



Стратегическое взаимодействие фирм, действующих по Курно, и ценополучателей

Филатов А.Ю.

Иркутский государственный университет,
Институт систем энергетики им.Л.А.Мелентьева

<http://math.isu.ru/filatov>,
<http://polnolunie.baikal.ru/me>,
http://fial_.livejournal.com,
alexander.filatov@gmail.com



Олигополия

Олигополия:

1. Небольшое количество фирм (максимальное число которых зависит от информационной открытости рынка).
2. Однородный либо дифференцированный продукт.
3. Наличие барьеров входа.
4. Стратегическое взаимодействие между производителями.

Стратегии поведения:

1. «Курно» – оптимальный объем в зависимости от поставок конкурентов.
2. «Ценополучатель» – оптимальный объем в зависимости от сложившейся на рынке цены, из условия $p = MC$.

Причины использования стратегии «ценополучатель»:

- 1) Фирме неизвестны отраслевой спрос и функции издержек конкурентов;
- 2) Фирма не задумывается о своем влиянии на параметры равновесия.

«Недальновидное» поведение «ценополучателей» заведомо приводит к сокращению прибылей, если происходит в одностороннем порядке. Однако стратегические конкуренты подстраиваются...



Формализация модели

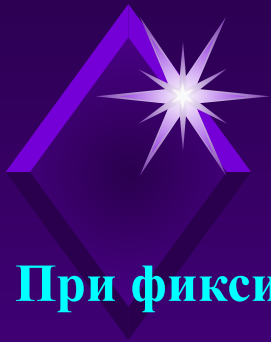
1. Линейный спрос $p = a - bQ$.
2. n одинаковых фирм с издержками $TC(q) = dq^2 + cq + f$.
3. k стратегических фирм, действующих по Курно и m ценополучателей.

Ценополучатели:

$$\pi_m = pq_m - dq_m^2 - cq_m - f \rightarrow \max_{q_m}, \quad p - 2dq_m - c = 0, \quad a - bmq_m - bkq_k - c - 2dq_m = 0,$$
$$q_m = \frac{a - bkq_k - c}{mb + 2d}.$$

Стратегические фирмы:

$$\pi_i = pq_i - dq_i^2 - cq_i - f = (a - b(q_i + (k-1)q_k + mq_m))q_i - dq_i^2 - cq_i - f \rightarrow \max_{q_i},$$
$$a - 2bq_k - (k-1)bq_k - mbq_m - 2dq_k - c = 0,$$
$$q_k = \frac{a - c - mbq_m}{(k+1)b + 2d}.$$



Равновесие и его свойства:

При фиксированном числе фирм $n = m + k$

$$q_k = \frac{a - c}{(n+1)b + 2d + mb^2/2d}, \quad q_m = \frac{(a - c)(1 + b/2d)}{(n+1)b + 2d + mb^2/2d} = q_k \left(1 + \frac{b}{2d}\right).$$

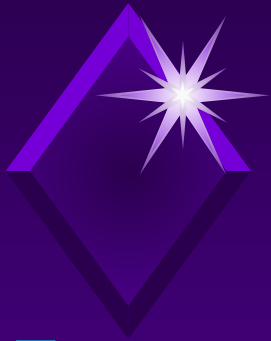
$$Q = \frac{a - c}{b} \left(1 - \frac{b + 2d}{(n+1)b + 2d + mb^2/2d}\right)$$

Свойство 1.

Оптимальные объемы поставок ценополучателей превышают объемы поставок фирм, действующих по Курно в фиксированное число раз, не зависящее от числа тех и других фирм, и определяющееся только параметрами функций спроса и издержек, а именно, соотношением коэффициентов b и d .

Свойство 2.

При фиксированном количестве фирм на рынке переход части из них в ценополучатели сокращает поставки каждой из них, увеличивает суммарные поставки продукции и роняет цены.



Сравнение ценополучателя и лидера по Штакельбергу

Последователи:

$$\pi_i = pq_i - dq_i^2 - cq_i - f = (a - bq_0 - bq_i - (k-1)bq_k)q_i - dq_i^2 - cq_i - f \rightarrow \max_{q_i}, q_k = \frac{a - c - bq_0}{(k+1)b + 2d}.$$

Единственный лидер:

$$\pi_0 = pq_0 - dq_0^2 - cq_0 - f = \left(a - bq_0 - kb \frac{a - c - bq_0}{(k+1)b + 2d} \right) q_0 - dq_0^2 - cq_0 - f \rightarrow \max_{q_0}, q_0 = \frac{(a - c)(1 + b/2d)}{(k+3)b + 2d + b^2/d}.$$

Ценополучатель:

$$q_m(2; k) = \frac{(a - c)(1 + b/2d)}{(k+3)b + 2d + b^2/d} = q_0(1; k), \quad q_m(1; k) > q_m(2; k) = q_0(1; k).$$

Свойство 3.

При наличии на рынке единственного ценополучателя его объем поставок всегда превышает оптимальный для лидера по Штакельбергу. В то же время прибыли могут как превышать исходные прибыли Курно-конкурентов, так и быть меньше их (в последнем случае становится ценополучателем невыгодно).



Выгодно ли быть ценополучателем?

Прибыли стратегических фирм и ценополучателей:

$$\pi_k = \frac{(a-c)^2(b+d)}{\left((n+1)b+2d+mb^2/2d\right)^2} - f, \quad \pi_m = \frac{(a-c)^2(b+d+b^2/4d)}{\left((n+1)b+2d+mb^2/2d\right)^2} - f.$$

Базовый вариант:

$$q_k(0;n) = \frac{a-c}{(n+1)b+2d}, \quad \pi_k(0;n) = \frac{(a-c)^2(b+d)}{\left((n+1)b+2d\right)^2} - f.$$

Разность прибылей:

$$\pi_m(m;k) - \pi_k(0;m+k) = \left(\frac{(a-c)^2(b+d+b^2/4d)}{\left((n+1)b+2d+mb^2/2d\right)^2} - f \right) - \left(\frac{(a-c)^2(b+d)}{\left((n+1)b+2d\right)^2} - f \right).$$

$$\pi_m(m;k) - \pi_k(0;m+k) = (a-c)^2 \left(\frac{(x+b^2/4d)}{\left(y+mb^2/2d\right)^2} - \frac{x}{y^2} \right), \quad x = b+d, \quad y = (n+1)b+2d.$$

Свойство 4.

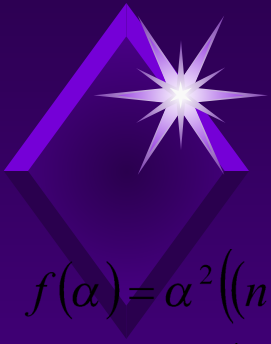
На выгодность или невыгодность перехода фирм в число ценополучателей не влияют коэффициенты a , c , f , однако влияет соотношение коэффициентов b и d , число фирм на рынке n и число ценополучателей m .

Выгодно ли быть ценополучателем?

$$\begin{aligned}
 \pi_m(m; k) - \pi_k(0; m+k) &= \\
 &= C_1 \left(xy^2 + \frac{b^2 y^2}{4d} - xy^2 - \frac{mb^2 xy}{d} - \frac{m^2 b^4 x}{4d^2} \right) = \frac{C_1}{4d^2} (b^2 dy^2 - 4mb^2 dxy - m^2 b^4 x) = \\
 &= \frac{C_1}{4d^2} (b^2 dy^2 - 4mb^2 dxy - m^2 b^4 x = b^2 d((n+1)b + 2d)^2 - 4mb^2 d(b+d)((n+1)b + 2d) - m^2 b^4 (b+d)) = \\
 &= \frac{C_1}{4d^2} \left(\underset{<0}{b^2 d^3 (4-8m)} + \underset{<0}{b^3 d^2 (4(n+1) - 4m(n+1) - 8m)} + b^4 d \left(\underset{<0, >0}{(n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1)} \right) - \underset{<0}{m^2 b^5} \right).
 \end{aligned}$$

Предположение $b = 2ad$:

$$\begin{aligned}
 \pi_m(m; k) - \pi_k(0; m+k) &= \\
 &= C_2 (4\alpha^2 (4-8m) + 8\alpha^3 (4(n+1) - 4m(n+1) - 8m) + 16\alpha^4 ((n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1)) - 32\alpha^5 m^2) = \\
 &= \frac{C_2}{16\alpha^2} (\alpha^2 ((n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1)) - 2\alpha^3 m^2 - 2\alpha (2m + m(n+1) - (n+1)) - (2m-1)) = \\
 &= \frac{C_2}{16\alpha^2} f(\alpha).
 \end{aligned}$$



Исследование функции $f(\alpha)$

$$f(\alpha) = \alpha^2 \left((n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1) \right) - 2\alpha^3 m^2 - 2\alpha (2m + m(n+1) - (n+1)) - (2m-1).$$

$$f'(\alpha) = 2\alpha \left((n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1) \right) - 6\alpha^2 m^2 - 2(2m + m(n+1) - (n+1)).$$

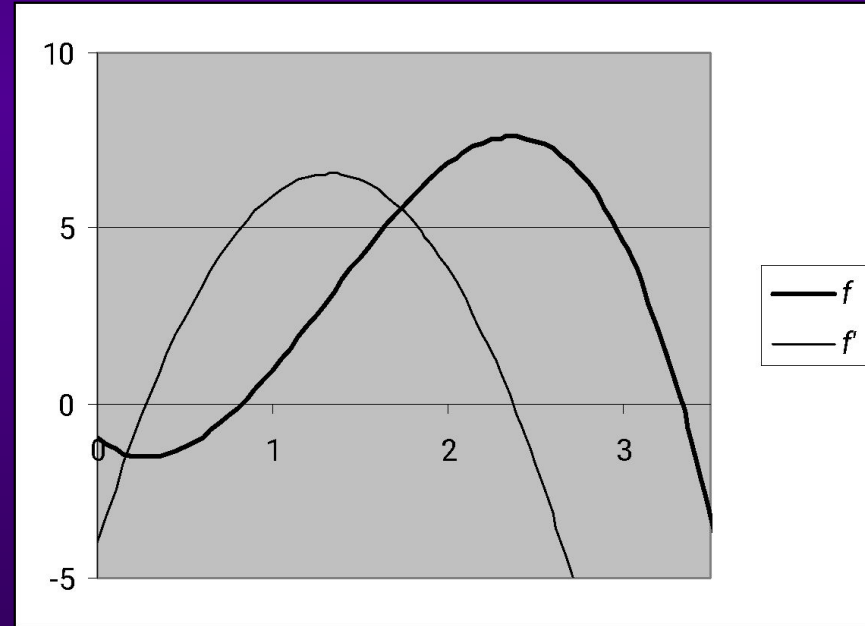
Вершина параболы: $\alpha_0 = \frac{(n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1)}{6m^2}$.

$$f'(0) = -2(2m + (m-1)(n+1)) < 0, \quad f(0) = -(2m-1) < 0.$$

$$(n+1)^2 - m^2 - 4m(n+1) < 0 \Rightarrow$$

ценополучателем становится невыгодно ни при каком соотношении параметров!

При слабо положительных значениях α функция $f(\alpha)$ убывает, достигая локального минимума, а затем начинает возрастать. При достаточно больших значениях n она выходит в положительную область.



Типичный вид $f(\alpha)$ и $f'(\alpha)$



Выгодно ли быть ценополучателем?

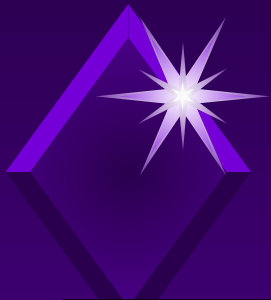
Вероятность того, что ценополучателем становиться выгодно, невелика, но, как правило, увеличивается при росте параметров n и b , а также уменьшении параметров m и d . То есть ценополучателем выгодно быть на большом рынке с неэластичным спросом и большим числом фирм, издержки которых растут медленно. Ценополучателей при этом должно быть мало, в идеале – единственный.

Свойство 5.

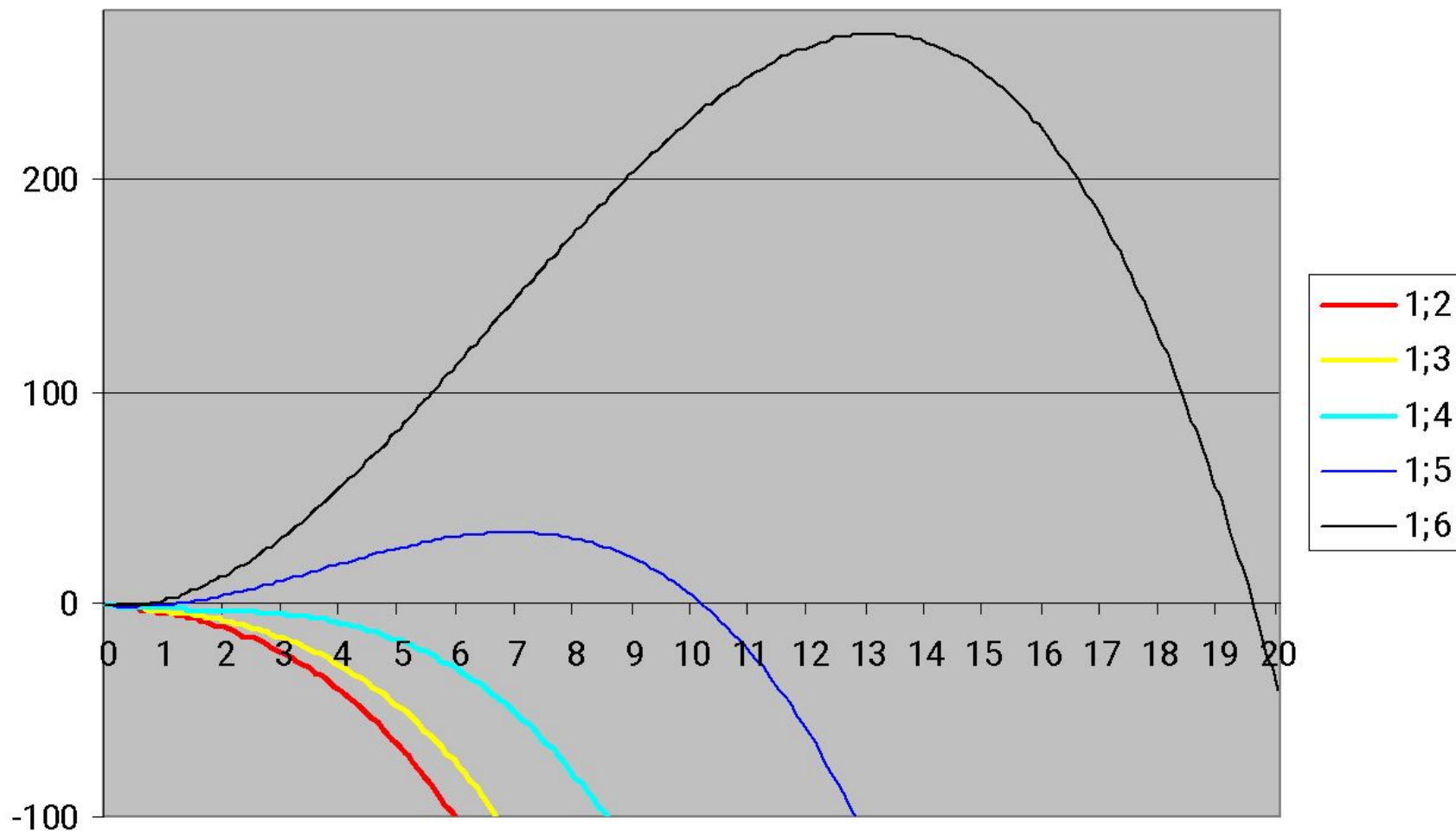
При любом фиксированном числе ценополучателей m есть такое суммарное количество фирм n_0 , что при $n \geq n_0$ существует диапазон $\alpha \in [\alpha_{\min}; \alpha_{\max}]$, в котором при $b = 2\alpha d$ ценополучателем становиться выгоднее, чем быть стратегической фирмой. Диапазон асимметрично (сильнее вправо) расширяется при росте n .

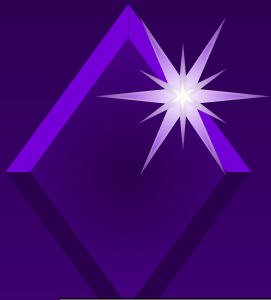
Единственный ценополучатель: $n_0=5$.

Два ценополучателя: $n_0=11$.

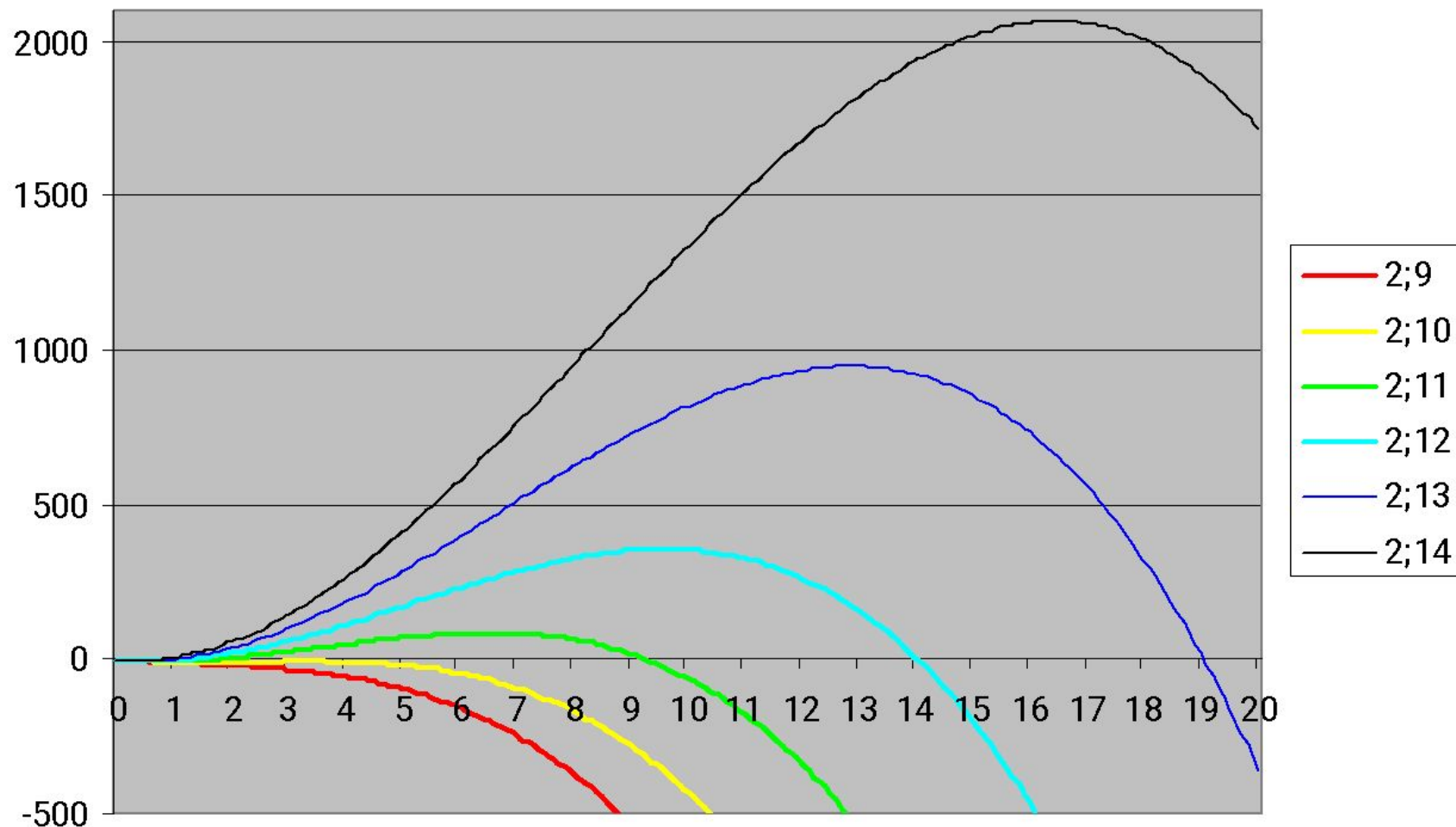


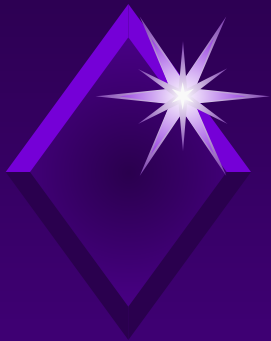
$f(\alpha)$ для случая единственного ценополучателя





$f(\alpha)$ для случая двух ценополучателей





*Спасибо
за внимание!*

<http://math.isu.ru/filatov>,
<http://polnolunie.baikal.ru/me>,
http://fial_.livejournal.com,
alexander.filatov@gmail.com