

Лекция

Нечеткая логика

Немного теории

- Нечеткая логика основана на использовании оборотов естественного языка - «далеко», «близко», «холодно», «горячо».
- Диапазон ее применения - от бытовых приборов до управления сложными промышленными процессами.
- Многие задачи управления просто не могут быть решены классическими методами из-за очень большой сложности математических моделей.

Примеры применения нечеткой логики:

- Автоматическое управление воротами плотины на гидроэлектростанциях
- Упрощенное управление роботами
- **Наведение телекамер** при трансляции спортивных событий

- Эффективное и стабильное управление автомобильными двигателями

- Управление экономичной скоростью **автомобилей** (*Nissan, Subaru*)

- Оптимизированное планирование автобусных расписаний (*Toshiba,*)
- Системы архивации документов (*Mitsubishi Elec.*)
- Системы прогнозирования землетрясений (*Japan*)
- диагностика рака (*Kawasaki Medical School*)

- **Распознавание рукописных символов в карманных компьютерах (записных книжках)**
(Sony)
- **Однокнопочное управление стиральными машинами**
(Matsushita, Hitachi)
- **Распознавание рукописных текстов, объектов, голоса**
(CSK, Hitachi, Hosai Univ., Ricoh)

- Управление метрополитенами для повышения удобства вождения, точности остановки и экономии энергии (*Hitachi*)
- Оптимизация потребления бензина в **автомобилях**
(*NOK, Nippon Denki Tools*)
- Повышение чувствительности и эффективности **управления лифтами**
(*Fujitec, Hitachi, Toshiba*)

Термин "*нечеткая логика*"

- В узком смысле,
- *нечеткая логика* — это логическое исчисление, являющееся расширением многозначной логики.
- В широком смысле
- *нечеткая логика* равнозначна теории нечетких множеств.
- *Нечеткая логика* в узком смысле является разделом нечеткой логики в широком смысле

Родился в Баку Родился в Баку, Азербайджан как **Лотфи Алескерзаде** (или **Аскер Заде**) от русской матери и отца азербайджанца иранского происхождения; с 1932) от русской матери и отца азербайджанца иранского происхождения; с 1932 года жил в Иране) от русской матери и отца азербайджанца иранского происхождения; с 1932 года жил в Иране, учился в Тегеранском университете; с 1944 в Соединенных Штатах; работает в Калифорнийском университете (Беркли).

- **Впервые термин нечеткая логика (fuzzy logic) был введен американским профессором Лотфи Заде в 1965 году в работе “Нечеткие множества” в журнале “Информатика и управление”.**



Родился в Баку Родился в Баку, Азербайджан как **Лотфи Алескерзаде** (или **Аскер Заде**) от русской матери и отца азербайджанца иранского происхождения; с 1932) от русской матери и отца азербайджанца иранского происхождения; с 1932 года жил в Иране) от русской матери и отца азербайджанца иранского происхождения; с 1932 года жил в Иране, учился в Тегеранском университете; с 1944 в Соединенных Штатах; работает в

- **Определение Нечетким множеством** на множестве X назовем пару (X, m_A) ,
- где $m_A(x)$ – функция, каждое значение которой $m_A(x) \in [0, 1]$ – степень принадлежности точки $x \in X$ множеству.
- Функция m_A – называется **функцией принадлежности множества**.
- Для обычного четкого множества A можно положить

$$m_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & x \notin A. \end{cases}$$

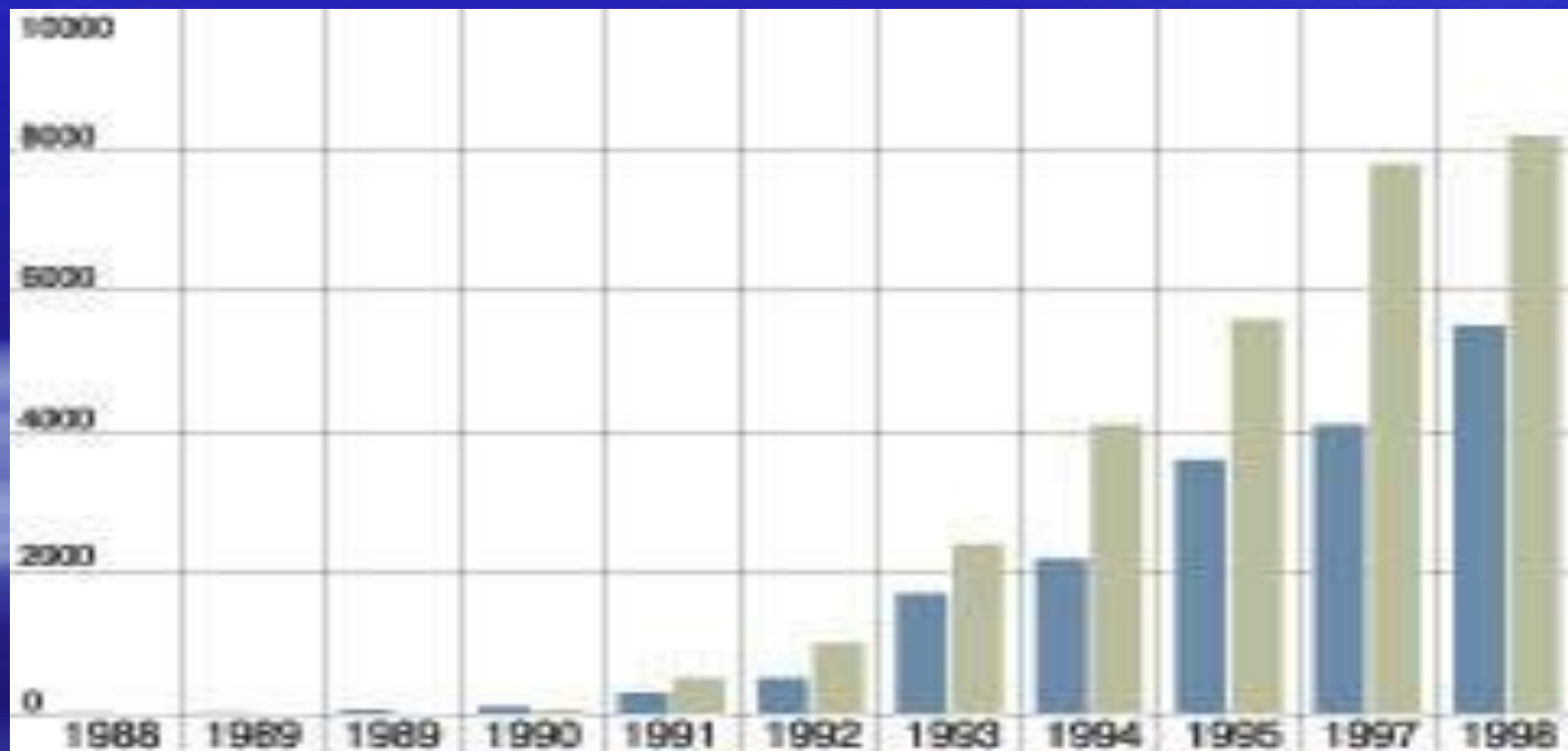
- **Определение** Нечеткое множество называется *пустым*, если $\mu_A(x) = 0$ для всех $x \in X$.
- **Пример**
- Пусть X – множество студентов,
- A – множество пожилых людей. Нечеткое множество A – пустое, $\mu_A(x) = 0$ для всех $x \in X$, так как пожилых студентов, вообще говоря, не бывает

- В феврале 1991 года была сконструирована **первая <интеллектуальная> стиральная машина**, в системе управления которой сочетались нечеткая логика.
- Автоматически определяя нечеткие входные факторы :
- объем и качество белья,
- уровень загрязненности,
- тип порошка и т.д.),

стиральная машина выбирала оптимальный режим стирки из 3800 ВОЗМОЖНЫХ.



- Бурный рост рынка нечетких систем показан



Пример

- Прогноз погоды на завтра
- температура воздуха +10 градусов С, возможен дождь.
- Это и есть проявление нечеткой логики: погода завтра может быть в данном случае как просто пасмурной, так и дождливой:
- события здесь предсказываются с некоторой долей уверенности (рангом).

Недостатки нечетких систем

- являются:
- **отсутствие стандартной методики конструирования нечетких систем;**
- **невозможность математического анализа нечетких систем существующими методами;**
- **применение нечеткого подхода по сравнению с вероятностным не приводит к повышению точности вычислений.**

Области эффективного применения современных технологий управления



БАЗОВЫЕ ПОНЯТИЯ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

- Определение $\mu_A(x)$ –

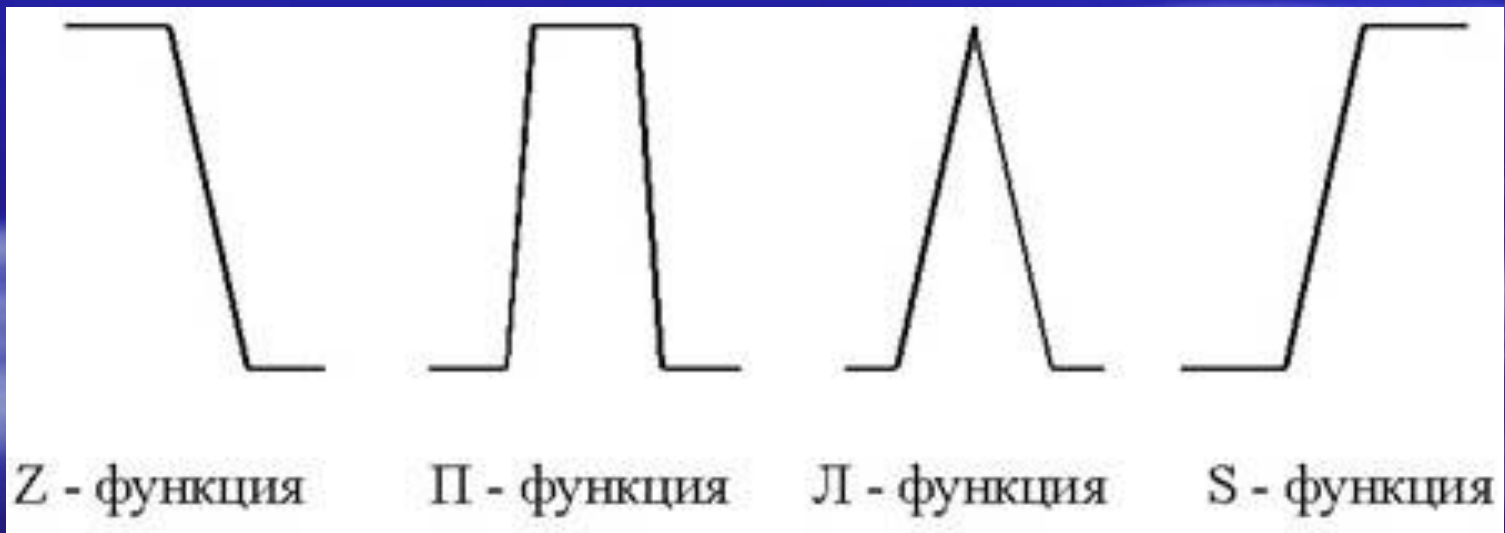
$$\mu_A(x)$$

- *характеристическая функция принадлежности* (функция принадлежности) - функция указывает степень (уровень) принадлежности элемента x подмножеству A

✓ **Замечание** Обычное множество - частный случай нечеткого множества.

- Функцию принадлежности, как и всякую функцию, можно задавать таблично или аналитически.

- Вид функции принадлежности может быть абсолютно произвольным .
- Основные виды



Основные характеристики нечетких множеств

- 1. Величина $\mu_A(x)$ называется **высотой** нечеткого множества A .
- Нечеткое множество A **нормально**, если его высота равна 1, в противном случае нечеткое множество называется **субнормальным**.
- Нечеткое множество **унимодально**, если функция принадлежности =1 только для одного элемента.
- Элементы $x \in E$, для которых $\mu_A(x) = 0,5$, называются точками **перехода множества**

📌 **Пример** нечетких множеств

📌 1) Пусть $E = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$, $M = [0, 1]$.

Нечеткое множество "Несколько" можно определить следующим образом:

$$\text{"Несколько"} = 0,5/3 + 0,8/4 + 1/5 + 1/6 + 0,8/7 + 0,5/8;$$

его характеристики: высота = 1,

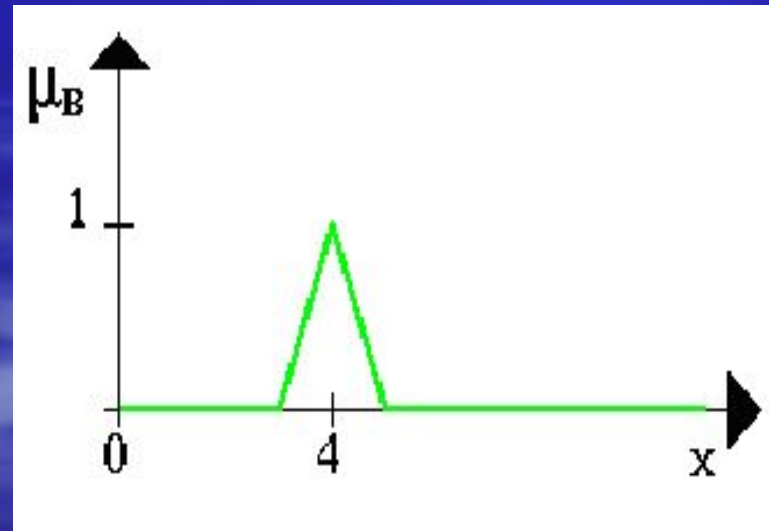
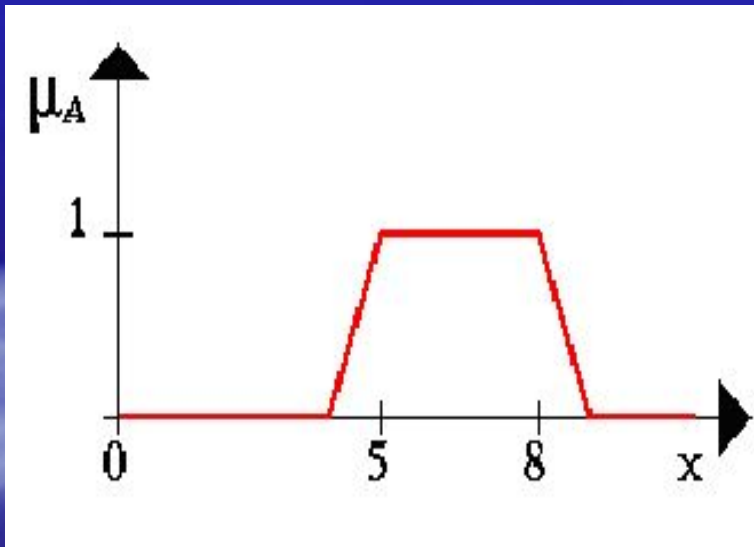
носитель - $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,

точки перехода - $\{3, 8\}$.

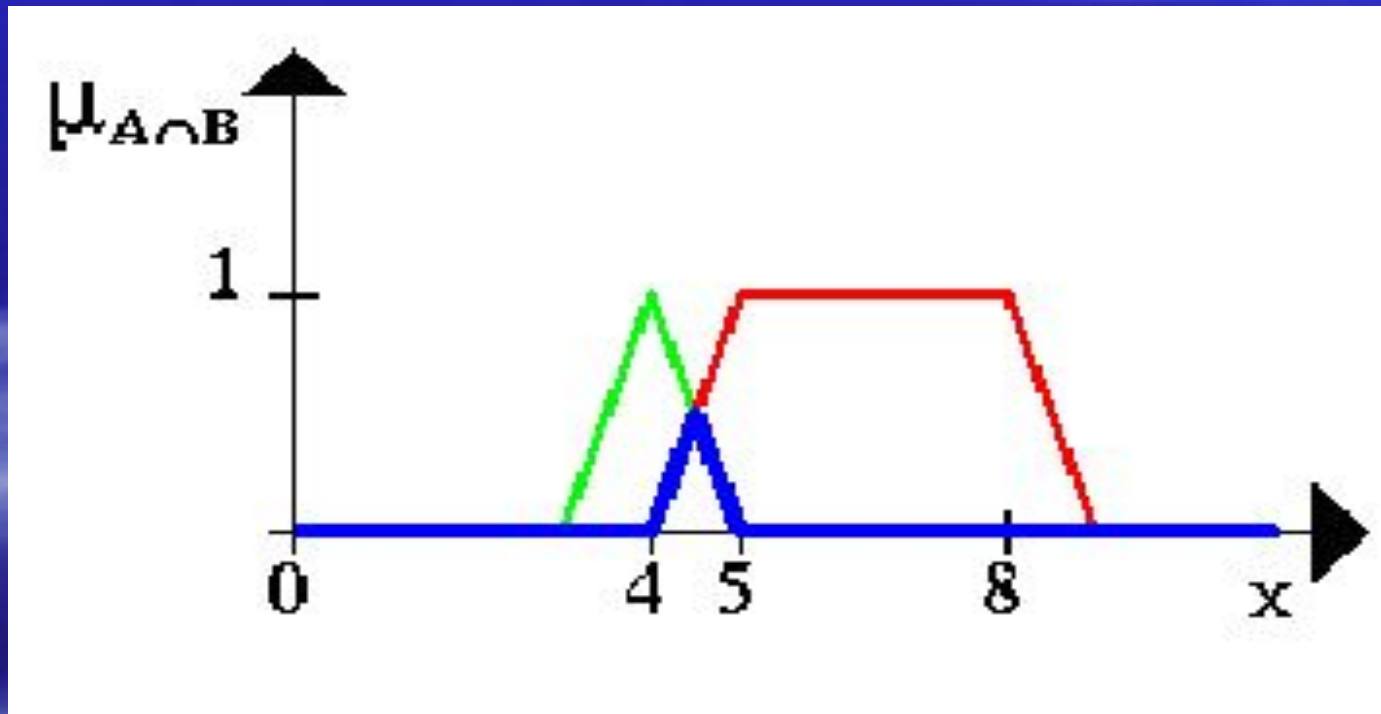
- Л. А. Задэ предложил
- **оператор минимума** для **пересечения**
оператор максимума для **объединения**
двух нечетких множеств

Пример

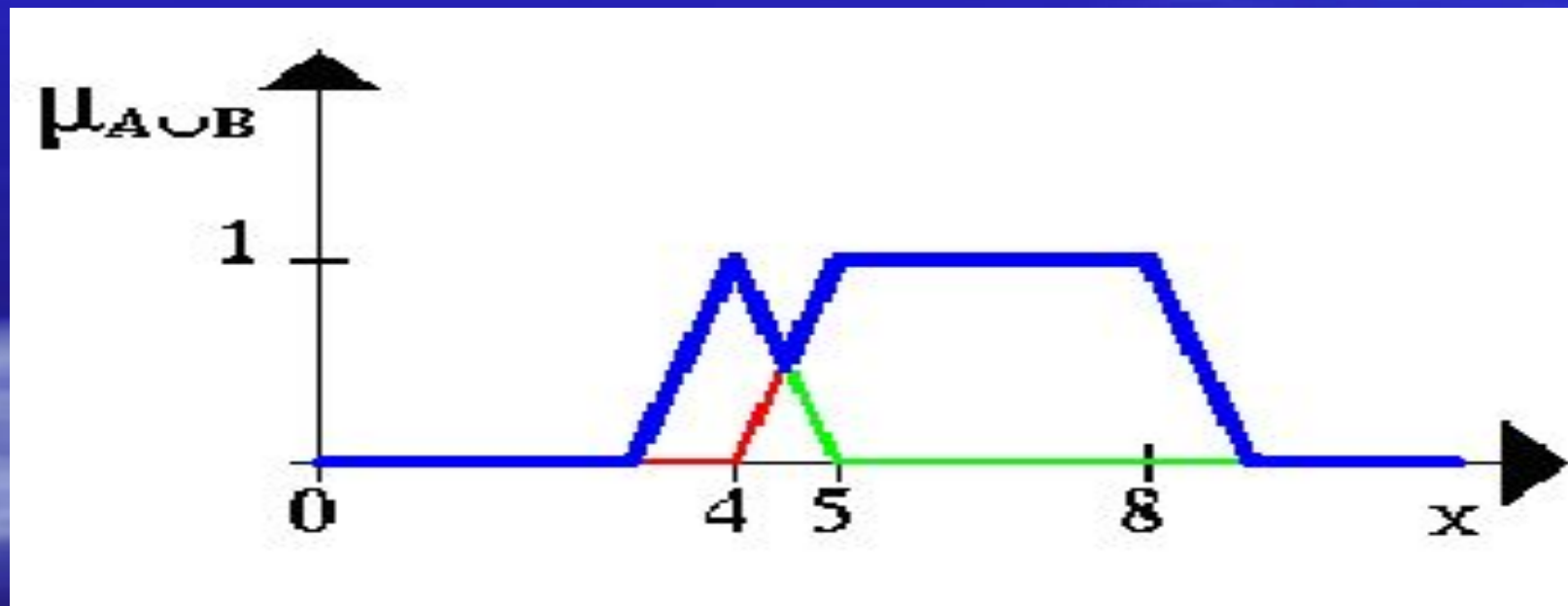
- Пусть A нечеткий интервал от 5 до 8 и B нечеткое число *около* 4



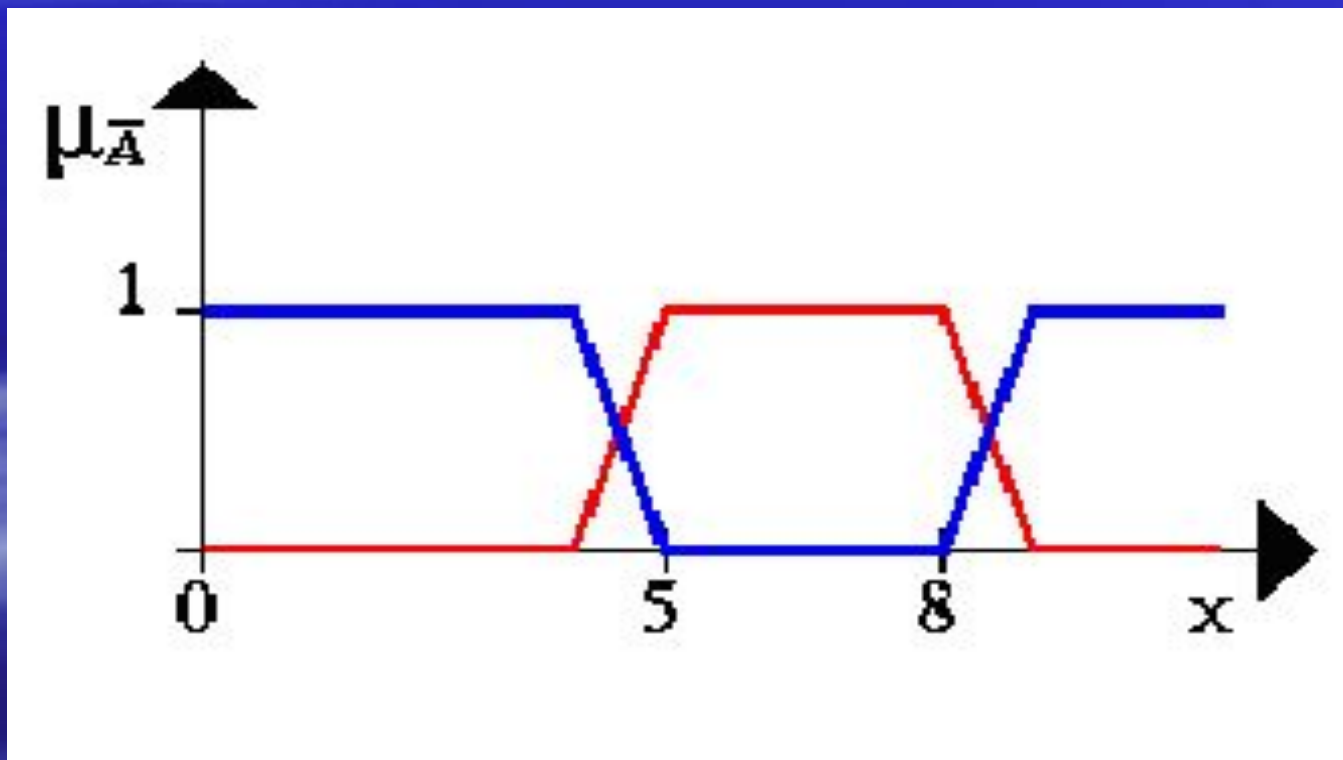
- **Пересечение** нечеткое множество между 5 и 8 **И (AND)** около 4 (синяя линия).



- **Объединение** Нечеткое множество *между 5 и 8 ИЛИ (OR) около 4*



- Отрицание Синяя линия - это **ОТРИЦАНИЕ** нечеткого множества A .



Основные операции с нечеткими множествами

1. Включение.

Говорят, что A содержится в B , если для всех " $x \in E$ " выполняется

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

Обозначение: $A \subseteq B$. Иногда используют термин **доминирование**, т. е. в случае, когда $A \subseteq B$, говорят, что B доминирует A .

3. Разность.

- 2. Равенство

Нечеткие множества A и B **равны**,

если $\forall x \in E \quad \mu_A(x) = \mu_B(x)$. Обозначение: $A = B$.

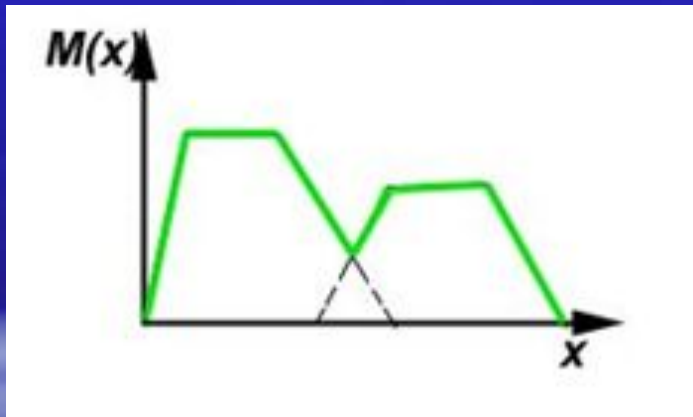
3. Разность.

$A - B = A \cap B'$ с функцией принадлежности:

$$\mu_{A - B}(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x))$$

Лингвистический смысл « или »

■ 4.объединение



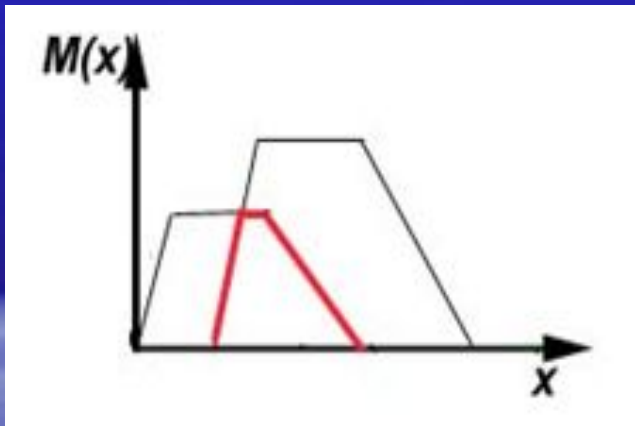
$A \cup B$ - наименьшее нечеткое подмножество, включающее как A так и B , с функцией принадлежности:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Лингвистический смысл « или »

Лингвистический смысл « и »

■ 5.пересечение

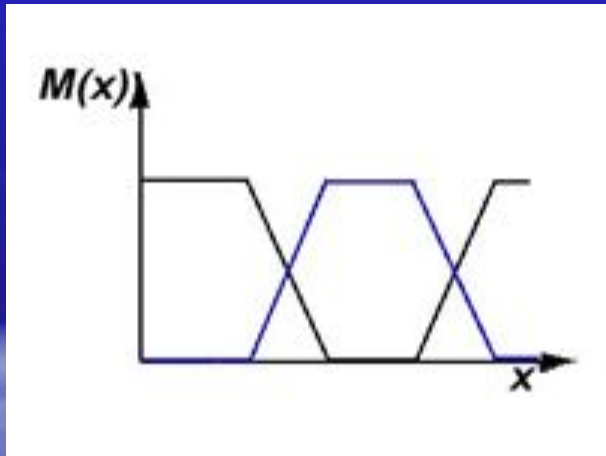


$A \cap B$ - наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в A и B :
 $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$

Лингвистический смысл « и »

Лингвистический смысл « не »

■ 6.дополнение



А и В дополняют друг друга, если \forall
 $x \in E$

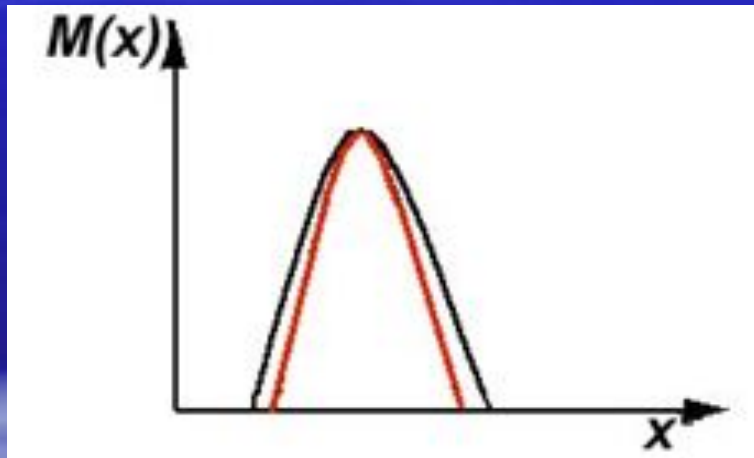
$$\mu_A(x) = 1 - \mu_B(x)$$

Дополнение соответствует
логическому отрицанию.

Лингвистический смысл « не »

Лингвистический смысл «очень»

■ 7.концентрация

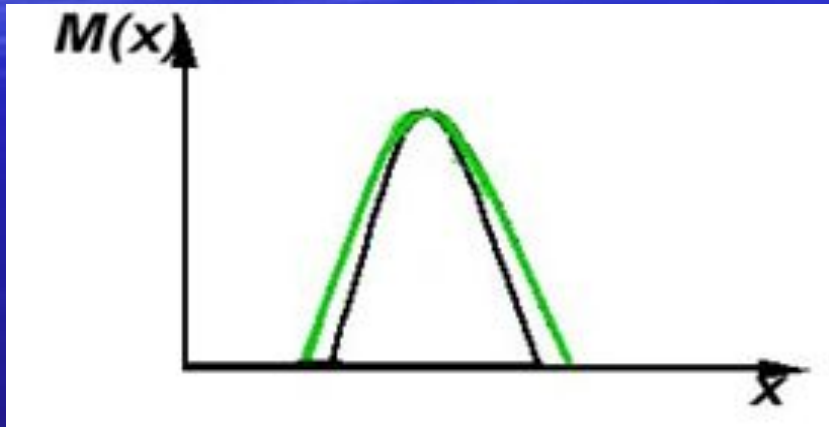


$$kon_n A = \left\{ x, \mu_A(x)^n \right\}$$

Лингвистический смысл «очень»

Лингвистический смысл
«не очень»

■ 8. Размывание (или размытие)



$$A = \{x, \mu_A(x)^{1/n}\}$$

Лингвистический смысл
«не очень»

✚ **Пример.** Пусть $A = 0,4/x_1 + 0,2/x_2 + 0/x_3 + 1/x_4$;

$B = 0,7/x_1 + 0,9/x_2 + 0,1/x_3 + 1/x_4$,

$C = 0,1/x_1 + 1/x_2 + 0,2/x_3 + 0,9/x_4$

Тогда:

1) $A \subset B$, т. е. A содержится в B ;

C несравнимо ни с A , ни с B , т.е. пары $\{A,C\}$ и $\{B,C\}$ - пары не доминируемых нечетких множеств.

2) $A \neq B \neq C$

3) $A' = 0,6/x_1 + 0,8/x_2 + 1/x_3 + 0/x_4$; $= 0,3/x_1 + 0,1/x_2 + 0,9/x_3 + 0/x_4$

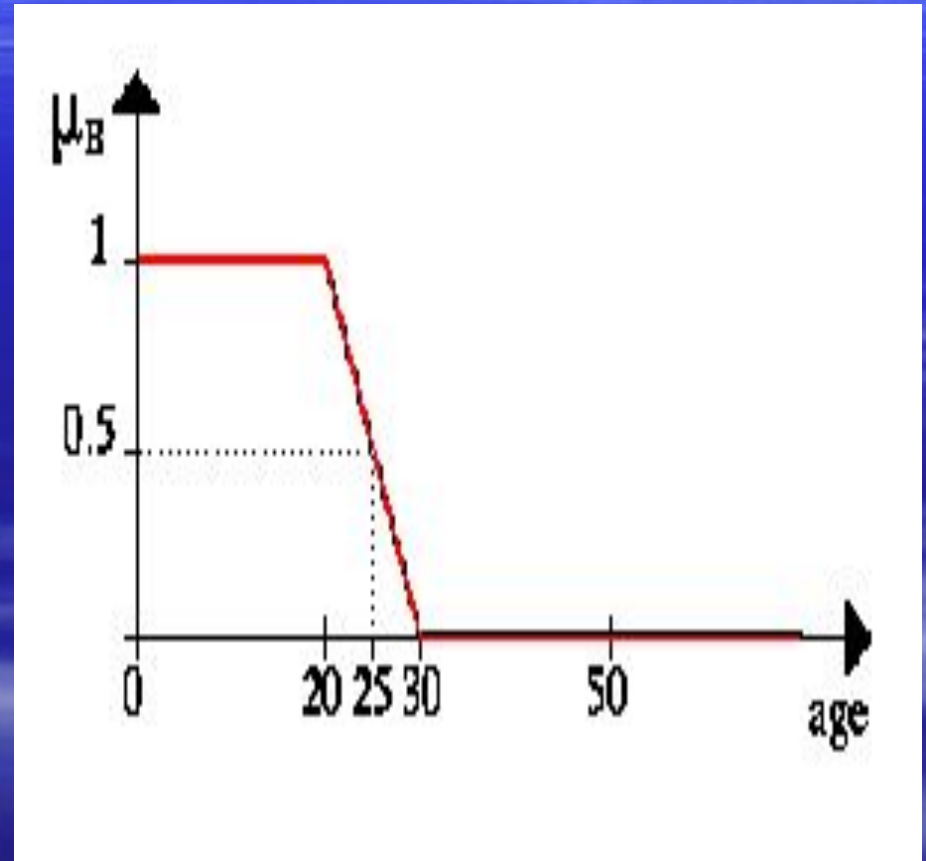
4) $A \cap B = 0,4/x_1 + 0,2/x_2 + 0/x_3 + 1/x_4$

5) $A \cup B = 0,7/x_1 + 0,9/x_2 + 0,1/x_3 + 1/x_4$

6) $A - B = 0,3/x_1 + 0,1/x_2 + 0/x_3 + 0/x_4$; $- = 0,6/x_1 + 0,8/x_2 + 0,1/x_3 + 0/x_4$

Пример Нечеткое множество для термина «молодой»

- До 16 лет нельзя однозначно утверждать, что человек молодой (рангом около 0,9).
- от 16 до 30 лет можно смело присвоить ранг 1, т.е. человек в этом возрасте молодой.
- После 30 лет человек вроде уже не молодой, но еще и не старый, здесь ранг будет принимать значения в интервале от 0 до 1.
- И чем больше возраст человека, тем меньше становится его принадлежность к молодым, т.е. ранг будет стремиться к 0.



Принципы работы систем с нечеткой логикой

□ Фаззификация:

(измерительные приборы фаззифицируются (переводятся в нечеткий формат),

□ Разработка нечетких правил

□ Дефаззификация

виде привычных сигналов подаются на исполнительные устройства.

- **Определение Фаззификация** - сопоставление множества значений x ее функции принадлежности $M(x)$, т.е. перевод значений x в нечеткий формат **Дефаззификация** - процесс, обратный фаззификации.
- **Значения функции принадлежности $M(x)$** могут быть взяты только из **априорных знаний**, интуиции (опыта), опроса экспертов.

Понятие лингвистической переменной

- **Определение** Лингвистическая переменная - переменная, значениями которой являются не числа, а слова естественного языка, называемые **термами**.
- Для большинства приложений достаточно **3-7 термов** на каждую переменную.
(минимальное , максимальное, среднее)
- **Максимальное количество термов- не ограничено** и зависит целиком от приложения

Определение числа термов

- исходите из стоящей перед вами задачи и необходимой точности описания, помните, что для большинства приложений **вполне достаточно трех термов** в переменной;
- нечеткие правила функционирования системы должны быть понятны.

Лингвистическая переменная

- - определяете необходимое число термов и каждому из них ставите в соответствие некоторое значение описываемой физической величины .
- Для этого значения степень принадлежности физической величины к терму будет равна единице, а для всех остальных значений - в зависимости от выбранной функции принадлежности

Пример

- 1. Лингвистическая переменная **ВОЗРАСТ**
- для нее термины **ЮНОШЕСКИЙ**, **СРЕДНИЙ** и **ПРЕКЛОННЫЙ**.
- 2. Лингвистической переменной **ДИСТАНЦИЯ** являются термины **ДАЛЕКО**, **БЛИЗКО**

- Нечеткие системы основаны на правилах продукционного типа,

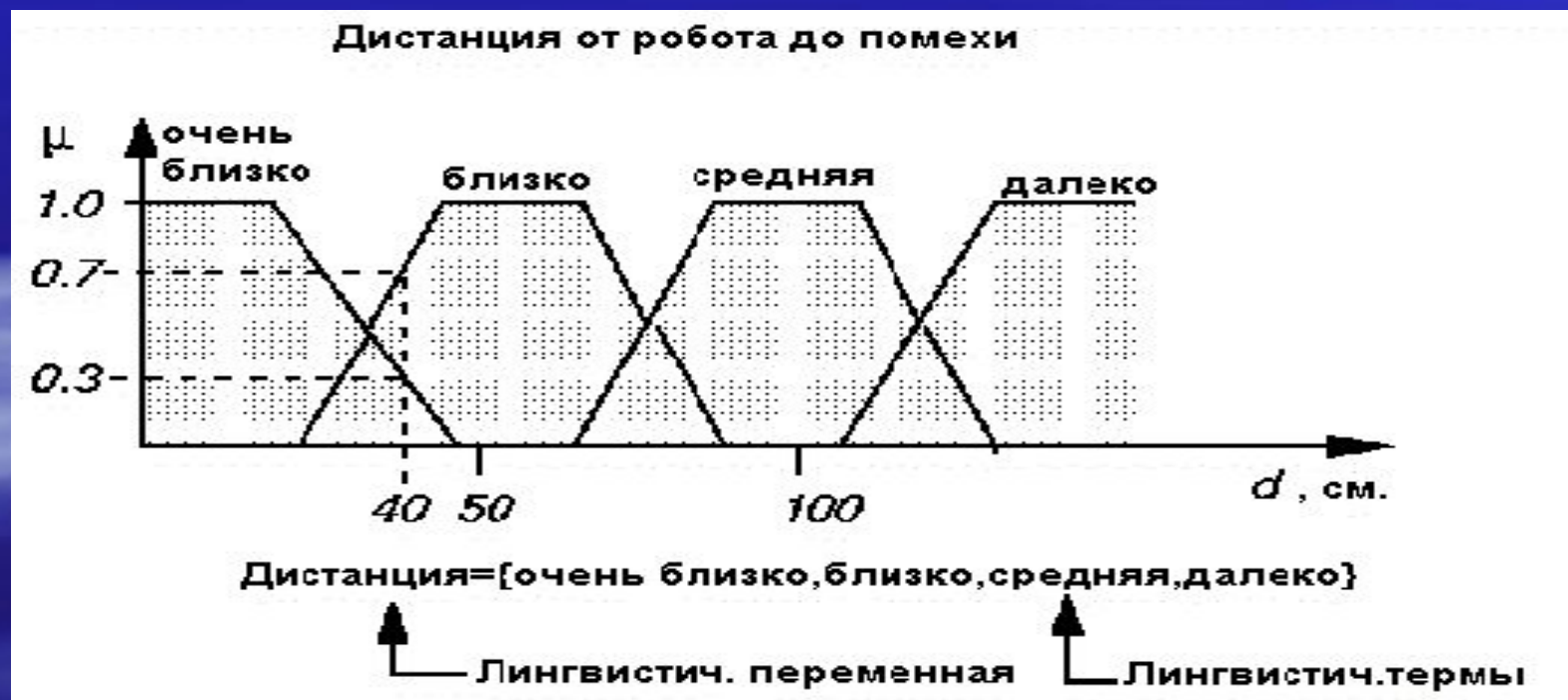
в качестве посылки и заключения в правиле используются лингвистические переменные.

Правило продукций

- состоит из посылок и заключения.
- Возможно наличие нескольких посылок в правиле,
- они объединяются посредством логических связок И, ИЛИ.
- Продукционное правило записывается в виде:
- «ЕСЛИ (посылка) (связка) (посылка)... (посылка) ТО (заключение)».

Пример

- Можно задать степень принадлежности к терму ОЧЕНЬ БЛИЗКО равную 0.7, а к терму БЛИЗКО – 0.3



Алгоритм по формализации задачи в терминах нечеткой логики.

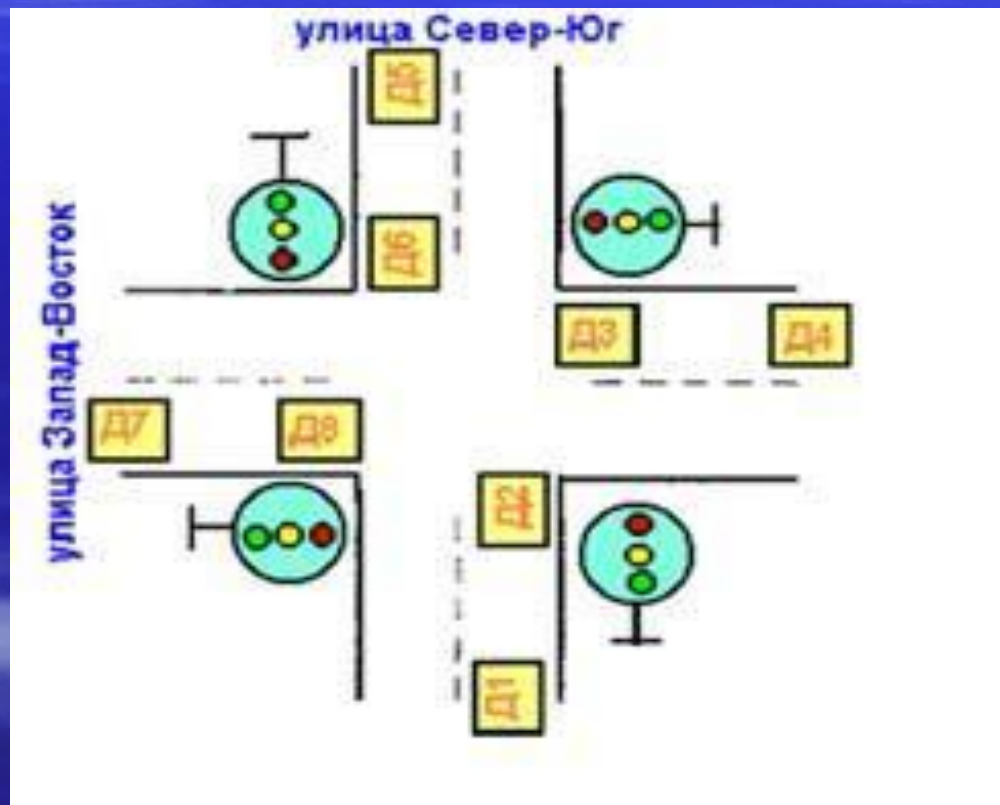
- **Шаг 1.** Для каждого термина взятой лингвистической переменной найти числовое значение или диапазон значений, наилучшим образом характеризующих данный терм.
- **Шаг 2.** После определения значений с единичной принадлежностью необходимо определить значение параметра с принадлежностью «0» к данному терму.
- **Шаг 3.** Для определения промежуточных значений выбираются П- или Л-функции из числа стандартных функций принадлежности.
- Для значений, соответствующих экстремальным значениям параметра, выбираются S- или Z-функции принадлежности.

Моделирование работы светофора с нечеткой логикой

■ ПОСТАНОВКА:

- В обычном светофоре время работы зеленого и красного света, а также время цикла фиксированы. Это создает некоторые трудности в движении машин, особенно, при изменении их потоков в часы пик, что довольно часто приводит к появлению автомобильных пробок

- В нечетком светофоре время цикла остается постоянным, однако, время его работы в режиме зеленого света должно меняться в зависимости от количества подъезжающих к перекрестку машин.



- Светофор использует разности показаний четырех пар датчиков:
(Д1-Д2), (Д3-Д4), (Д5-Д6) и (Д7-Д8).
- если для улицы СЮ горит зеленый свет, машины проезжают перекресток и показания двух пар датчиков равны:
 $D1=D2, D5=D6,$
- а, следовательно, их разность равна нулю.

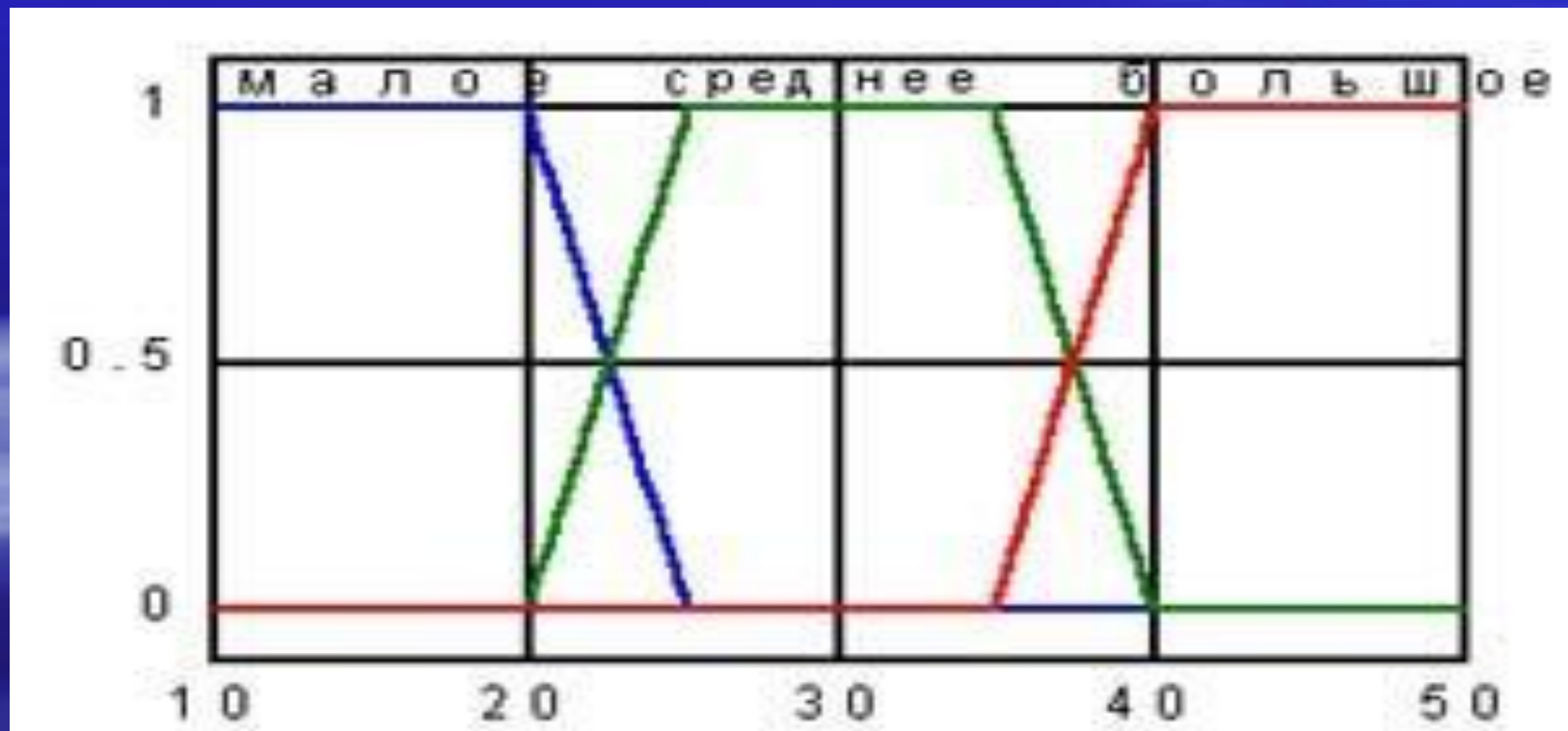
- В это же время на улице 3В перед светофором останавливаются машины, которые успели проехать только Д4 и Д7.
- Суммарное количество автомобилей на этой улице :

$$(Д4-Д3)+(Д7-Д8)=(Д4-0)+(Д7-0)=Д4+Д7$$

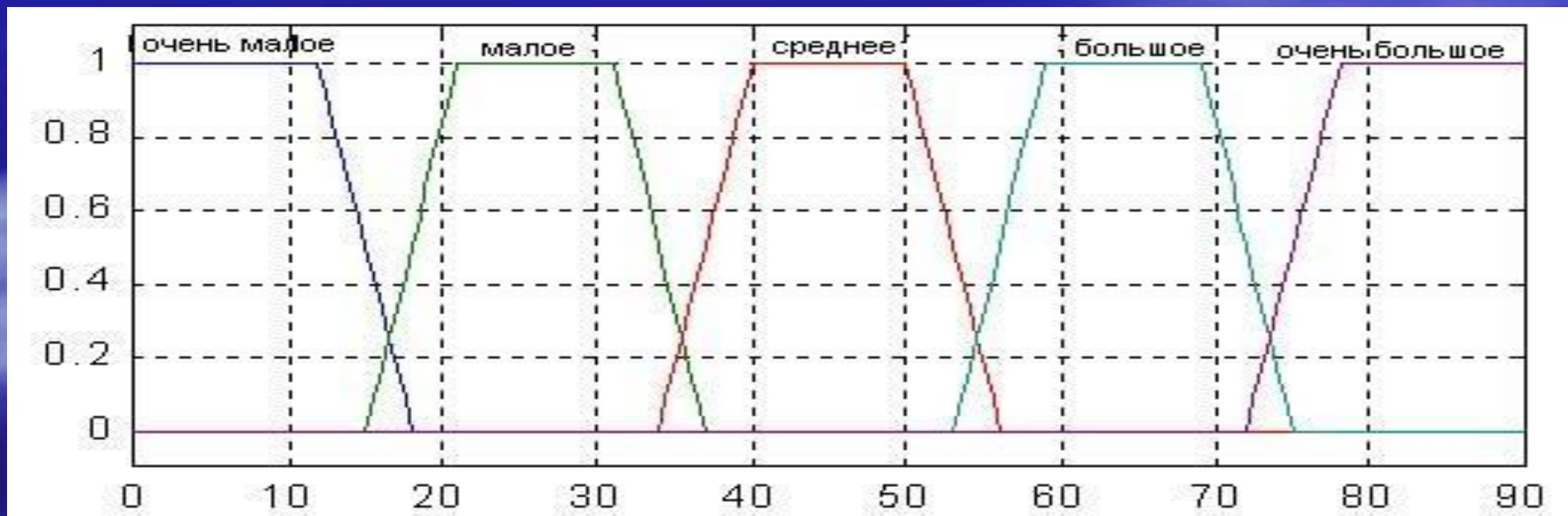
- **Показатель эффективности - число машин, не проехавших перекресток за один цикл светофора.**
- **для каждой переменной надо задать лингвистические термы, соответствующие некоторым диапазонам четких значений.**

- Для переменной **время зеленого света** предлагается три терма:
 - *малое (10-25сек.);*
 - *среднее(20-40сек.);*
 - *большое(35-50сек.).*

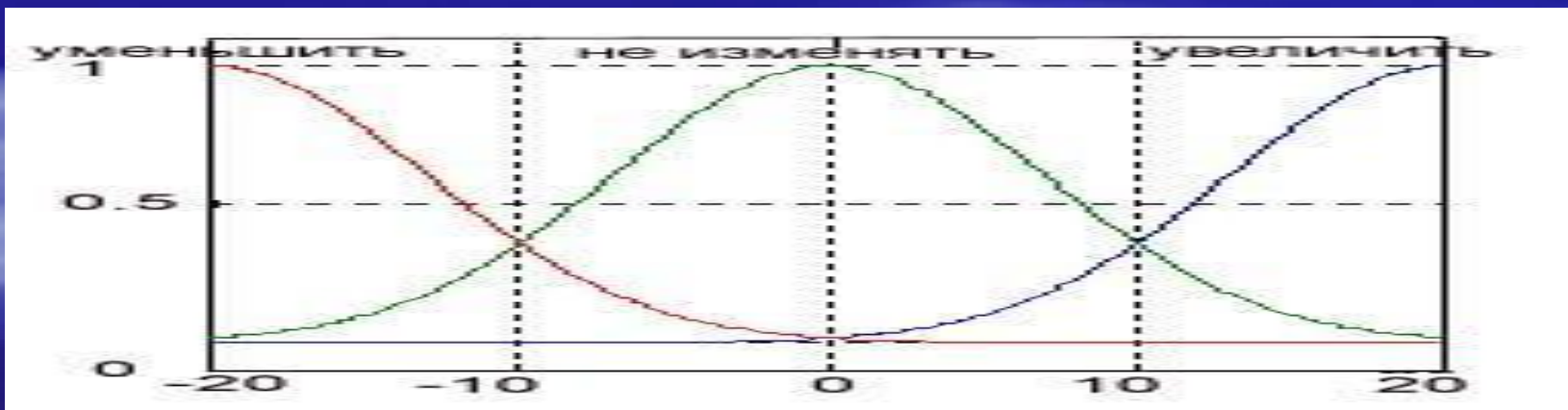
- **Функция принадлежности первой входной переменной**



- термы для двух оставшихся переменных :
- *очень малое (0-18);*
- *малое (16-36);*
- *среднее (34-56);*
- *большое (54-76);*
- *очень большое (72-90).*



- В качестве выходного параметра – время зеленого светофора.
- Термы:
 - *уменьшить (-20-0сек.);*
 - *не изменять (-15-15сек.);*
 - *увеличить (0-20сек.).*

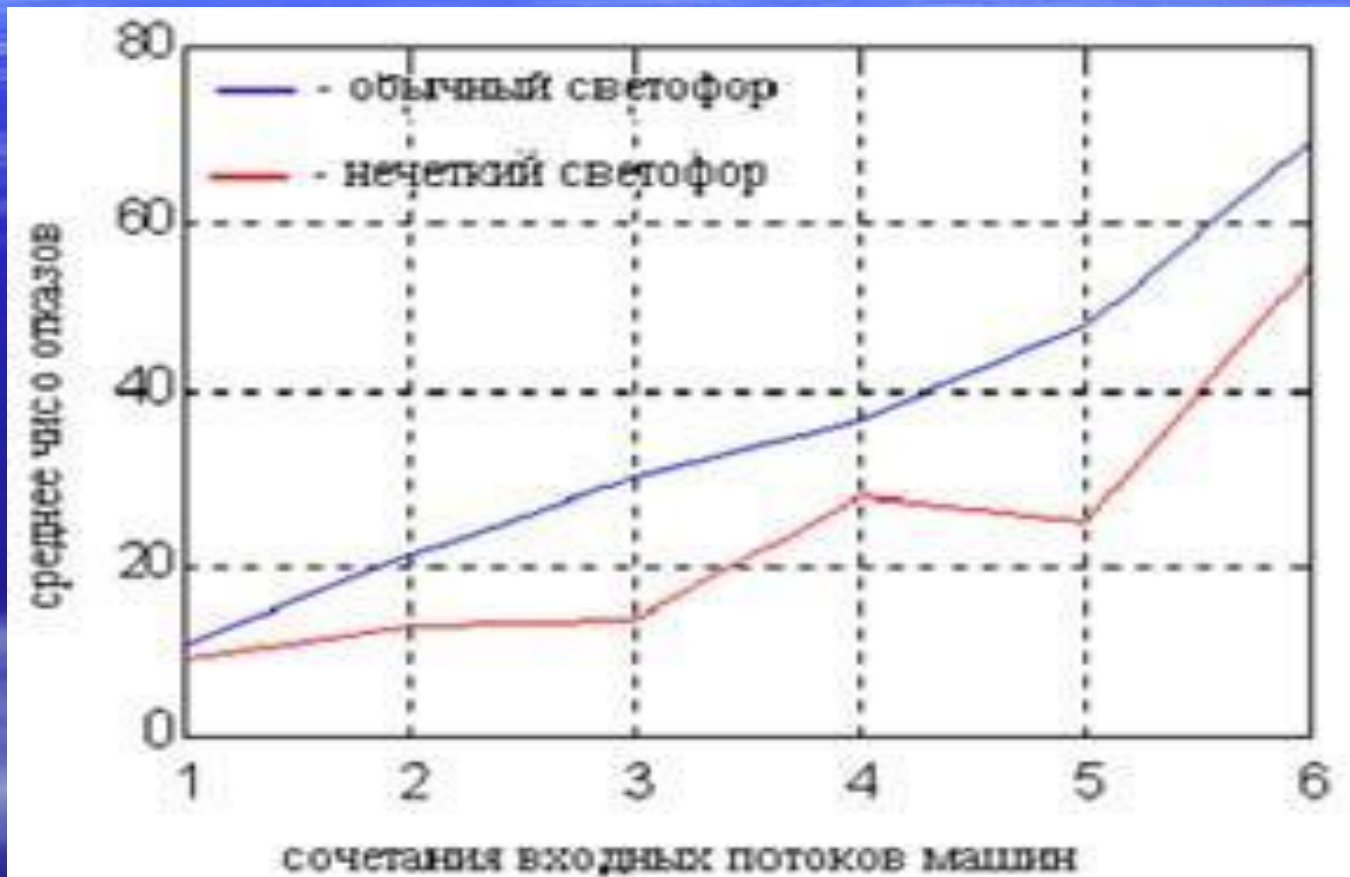


- Таблица правил на основе условных высказываний формирует выходное значение :
- Если (число машин на улице $СЮ$ =малое)&
- (число машин на улице $ЗВ$ =большое)&
- (время зеленого света на улице $СЮ$ =большое),
- то (время зеленого света=уменьшить).

Результаты моделирования работы светофора с нечеткой логикой

- На светофор с датчиков **поступает информация** о количестве автомобилей на двух улицах.
- Эти **данные переводятся в нечеткий формат** согласно заданным функциям принадлежности.
- происходит их обработка, **значение изменения времени зеленого света дефаззифицируется** (т.е. переводится обратно в четкий формат) и поступает в виде управляющего сигнала на светофор.
- В соответствии с этим сигналом **время зеленого света светофора в следующем цикле будет другим.**

Результат работы



- В это же время на улице 3В перед светофором останавливаются машины, которые успели проехать только Д4 и Д7. В результате можно рассчитать суммарное количество автомобилей на этой улице следующим образом:
- $(Д4-Д3)+(Д7-Д8)=(Д4-0)+(Д7-0)=Д4+Д7$

Приложения нечеткой логики

- **Использование нечеткого управления рекомендуется...**
- для очень сложных процессов, когда не существует простой математической модели
- для нелинейных процессов высоких порядков
- если должна производиться обработка (лингвистически сформулированных) экспертных знаний