Правило умножения

Если элемент А можно выбрать m способами, а элемент В можно выбрать n способами, то пару А и В можно выбрать m*n способами

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots\ldots \cdot n$$

$$0! = 1$$

Устный счет

- Вычислить:

$2! =$ $\quad$ 6

$3! =$ $\quad$ 24

$4! =$ $\quad$ 2

$5! =$ $\quad$ 720

$6! =$ $\quad$ 120

Вычислите:

$$\frac{5!}{0!} = 120 \qquad \frac{10!}{8!} = 90$$

$$\frac{100!}{99!} = 100 \qquad \frac{11!}{8!} = 720$$

- Перестановки
- Размещения
- Сочетания

Размещения

- **Размещением** элементов из множества $E=\{a_1,...,a_n\}$ по k называется упорядоченное подмножество из k элементов, принадлежащих E.
- Например: E={a1, a2, a3}. Найти размещения из E по 2 элемента.

Получаем: (a1, a2); (a2, a1); (a1, a3); (a3, a1); (a2, a3); (a3, a2).

- Число размещений обозначают A^k_n.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Размещение с повторениями

- Размещение из n элементов множества $E=\{a_1, ..., a_n\}$ по k - всякая конечная последовательность, состоящая из k членов данного множества E.
- Два размещения с повторениями считаются различными, если хотя бы на одном месте они имеют различные элементы множества E.
- Число различных размещений с повторениями из n по k равно $\boxed{n^k.}$

Перестановки

- Перестановки из n элементов - частный случай размещения при k=n.
- **Перестановками называют размещения без повторений из n элементов, в которые входят все элементы.**
- Перестановками из n элементов называют всевозможные n-расстановки, каждая из которых содержит все эти элементы по одному разу, и которые отличаются друг от друга лишь порядком элементов.

$$P_n = n!$$

Сочетания

- Сочетанием элементов из E={a$_1$, ..., a$_n$} по k называется упорядоченное подмножество из k элементов, принадлежащих E и отличающиеся друг то друга составом, но не порядком элементов.

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Простейшие комбинации

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

9.57

В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

Решение:

$$C_7^{\,2} = \frac{7!}{5!\cdot 2!} = \frac{6\cdot 7}{1\cdot 2} = 21(сп.)$$

9.58

- В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?
- Решение:

$$C_8^{\,2} = \frac{8!}{5!{\cdot}2!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3} = 56(сп.)$$

9.62

- В классе учатся 16 мальчиков и 12 девочек. Для уборки территории требуется выделить четырех мальчиков и трех девочек. Сколькими способами это можно сделать?
- Решение:

$$C_{11}^{4} \cdot C_{12}^{3} = \frac{11!}{7! \cdot 4!} \cdot \frac{12!}{9! \cdot 3!} = 400400(cn.)$$

Задача 1

- Сколькими способами могут разместиться 4 пассажира в 4-хместной каюте?

24

4

16

Задача 2.

- Четыре человека обменялись рукопожатиями. Сколько было всего рукопожатий?

4 **6** **8**

Задача 3.

- Сколько бригад по 3 человек в каждой можно составить из 7 человек для отправки на особое задание?

210

35

24

Задача 4.

- Определить число диагоналей 5-тиугольника.

5

10

20

Задача 5.

Сколькими способами могут быть распределены золотая и серебряная медали по итогам олимпиады, если число команд 15?

9	210	105

Задача 6.

- В школьной столовой на обед приготовили в качестве вторых блюд мясо, котлеты и рыбу. На сладкое — мороженое, фрукты и пирог. Можно выбрать одно второе блюдо и одно блюдо на десерт. Сколько существует различных вариантов обеда?

3	6	9

Задача 7.

Трое господ при входе в ресторан отдали швейцару свои шляпы, а при выходе получили обратно. Сколько существует вариантов, при которых каждый из них получит чужую шляпу?

1

3

6

Проверочная работа

1 вариант

1. Из шести врачей поликлиники двух необходимо отправить на курсы повышения квалификации. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько различных двухзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

2 вариант

1. В школьном хоре имеется пять солистов. Сколько есть вариантов выбора двух из них для участия в конкурсе?
2. Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

Ответы

1 вариант

2 вариант

$$C_5^{\,2} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10(сп.)$$

$$C_6^{\,2} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15(сп.)$$

$$A_4^{\,2} = \frac{4!}{2!} = 12(сп.)$$

$$A_5^{\,3} = \frac{5!}{2!} = 60(сп.)$$