операция соединения: $R_1[YZ] \oplus R_2[XY] = +X(R_1) \cap +Z(R_2) = \forall x(R_1) \cap \forall z(R_2)$.
Операция композиции: $R_1[YZ] \circ R_2[XY] = -Y(+X(R_1) \cap +Z(R_2)) = -Y(R_1 \oplus R_2) = \exists y(\forall x(R_1) \cap \forall z(R_2))$.

$$P[XY] = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}$$

$$Q[YZ] = \begin{bmatrix} B_3 & C_1 \\ B_4 & C_2 \end{bmatrix}$$

Схемы отношений у P и Q разные, но их можно привести к одной

$$P_1[XYZ] = \forall z(P[XY]) = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & * \\ A_2 & B_2 & * \end{bmatrix}$$

$$Q_1[XYZ] = \forall x(Q[YZ]) = \begin{bmatrix} * & B_3 & C_1 \\ * & B_4 & C_2 \end{bmatrix}$$

Вычислив их пересечение, получим соединение отношений

$$P \oplus Q = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \cap B_3 & C_1 \\ A_1 & B_1 \cap B_4 & C_2 \\ A_2 & B_2 \cap B_3 & C_1 \\ A_2 & B_2 \cap B_4 & C_2 \end{bmatrix}$$

Третья особенность АК: работа с отношениями, заданными в разных декартовых произведениях (обобщенные операции и отношения)

- Назовем операции алгебры множеств с АК-объектами с предварительным добавлением недостающих фиктивных атрибутов **обобщенными операциями и отношениями** алгебры множеств в АК и обозначим их соответственно

$$\cap_G, \cup_G, \setminus_G, \subseteq_G, \text{ и т.д.}$$

- Примером обобщенной операции является соединение отношений

$$P[XY] \oplus Q[YZ] = +Z(P[XY]) \cap +X(Q[YZ]) \text{ то же самое, что}$$

$$P[XY] \cap_G Q[YZ].$$

- Введение обобщенных операций и отношений позволяет определить **алгебру отношений** с произвольным составом атрибутов как **алгебру множеств**.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline X & Y \\ \hline a & b \\ \hline a & d \\ \hline \end{array} \cap_G \begin{array}{|c|c|} \hline X & Z \\ \hline a & k \\ \hline a & l \\ \hline \end{array} = \begin{array}{cc} X & Y \\ \hline \{a\}, \{b, d\} & \\ \hline \end{array} \cap_G \begin{array}{cc} X & Z \\ \hline \{a\}, \{k, l\} & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \hline \{a\}, \{b, d\}, * & & \\ \hline \end{array} \cap \begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \hline \{a\}, *, \{k, l\} & & \\ \hline \end{array} = \\
 \\
 = \begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \hline \{a\}, \{b, d\}, \{k, l\} & & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline X & Y & Z \\ \hline a & b & k \\ \hline a & b & l \\ \hline a & d & k \\ \hline a & d & l \\ \hline \end{array}$$

Гибкий универсум

Пусть X_1, X_2, \dots, X_n – множество **атрибутов**. Тогда

- $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ – пространство атрибутов или **универсум**;
- $[X_i X_j \dots X_k]$ ($i, j, \dots, k \in 1 \div n$) – **схема** определенного **отношения**;
- $X_i \times X_j \times \dots \times X_k$ – **частный универсум**;
- **Гибкий универсум** – это произвольная совокупность частных универсумов для системы, определенной на пространстве $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$.
- **Однотипные АК-объекты** - разные АК-объекты с одной и той же схемой отношения.

Интерпретация

Частный универсум $X_i \times X_j \times \dots \times X_k$

в исчислении предикатов соответствует

общезначимой формуле $F(x_i, x_j, \dots, x_k)$,

где x_i, x_j, \dots, x_k – переменные, областями значений которых являются домены атрибутов X_i, X_j, \dots, X_k .

Таким образом, **совокупность частных универсумов в АК соответствует классу общезначимых формул в исчислении предикатов.**

Основные теоремы АК

(здесь нумерация теорем в соответствии с представляемой ниже книгой)

- **Теорема 2.1.** Алгебра кортежей для однотипных АК-объектов изоморфна алгебре множеств

Пусть заданы однотипные C -кортежи $P = [P_1 P_2 \dots P_n]$ и $Q = [Q_1 Q_2 \dots Q_n]$.

- **Теорема 2.2.** $P \cap Q = [P_1 \cap Q_1 P_2 \cap Q_2 \dots P_n \cap Q_n]$.

Примеры: $[\{b, d\} \{f, h\} \{a, b\}] \cap [* \{f, g\} \{a, c\}] = [\{b, d\} \{f\} \{a\}]$;

$$[\{b, d\} \{f, h\} \{a, b\}] \cap [* \{g\} \{a, c\}] = [\{b, d\} \emptyset \{a\}] = \emptyset.$$

- **Теорема 2.3.** $P \subseteq Q$, если и только если $P_i \subseteq Q_i$ для всех $i = 1, 2, \dots, n$.
- **Теорема 2.4.** $P \cup Q \subseteq [P_1 \cup Q_1 P_2 \cup Q_2 \dots P_n \cup Q_n]$, причем равенство возможно лишь в двух случаях:

$$P \subseteq Q \text{ или } Q \subseteq P;$$

$P_i = Q_i$ для всех соответствующих пар компонент, за исключением одной пары.

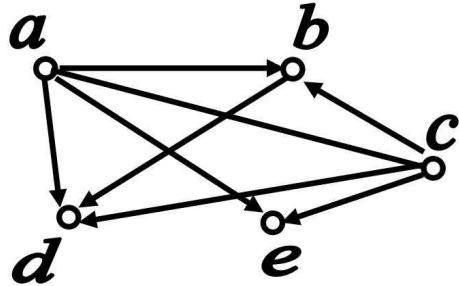
- **Теорема 2.7.** Для произвольного C -кортежа $P = [P_1 P_2 \dots P_n]$ его дополнение равно D -кортежу $[\overline{P_1} \overline{P_2} \dots \overline{P_n}]$.

Часть теорем АК (всего 30 теорем) предусматривают выполнение операций алгебры множеств с однотипными АК-объектами. Для работы с АК-объектами, имеющими разные схемы отношений, вводятся операции с атрибутами.

План доклада

- 1. Логический анализ: алгебраический подход и теория формальных систем (ТФС)
- 2. Алгебра кортежей (АК): основные определения
- 3. **Представление в АК основных видов данных и знаний**
- 4. Новые возможности логического анализа в АК
- 5. Семантический анализ информации
- 6. Методы снижения трудоемкости в АК
- 7. Метрические аспекты АК
- 8. Выводы

Моделирование графов



$$G[XY] = \begin{bmatrix} \{a\} & \{b, c, d, e\} \\ \{b\} & \{d\} \\ \{c\} & \{a, b, d, e\} \end{bmatrix}$$

Транзитивное замыкание графа G , содержащего n вершин, можно построить с помощью следующей последовательности операций:

$$G^+ = G \cup G^2 \cup G^3 \dots \cup G^k, \text{ где } k \leq n.$$

Пример вычисления степени графа

$$G^2[XY] = G[XY] \cdot G[XY] = -Y(G[XY] \oplus G[YZ]) :$$

Сначала вычисляем соединение графа с собой:

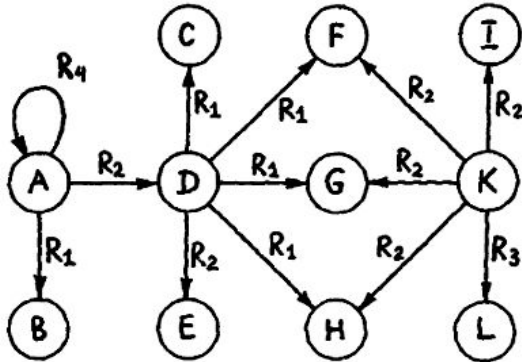
$$\begin{bmatrix} \{a\} & \{b, c, d, e\} & * \\ \{b\} & \{d\} & * \\ \{c\} & \{a, b, d, e\} & * \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} * & \{a\} & \{b, c, d, e\} \\ * & \{b\} & \{d\} \\ * & \{c\} & \{a, b, d, e\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{a\} & \{b\} & \{d\} \\ \{a\} & \{c\} & \{a, b, d, e\} \\ \{c\} & \{a\} & \{b, c, d, e\} \\ \{c\} & \{b\} & \{d\} \end{bmatrix}$$

Затем элиминируем атрибут Y :

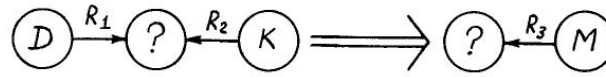
$$G^2 = \begin{bmatrix} \{a\} & \{a, b, d, e\} \\ \{c\} & \{b, c, d, e\} \end{bmatrix}$$

Семантические сети

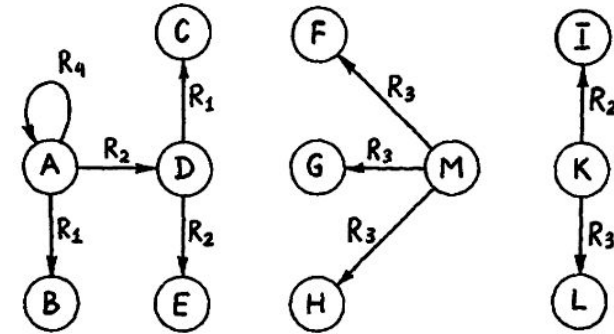
Исходная сеть



Правило и факты



Результат



- $R_1[XY] = \begin{bmatrix} \{A\} & \{B\} \\ \{D\} & \{C, F, G, H\} \end{bmatrix}$
 $R_2[XY] = \begin{bmatrix} \{A\} & \{D\} \\ \{D\} & \{E\} \\ \{K\} & \{F, G, H, I\} \end{bmatrix}$
- $R_3[XY] = [\{K\} \{L\}]; R_4[XY] = [\{A\} \{A\}].$

– Левая часть правила:

$$(R_1[XY] \cap [\{D\} *]) \oplus (R_2[YZ] \cap [* \{K\}]) = \\ = [\{D\} \{F, G, H\} \{K\}].$$

– Правая часть правила:

$$[\{F, G, H\} \{M\}].$$

Экспертные системы

- Базы знаний экспертных систем (ЭС) содержат *модели* и *правила*. Известно четыре типа моделей: логические модели, предикаты, семантические сети и фреймы. Рассмотрим предикаты и правила.
- *Предикаты* по сути являются отношениями или элементами отношений. Например, набор предикатов ЭС

$$isa(a_1, S_1); isa(a_2, S_1); isa(a_3, S_1); isa(a_4, S_2);$$

$$prop(S_1, c_1, d_1); prop(S_1, c_2, d_2); prop(S_2, c_1, d_3).$$

является представлением двух отношений: бинарного *isa* и трехместного *prop*. В структурах АК предикаты можно выразить как С-системы:

$$isa[XY] = \begin{bmatrix} \{a_1, a_2, a_3\} & \{S_1\} \\ \{a_4\} & \{S_2\} \end{bmatrix} \quad prop[YZV] = \begin{bmatrix} \{S_1\} & \{c_1\} & \{d_1\} \\ \{S_1\} & \{c_2\} & \{d_2\} \\ \{S_2\} & \{c_1\} & \{d_3\} \end{bmatrix}$$

- Пусть задано следующее **правило вывода**:

ЕСЛИ $isa[XY]$ **И** $prop[YZV]$ **ТО** $property[XZV]$

и факты, $X = a_1$ и $V = d_2$, тогда мы можем выразить их в виде запроса $Q[XV] = [\{a_1\} \{d_2\}]$.

Алгоритм реализации правила с учетом фактов:

$$isa[XY] \cap_G prop[YZV] \cap_G Q[XV].$$

АК и логические исчисления (структуры)

Алгебра кортежей	Исчисление предикатов
элементарный кортеж	выполняющая подстановка логической формулы
C -кортеж	Конъюнкция одноместных предикатов
D -кортеж	Дизъюнкция одноместных предикатов
C -система	Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ)
D -система	Конъюнктивная нормальная форма (КНФ)
пустой АК-объект	тождественно ложная формула
АК-объект, равный частному универсуму	тождественно истинная формула (тавтология)
непустой АК-объект	выполнимая формула

АК и логические исчисления (операции)

Алгебра кортежей	Исчисление предикатов
$+Y(R)$ для всех АК-объектов $R[X_1 X_2 \dots X_n]$	$+Y(R) = \forall y(R)$
$-X(R)$ для C -систем $R[\dots X \dots]$ (без пустых компонент в X)	$\exists x(P)$
$-X(R)$ для D -систем $R[\dots X \dots]$ (без полных компонент в X)	$\forall x(P)$
обобщенное пересечение \cap_G	операция конъюнкции \wedge
обобщенное объединение \cup_G	операция дизъюнкции \vee
обобщенное включение одного АК объекта в другой (A $\subseteq_G B$)	отношение выводимости (с учетом теоремы дедукции $A \supset B$)

План доклада

- 1. Логический анализ: алгебраический подход и теория формальных систем (ТФС)
- 2. Алгебра кортежей (АК): основные определения
- 3. Представление в АК основных видов данных и знаний
- 4. Новые возможности логического анализа в АК
 - а) проверка правильности следствия
 - б) генерация возможных следствий
 - с) поиск абдуктивных заключений
- 5 Семантический анализ информации
- 6. Методы снижения трудоемкости в АК
- 7. Метрические аспекты АК

Новый подход к логическому выводу (методы АК)

Существующие системы логического вывода:

- исчисления гильбертовского типа (Д. Гильберт и В. Аккерман)
- натуральное исчисление (Г. Генцен)
- принцип резолюции (М. Девис и Х. Патнем)

Теорема 1. Пусть даны формулы F_1, \dots, F_n и формула G . Тогда G есть логическое следствие F_1, \dots, F_n тогда и только тогда, когда формула

$((F_1 \wedge \dots \wedge F_n) \supset G)$ общезначима.

Теорема 2. Пусть даны формулы F_1, \dots, F_n и формула G . Тогда G есть логическое следствие F_1, \dots, F_n тогда и только тогда, когда формула

$(F_1 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G)$ противоречива.

Логический вывод в АК:

Метод 1. Пусть даны АК-объекты F_1, \dots, F_n и G . Тогда G есть следствие

F_1, \dots, F_n тогда и только тогда, когда $(F_1 \cap_G \dots \cap_G F_n) \neq \emptyset$ и $(F_1 \cap_G \dots \cap_G F_n) \subseteq_G G$.

Метод 2. Пусть даны АК-объекты F_1, \dots, F_n и G . Тогда G есть следствие F_1, \dots, F_n тогда и только тогда, когда

Новый подход к логическому выводу (интерпретация логического вывода)

Теорема 4.1. Если для логических формул A и B имеется интерпретация в виде множеств S_A и S_B , то общезначимость импликации $A \supset B$ равносильна выполнению отношения $S_A \subseteq S_B$.

- **Семантика следствия**

Предлагаемый подход позволяет по новому осмыслить суть логического следования в классической логике. Известно, что справедливость отношения $A \subseteq B$ означает, что B является **необходимым условием** или свойством A .

Из соотношения (1) ясно, что логическое следствие является корректным не только потому, что получено на основе правил вывода, смысл которых не всегда понятен, но еще и потому, что **является необходимым условием существования антецедента.**

Новый подход к логическому выводу (типы задач)

Пусть задана система аксиом (посылок) A_1, A_2, \dots, A_n и возможное следствие B .

Два типа задач:

1) **Задача проверки правильности следствия.** Процедура доказательства производится как проверка правильности обобщенного включения

$$(A_1 \cap_G \dots \cap_G A_n) \subseteq_G B.$$

2) **Задача вывода следствий с учетом ограничений.** Для решения этой задачи сначала вычисляется АК-объект $A = A_1 \cap_G \dots \cap_G A_n$, после чего производится выбор таких B_i , для которых соблюдается $A \subseteq_G B_i$.

К **ограничениям** относятся состав и возможное число атрибутов в следствии

Для вывода возможных следствий в АК используется следующий **алгоритм**

1. Преобразовать АК-объект $A = A_1 \cap_G \dots \cap_G A_n$ в С-систему.

- Выбрать из A некоторую совокупность неполных проекций (для любой проекции $P_i(A)$ справедливо $A \subseteq_G P_i(A)$).
- Сформировать с учетом ограничений проекции, содержащие хотя бы одну неполную проекцию.
- Для АК-объектов, полученных на предыдущих шагах, построить покрывающие их

Новый подход к логическому выводу (проверка правильности следствия: пример)

Задача: Проверить корректность правила дилеммы

$$\frac{A \rightarrow C, B \rightarrow C, A \vee B}{C}$$

Решение:

Верхняя часть правила методами АК преобразуется в С-систему

$$Up[ABC] = \begin{bmatrix} \{1\} & \{0\} & \{1\} \\ * & \{1\} & \{1\} \end{bmatrix},$$

нижняя часть правила равна С-кортежу

$$Down[C] = [\{1\}]$$

или после добавления фиктивных атрибутов

$$Down[ABC] = [* * \{1\}]$$

Проверка показывает, что $Up[ABC] \subseteq_c Down[C]$.

Новый подход к логическому выводу (вывод следствий: пример)

Задача: Вывести из заданной системы посылок все следствия с учетом ограничений на состав переменных

$$A \rightarrow C, B \rightarrow C, A \vee B$$

Решение:

Система посылок представима в виде С-системы

$$Up[ABC] = \begin{bmatrix} \{1\} & \{0\} & \{1\} \\ * & \{1\} & \{1\} \end{bmatrix},$$

Здесь полными являются только проекции: $[X_A]$ и $[X_B]$, так как содержат все значения атрибутов.

$$Up[C] = Up[AC] = Up[BC] = C, \quad Up[AB] = \begin{bmatrix} \{1\} & \{0\} \\ * & \{1\} \end{bmatrix} = A \vee B$$

Ответ:

$$\frac{A \rightarrow C, B \rightarrow C, A \vee B}{C}, \quad \frac{A \rightarrow C, B \rightarrow C, A \vee B}{A \vee B}.$$

Задача о преступлении



Карабас-Барабас (А)



Папа Карло (В)



Кот Базилио (С)

На естественном языке:

Карабас-Барабас: “Я совершил это, Папа Карло не виноват”

Папа Карло: “Карабас-Барабас не виноват, Преступление совершил Кот Базилио”

Кот Базилио : “Я не виноват, виноват Карабас-Барабас ”

Правду говорит только один, остальные лгут. Кто преступник?

На языке АК:

Карабас-Барабас: $P_1[ABC] = P_1^1 \cap P_1^2 = [\{1\} * *] \cap [* \{0\} *] = [\{1\} \{0\} *] ;$

Папа Карло: $P_2[ABC] = P_2^1 \cap P_2^2 = [\{0\} * *] \cap [* * \{1\}] = [\{0\} * \{1\}] ;$

Кот Базилио: $P_3[ABC] = P_3^1 \cap P_3^2 = [* * \{0\}] \cap [\{1\} * *] = [\{1\} * \{0\}] .$

Гипотезы:

- 1) Карабас-Барабас – честный ($P_1 \cap \overline{P_2} \cap \overline{P_3}$)
- 2) Папа Карло – честный ($\overline{P_1} \cap P_2 \cap \overline{P_3}$)
- 3) Кот Базилио – честный ($\overline{P_1} \cap \overline{P_2} \cap P_3$)

Задача о преступлении

Гипотеза 1 (Карабас-Барабас – честный) :

$$\begin{aligned} P_1 \cap \overline{P_2} \cap \overline{P_3} &= [\{1\} \{0\} *] \cap [\overline{\{0\} * \{1\}}] \cap [\overline{\{1\} * \{0\}}] = \\ &= [\{1\} \{0\} *] \cap \begin{bmatrix} \{1\} & * & * \\ * & * & \{0\} \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} \{0\} & * & * \\ * & * & \{1\} \end{bmatrix} = [\{1\} \{0\} \{1\}]. \end{aligned}$$

Гипотеза отвергается

Гипотеза 2 (Папа Карло – честный) :

$$\begin{aligned} \overline{P_1} \cap P_2 \cap \overline{P_3} &= [\overline{\{1\} \{0\} *}] \cap [\{0\} * \{1\}] \cap [\overline{\{1\} * \{0\}}] = \\ &= \begin{bmatrix} \{0\} & * & * \\ * & \{1\} & * \end{bmatrix} \cap [\{0\} * \{1\}] \cap \begin{bmatrix} \{0\} & * & * \\ * & * & \{1\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\{0\}} & \overline{\{1\}} & \overline{\{1\}} \\ \{0\} & \{0\} & \{1\} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Виновен Кот Базилио, честный – Папа Карло, а чиновник – Карабас-Барабас.

Гипотеза 3 (Кот Базилио – честный) :

$$\begin{aligned} \overline{P_1} \cap \overline{P_2} \cap P_3 &= [\overline{\{1\} \{0\} *}] \cap [\overline{\{0\} * \{1\}}] \cap [\{1\} * \{0\}] = \\ &= \begin{bmatrix} \{0\} & * & * \\ * & \{1\} & * \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} \{1\} & * & * \\ * & * & \{0\} \end{bmatrix} \cap [\{1\} * \{0\}] = [\{1\} \{1\} \{0\}]. \end{aligned}$$

Гипотеза отвергается

Задача “Царевна и Змей-Горыныч”

Подсказка 1:

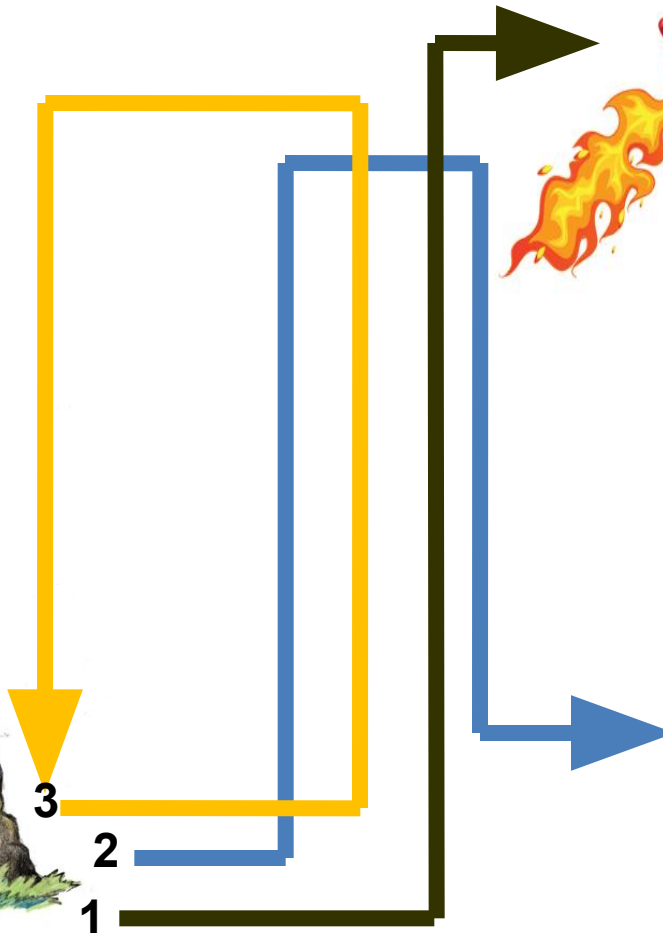
”На второй дороге нет Змея, а третья – не приведет обратно”

$$M_1 = [* \{Ц, О\} \{Ц, З\}]$$

Подсказка 2:

”Первая дорога не приведет обратно, а на второй - нет Змея”

$$M_2 = [\{Ц, З\} \{Ц, О\} *]$$



Задача “Царевна и Змей-Горыныч”

Гипотеза 1 (первое утверждение верно, а второе - нет) :

$$M_1 \cap \overline{M_2} = [* \{Ц, О\} \{Ц, З\}] \cap \begin{bmatrix} \{О\} & * & * \\ * & \{З\} & * \end{bmatrix} = [\{О\} \{Ц, О\} \{Ц, З\}] =$$

$$= \begin{bmatrix} \{О\} & \{Ц\} & \{Ц\} \\ \{О\} & \{Ц\} & \{З\} \\ \{О\} & \{О\} & \{Ц\} \\ \{О\} & \{О\} & \{З\} \end{bmatrix}$$

К царевне ведет вторая дорога

Гипотеза 2 (второе утверждение верно, а первое - нет) :

$$\overline{M_1} \cap M_2 = \begin{bmatrix} * & \{З\} & * \\ * & * & \{О\} \end{bmatrix} \cap [\{Ц, З\} \{Ц, О\} *] = [\{Ц, З\} \{Ц, О\} \{О\}] =$$

$$= \begin{bmatrix} \{Ц\} & \{Ц\} & \{О\} \\ \{Ц\} & \{О\} & \{О\} \\ \{З\} & \{Ц\} & \{О\} \\ \{З\} & \{О\} & \{О\} \end{bmatrix}$$

К царевне ведет вторая дорога

Задача о турнире волшебников

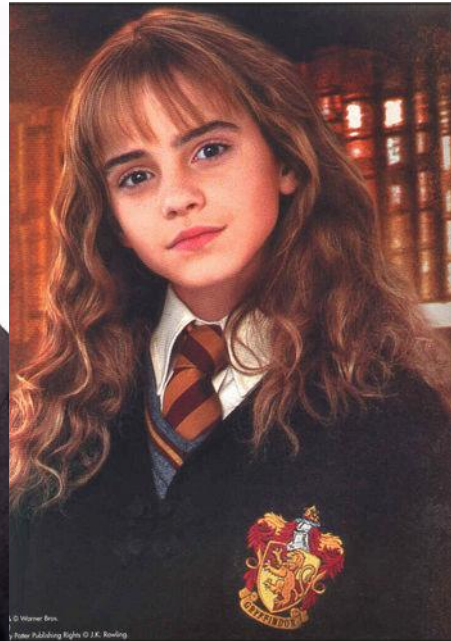
Гарри (A)



Рон (B)



Гермиона (C)



Драко (D)



На естественном языке

На языке АК

Гриффиндор:

Гарри – первый а Рон – второй
*]

$$M1[ABCD] = M11 \cap M12 = [\{1\} * * *] \cap [* \{2\} *]$$

Слизерин:

Гарри – второй, а Гермиона – третья

$$M2[ABCD] = M21 \cap M22 = [\{2\} * * *] \cap [* * \{3\} *]$$

Уффендуй:

Гермиона – четвертая, а Драко – второй

$$M3[ABCD] = M31 \cap M32 = [* * \{4\} *] \cap [* * * \{2\}]$$

Судья: В каждом заявлении одно высказывание истинное, а другое – ложное.

Задача о турнире волшебников

С учетом замечаний судьи, посылки примут вид:

Грифиндор: $P_1 = \overline{M11} \cap M12 \cup M11 \cap \overline{M12} =$

$$= [\overline{\{1\}***}] \cap [* \{2\} **] \cup [\{1\}***] \cap [\overline{* \{2\} **}] = \begin{bmatrix} \{2,3,4\} & \{2\} & * & * \\ \{1\} & \{1,3,4\} & * & * \end{bmatrix}$$

Слизерин: $P_2 = \overline{M21} \cap M22 \cup M21 \cap \overline{M22} =$

$$= [\overline{\{2\}***}] \cap [** \{3\} *] \cup [\{2\}***] \cap [\overline{** \{3\} *}] = \begin{bmatrix} \{1,3,4\} & * & \{3\} & * \\ \{2\} & * & \{1,2,4\} & * \end{bmatrix}$$

Уффендуй: $P_3 = \overline{M31} \cap M32 \cup M31 \cap \overline{M32} =$

$$= [\overline{** \{4\} *}] \cap [*** \{2\}] \cup [** \{4\} *] \cap [\overline{*** \{2\}}] = \begin{bmatrix} * & * & \{1,2,3\} & \{2\} \\ * & * & \{4\} & \{1,3,4\} \end{bmatrix}$$

Выполним пересечение посылок

$$P_1 \cap P_2 \cap P_3 = \begin{bmatrix} \{2,3,4\} & \{2\} & * & * \\ \{1\} & \{1,3,4\} & * & * \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} \{1,3,4\} & * & \{3\} & * \\ \{2\} & * & \{1,2,4\} & * \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} * & * & \{1,2,3\} & \{2\} \\ * & * & \{4\} & \{1,3,4\} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \{3,4\} & \{2\} & \{3\} & * \\ \{2\} & \{2\} & \{1,2,4\} & * \\ \{1\} & \{1,3,4\} & \{3\} & * \end{bmatrix} \cap \begin{bmatrix} * & * & \{1,2,3\} & \{2\} \\ * & * & \{4\} & \{1,3,4\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{3,4\} & \{2\} & \{3\} & \{2\} \\ \{2\} & \{2\} & \{4\} & \{1,3,4\} \\ \{2\} & \{2\} & \{1,2\} & \{2\} \\ \{1\} & \{1,3,4\} & \{3\} & \{2\} \end{bmatrix}$$

Ответ: 1-й - Гарри, 2-й - Драко, 3-я – Гермиона, 4-й – Рон.

Коллизии

Коллизии – это ситуации, которые возникают в модифицируемых рассуждениях при вводе новых знаний (гипотез) и распознаются как нарушение некоторых формально выраженных правил или ограничений, регулирующих целостность или смысловое содержание системы.

Виды коллизий в системах типа силлогистики:

- **парадокса**, когда из посылок следует суждение типа "всем A не присуще A " ($A \supset \bar{A}$) и, значит, объем термина A пустой;
- **цикла**, когда в системе множеств выводится соотношение $A \subseteq B \subseteq \dots \subseteq A$, что означает эквивалентность терминов, входящих в данный цикл;
- **неадекватности**, когда следствия системы рассуждений не соответствуют бесспорным фактам или обоснованным утверждениям.

Коллизии в системах типа силлогистики: пример

Даны посылки:

- 1. Все мои друзья хвастуны и не скандалисты
- 2. Все хвастуны не уверены в себе.
- 3. Все не скандалисты уверены в себе.

Необходимо проанализировать посылки на наличие коллизий

- Из заданных посылок следует утверждение

"Все мои друзья не мои друзья",

показывающее, что множество моих друзей пусто (**коллизия парадокса**).

- Полученный может вывод не соответствовать действительности – **коллизия неадекватности**

Коллизии в системах типа силлогистики: решение примера

Выразим посылки на языке исчисления предикатов. Допустим, A – предикат « x – мой друг», B – « x – хвостун», C – « x – скандалист», D – « x – уверенный в себе». Теперь условия задачи запишутся так:

$$1. A \supset (B \wedge \bar{C}) = \bar{A} \vee (B \wedge \bar{C})$$

$$2. B \supset \bar{D} = \bar{B} \vee \bar{D}.$$

$$3. \bar{C} \supset D = C \vee D.$$

Им соответствуют АК-объекты, заданные в универсуме $\{0, 1\}$:

$$P_1[ABC] = \begin{bmatrix} \{0\} & * & * \\ * & \{1\} & \{0\} \end{bmatrix}; P_2[BD] = \begin{bmatrix} \{0\} & * \\ * & \{0\} \end{bmatrix}; P_3[CD] = \begin{bmatrix} \{1\} & * \\ * & \{1\} \end{bmatrix}.$$

Пересечение этих структур дает:

$$P[ABCD] = P_1[ABC] \cap_G P_2[BD] \cap_G P_3[CD] = \begin{bmatrix} \{0\} & \{0\} & \{1\} & * \\ \{0\} & \{0\} & \{0\} & \{1\} \\ \{0\} & \{1\} & \{1\} & \{0\} \end{bmatrix}$$

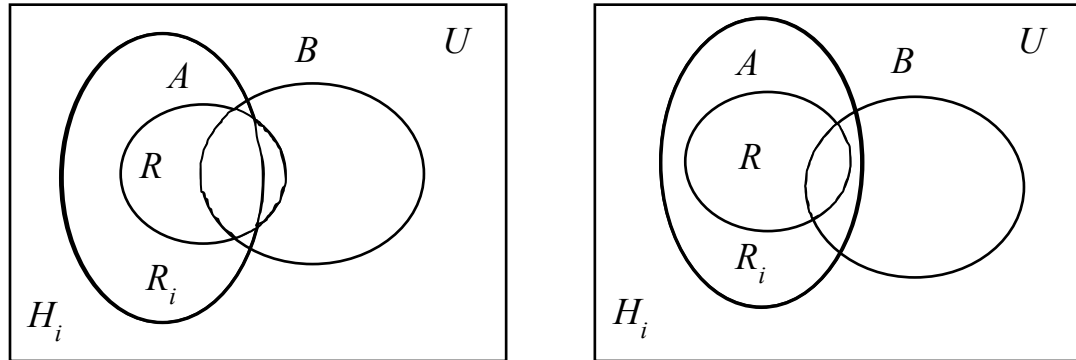
Коллизии (продолжение)

Коллизии в системах, выходящих за рамки силлогистики

- 1) "вырождение" атрибутов - значимые атрибуты равны пустому множеству (в полисиллогистике - **коллизия парадокса**);
- 2) при вводе новых знаний различные атрибуты становятся тождественными по составу элементов, что противоречит семантике системы (в полисиллогистике – **коллизия цикла**);
- 3) несоответствие полученных результатов с достоверными фактами или обоснованными утверждениями (в полисиллогистике - **коллизия неадекватности**);
- 4) несоответствие полученных результатов с трудноформализуемыми ограничениями, описанными в постановке задачи (например, « в кортеже не должно быть одинаковых значений»).
- 5) ситуации, которые используются для обоснования правомерности применения немонотонных логик, например:
 - 1) "все птицы летают";
 - 2) "страус Тити птица, но не летает"

Новые возможности АК: модифицируемые рассуждения

Алгоритм вывода абдуктивного заключения



1. Вычислить «остаток» $R = \setminus_G A B$;
2. Построить промежуточный объект R_i такой, чтобы соблюдалось $R \stackrel{=}_G R_i$;
3. Вычислить $H_i = \overline{R_i}$ (тогда R_i далее можно обозначить как $\overline{H_i}$);
4. Вычислить $H_i \cap A$ и выполнить проверку на наличие коллизий; если коллизии обнаружены, то возвратиться к шагу 2, иначе конец алгоритма.

Новые возможности АК: пример 1

- Восстановим недостающую посылку в правиле дилеммы

$$\frac{A \rightarrow C, B \rightarrow C, A \vee B}{C}$$

- Пусть даны 2 посылки $A \rightarrow C$ и $A \vee B$ и следствие C . Необходимо найти недостающую посылку, чтобы следствие выводилось. Преобразуем формулы в структуры АК.

$$A \rightarrow C \text{ соответствует } P_1[X_A X_B X_C] = \begin{bmatrix} \{0\} & * & * \\ * & * & \{1\} \end{bmatrix}$$

$$A \vee B \text{ соответствует } P_2[X_A X_B X_C] = \begin{bmatrix} \{1\} & * & * \\ * & \{1\} & * \end{bmatrix}$$

$$C \text{ соответствует } B[X_A X_B X_C] = [* * \{1\}].$$

Используем алгоритм.

- $R = (P_1 \cap P_2) \setminus B = P_1 \cap P_2 \cap \overline{B} = [\{0\} \{1\} \{0\}].$

- Выберем проекцию $[X_B X_C]$ (такого сочетания нет в посылках), получим

$$R_i[X_B X_C] = [\{1\} \{0\}]; \quad \overline{R}_i[X_B X_C] = [\{0\} \{1\}],$$

что соответствует формуле $B \rightarrow C$.

Новые возможности АК:

пример 2

- **База знаний диагностики автомобиля** [Д.А. Страбыкин, Н.М. Томчук]

Если из выхлопной трубы ЧЕРНЫЙ ДЫМ, то БОГАТАЯ СМЕСЬ или РАННЕЕ ЗАЖИГАНИЕ.

$$x_6 \supset (x_2 \vee x_3).$$

Если СИНИЙ ДЫМ, то ПОВЫШЕННЫЙ РАСХОД МАСЛА.

$$x_7 \supset x_5.$$

Если выхлопная ТРУБА ЧЕРНАЯ, то БОГАТАЯ СМЕСЬ или РАННЕЕ ЗАЖИГАНИЕ или ПОВЫШЕННЫЙ РАСХОД МАСЛА.

$$x_1 \supset (x_2 \vee x_3 \vee x_5)$$

Если ПОВЫШЕННЫЙ РАСХОД МАСЛА, то ИЗНОС МАСЛОСЪЕМНЫХ КОЛПАЧКОВ или ИЗНОС ПОРШНЕВЫХ КОЛЕЦ или ИЗНОС ЦИЛИНДРОВ.

$$x_5 \supset (x_8 \vee x_9 \vee x_{10})$$

Если НОРМАЛЬНАЯ КОМПРЕССИЯ, то нет ИЗНОСА ПОРШНЕВЫХ КОЛЕЦ и нет ИЗНОСА ЦИЛИНДРОВ

$$x_4 \supset (\neg x_9 \wedge \neg x_{10})$$

Заключение: Если НОРМАЛЬНАЯ КОМПРЕССИЯ и выхлопная ТРУБА ЧЕРНАЯ и СИНИЙ ДЫМ, то ИЗНОС ПОРШНЕВЫХ КОЛЕЦ.

$$(x_3 \wedge x_1 \wedge x_7) \supset x_9$$

Продолжение примера 2

- Эту БЗ можно представить как КНФ

$$A = (x_2 \vee x_3 \vee \neg x_6) \wedge (x_5 \vee \neg x_7) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_5) \wedge \\ \wedge (\neg x_5 \vee x_8 \vee x_9 \vee x_{10}) \wedge (\neg x_4 \vee \neg x_9) \wedge (\neg x_4 \vee \neg x_{10}).$$

которую преобразуем в D -систему

$$A = \begin{bmatrix} \emptyset & \{1\} & \{1\} & \emptyset & \emptyset & \{0\} & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \{1\} & \emptyset & \{0\} & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \{0\} & \{1\} & \{1\} & \emptyset & \{1\} & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \{0\} & \emptyset & \emptyset & \{1\} & \{1\} & \{1\} \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & \{0\} & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \{0\} & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & \{0\} & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \{0\} \end{bmatrix}$$

- Заключение** выразим как D -кортеж

$$B[X_1 X_4 X_7 X_9] =]\{0\} \quad \{0\} \quad \{0\} \quad \{1\}[.$$

Продолжение примера 2

После выполнения первого шага алгоритма получим C -систему R :

$$R = \begin{matrix} & X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 & X_6 & X_7 & X_8 & X_9 & X_{10} \\ \begin{matrix} \{1\} \\ \{1\} \\ \{1\} \end{matrix} & \begin{bmatrix} \{1\} & \{1\} & * & \{1\} & \{1\} & * & \{1\} & \{1\} & \{0\} & \{0\} \\ \{1\} & \{0\} & \{1\} & \{1\} & \{1\} & * & \{1\} & \{1\} & \{0\} & \{0\} \\ \{1\} & \{0\} & \{0\} & \{1\} & \{1\} & \{0\} & \{1\} & \{1\} & \{0\} & \{0\} \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Алгоритм «наращивания» R

- 1) оставить в качестве \overline{H}_i одну из неполных проекций;
- 2) выбрать в качестве \overline{H}_i любую проекцию при условии, что в ее состав входит, по крайней мере, одна неполная проекция;
- 3) для выбранного по предыдущим правилам АК-объекта построить покрывающий его неполный АК-объект.

Доказано, что данный алгоритм предусматривает все возможные случаи «наращивания» R .

Иллюстрация алгоритма наращивания на примере 2

- В качестве примера выберем проекцию $[X_1 X_9]$, которая после сокращений будет равна C -кортежу $R_i[X_1 X_9] = [\{1\} \{0\}]$. Тогда можно сформировать следующие формулы для \overline{H}_i :
 - 1) $x_1 \wedge \neg x_9$ (соответствует C -кортежу R_i);
 - 2) $(x_1 \wedge \neg x_9) \vee (\neg x_1 \wedge x_9)$;
 - 3) $x_1 \vee \neg x_9$.(формулы 2 и 3 соответствуют АК-объектам, которые покрывают C -кортеж R_i)
- и т.д.

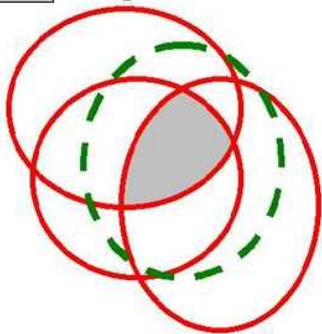
План доклада

- 1. Логический анализ: алгебраический подход и теория формальных систем (ТФС)
- 2. Алгебра кортежей (АК): основные определения
- 3. Представление в АК основных видов данных и знаний
- 4. Новые возможности логического анализа в АК
- 5 Семантический анализ информации
- 6. Методы снижения трудоемкости в АК
- 7. Метрические аспекты АК
- 8. Выводы

Логико-семантический анализ через призму АК

Следствия:

- - посылки
- - следствие
- - пересечение посылок

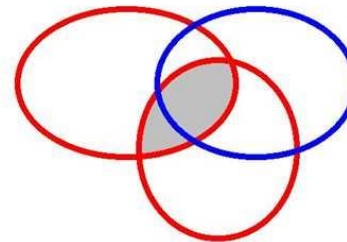


Ограничение: пересечение посылок не пусто

Гипотезы:

Коллизии: - если при анализе рассуждения устанавливается нарушение смысла или условий, в том числе принятых по умолчанию.

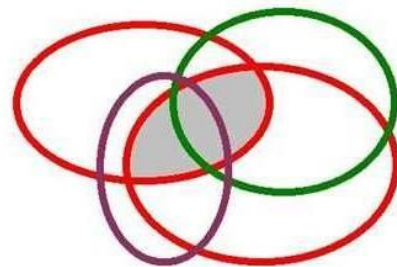
- - посылки
- - гипотеза
- - пересечение посылок



Корректная гипотеза: - гипотеза + отсутствие коллизий

Абдуктивные заключения:

- - посылки
- - предполагаемое следствие
- - дополнение абдуктивного заключения
- - пересечение посылок



Ограничение: Отсутствие коллизий при добавлении абдуктивного заключения в состав посылок

Подход к семантическому анализу на основе АК

Этапы традиционного семантического анализа:

- 1) отбор основополагающих понятий данной предметной области, предварительная классификация отобранных понятий;
- 2) дальнейшая систематизация, установление иерархических связей между некоторыми понятиями;
- 3) установление отношений между понятиями в рамках некоторого заранее заданного списка значимых отношений, включая специфичные для данной предметной области отношения;
- 4) формализация информации с использованием установленных отношений в виде семантических графов, семантических сетей, онтологий и предикатов;
- 5) использование языка исчисления предикатов в качестве языка семантического анализа.

Проблемы традиционного семантического анализа:

- 1) сложность совмещения логического вывода и недедуктивных (в том числе, модифицируемых) рассуждений в одной программной среде;
- 2) трудность выявления противоречий в знаниях и других нарушений ограничений целостности и/или смыслового содержания системы знаний (коллизий).

Подход к семантическому анализу на основе АК

- 1) отбор основополагающих понятий данной предметной области, предварительная классификация отобранных понятий;
- 2) дальнейшая систематизация, установление иерархических связей между некоторыми понятиями;
- 3) установление отношений между понятиями в рамках некоторого заранее заданного списка значимых отношений, включая специфичные для данной предметной области отношения;
- 4) формализация полученной на предыдущих этапах информации в структурах АК;
- 5) использование унифицированных методов работы с АК-объектами для решения различных задач логического, недедуктивного и предметно-ориентированного семантического анализа;
- 6) формализация и анализ коллизий.

Коллизии – это ситуации, которые возникают в модифицируемых рассуждениях при вводе новых знаний (гипотез) и распознаются как нарушение некоторых формально выраженных правил или ограничений, регулирующих целостность или **смысловое содержание системы**.

Семантика: «нелогичное» правило вывода

- В семантических сетях и экспертных системах часто используют правило вывода типа

Если P_1 и P_2 и...и P_n , то Q .

Например, если Мать (x,y) и Родитель (y,z) , то Бабушка (x,z) .

В АК такие правила определены с помощью формулы

$$P_1 \cap_G P_2 \cap_G \dots \cap_G P_n, \subseteq Q$$

По сути здесь не просто логический вывод, а создание нового отношения, **СМЫСЛ** которого определен левой частью правила. («Бабушка – это женщина, дети которой имеют детей» или по Толковому словарю Ожегова «Мать отца или матери» -)

С учетом этого нами предложено называть такого рода правила **семантическими правилами**.

Вопросы и вопросно-ответные системы

• Типы вопросов

1) **Уточняющие вопросы или ли-вопросы:**

Верно ли, что жирафы живут в Африке?

Гетманова А.Д. Учебник по логике. М.: "Владос", 1994.

2) **Восполняющие вопросы:**

Кто ...? Где ...? Когда ...? и т.д.

Поспелов Д. А.

Моделирование рассуждений.– М.: Радио и связь, 1989.

3) **ПОЧЕМУ-вопросы**

4) **КАК-вопросы**

5) **ЗАЧЕМ-вопросы** Принципы работы вопросно-ответных систем

1) **Структурирование исходной информации и вопросов к ней.**

Используемые структуры: отношения (в частности, таблицы) или элементы отношений, графы, сети (семантические, по сочетаемости и т.д.), частично упорядоченные множества (в том числе решетки), правила. **Все перечисленные структуры можно представить в виде отношений.**

2) **Формально выраженные запросы должны**

- **легко переводиться на естественный язык ;**
- **инициировать процедуру поиска с учетом многообразия структур подготовленной к обработке информации.**

Структура вопроса

Восполняющие вопросы	АК: структура вопроса	Ответ на вопрос
Каково значение атрибута Z в отношении $R[XYZ]$, если $X = a$ и $Y = b$ заданы?	$Q[XYZ] = [\{a\} \{b\} *]$	$R[XYZ] \cap_G Q[XYZ]$
Каково значение атрибута Z в отношении $R[XYZ]$, если $X = a$ и $Y = c$, либо $X = a$ или b , $Y = e$, а Z находится в диапазоне D ?	$Q_1[XYZ] = \begin{bmatrix} \{a\} & \{c\} & * \\ \{a,b\} & \{e\} & D \end{bmatrix}$	$R[XYZ] \cap_G Q_1[XYZ]$
Даны отношения $P[XYZ]$ и $R[YVW]$. Каковы значения атрибутов X и V , если известно, что $Z=a$?	$Q_2[XVZ] = [* * \{a\}]$	$P[XYZ] \cap_G R[YVW] \cap_G Q_2[XYZ]$

Остальные типы вопросов в стадии разработки

План доклада

- 1. Логический анализ: алгебраический подход и теория формальных систем (ТФС)
- 2. Алгебра кортежей (АК): основные определения
- 3. Представление в АК основных видов данных и знаний
- 4. Новые возможности логического анализа в АК
- 5. Семантический анализ информации
- 6. Методы снижения трудоемкости в АК
- 7. Метрические аспекты АК
- 8. Выводы

Трудоемкость операций в АК

X	Y	Z
a	b	b
a	b	c
a	b	f
a	c	b
a	c	c
a	c	f
c	b	b
c	b	c
c	b	f
c	c	b
c	c	c
c	c	f
d	b	b
d	b	c
d	b	f
d	c	b
d	c	c
d	c	f

∩

X	Y	Z
a	a	b
a	a	c
a	a	d
a	c	b
a	c	c
a	c	d
a	d	b
a	d	c
a	d	d
b	a	b
b	a	c
b	a	d
b	c	b
b	c	c
b	c	d
b	d	b
b	d	c
b	d	d
c	a	b
c	a	c
c	a	d
c	c	b
c	c	c
c	c	d
c	d	b
c	d	c
c	d	d
d	a	b
d	a	c
d	a	d
d	c	b
d	c	c
d	c	d
d	d	b
d	d	c
d	d	d

$$= \{a,b,c\} \times \{b,c\} \times \{b,c,f\} \cap \{a,b,c,d\} \times \{a,c,d\} \times \{b,c,d\} = ???$$

1 Способ. Вычисления в элементарных кортежах

число операций = $18 \times 36 \times 3 = 1944$

2 Способ. Вычисления в АК-объектах

$$\begin{aligned} C[XYZ] \cap D[XYZ] &= \\ &= [\{a,b,c\} \{b,c\} \{b,c,f\}] \cap [\{a,b,c,d\} \{a,c,d\} \{b,c,d\}] = \\ &= [\{a,b,c\} \cap \{a,b,c,d\} \{b,c\} \cap \{a,c,d\} \{b,c,f\} \cap \{b,c,d\}] = \\ &= [\{a,b,c\} \{c\} \{b,c\}]. \end{aligned}$$

число операций = $3 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 3 = 27$

трудоемких действий при реализации операций АК

Действие	C -кортеж	C -система	D -кортеж	D -система
Проверка принадлежности элементарного кортежа	+	+	+	+
Проверка включения C -кортежа в	+		+	+
Проверка включения C -системы в	+		+	+
Проверка включения D -кортежа в	+		+	+
Проверка включения D -системы в				

Знаком «+» помечены алгоритмы, которые являются полиномиальными. Пустые клетки соответствуют алгоритмам, сложность которых оценивается экспонентой (NP-трудные алгоритмы).

Вычислительная сложность алгоритмов на структурах АК полностью соответствует вычислительной сложности алгоритмов решения типовых задач логического анализа, поскольку структуры АК полиномиально сводимы к логическим структурам.

Матричные свойства АК-объектов как средство ускорения логического вывода

Основные определения

Бесконфликтным атрибутом D -системы называется атрибут, в котором пересечение всех непустых компонент не пусто.

Бесконфликтным блоком D -системы называется ее вертикальный блок, содержащий только бесконфликтные атрибуты.

Монотонным атрибутом D -системы называется бесконфликтный атрибут, не содержащий пустых компонент.

Монотонным блоком D -системы называется бесконфликтный блок, не содержащий D -кортежей со всеми пустыми компонентами.

Пример:

$$T[XYZ] = \begin{bmatrix} \{A, B\} & \{f, g\} & \{a, c, d\} \\ \emptyset & \{e\} & \{b, c\} \\ \{A\} & \{g, h\} & \emptyset \end{bmatrix}$$

$$C = [XYZ] = [\{A\} * \{c\}]$$

Матричные свойства АК-объектов (продолжение)

Новые классы КНФ

Теорема 6. Если D -система Q содержит монотонный блок, то она непуста.

Пусть $Q = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}$, T_{11} – подматрица Q , не содержащая D -кортежей со всеми

пустыми компонентами, T_{21} – подматрица Q с D -кортежами, содержащими только пустые компоненты.

Теорема 7. Если в D -системе Q имеется бесконфликтный блок, то Q непуста, если и только если при разложении ее в блочную матрицу непустой является D -система, представленная блоком T_{22} .

Пример:

$$Q = \begin{bmatrix} \{A, B\} & \{e, f\} & \{a, b\} & \emptyset \\ \emptyset & \{g, h\} & \emptyset & \{e\} \\ \{A\} & \{e\} & \{b\} & \{f, g\} \\ \emptyset & \{e, h\} & \emptyset & \{g, h\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{A, B\} & \{a, b\} & \{e, f\} & \emptyset \\ \{A\} & \{b\} & \{e\} & \{f, g\} \\ \hline \emptyset & \emptyset & \{g, h\} & \{e\} \\ \emptyset & \emptyset & \{e, h\} & \{g, h\} \end{bmatrix}$$

Ортогонализация

Используется как для сокращения трудоемкости операций, так и при анализе измеримых систем (см. ниже)

- В логике **ортогональными** называются функции вида $F_1 \square F_2 \square \dots \square F_n$, у которых любая пара (F_i, F_j) функций не имеет общих выполняющих подстановок.
- **Ортогональная C-система** – это C-система, у которой пересечение любой пары C-кортежей пусто.

~~Основные теоремы ортогонализации~~
для АК-объектов с произвольными компонентами

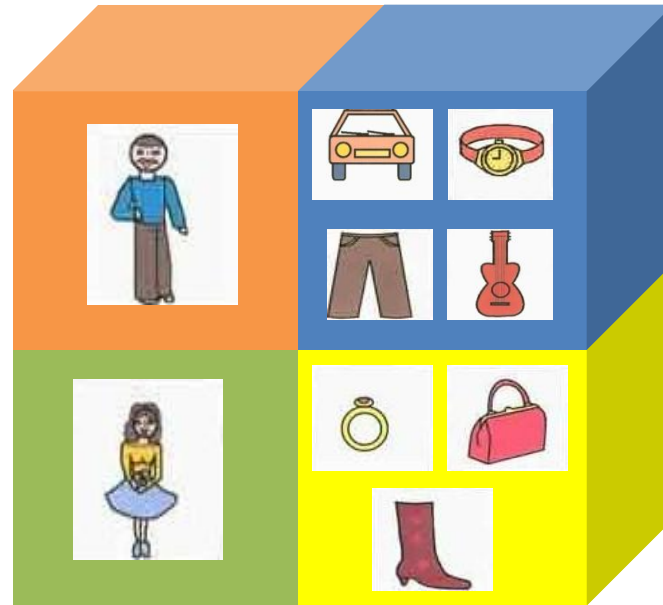
Пусть $Q_1, Q_2, \dots, Q_{m-1}, Q_m$ – произвольные множества.

- **Теорема 5.** D-кортеж вида $[Q_1^* Q_2^* \dots Q_{m-1}^* Q_m^*]$ преобразуется в эквивалентную

ортогональную C-систему
$$\begin{bmatrix} \overline{Q_1} & \overline{Q_2} & \dots & \overline{Q_{m-1}} & \overline{Q_m} \\ \overline{Q_1} & \overline{Q_2} & \dots & \overline{Q_{m-1}} & \overline{Q_m} \\ \overline{Q_1} & \overline{Q_2} & \dots & \overline{Q_{m-1}} & \overline{Q_m} \end{bmatrix}$$

- **Теорема 6.** Если P и Q – ортогональные C-системы, то их пересечение либо пусто, либо состоит из одного C-кортежа, либо является ортогональной C-системой.

Возможности распараллеливания вычислений



OP1

OP2

OP3

План доклада

- 1. Логический анализ: алгебраический подход и теория формальных систем (ТФС)
- 2. Алгебра кортежей (АК): основные определения
- 3. Представление в АК основных видов данных и знаний
- 4. Новые возможности логического анализа в АК
- 5. Семантический анализ информации
- 6. Методы снижения трудоемкости в АК
- 7. **Метрические аспекты АК**
- 8. Выводы

Метрические аспекты АК: квантование

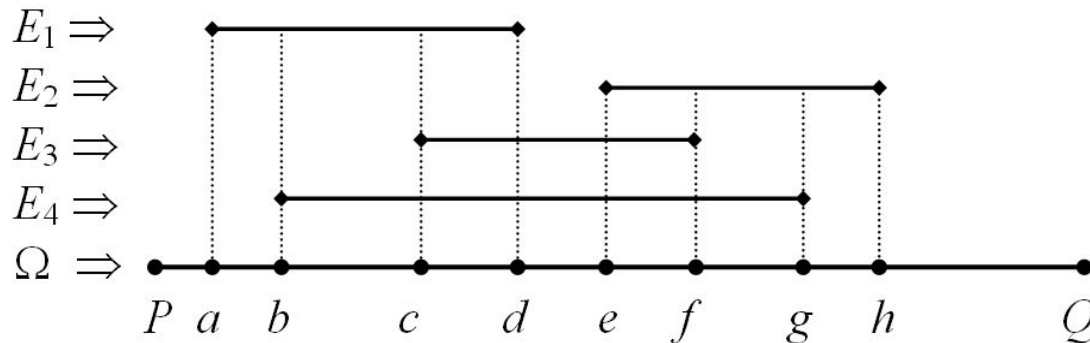
интервалов

• **Аксиомы меры μ множеств A и B :**

- 1) $\mu \geq 0$;
- 2) $(\forall A, B) \mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B) - \mu(A \cap B)$.

Если атрибуты S -системы (S -кортежа) содержат интервалы числовой оси, то они разбиваются на элементарные интервалы, пересечение любой пары которых либо пусто, либо имеет единственную точку сочленения.

Кванты - точки и открытые интервалы такого разбиения. Точка определяется как вырожденный интервал с нулевой мерой. *Кванты*



Пример:

$$E_3 = \{c, d, e, f, (c, d), (d, e), (e, f)\}$$

$$E_i = \bigvee_k F_k, \quad \mu(E_i) = \sum_k \mu(F_k)$$

Теорема 5.1. Если каждая компонента S -кортежа имеет конечную меру, то мерой S -кортежа является произведение мер его компонент.

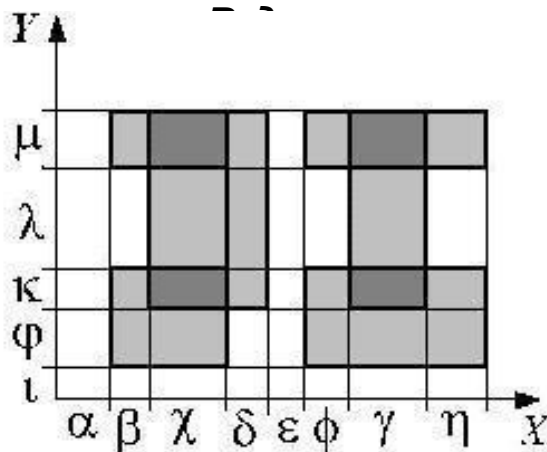
Теорема 5.2. Мера ортогональной S -системы равна сумме мер содержащихся в ней S -кортежей.

Метрические аспекты АК: свойства АК-объектов

Для АК-объектов, погруженных в вероятностное пространство или в любое другое нормированное пространство с мерой каждого атрибута, равной 1:

- мера полной компоненты (*) в C -кортежах и C -системах равна 1;
- мера любого частного универсума равна 1;
- мера любого АК-объекта есть число в интервале $[0, 1]$;
- мера пустого АК-объекта равна 0;
- для произвольного АК-объекта A мера его дополнения равна $1 - \mu(A)$;
- для пары АК-объектов A и B

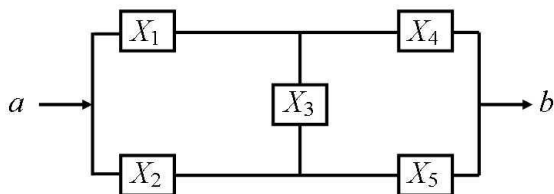
$$\mu(A \cup_G B) = \mu(A) + \mu(B) - \mu(A \cap_G B);$$
- в любом АК-объекте после разбиения каждой компоненты на элементарные кванты мера компоненты есть сумма мер квантов, в ней содержащихся.



X	Y
$\{\beta, \chi, \phi, \gamma, \eta\}$	$\{\mu, \kappa, \phi\}$
$\{\chi, \delta, \gamma\}$	$\{\mu, \lambda, \kappa\}$

Вероятностный анализ в АК

Дана схема типа «мостик» и каждый элемент X_i имеет 2 состояния (0 или 1)



В ЛВМ: $F = (X_1 \wedge X_4) \vee (X_2 \wedge X_5) \vee (X_2 \wedge X_3 \wedge X_4) \vee (X_1 \wedge X_3 \wedge X_5)$

В структурах АК: $R_F =$

$$R_F = \begin{bmatrix} 1 & * & * & 1 & * \\ * & 1 & * & * & 1 \\ * & 1 & 1 & 1 & * \\ 1 & * & 1 & * & 1 \end{bmatrix}$$

Для этих формул после ортогонализации можно построить вероятностную функцию.

Но если элементы имеют более двух состояний, то в этом случае ортогонализация средствами ЛВМ проблематична. В АК это намного проще.

Пример структуры типа «мостик», в которой элементы имеют 3 состояния:

$$R_1 = \begin{bmatrix} \{a_1\} & * & * & * & \{e_1, e_2\} \\ * & \{b_1, b_2\} & * & \{d_1, d_2\} & * \\ * & \{b_2, b_3\} & \{c_1, c_2\} & * & \{e_2, e_3\} \\ \{a_2\} & * & \{c_2, c_3\} & \{d_3\} & * \end{bmatrix}$$

Ортогонализация этой структуры выполняется с помощью простого универсального алгоритма

Уравнение регрессии

- Если АК-объект преобразован в ортогональную С-систему, то в вероятностном пространстве его можно представить как уравнение регрессии, в котором переменными являются вероятности элементарных событий, а значением функции – вероятность события, заданного этим АК-объектом.

- **Пример 1** – система с двумя состояниями

- АК-объект Уравнение регрессии

$$\begin{bmatrix} 1 & * & 0 \\ * & 0 & 1 \\ 0 & 1 & * \end{bmatrix} \quad p_1(1-p_3)+(1-p_2)p_3+(1-p_1)p_2.$$

- **Пример 2** – система с тремя состояниями

- АК-объект Уравнение регрессии

$$\begin{bmatrix} \{a_1, a_2\} & \{b_1, b_3\} \\ \{a_3\} & \{b_1, b_2\} \end{bmatrix} \quad (p(a_1) + p(a_2))(1 - p(b_2)) + (1 - p(a_1) - p(a_2))(p(b_1) + p(b_2)).$$

Вероятностная логика

- В логики-вероятностных методах (ЛВМ) решается **прямая задача** расчета вероятности:
 - **заданы** вероятности элементарных событий в атрибутах;
 - **необходимо вычислить** вероятность события, выраженного АК-объектом (или соответствующей ему логической формулой).
- В вероятностной логике решается **обратная задача** расчета вероятности:
 - **заданы** вероятности сложных событий;
 - **необходимо вычислить** вероятности других сложных событий.
- При использовании АК в этом случае промежуточным этапом вычисления является вычисление вероятностей элементарных событий или некоторых сложных событий, которые в данной системе можно использовать в качестве атомов.

Задача 1

(Nilsson N. J. Probabilistic Logic // Artificial Intelligence, 28, 1986, pp. 71-87):

- **Дано:** $p(A) = p_1$ и $p(A \supset B) = p_2$.
- **Найти:** оценку $p(B)$.

- **Решение в структурах АК:**

- Используем универсум $A \times B = \{0, 1\}^2$. Тогда

- $A = [1 \ *]; \quad B = [* \ 1]; \quad A \supset B = \overline{A} \vee B = \begin{bmatrix} 0 & * \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

- Получаем систему из двух уравнений

$$p(A) = p_1;$$

$$(1 - p(A)) + p(A) p(B) = p_2.$$

- Из этой системы несложно вывести

$$p(B) = \frac{p_1 + p_2 - 1}{p_1}$$

- У **Н. Нильсона** ответ $p_2 + p_1 - 1 \leq p(B) \leq p_2$.

Задача 2

Дано: $p(A \supset \bar{C}) = p_1$; $p((A \wedge \bar{B}) \vee B) = p_2$; $p(A \vee \bar{B}) = p_3$.

Найти: оценку $p(A \vee C)$.

Выразим заданные события в системе АК.

$$A \supset \bar{C} = \bar{A} \vee \bar{C} \Leftrightarrow]0 \ 0 \ 0[= \begin{bmatrix} 0 & * & * \\ 1 & * & 0 \end{bmatrix};$$

$$(A \wedge \bar{B}) \vee B \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & * \\ * & 1 & * \end{bmatrix};$$

$$A \vee \bar{B} \Leftrightarrow]1 \ 0 \ 0[= \begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 0 & * \end{bmatrix};$$

$$A \vee C \Leftrightarrow]1 \ 0 \ 1[= \begin{bmatrix} 1 & * & * \\ 0 & * & 1 \end{bmatrix}.$$

Продолжение задачи 2

Пусть $x = p(A)$; $y = p(B)$; $z = p(C)$.

Тогда для первых трех событий получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} (1-x) + x(1-z) = p_1; \\ x(1-y) + y = p_2; \\ x + (1-x)(1-y) = p_3. \end{cases}$$

Решая эту систему, получим:

$$x = p_2 + p_3 - 1; \quad y = \frac{1 - p_3}{2 - p_2 - p_3}; \quad z = \frac{1 - p_1}{p_2 + p_3 - 1}.$$

Далее построим уравнение регрессии для события $A \vee C$: $x + (1-x)z$.

После подстановки получим:

$$p(A \vee C) = \frac{1 - p_1(2 - p_2 - p_3)}{p_2 + p_3 - 1}.$$

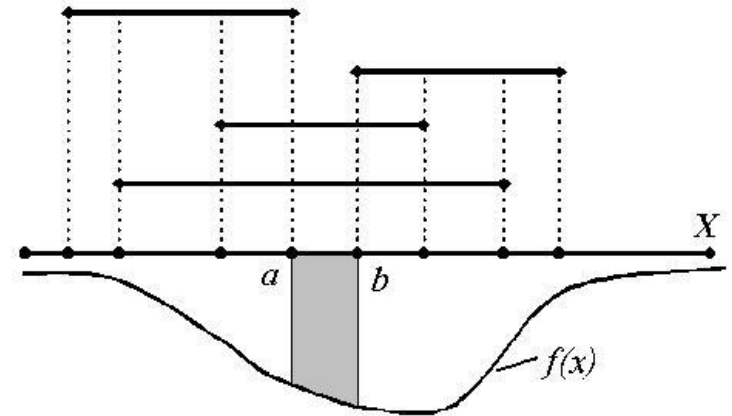
Атрибуты с непрерывной плотностью вероятности

При построении вероятностной функции каждый элементарный отрезок атрибута является независимой переменной, из-за чего общее число переменных модели становится чрезмерно большим.

Сократить это число можно за счет аппроксимации гистограмм распределений в атрибутах функциями плотности вероятности с небольшим числом параметров.

Для их оценки можно использовать методы оптимизации, в которых управляющими воздействиями будут типы и параметры маргинальных распределений, а целевой функцией – обобщенный параметр, например, среднее значение абсолютных отклонений между расчетными и фактическими значениями вероятностей исследуемых сложных событий.

Аналогичные методы используются в системах с **нечеткой логикой**. Но при этом невозможно интерпретировать полученные результаты. А в этой модели интерпретация более прозрачна.



$$P(a, b) = \int_a^b f(x)$$

Заключение

Разработанная алгебра кортежей и ее методы:

- позволяют унифицированно обрабатывать данные и знания, представленные в виде совокупности многоместных отношений с различными схемами;
- ускоряют выполнение процедур логического вывода за счет:
 - 1) удобства распараллеливания вычислений,
 - 2) использования матричных свойств отношений, а также новых структурных и статистических классов КНФ с полиномиально распознаваемым свойством выполнимости;
- дают возможность по-новому организовывать процедуры логического вывода;
- позволяют моделировать модифицируемые рассуждения, не нарушая законов классической логики.

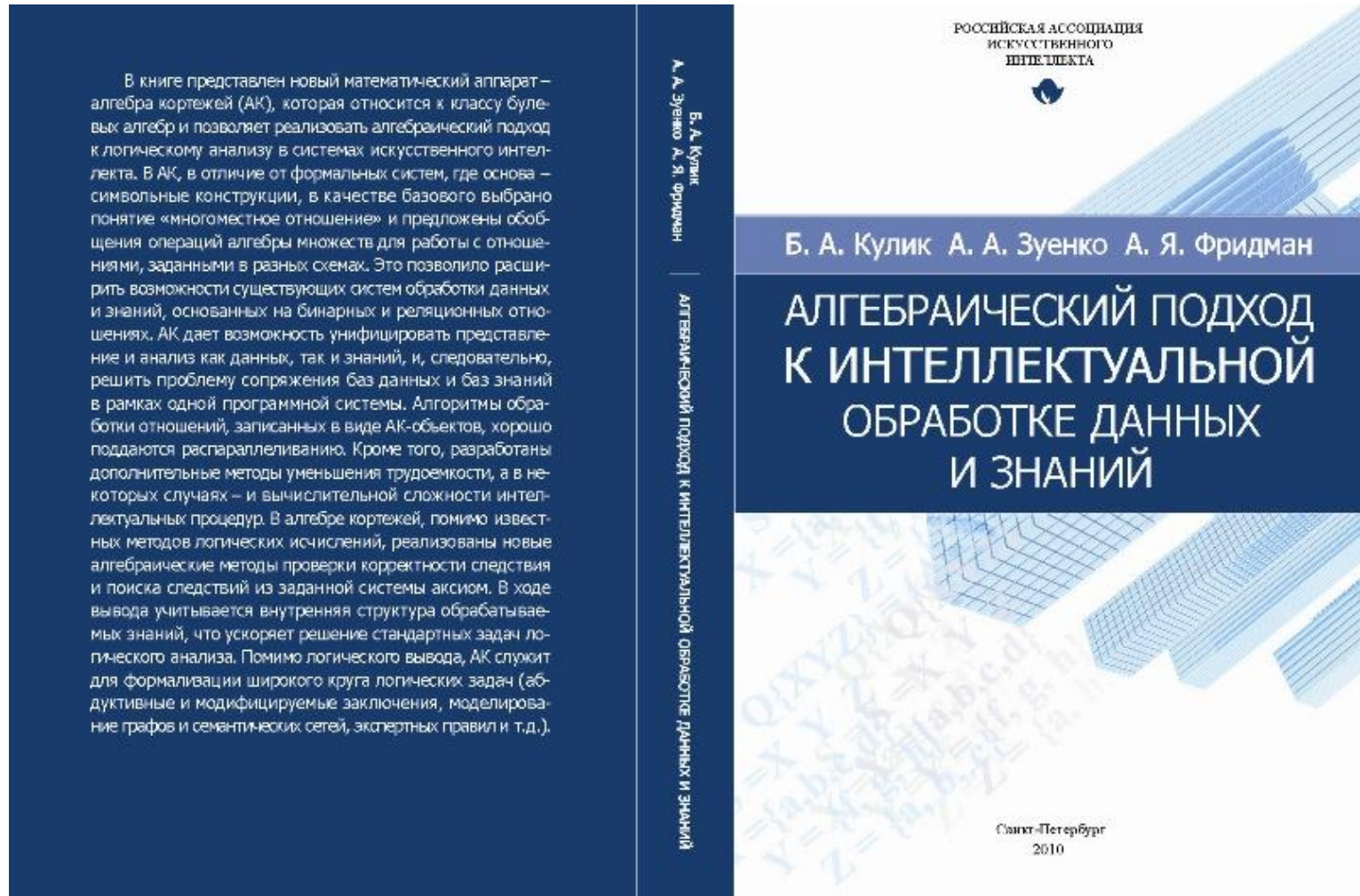
Дальнейшие направления исследований

- моделирование интеллектуальных динамических систем в рамках ситуационного подхода;
- контекстно-ориентированные системы управления базами данных и знаний;
- исследование дополнительных возможностей погружения структур АК в измеримые пространства;
- моделирование пространственно-временных рассуждений.

Список литературы

- *Кулик Б.А.* Система логического программирования на основе алгебры кортежей // Известия РАН. Техническая кибернетика. 1993. № 3. С. 226-239.
- *Кулик Б.А.* Новые классы КНФ с полиномиально распознаваемым свойством выполнимости // Автоматика и телемеханика. 1995. № 2. С. 111-124.
- *Кулик Б.А.* Представление логических систем в вероятностном пространстве на основе алгебры кортежей. 1. Основы алгебры кортежей // Автоматика и телемеханика. 1997. № 1. С. 126–136.
- *Кулик Б.А., Наумов М. В.* Представление логических систем в вероятностном пространстве на основе алгебры кортежей. 2. Измеримые логические системы // Автоматика и телемеханика. 1997. № 2. С. 169–179.
- *Фридман А.Я.* Ситуационный подход к моделированию промышленно-природных комплексов и управлению их структурой. Труды IV международной конференции "Идентификация систем и задачи управления". Москва, 25-28 января 2005 г. ИПУ РАН, 2005 г. - С.1075-1108.
- *Зуенко А.А., Фридман А.Я.* Логический вывод при семантическом анализе нерегламентированных путевых запросов. // Одиннадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2008 (28 сентября - 3 октября 2008 г., Дубна, Россия): Труды конференции. Т.1. – М.: ЛЕНАНД, 2008. – С.298-304.
- *Зуенко А.А., Фридман А.Я.* Контекстный подход в системах сопровождения открытых моделей предметной области // Искусственный интеллект и принятие решений. 2008. №3. С.41-51.
- *Зуенко А.А., Фридман А.Я.* Развитие алгебры кортежей для логического анализа баз данных с использованием двуместных предикатов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. №2. – С.95-103.
- *Зуенко А.А., Кулик Б.А., Фридман А.Я.* Анализ корректности запросов к базам данных систем концептуального моделирования средствами алгебры кортежей / Искусственный интеллект. Интеллектуальные системы (ИИ-2009) // Материалы X Международной научно-технической конференции. - Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. - С.86-88.

Новая книга



Спасибо за внимание! Вопросы?