

06.12.2007г.

Алгебра логики

Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Пример:

“6 — четное число” - это истинное высказывание.
“Рим — столица Франции” - ложное высказывание.

“площадь поверхности Индийского океана равна 75 млн. кв. км.”

Ложное - т.к. неточное и не постоянное.

Истинное - т.к. приближенное на практике.

Упражнение:

1. Установите, какие из следующих предложений являются логическими высказываниями, а какие — нет (объясните почему):

а) "Солнце есть спутник Земли";

б) " $2+3*4$ ";

в) "сегодня отличная погода";

г) "в романе Л.Н. Толстого "Война и мир" 3 432 536 слов".

2. Приведите примеры истинных и ложных высказываний:

а) из арифметики;

б) из информатики.

“не”, “и”, “или” - логические связки

“Петров - врач”, “Петров - шахматист”

“Петров - врач **и** шахматист”

т.е. “Петров - врач, хорошо играющий в шахматы”.

“Петров - врач **или** шахматист”

т.е. “Петров или врач, или шахматист, или и врач и шахматист одновременно”.

Алгебра логики — это математический аппарат, с помощью которого записывают, вычисляют, упрощают и преобразовывают логические высказывания.

Логическая переменная в алгебре логики - это логическое высказывание, которое может принимать одно из двух возможных значений, логическую "1" (TRUE) и логический "0" (FALSE) (обозначают: A, B, C, D, \dots)

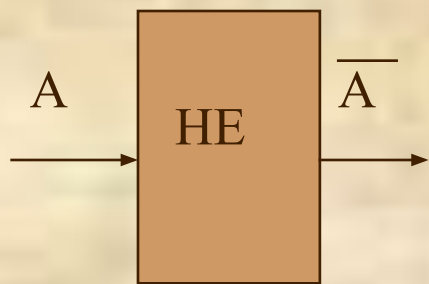
Логическая функция - это функция логических переменных, которая может принимать только два значения : 0 или 1.

Значения логических функций записываются в виде

таблицы истинности логической формулы, которая выражает соответствие между всевозможными наборами значений переменных ($=2^n$, где n - число переменных) и значениями формулы.

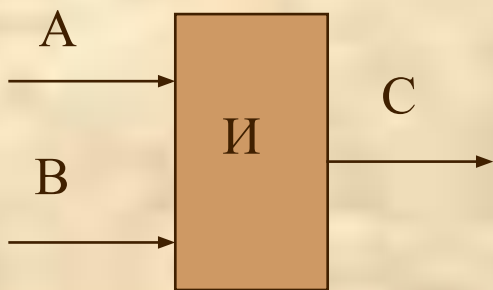
Логические операции:

1. Операция, выражаемая словом "не", называется **отрицанием**.



| $A(\text{ВХОД})$ | $\bar{A}(\text{ВЫХ})$ |
|------------------|-----------------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

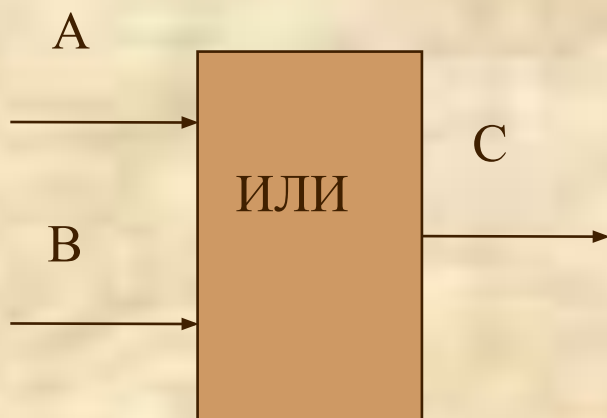
2. Операция, выражаемая связкой "и", называется **конъюнкцией** (соединение) или логическим умножением.



| $A(\text{ВХОД})$ | $B(\text{ВХОД})$ | $C=A \wedge B(\text{ВЫХ})$ |
|------------------|------------------|----------------------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

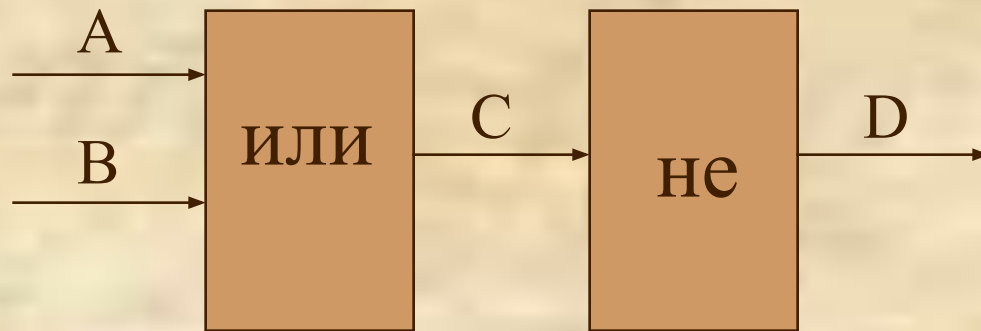
Логические операции:

3. Операция, выражаемая связкой "или", называется **дизъюнкцией** (разделение) или логическим сложением.



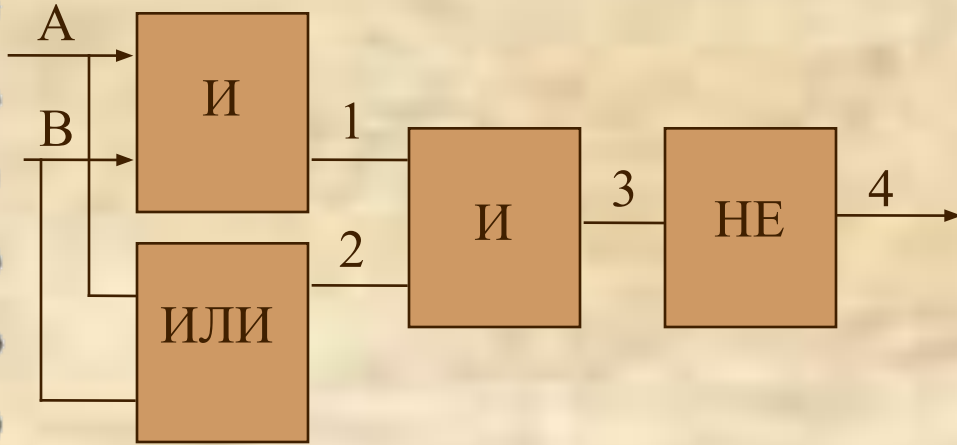
| A(ВХОД) | B(ВХОД) | C=A∨B(ВЫХ) |
|---------|---------|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Пример №1



| A | B | $C=A \vee B$ | $D=\overline{(A \vee B)}$ |
|----------|----------|--------------------------------|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Пример №2



| A | B | | | | |
|----------|----------|--|--|--|--|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Пример №3

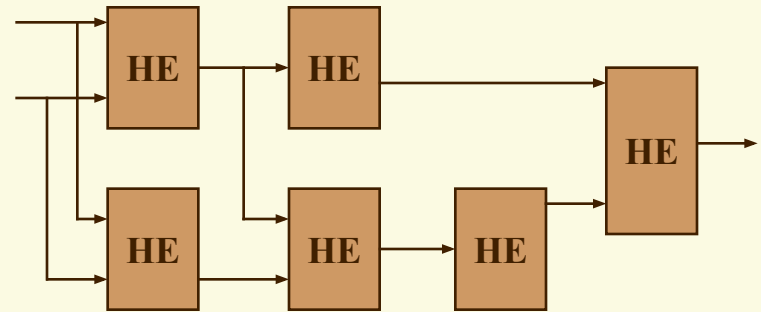
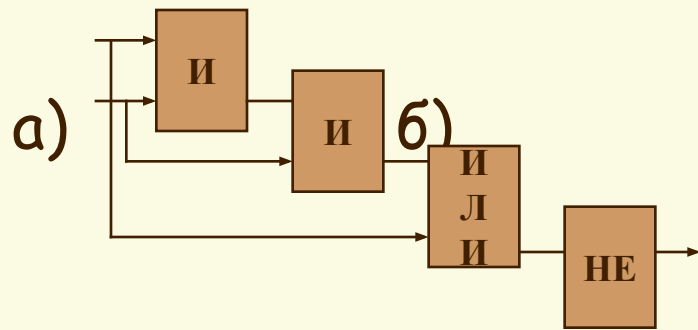
Постройте таблицу истинности для логических формул:

$$F = A \wedge (B \vee \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B)$$

| A | B | C | \bar{C} | $B \vee \bar{C}$ | $A \wedge (B \vee \bar{C})$ | \bar{A} | $\bar{A} \wedge B$ | $\overline{(\bar{A} \wedge B)}$ | F |
|---|---|---|-----------|------------------|-----------------------------|-----------|--------------------|---------------------------------|---|
| 0 | 0 | 0 | | | | | | | |
| 0 | 0 | 1 | | | | | | | |
| 0 | 1 | 0 | | | | | | | |
| 1 | 0 | 0 | | | | | | | |
| 0 | 1 | 1 | | | | | | | |
| 1 | 0 | 1 | | | | | | | |
| 1 | 1 | 0 | | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 | | | | | | | |

Домашнее задание: Лекция.

Пример №1



Пример №2

Постройте таблицу истинности для логических формул:

а) $F = (\bar{A} \wedge B) \vee (A \vee C)$

б) $F = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge C)$