

# Методы Монте-Карло

A close-up photograph of a roulette wheel. The wheel is made of wood and has a dark red felt surface with white numbers. A silver croupier's button is in the foreground, partially obscuring the wheel. The numbers visible on the wheel include 27, 13, 36, 11, 30, 8, 23, 5, and 2. The background is slightly blurred, showing the wooden rim of the wheel.

Выполнила: студентка 734 гр.  
Авдеюк Ирина  
Руководитель: доц. Сороко Е.Л.

Москва 2011

**Методы Монте-Карло** – это численные методы решения математических задач (систем алгебраических, дифференциальных, интегральных уравнений) и прямое статистическое моделирование (физических, химических, биологических, экономических, социальных процессов) при помощи получения и преобразования случайных чисел.

- *Первое упоминание в 1873 Холлом при организации стохастического процесса экспериментального определения числа путём бросания иглы на лист линованной бумаги.*
- 1940-е годы – Дж. Фон Нейман – моделирование траекторий нейтронов
- 1949 год – систематизация Н. Метрополисом и С.Уламом, решение линейных интегральных уравнений (статья «Метод Монте-Карло»)

- В 1950-х годах метод использовался для расчётов при разработке водородной бомбы. Основные заслуги в развитии метода в это время принадлежат сотрудникам лабораторий ВВС США.
- В 1970-х годах в новой области математики — теории вычислительной сложности было показано, что существует класс задач, сложность (количество вычислений, необходимых для получения точного ответа) которых растёт с размерностью задачи экспоненциально.
- В настоящее время основные усилия исследователей направлены на создание эффективных Монте-Карло алгоритмов различных физических, химических и социальных процессов для параллельных вычислительных систем.

- **Основная идея** методов состоит в создании определенной последовательности псевдослучайных чисел, моделирующих тот или иной эффект.
- Для решения задачи по **методам Монте-Карло** прежде всего строят *вероятностную модель*, представляют *искомую величину*, например многомерный интеграл, в виде *математического ожидания функционала от случайного процесса*, который затем моделируется на компьютере. В результате проведения вычислительного эксперимента получают нужную выборку и результаты всех испытаний усредняют.

- **Моделирование случайных величин с заданными распределениями** осуществляется путём преобразования одного или нескольких независимых значений случайного числа  $a$ , распределённого равномерно в интервале  $(0,1)$ . Последовательности «выборочных» значений  $a$  обычно получают на компьютере с помощью теоретико-числовых алгоритмов. Такие числа называются **«псевдослучайными»**
- **Генератор псевдослучайных чисел** (ГПСЧ, PRNG) — алгоритм, генерирующий последовательность чисел, элементы которой *почти независимы* друг от друга и *подчиняются заданному распределению*.

Общая схема метода Монте-Карло основана на Центральной предельной теореме теории вероятности, утверждающей, что случайная величина  $Y = \sum_{i=1}^N X_i$ , равная сумме большого

количества  $N$  произвольных случайных величин с одинаковыми математическими ожиданиями  $m$  и дисперсиями  $\sigma^2$ , всегда распределена по нормальному закону с математическим ожиданием  $N \cdot m$  и дисперсией  $N \cdot \sigma^2$ .

## **Общие свойства методов:**

- абсолютная сходимость к решению,
- *тяжёлая* зависимость погрешности от числа испытаний (для уменьшения погрешности на порядок, необходимо увеличить количество испытаний на два порядка);
- основным методом уменьшения погрешности является максимальное уменьшение дисперсии, другими словами, максимально приблизить плотность вероятности  $p(x)$  случайной величины к математической формулировке задачи или физике моделируемого явления;
- простая структура вычислительного алгоритма (  $N$  раз повторяющиеся одноподобные вычисления реализаций случайной величины);
- конструкция случайной величины может основываться на физической природе процесса и не требовать обязательной, как в регулярных методах, формулировки уравнения, что для современных проблем становится всё более актуальным.



- В демографии все большее распространение получают **имитационные модели**, представляющие собой стохастические дискретные микромодели, в которых изменение демографического состояния индивида или другие демографические единицы моделируется методом статистических испытаний - **методом Монте-Карло**
- **Имитационные модели** позволяют лучше учесть причинно-следственной связи, возникающие в демографическом процессе, включить в рассмотрение большое число поведенческих факторов, которые нельзя учесть в макромоделях
- **Имитационные модели** призваны решать ту же задачу, что и поиск значений демометрических функций - описать общую закономерность изменения интенсивности демографических событий с возрастом

- **Имитационная модель** брачной рождаемости выделяет, например, такие события, как вступление в брак (с этого начинается функционирование модели), зачатие, с учётом его желательности для семьи и используемой контрацепции, вынашивание, рождение живого или мёртвого ребёнка, период послеродовой стерильности и т. д.
- Вероятности и их распределения могут рассматриваться как функции социальных, экономических и других переменных. После описания модели жизнь индивида или семьи прослеживается от начала до конца, причём событие принимается наступившим или не наступившим в зависимости от значений случайных чисел, вырабатываемых с помощью спец. датчика на каждом шагу имитации. Время в **имитационных моделях** меняется, как правило, с небольшим шагом - порядка одного месяца, а для получения содержательного результата надо проследить жизнь тысяч или десятков тысяч индивидов.

# Список литературы

1. **Белоцерковский О.М., Хлопков Ю.И.** *«Методы Монте-Карло в прикладной математике и вычислительной аэродинамике»*
2. **Кирьянов Д.В. , Кирьянова Е.Н.** *«Вычислительная физика»* – М.: Полибук Мультимедиа, 2006. – 352 с.
3. **Эдиев Д.М.** *“Концепция демографического потенциала и ее приложения”*, Матем. моделирование, 15:12 (2003), 37–74
4. **[www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)**