ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

У каждого человека есть определенный кругозор. Когда этот кругозор сужается до бесконечности малого, то он обращается в точку. Тогда человек и говорит, что это и есть его точка зрения.

Д. Гильберт

Работу выполнили: ученицы 11 класса,
Самбирская Кристина,
Розмышлева Дарья
Учитель: Чеботарева Ольга Васильевна

с.п. Каркатеевы

Правила дифференцирования

Определение

Производные элементарных функций

ПРОИЗВОДНАЯ

Геомерический смысл

Дифференцируемость

Список литературы

ПРОИЗВОДНАЯ

Произво́дная — основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции. Определяется как предел отношения приращения функции к приращению ее аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если таковой предел существует.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

?

ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ

Производная $f'(x_0)$ функции f в точке x_0 будучи пределом, может не существовать или существовать и быть конечной или бесконечной. Функция f является дифференцируемой в точке x_0 тогда и только тогда, когда её производная в этой точке существует и конечна.

$$f \in \mathcal{D}(x_0) \Leftrightarrow \exists f'(x_0) \in (-\infty; \infty).$$

Список табличных производных основных элементарных функций.

$$(e^x)' = e^x$$

$$a^x = e^{x \ln a}$$

$$\left(e^{kx+b}\right)' = ke^{kx+b}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, x > 0$$

$$\left(ln(kx+b)\right)' = \frac{k}{kx+b}$$

$$(log_a x)' = \frac{1}{x\, ln\, a}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

?

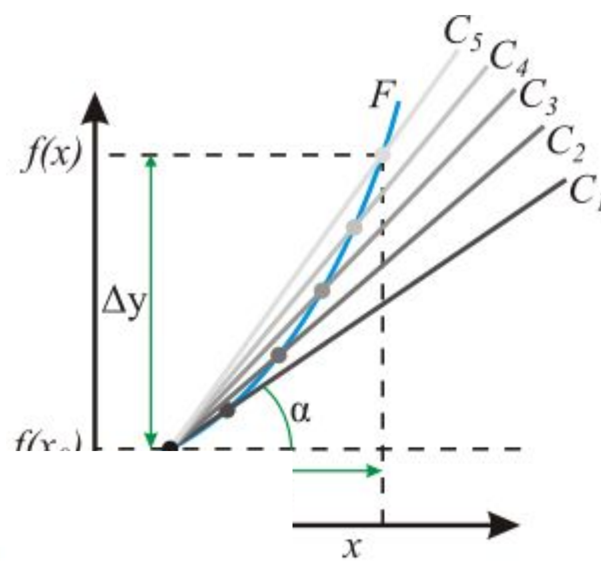
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции в точке равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в этой точке

$$f'(x) = \tan\alpha = k$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0)$$

– уравнение касательной



ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

Производная произведения $(fg)' = f'g + fg'$

Производная суммы $(f + g)' = f' + g'$

Производная частного $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

Сложная функция $f\left(g(x)\right)' = f'^{((x))} \times g'(x)$

ЗАДАНИЯ №1

Найти производную функции

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 5$$

$$f(x) = -2x^3 + 18x$$

$$f(x) = 2x^3 - 3^x + 6x + 1$$

ЗАДАНИЯ №2

Найти производную функции:

$$f(x) = \mathrm{x}^2 + x$$

$$f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + x)$$

Найти f'(3) и f'(1), если

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

ЗАДАНИЯ №3

Найти производную функции

$$f\ \ (x) = e^x + x^2$$

$$f(x) = 2lnx + 3^x$$

$$f(x) = sinx + x^2$$

ЗАДАНИЯ №4

- Наити угловой коэффициент касательной к графику финкции y=f(x) в точке сабциссой

$$f(x) = x^3, x_0 = 1$$

ОТВЕТЫ

- 1) $f(x) = 3x^2 - 5x + 5$

$$f'(x) = (3x^2 - 5x + 6)' = 6x - 5$$

- 2) $f(x) = -2x^3 + 18x$

$$f'(x) = (-2x^3 + 18x)' = (-2x^3)' + (18x)'$$
$$= -6x + 18$$

- 3) $f(x) = 2x^3 - 3^x + 6x + 1$

$$f(x)' = (-2x^3 + 18x)' = (-2x^3)' + (3x^2)' + (6x)' + 1'$$
$$= 6x^2 - 6x + 6$$

ОТВЕТЫ

- 1) $f(x) = x^2 + x$

  $f'(x) = (x^2 + x)' = (x^2)' + x' = 2x + 1$

- 2) $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + x)$

  $f'(x) = \left((x^2 - x)(x^3 + x)\right)' = (x^5 + x^3 - x^4 - x^2)'$

  $= 5x^4 + 3x^2 - 4x^3 - 2x$

3) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - 2\frac{1}{x^3}$ Ответ: $f'(3) = -\frac{5}{27}; f'(1) = -1$

$f'(3) = -\frac{1^{/3}}{9} - \frac{2}{27} = \frac{5}{27}$

$f'(1) = -\frac{1}{1} - \frac{2}{1} = -3$

ОТВЕТЫ

- 1) $f \quad (x) = e^x + x^2$

  $f'(x) = (e^x + x^2)' = e^x + 2x$

- 2) $f(x) = 2lnx + 3^x$

  $f'(x) = (2lnx + 3^x)' = \dfrac{2}{x} + 3^x ln3$

- 3) $f(x) = sinx + x^2$

  $f'(x) = (sinx + x^2)' = cosx + 2x$

ОТВЕТЫ

$$f(x) = x^3, x_0 = 1$$

$$K = f'(x_0)$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f'(1) = 3$$

Ответ: $К = 3$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11кл. общеобразоват. учреждений/ Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягини др.-13-е изд.-М. Просвещение,2005.-384
- www.wikimedia.ru