

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

# Задача о планировании производства

Фабрика выпускает 3 вида изделий:

*изделие А, изделие В, изделие С.*

Прибыль от продажи 1 шт. *изделия А* составляет 13 у.е.,  
*изделия В* – 18 у.е. и *изделия С* – 22 у.е.

Найти оптимальные объемы выпуска трех видов продукции  
для **получения максимальной прибыли** от их продажи.

При решении данной задачи должны быть учтены  
следующие ограничения:

- общий объем производства – всего 300 изделий;
- должно быть произведено не менее 50 изделий А;
- должно быть произведено не менее 40 изделий В;
- должно быть произведено не более 40 изделий С.

# ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

## Переменные модели

$X_A$ ,  $X_B$ ,  $X_C$  – объемы производства изделий А, В и С соответственно

## Целевая функция:

$$13 * X_A + 18 * X_B + 22 * X_C$$

## Ограничения:

$$X_A \geq 50, X_B \geq 40, 0 \leq X_C \leq 40,$$

$$X_A + X_B + X_C = 300$$

# Транспортная задача

Имеются 5 пунктов производства и 4 центра распределения продукции. Возможности пунктов производства 20, 50, 10, 20, 10 соответственно. Объемы потребления 40, 30, 20 и 20 соответственно. Стоимости перевозки единицы продукции от производителя к потребителю представлены в таблице.

	ЦР 1	ЦР2	ЦР3	ЦР4
ПП1	2	7	7	6
ПП2	1	1	1	2
ПП3	5	5	3	1
ПП4	2	8	1	4
ПП5	3	2	1	5

Необходимо составить план перевозок по доставке требуемой продукции в центры распределения, минимизирующий суммарные транспортные расходы

# Построение математической модели

## Переменные модели

$X_{ij}$  – объем перевозок с пункта производства в центр  
распределения

## Целевая функция

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 c_{ij} x_{ij}$$

## Ограничения

$$X_{ij} \geq 0$$

Вся продукция должна быть вывезена и все потребности центров распределения должны быть удовлетворены

# Задача о назначениях

Четверо рабочих могут выполнять четыре вида работ. Стоимости рабочими выполнения каждой из работ представлена в таблице.

Необходимо составить план выполнения работ таким образом, чтобы все работы были выполнены, каждый рабочий был загружен на одной работе, а стоимость выполнения всех работ была минимальной

	Работа 1	Работа 2	Работа 3	Работа 4
Рабочий 1	1	4	6	3
Рабочий 2	9	10	7	9
Рабочий 3	4	5	11	7
Рабочий 4	8	7	8	9

# Математическая модель

**Переменные модели :**

$X_{ij} = 0$ , если  $i$ -м рабочим не выполняется  $j$ -я работа

$X_{ij} = 1$ , если  $i$ -м рабочим выполняется  $j$ -я работа

**Целевая функция :**

$$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x_{ij}$$

**Ограничения:**

$X_{ij}$  – могут принимать значения 0 или 1

$$\sum_{i=1}^4 x_i = 1 \quad \sum_{j=1}^4 x_j = 1$$

# Задача о раскрое

Прутки длиной 8 метров разрезаются на заготовки длиной 3 и 2.4 м, Заготовок первого типа нужно получить не менее 25 штук, а второго - не менее 36 штук.

Определить **минимальное число** разрезаемых прутков. Допускаются лишь способы резки, при которых длина остатка меньше любой заготовки.



# Способы раскроя

	Заготовка 1 (3 м)	Заготовка 2 (2,4 м)
Способ 1	2	0
Способ 2	1	2
Способ 3	0	3

# Математическая модель

**Переменные модели:**

$X_1, X_2, X_3$  - количество прутков, разрезанных способами 1, 2 и 3 соответственно

**Целевая функция:**  $X_1 + X_2 + X_3$

**Ограничения:**

$X_1, X_2, X_3$  –целочисленные

$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0$

Количество заготовок 1  $\geq 25$

Количество заготовок 1  $\geq 25$

# Задача о смеси

Фирме требуется уголь с содержанием фосфора не более 0,03 % и с долей зольных примесей не более 3,25 %. Три сорта угля А, В, С доступны по следующим ценам (за 1 т):  
Как смешивать уголь этих сортов, чтобы получить смесь минимальной стоимости и удовлетворить ограничениям на содержание примесей?

Сорт угля	Содержание фосфора, %	Содержание зольных примесей, %	Цена, у.е.
А	0,06	2	30
В	0,04	4	30
С	0,02	3	45

# Математическая модель

**Переменные модели:**

$X_A, X_B, X_C$  - оптимальная доля сорта угля А, В и С в смеси

**Целевая функция:**

$$30 * X_A + 30 * X_B + 45 * X_C$$

**Ограничения:**

$$X_A, X_B, X_C \geq 0$$

$$X_A + X_B + X_C = 1$$

$$0,06 * X_A + 0,04 * X_B + 0,2 * X_C \leq 0,03$$

$$2 * X_A + 4 * X_B + 3 * X_C \leq 3,25$$