

# ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

У каждого человека есть определенный кругозор. Когда этот кругозор сужается до бесконечности малого, то он обращается в точку. Тогда человек и говорит, что это и есть его точка зрения.

Д. Гильберт

Работу выполнили: ученицы 11 класса,  
Самбирская Кристина,  
Розмышлева Дарья  
Учитель: Чеботарева Ольга Васильевна

Правила  
дифференцирования

Определение

Производные  
элементарных  
функций

ПРОИЗВОДНАЯ

Геометрический  
СМЫСЛ

Дифференцируемость

Список литературы



# ПРОИЗВОДНАЯ

**Производная** — основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции. Определяется как предел отношения приращения функции к приращению ее аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если таковой предел существует.

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$



# ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ

Производная  $f'(x_0)$  функции  $f$  в точке  $x_0$  будучи пределом, может не существовать или существовать и быть конечной или бесконечной. Функция  $f$  является  $x_0$  дифференцируемой в точке  $x_0$  тогда и только тогда, когда её производная в этой точке существует и конечна.

$$f \in \mathcal{D}(x_0) \Leftrightarrow \exists f'(x_0) \in (-\infty; \infty).$$



# Список табличных производных основных элементарных функций.

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, x > 0$$

$$a^x = e^{x \ln a}$$

$$(\ln(kx + b))' = \frac{k}{kx + b}$$

$$(e^{kx+b})' = ke^{kx+b}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$



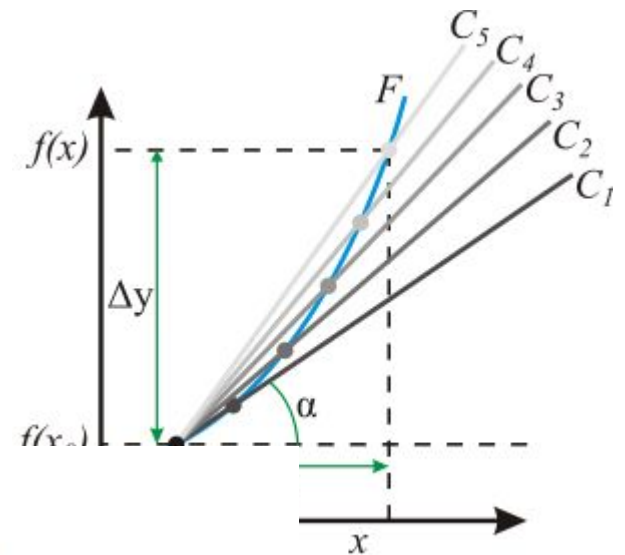
# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции в точке равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в этой точке

$$f'(x) = \tan \alpha = k$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

– уравнение касательной



# ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Производная произведения  $(fg)' = f'g + fg'$

Производная суммы  $(f + g)' = f' + g'$

Производная частного  $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Сложная функция  $f(g(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$



# ЗАДАНИЯ №1

Найти производную функции

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 5$$

$$f(x) = -2x^3 + 18x$$

$$f(x) = 2x^3 - 3^x + 6x + 1$$





## ЗАДАНИЯ №2

Найти производную функции:

$$f(x) = x^2 + x$$

$$f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + x)$$

Найти  $f'(3)$  и  $f'(1)$ , если

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$



## ЗАДАНИЯ №3

Найти производную функции

$$f(x) = e^x + x^2$$

$$f(x) = 2\ln x + 3^x$$

$$f(x) = \sin x + x^2$$



## ЗАДАНИЯ №4

- Найти угловой коэффициент касательной к графику функции  $y=f(x)$  в точке с абсциссой

$$f(x) = x^3, x_0 = 1$$



# ОТВЕТЫ

□ 1)  $f(x) = 3x^2 - 5x + 5$

$$f'(x) = (3x^2 - 5x + 6)' = 6x - 5$$

□ 2)  $f(x) = -2x^3 + 18x$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (-2x^3 + 18x)' = (-2x^3)' + (18x)' \\ &= -6x + 18 \end{aligned}$$

□ 3)  $f(x) = 2x^3 - 3^x + 6x + 1$

$$\begin{aligned} f(x)' &= (-2x^3 + 18x)' = (-2x^3)' + (3x^2)' + (6x)' + 1' \\ &= 6x^2 - 6x + 6 \end{aligned}$$



# ОТВЕТЫ

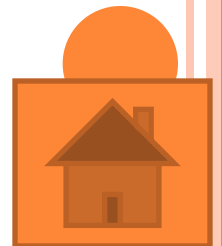
□ 1)  $f(x) = x^2 + x$   
 $f'(x) = (x^2 + x)' = (x^2)' + x' = 2x + 1$

□ 2)  $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + x)$   
 $f'(x) = ((x^2 - x)(x^3 + x))' = (x^5 + x^3 - x^4 - x^2)'$   
 $= 5x^4 + 3x^2 - 4x^3 - 2x$

3)  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$   
 $f'(x) = -\frac{1}{x^2} - 2\frac{1}{x^3}$     Ответ:  $f'(3) = -\frac{5}{27}$ ;  $f'(1) = -1$

$$f'(3) = -\frac{1^{1/3}}{9} - \frac{2}{27} = \frac{5}{27}$$

$$f'(1) = -\frac{1}{1} - \frac{2}{1} = -3$$



# ОТВЕТЫ

□ 1)  $f(x) = e^x + x^2$

$$f'(x) = (e^x + x^2)' = e^x + 2x$$

□ 2)  $f(x) = 2\ln x + 3^x$

$$f'(x) = (2\ln x + 3^x)' = \frac{2}{x} + 3^x \ln 3$$

□ 3)  $f(x) = \sin x + x^2$

$$f'(x) = (\sin x + x^2)' = \cos x + 2x$$



# ОТВЕТЫ

$$f(x) = x^3, x_0 = 1$$

$$K = f'(x_0)$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f'(1) = 3$$

$$\text{ОТВЕТ: } K = 3$$



# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11кл. общеобразоват. учреждений/ Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягини др.-13-е изд.-М. Просвещение,2005.-384
- [www.wikimedia.ru](http://www.wikimedia.ru)

