Уравнение sin x = a

Самостоятельная работа

- Реши уравнения:

Вариант 1

1) $\cos 2x = 1$

2) $\cos\left(-\frac{\pi}{3}+5x\right) = \frac{1}{2}$

3) $(1 + 2\cos x)(1 - 5\cos x) = 0$

Вариант 2

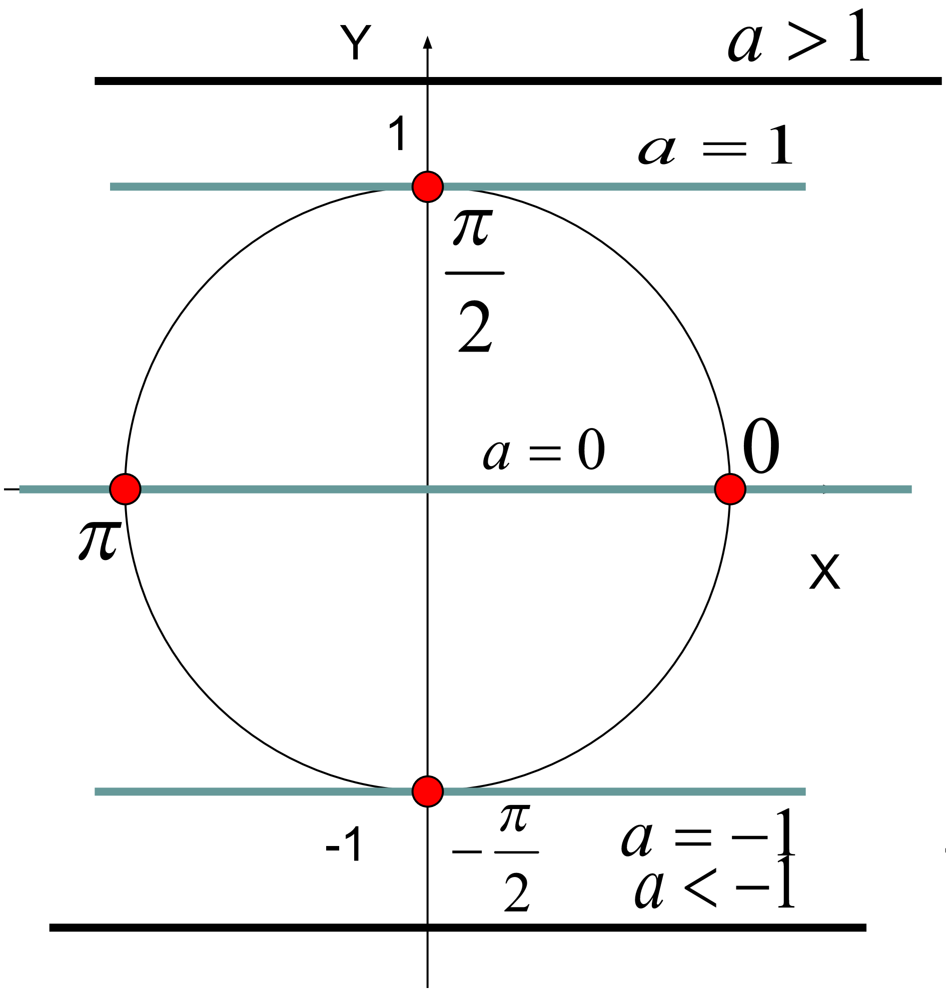
1) $\cos 4x = 0$

2) $\cos\left(\frac{\pi}{4}+2x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $(1 - 2\cos x)(2 + 4\cos x) = 0$

Решения уравнения $\sin t = a$ **удобно иллюстрировать с помощью единичной окружности.**

t – угол, который откладывается на единичной окружности, а $\sin t = y$, значит число а откладываем на оси OY.



Рассмотрим частные случаи

1) Если $|a| > 1$, то решений нет

2) Если $a = 1$, то

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

3) Если $a = -1$, то

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

4) Если $a = 0$, то

$$t = \pi n, n \in Z$$

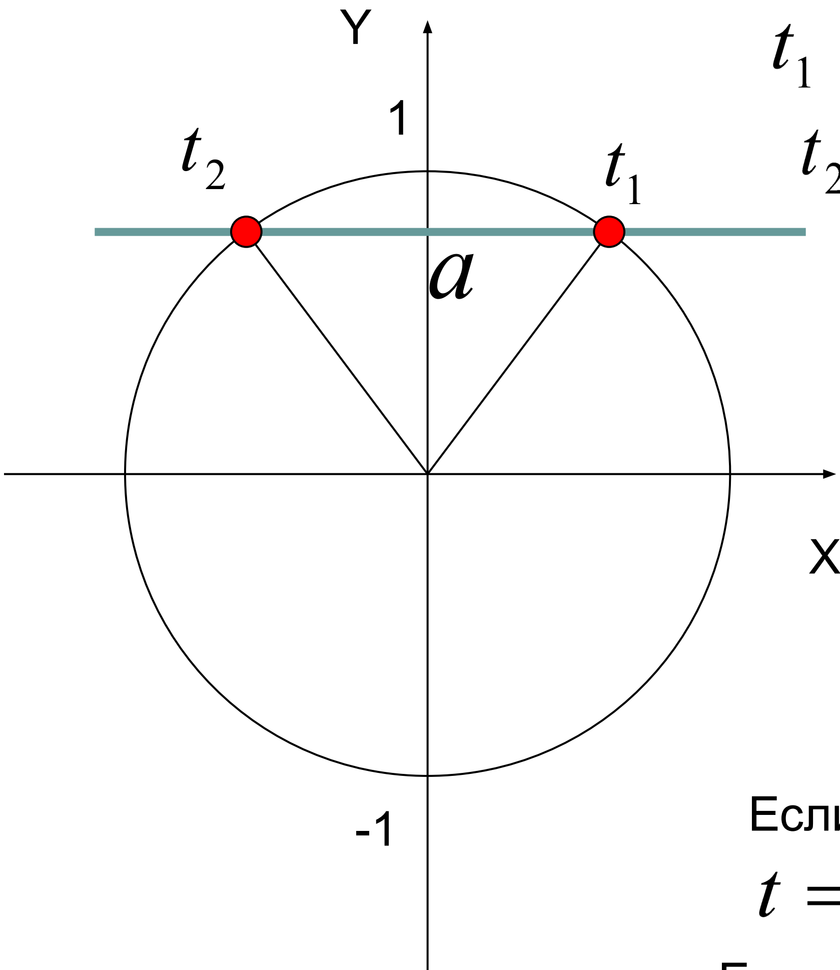
Арксинусом числа $a \in [-1 ; 1]$

называется такое число $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$,

синус которого равен а:

$\arcsin a = \alpha$, $\sin\alpha = a$ и $-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$

Решим уравнение $\sin t = a$, когда $-1 < a < 1$



$$t_1 = \arcsin a + 2\pi n, n \in Z$$

$$t_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, n \in Z$$

Это две формулы, которые дают нам все решения уравнения.
Но их принято объединять в одну.

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$

Если $k = 2n$,то $(-1)^k = (-1)^{2n} = 1$

$$t = \arcsin a + \pi \cdot 2n = t_1$$

Если $k = 2n+1$,то $(-1)^k = (-1)^{2n+1} = -1$

$$t = -\arcsin a + \pi(2n+1) = \pi - \arcsin a + 2\pi n = t_2$$

$$\sin t = a$$

1) Если $|a| > 1$, то решений нет.

Частные случаи:

$$2)\ \sin t = 1$$

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$3)\ \sin t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$$

$$4)\ \sin t = 0$$

$$t = \pi n, n \in Z$$

Общая формула для -1< a <1

$$\sin t = a$$

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in Z$$