

Уравнение $\sin x = a$



Самостоятельная работа



- Реши уравнения:

Вариант 1

$$1) \cos 2x = 1$$

$$2) \cos \left(-\frac{\pi}{3} + 5x\right) = \frac{1}{2}$$

$$3) (1 + 2\cos x)(1 - 5\cos x) = 0$$

Вариант 2

$$1) \cos 4x = 0$$

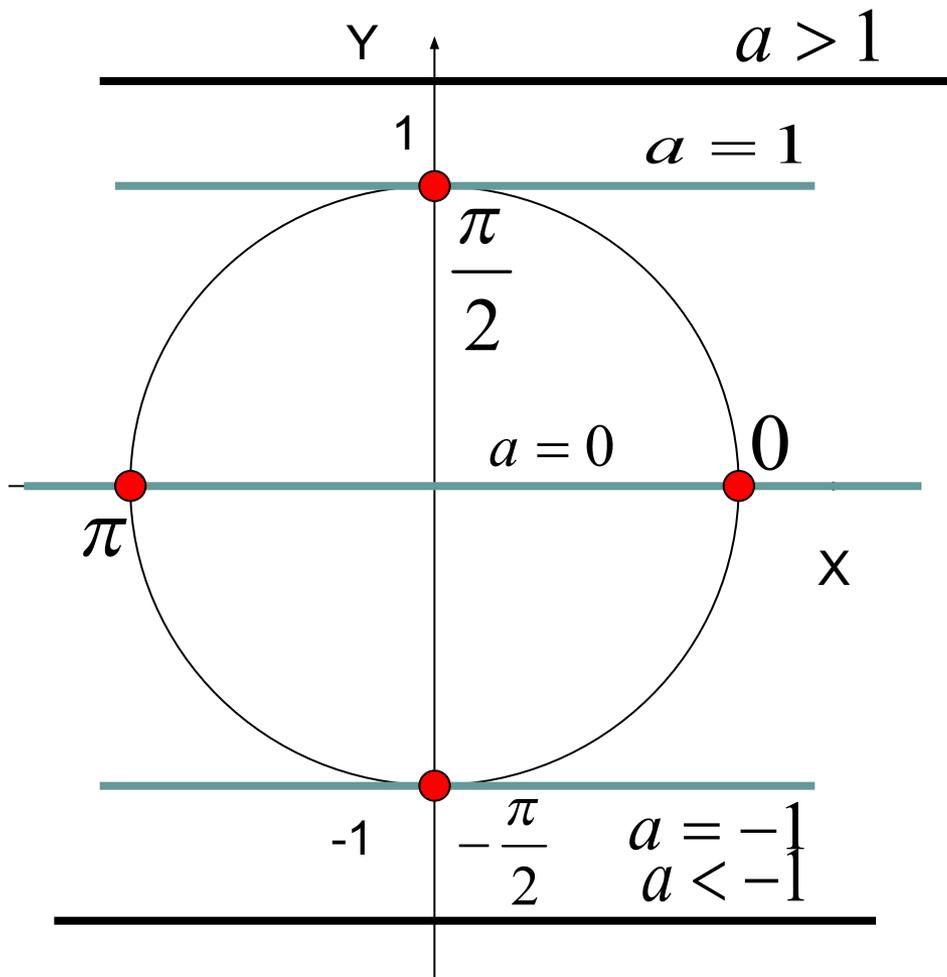
$$2) \cos \left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3) (1 - 2\cos x)(2 + 4\cos x) = 0$$

Решения уравнения $\sin t = a$

удобно иллюстрировать с помощью единичной окружности.

t – угол, который откладывается на единичной окружности, а $\sin t = y$, значит число a откладываем на оси OY .



Рассмотрим частные случаи

1) Если $|a| > 1$, то решений нет

2) Если $a = 1$, то

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

3) Если $a = -1$, то

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

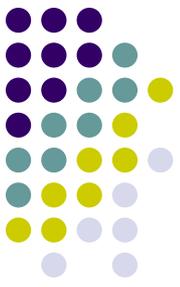
4) Если $a = 0$, то

$$t = \pi n, n \in Z$$



Арксинусом числа $a \in [-1 ; 1]$
называется такое число $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$;
синус которого равен a :
 $\arcsin a = \alpha$, $\sin \alpha = a$ и $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

Решим уравнение $\sin t = a$, когда $-1 < a < 1$



$$t_1 = \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Это две формулы, которые
дают нам все решения
уравнения.

Но их принято объединять в одну.

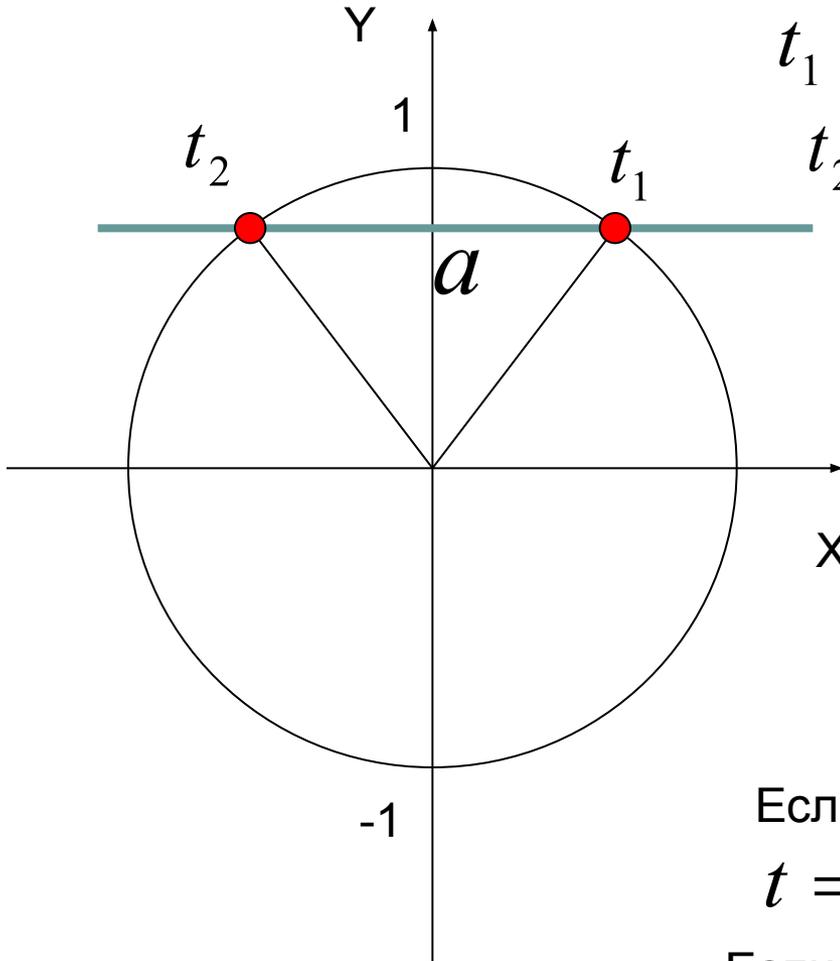
$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Если $k = 2n$, то $(-1)^k = (-1)^{2n} = 1$

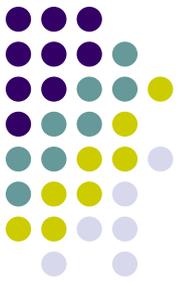
$$t = \arcsin a + \pi \cdot 2n = t_1$$

Если $k = 2n + 1$, то $(-1)^k = (-1)^{2n+1} = -1$

$$t = -\arcsin a + \pi(2n + 1) = \pi - \arcsin a + 2\pi n = t_2$$



$\sin t = a$



1) Если $|a| > 1$, то решений нет.

Частные случаи:

2) $\sin t = 1$

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

3) $\sin t = -1$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

4) $\sin t = 0$

$$t = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Общая формула для $-1 < a < 1$

$$\sin t = a$$

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$