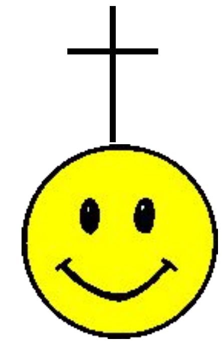
УРОК 8



Многочлены с одной переменной

Умножение: $(x-1)(2x^2+4x-3)$

$$(ax^2+b)(cx+d)$$

Деление: $$P(x) = 2x^3 - x^2 + x + 3$$

$$Q(x) = x + 1$$

1. Выяснить степень частного
2. Выяснить степень остатка

$$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 =$$

$$= (bx + c)\left(dx^2 + ex + f\right) + hx^2 + gx + k$$

Определение.

Многочлены называются тождественно равными, если при всех значениях переменной их значения совпадают (их разность при всех значениях переменной равна 0)

$$\forall c, A(c) = B(c)$$

$$\forall c, A(c) - B(c) = 0$$

Теорема 1.

У равных многочленов равны коэффициенты при соответствующих степенях переменной.

Доказательство:

1.Если коэффициенты при соответствующих степенях переменной равны, то многочлены равны.

$$A(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} \dots + a_1 x \ + a_0$$

$$B(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} \dots + a_1 x \ + a_0$$

$$\forall c, A(c) - B(c) = 0 \ \blacktriangle$$

2. Если многочлены тождественно равны, то и коэффициенты при соответствующих значениях x равны.

Дано: $\forall x, A(x) - B(x) \equiv 0$

$$A(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} \ldots + a_1 x \;\; + a_0$$

$$B(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} \ldots + b_1 x \;\; + b_0$$

Доказать: $a_n = b_n; a_{n-1} = b_{n-1}; \cdots \; a_2 = b_2; \; a_1 = b_1$

$$\forall c, A(c) - B(c) = c^n \left(a_n - b_n\right) \quad + c^{n-1}\left(a_{n-1} - b_{n-1}\right) + \ldots$$
$$+ c \;\left(a_1 - b_1\right) + \; a_0 - b_0 = 0$$

Но сумма может быть равна 0 при любом **c** только если значения всех выражений в скобках равно 0, значит

$$a_n = b_n; \; a_{n-1} = b_{n-1}; \ldots \; a_1 = b_1; \; a_0 = b_0 \quad \blacktriangle$$

Найти коэффициенты

$$3x^3 + 2x^2 - 3 =$$

$$= (x+1)\left(ax^2 + bx + c\right) + dx + c$$