Математика

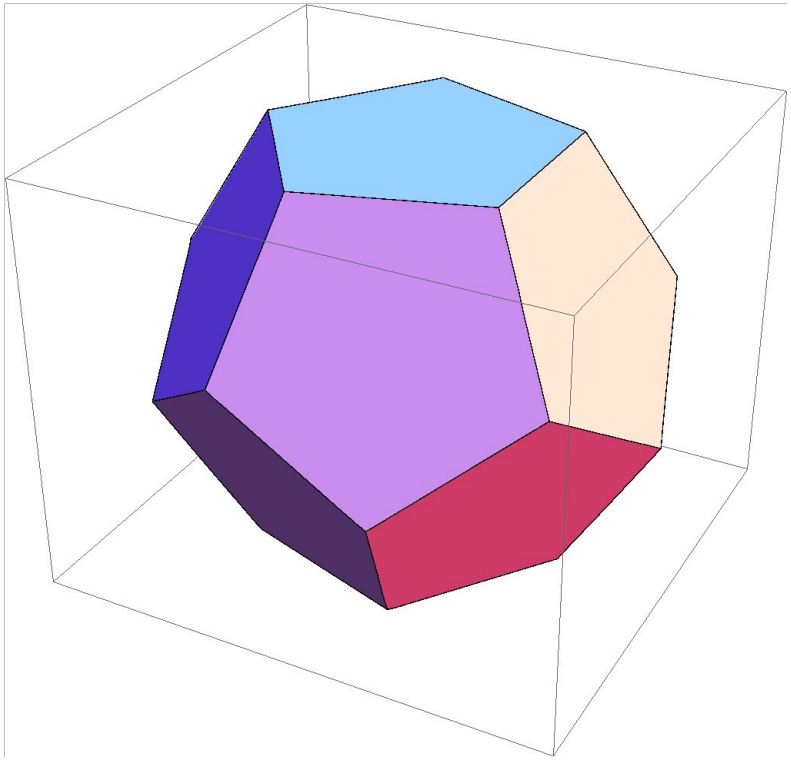
Одним из существенных препятствий для успешного изучения темы «Многогранники» является ограниченность средств их изображения и показа. Так, например, при определенном навыке можно нарисовать на доске пирамиду, параллелепипед, призму и даже правильные многогранники. Хотя, получающиеся при этом рисунки, как правило, далеки от совершенства. Нарисовать же полуправильные и звездчатые многогранники вообще не представляется возможным. Решить эту проблему поможет использование компьютерной программы «Математика 7», которая позволяет не только получать изображения на экране монитора различных пространственных фигур, но и поворачивать их в разные стороны как пространственные тела. Здесь мы остановимся на использовании этой программы, при изучении темы «Правильные, полуправильные и звездчатые многогранники».

Додекаэдр 1

Рассмотрим сначала вопрос об изображении правильных многогранников. В качестве примера возьмем додекаэдр. Для получения изображения додекаэдра после того, как вы вошли в программу, нужно набрать

```
Graphics3D[PolyhedronData["Dodecahedron","Faces"]]
```

После этого следует нажать клавиши SHIFT и ENTER. В результате на экране появится цветное изображение додекаэдра, заключенного в каркасный куб.



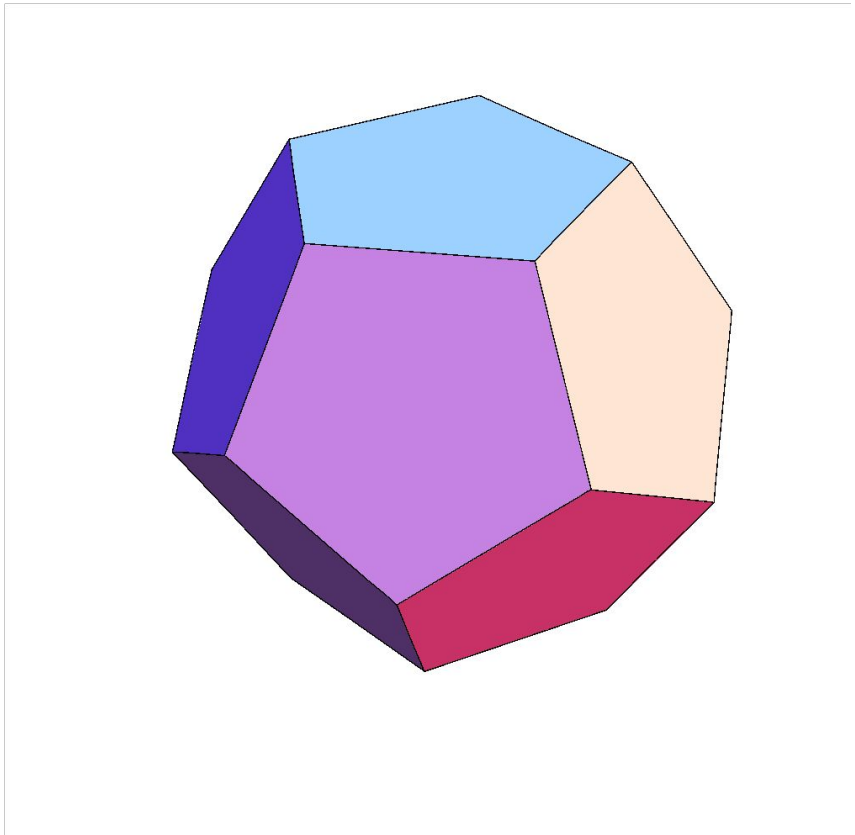
Полученное изображение можно поворачивать в разные стороны с помощью «мышки».

Додекаэдр 2

Если вы хотите убрать куб, то к команде, которую вы набрали, следует добавить **`Boxed->False.`** В результате получится команда

```
Graphics3D[PolyhedronData["Dodecahedron","Faces"],Boxed->False]
```

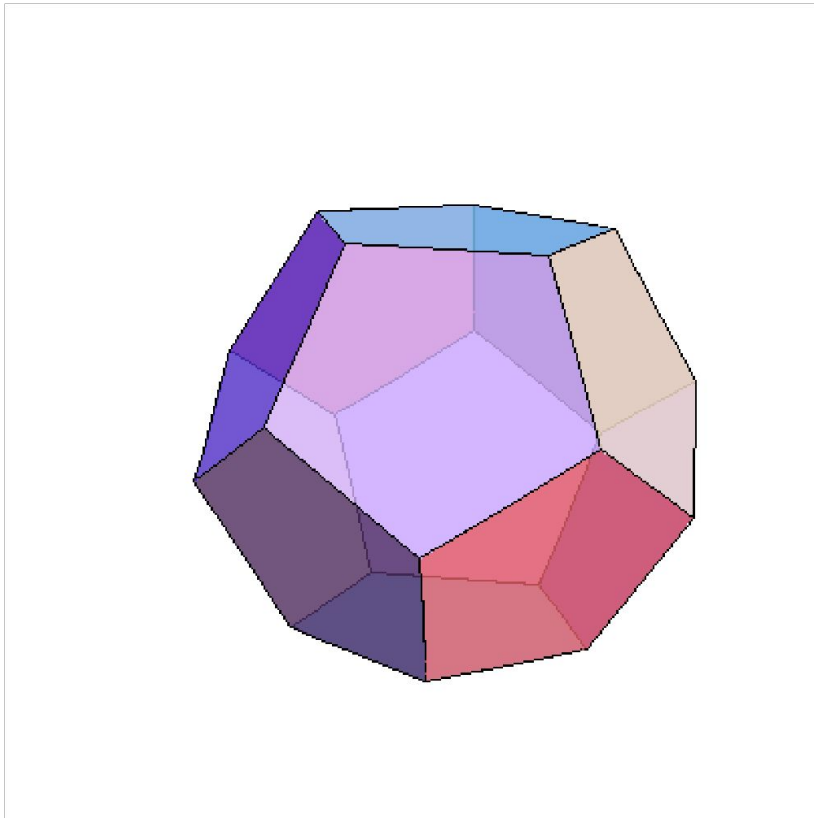
Нажатие клавиш SHIFT и ENTER приводит к исполнению этой команды. На экране получим изображение додекаэдра



Додекаэдр 3

Изображение додекаэдра можно сделать разной степени прозрачным. Для этого нужно добавить команду **`Opacity[k]`**, где k – коэффициент прозрачности от нуля до единицы. Если k=1, то прозрачности нет. Если k=0, то от изображения додекаэдра остаются только ребра. На рисунке приведена команда и изображение в случае k=0,8.

```
Graphics3D[{Opacity[0.8],PolyhedronData["Dodecahedron
","Faces"]},Boxed->False]
```

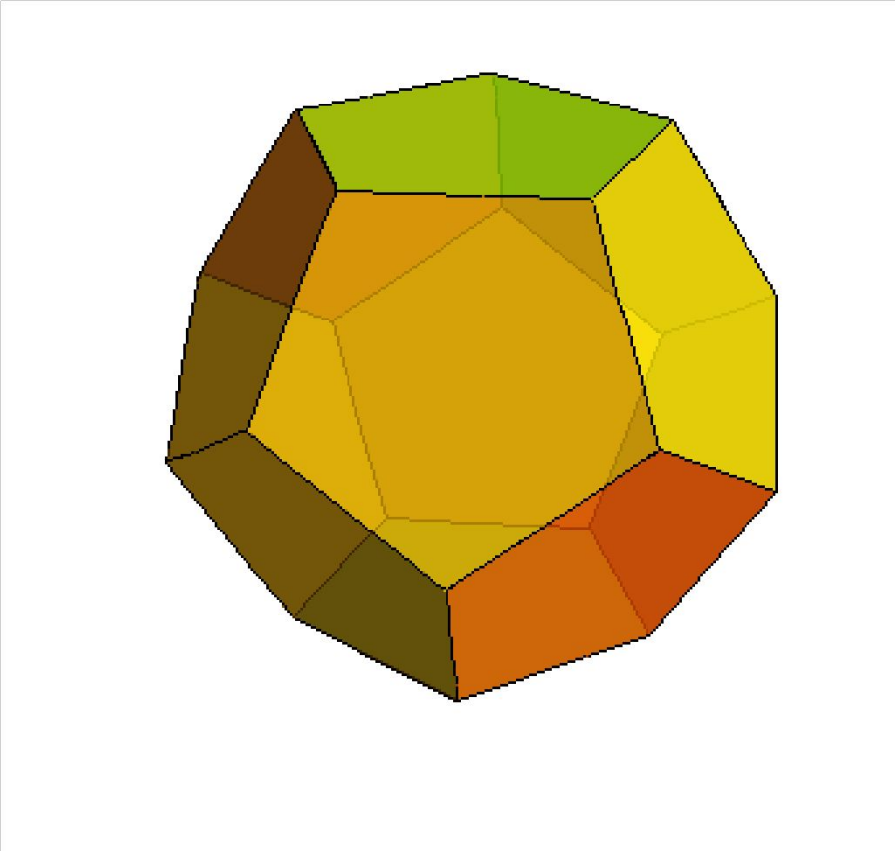


Додекаэдр 4

Цвет граней додекаэдра можно изменить, добавив команду **`FaceForm[]`**, где в квадратных скобках указывается цвет. Если выбрать желтый цвет (Yellow), то получим команду

```
Graphics3D[{Opacity[0.8],FaceForm[Yellow],PolyhedronD
ata["Dodecahedron","Faces"]},Boxed®False]
```

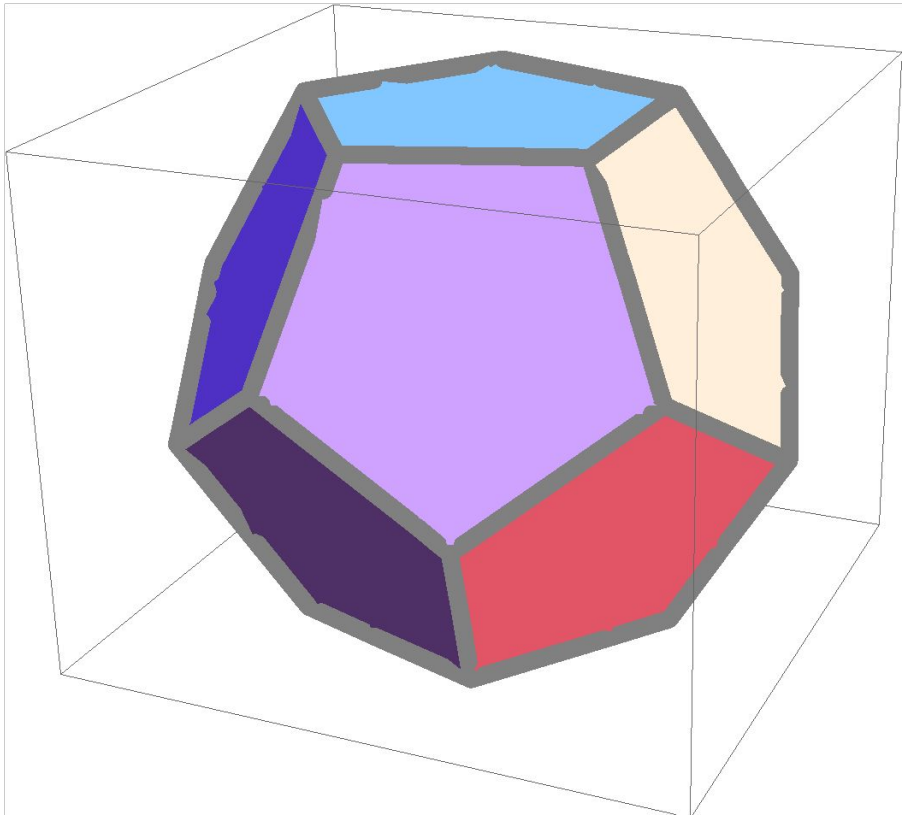
Исполнение которой дает следующее изображение.



Додекаэдр 5

Изображение ребер додекаэдра можно делать разного цвета и разной толщины. Пример дает следующая команда

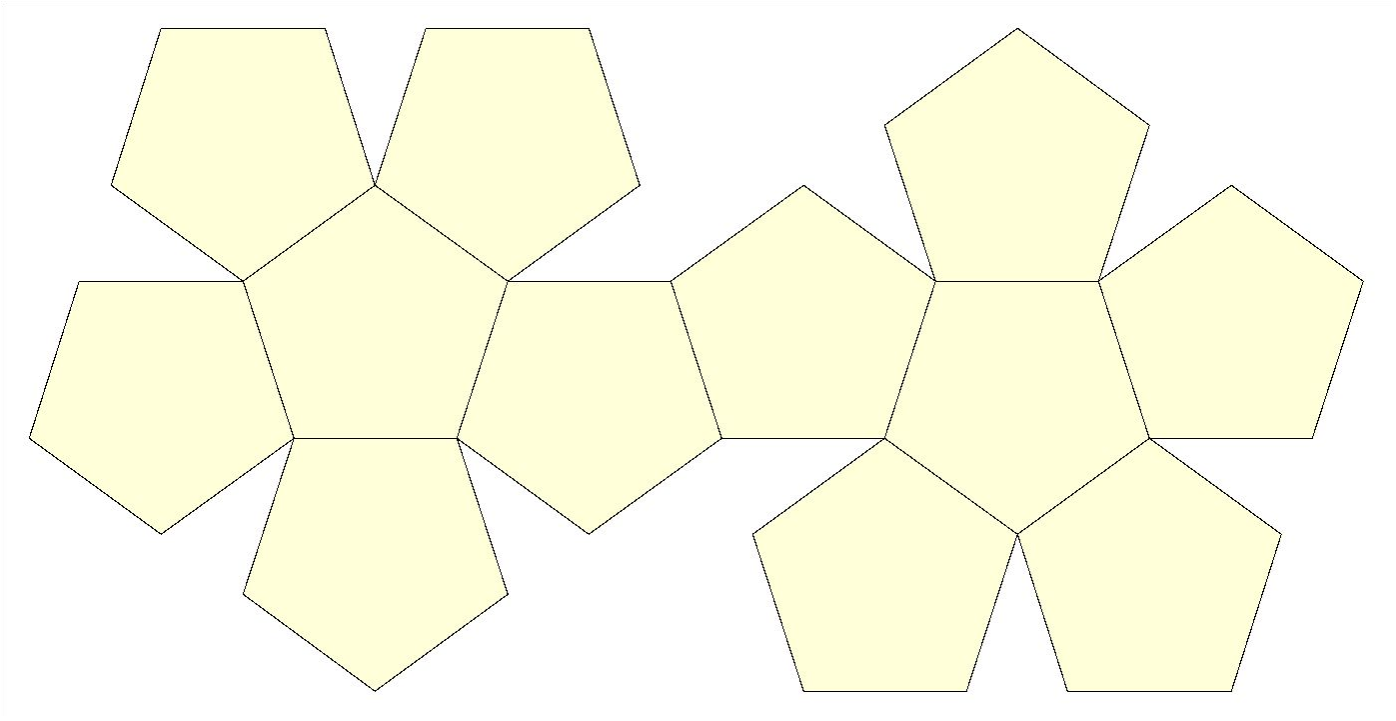
```
Graphics3D[{EdgeForm[{GrayLevel[0.5],Thickness[0.02]}
],PolyhedronData["Dodecahedron","Faces"]}]
```



Додекаэдр 6

Следующая команда позволяет получить изображение развертки додекаэдра.

```
PolyhedronData["Dodecahedron","NetImage"]
```



Додекаэдр 7

Программа «Математика» позволяет вычислять значения различных геометрических величин, связанных с многогранниками.

Например, команда

```
PolyhedronData["Dodecahedron","Circumradius"]
```

дает радиус сферы, описанной около додекаэдра с ребром 1,

$$R = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{15}}{4}.$$

Команда

```
PolyhedronData["Dodecahedron","Inradius"]
```

дает радиус сферы, вписанной в додекаэдр с ребром 1,

$$r = \frac{\sqrt{250 + 110\sqrt{5}}}{20}.$$

Додекаэдр 8

Команда

```
PolyhedronData["Dodecahedron","Volume"]
```

Дает объем додекаэдра с ребром 1,

$$V = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4}.$$

Команда

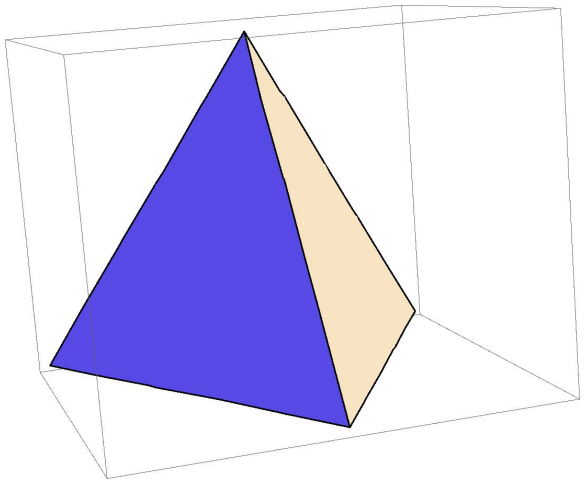
```
PolyhedronData["Dodecahedron","SurfaceArea"]
```

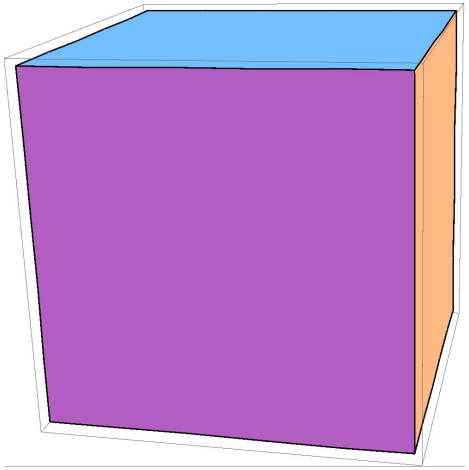
Дает площадь поверхности додекаэдра с ребром 1,

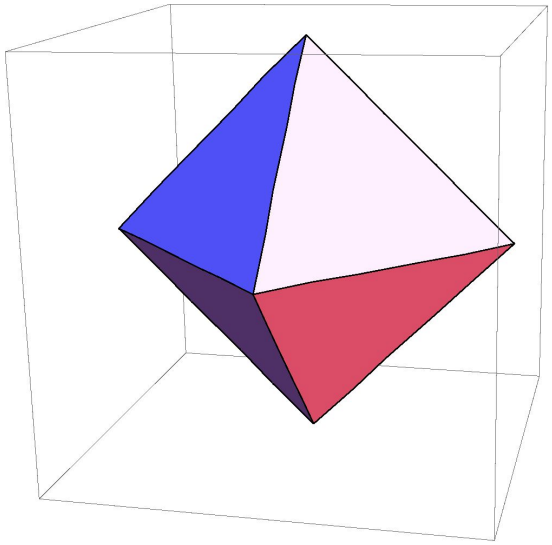
$$S = 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}.$$

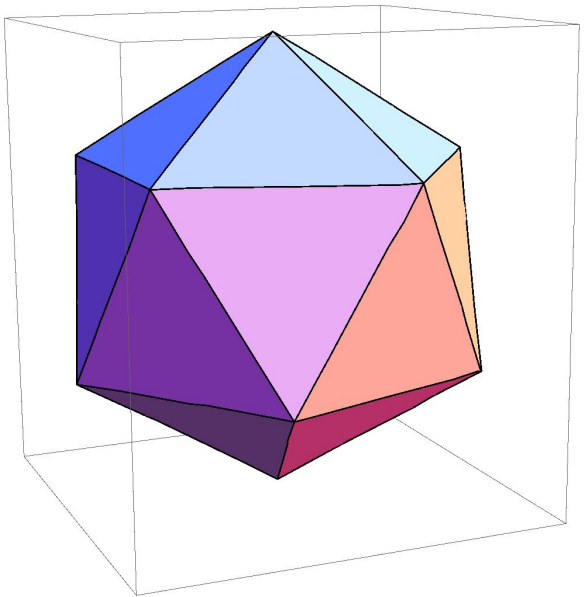
Правильные многогранники

Если вместо Dodecahedron написать соответственно Tetrahedron, Hexahedron, Octahedron, Icosahedron, то получим изображения тетраэдра, куба, октаэдра и икосаэдра, которые также можно поворачивать.







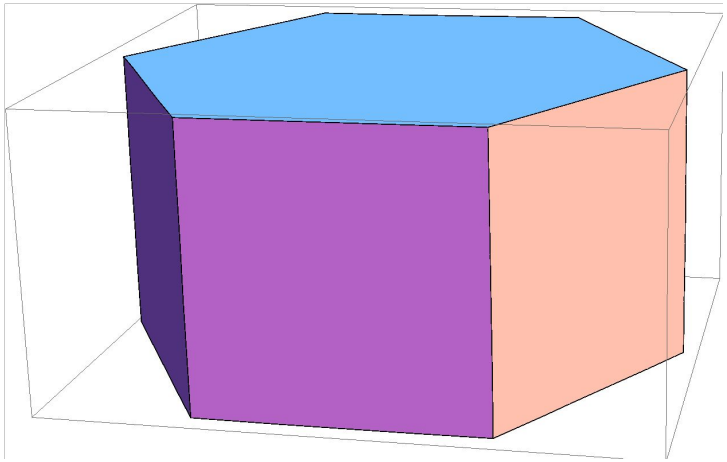


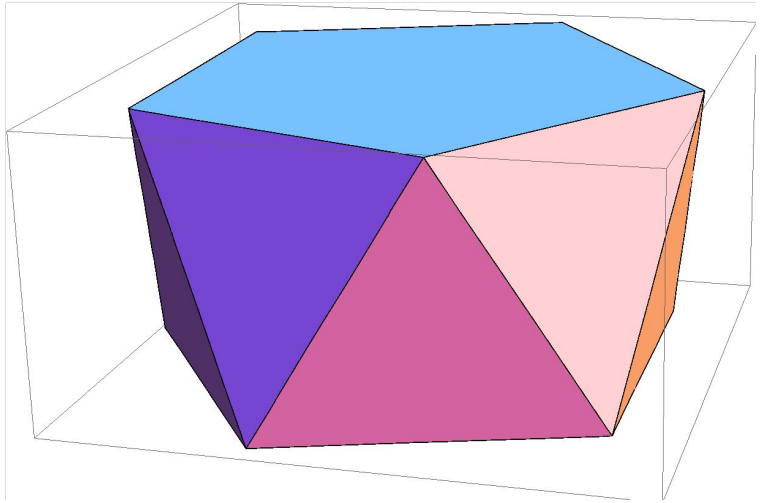
Полуправильные многогранники

Программа «Математика 7» позволяет получать изображения полуправильных многогранников и производить с ними указанные выше операции. Среди них: правильные призмы и антипризмы.

На рисунках приведены правильная шестиугольная призма и пятиугольная антипризма, полученные с помощью команд соответственно:

```
PolyhedronData[{"Prism",6}])
PolyhedronData[{"Antiprism",5}])
```



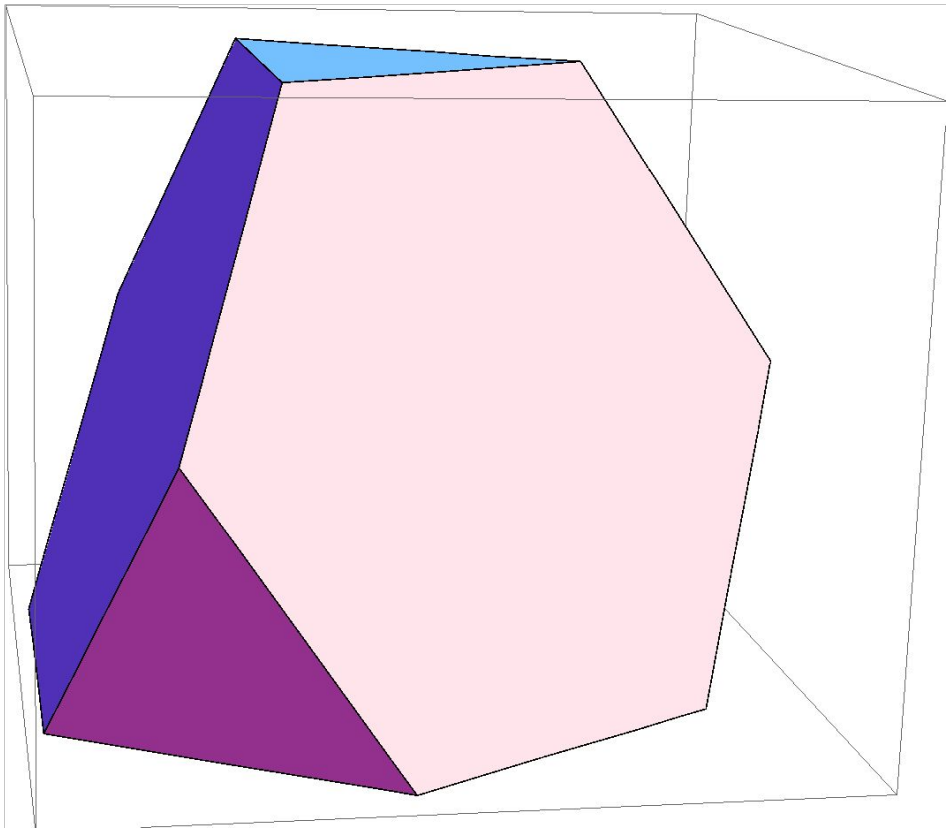


Тела Архимеда

Кроме правильных призм и антипризм к полуправильным многогранникам относятся 13 тел Архимеда. Среди них.

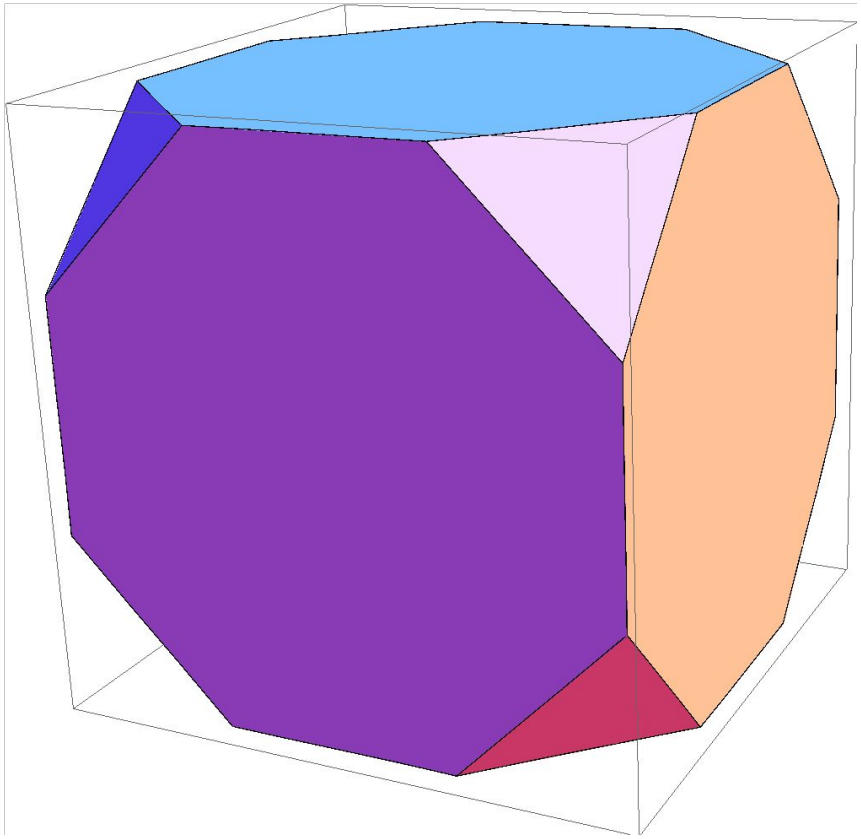
1. Усеченный тетраэдр

(команда **`PolyhedronData["TruncatedTetrahedron"]`**)



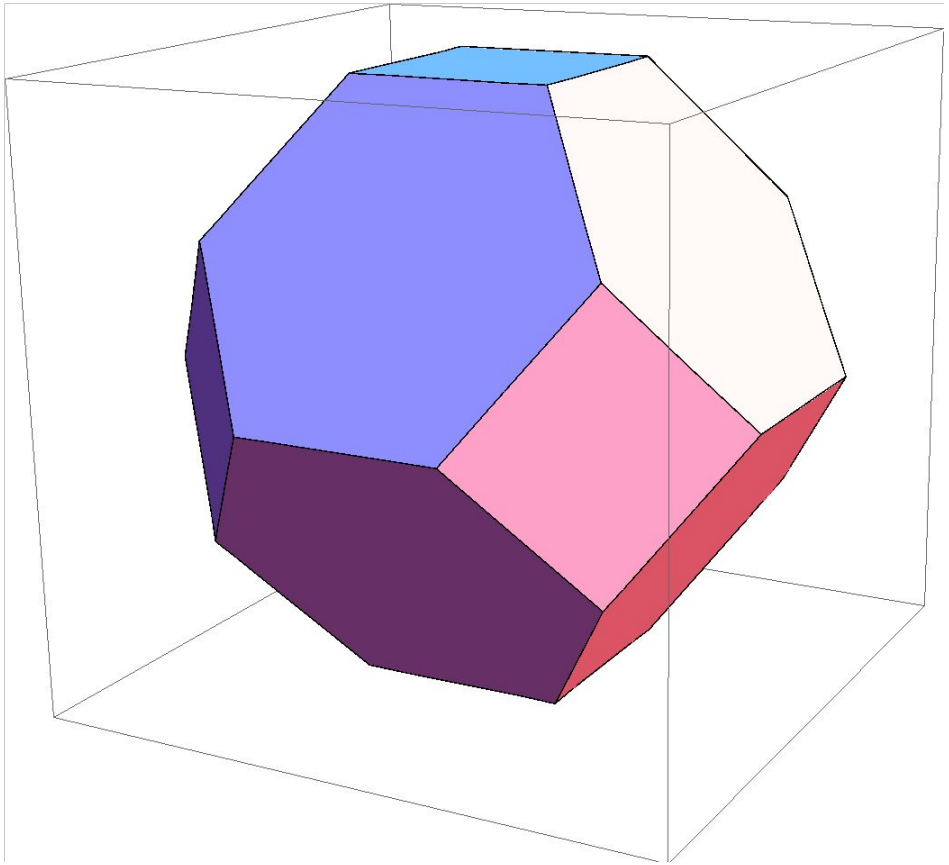
2. Усеченный куб

(команда **`PolyhedronData["TruncatedCube"]`**)



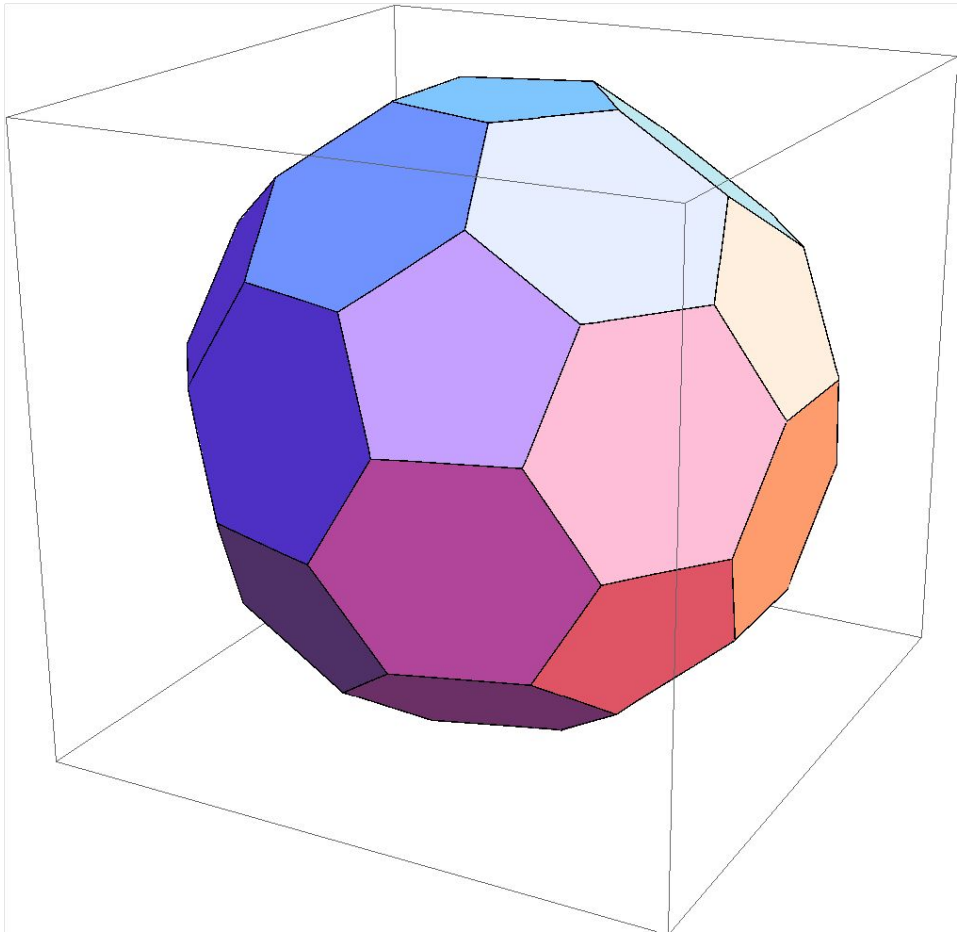
3. Усеченный октаэдр

(команда **`PolyhedronData["TruncatedOctahedron"]`**)



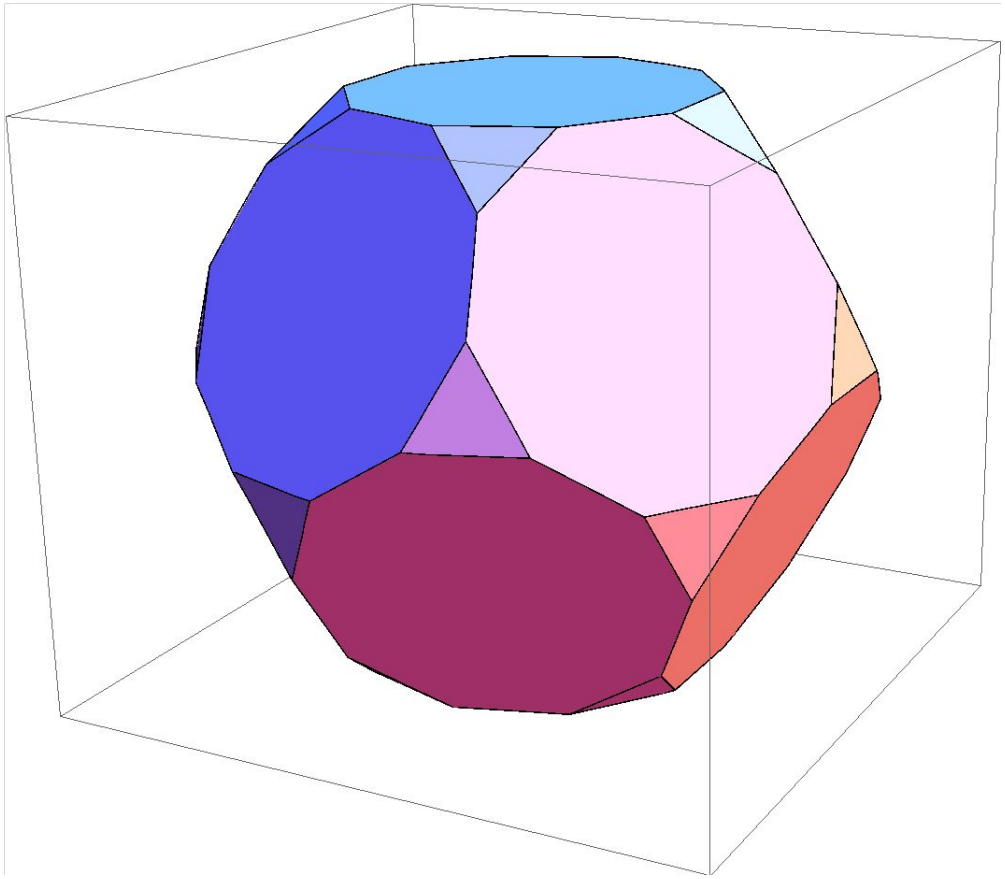
4. Усеченный икосаэдр

(команда **`PolyhedronData["TruncatedIcosahedron"]`**)



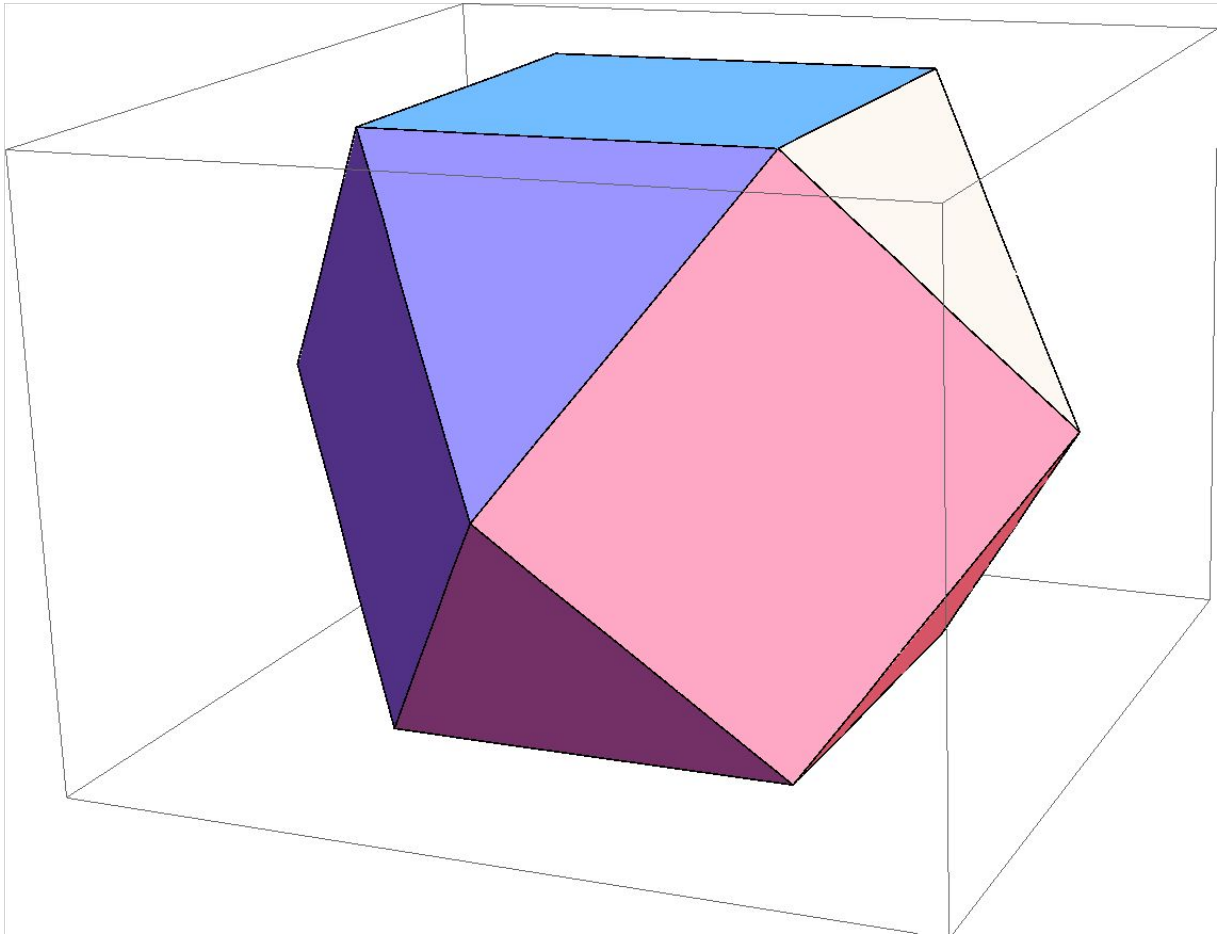
5. Усеченный додекаэдр

(команда **`PolyhedronData["TruncatedDodecahedron"]`**)



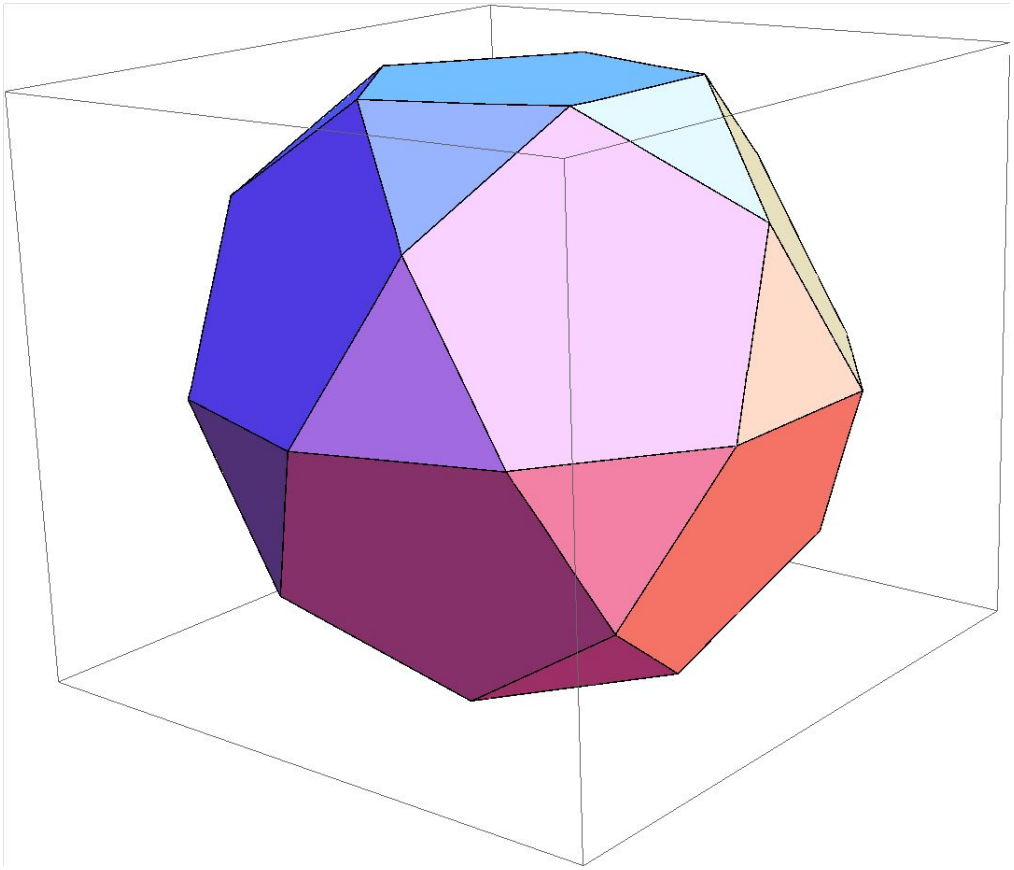
6. Кубооктаэдр

(команда **`PolyhedronData["Cuboctahedron"]`**)



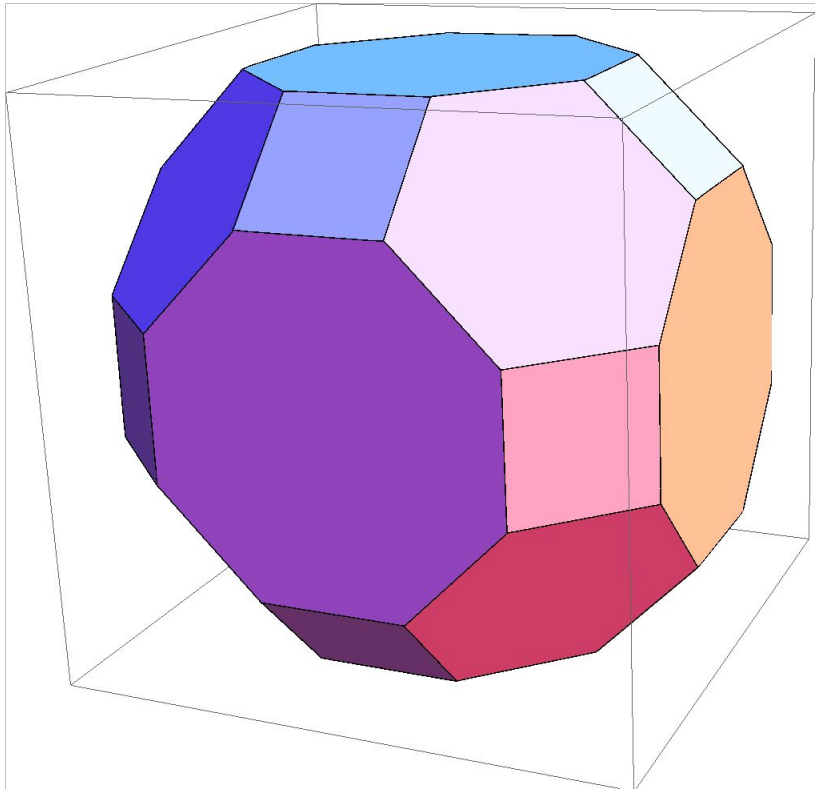
7. Икосододекаэдр

(команда **`PolyhedronData["Icosidodecahedron"]`**)



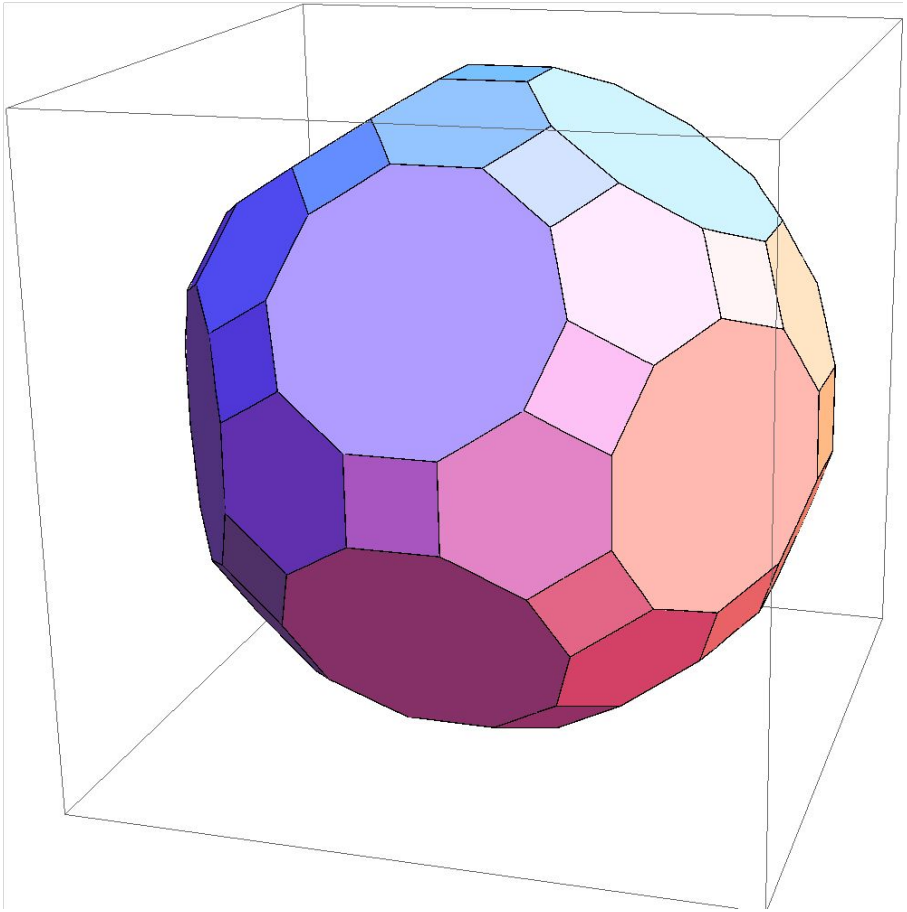
8. Усеченный кубооктаэдр

(команда **`PolyhedronData["GreatRhombicuboctahedron"])`**.



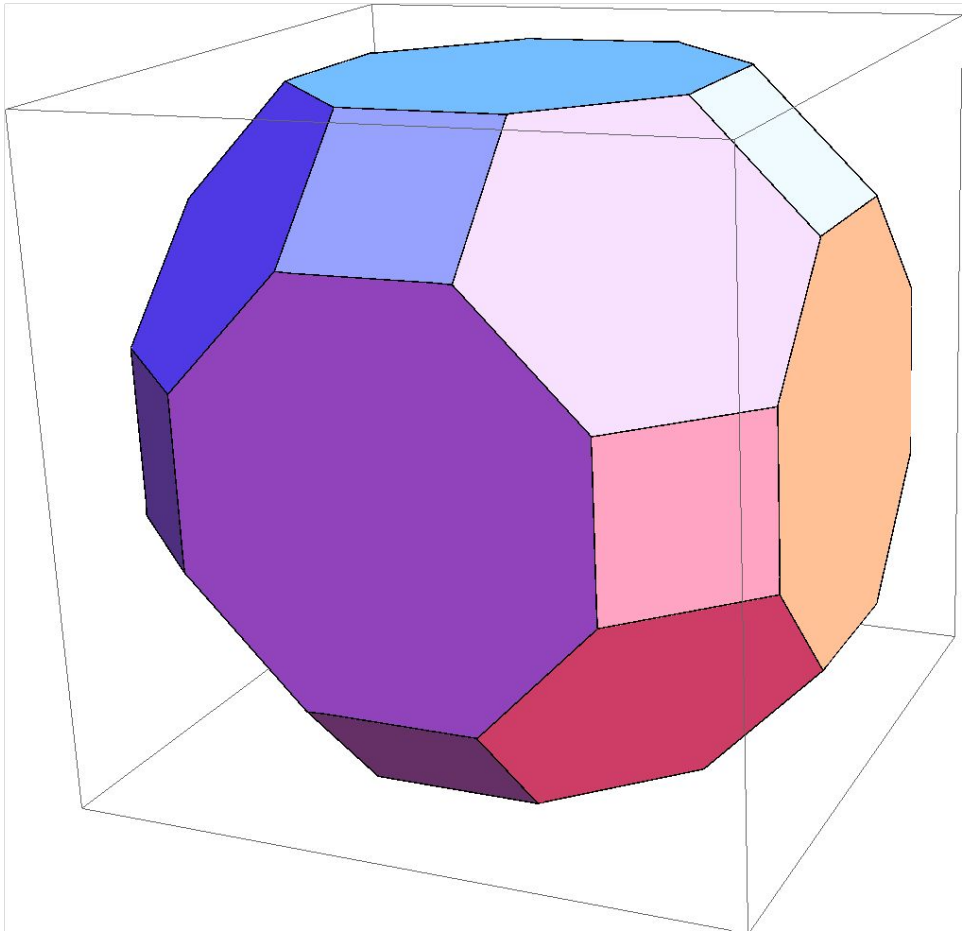
9. Усеченный икосододекаэдр

(команда **`PolyhedronData["GreatRhombicosidodecahedron"]`**)



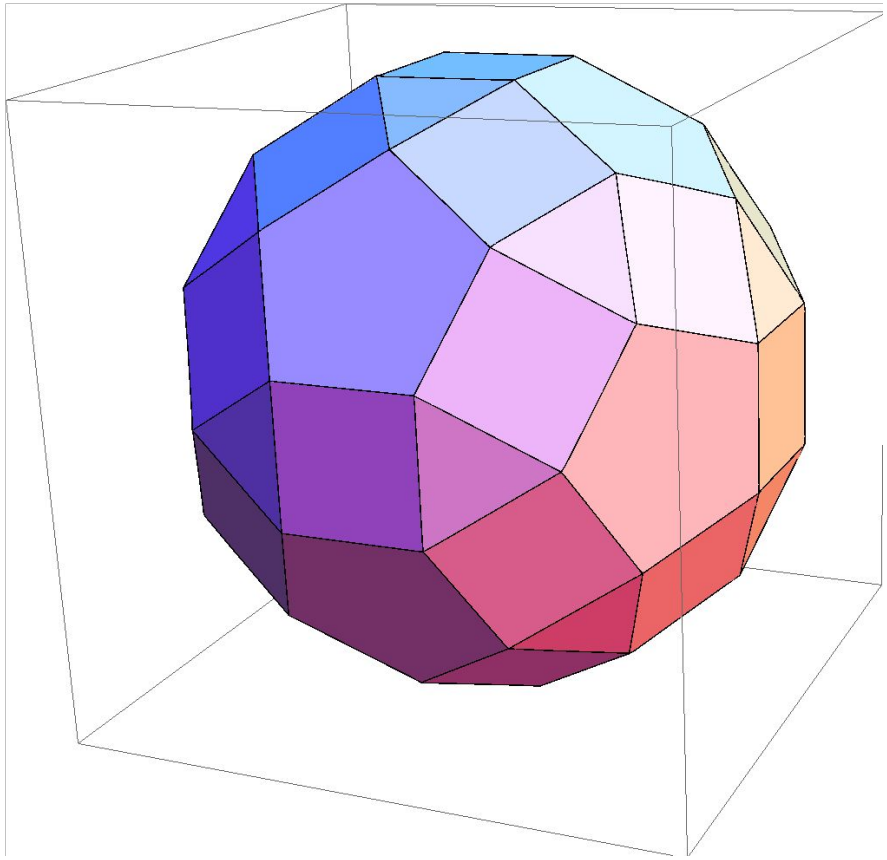
10. Ромбокубооктаэдр

(команда **`PolyhedronData["SmallRhombicuboctahedron"]`**)



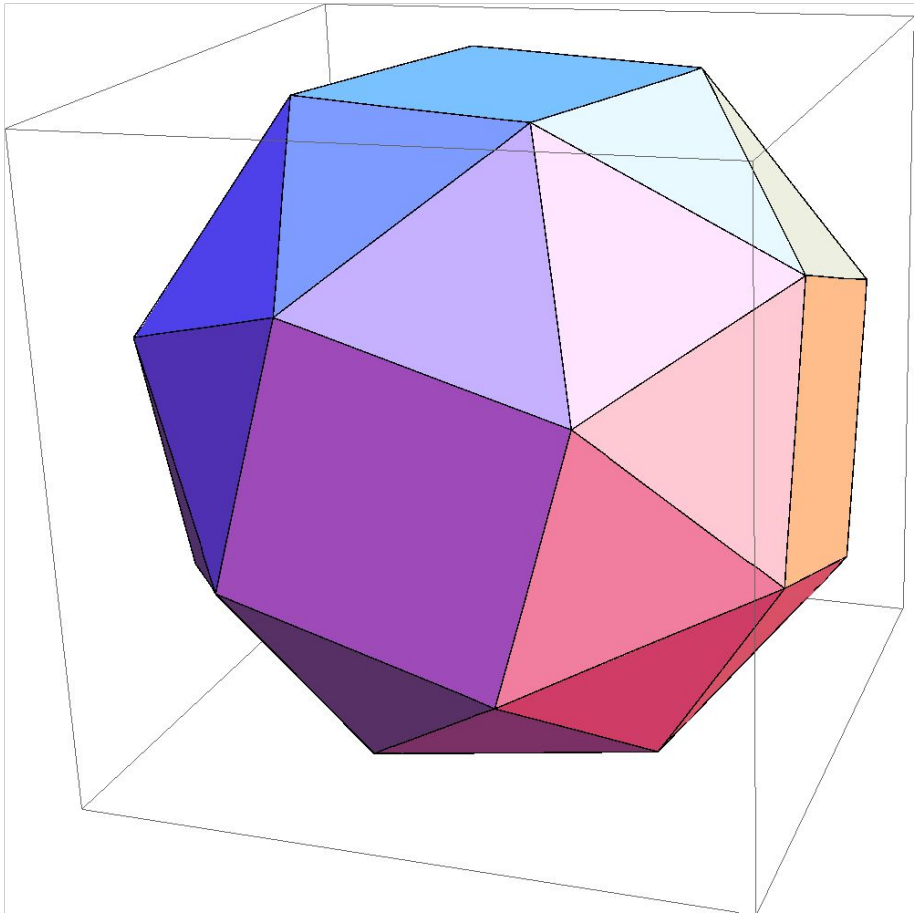
11. Ромбоикосододекаэдр

(команда **`PolyhedronData["SmallRhombicosidodecahedron"]`**)



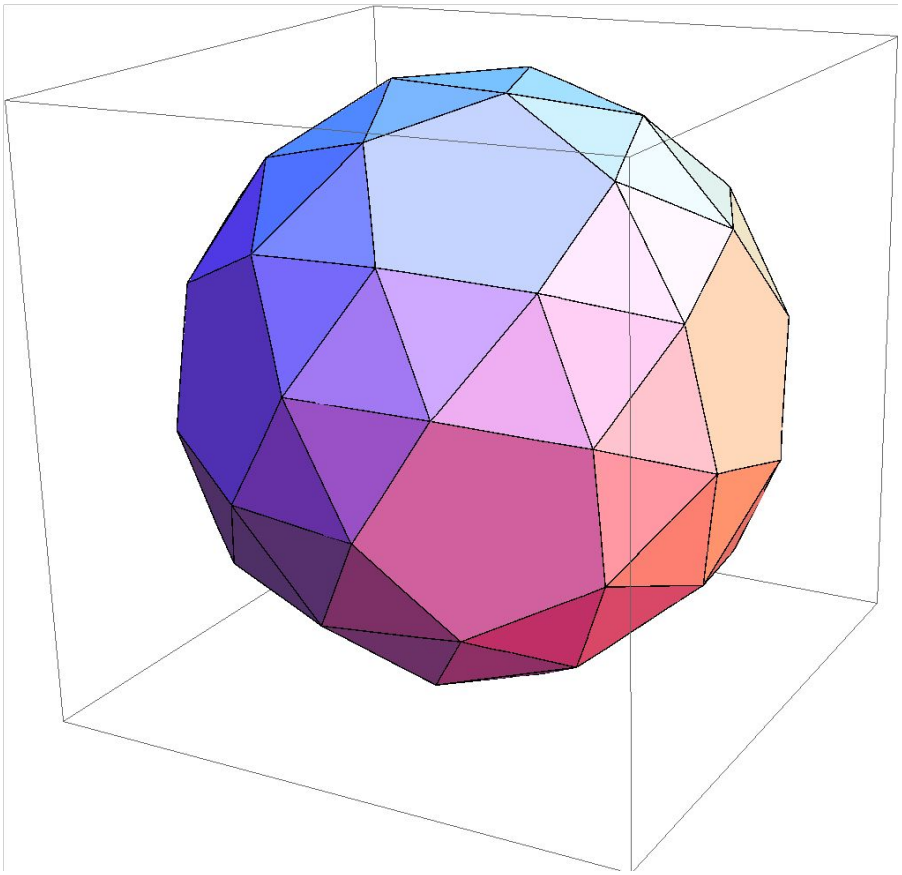
12. Курносый куб

(команда **`PolyhedronData["SnubCube"]`**)



13. Курносый додекаэдр

(команда **`PolyhedronData["SnubDodecahedron"]`**)

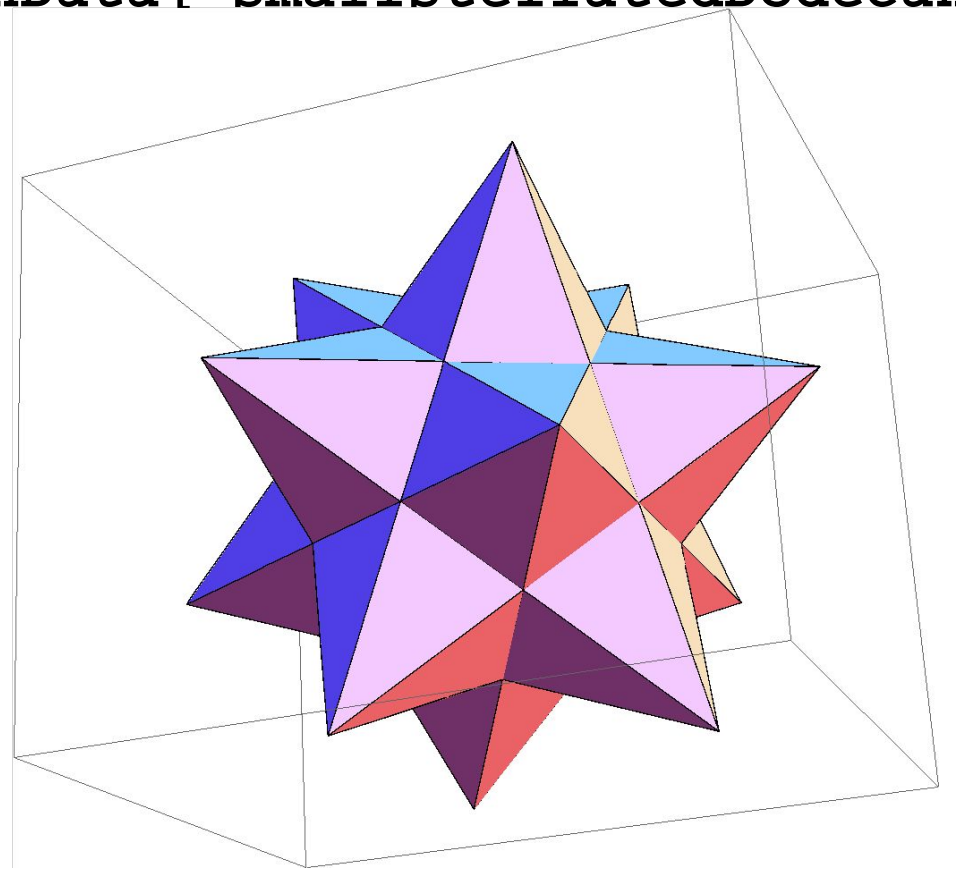


Правильные звездчатые многогранники

Программа «Математика 7» позволяет получать изображения правильных звездчатых многогранников (тел Кеплера-Пуансо) и производить с ними указанные выше операции.

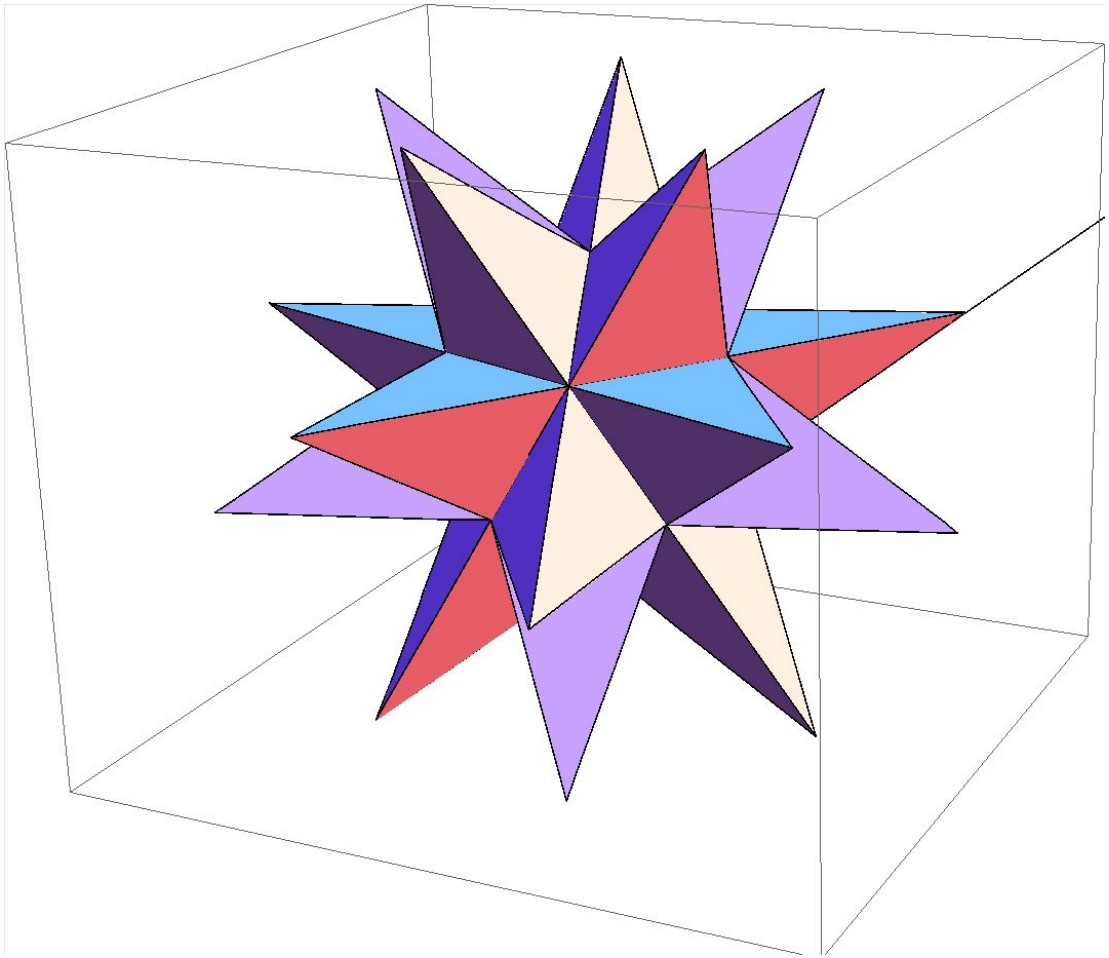
Имеется четыре правильных звездчатых многогранников:

1. Малый звездчатый додекаэдр (команда **`PolyhedronData["SmallStellatedDodecahedron"]`**).



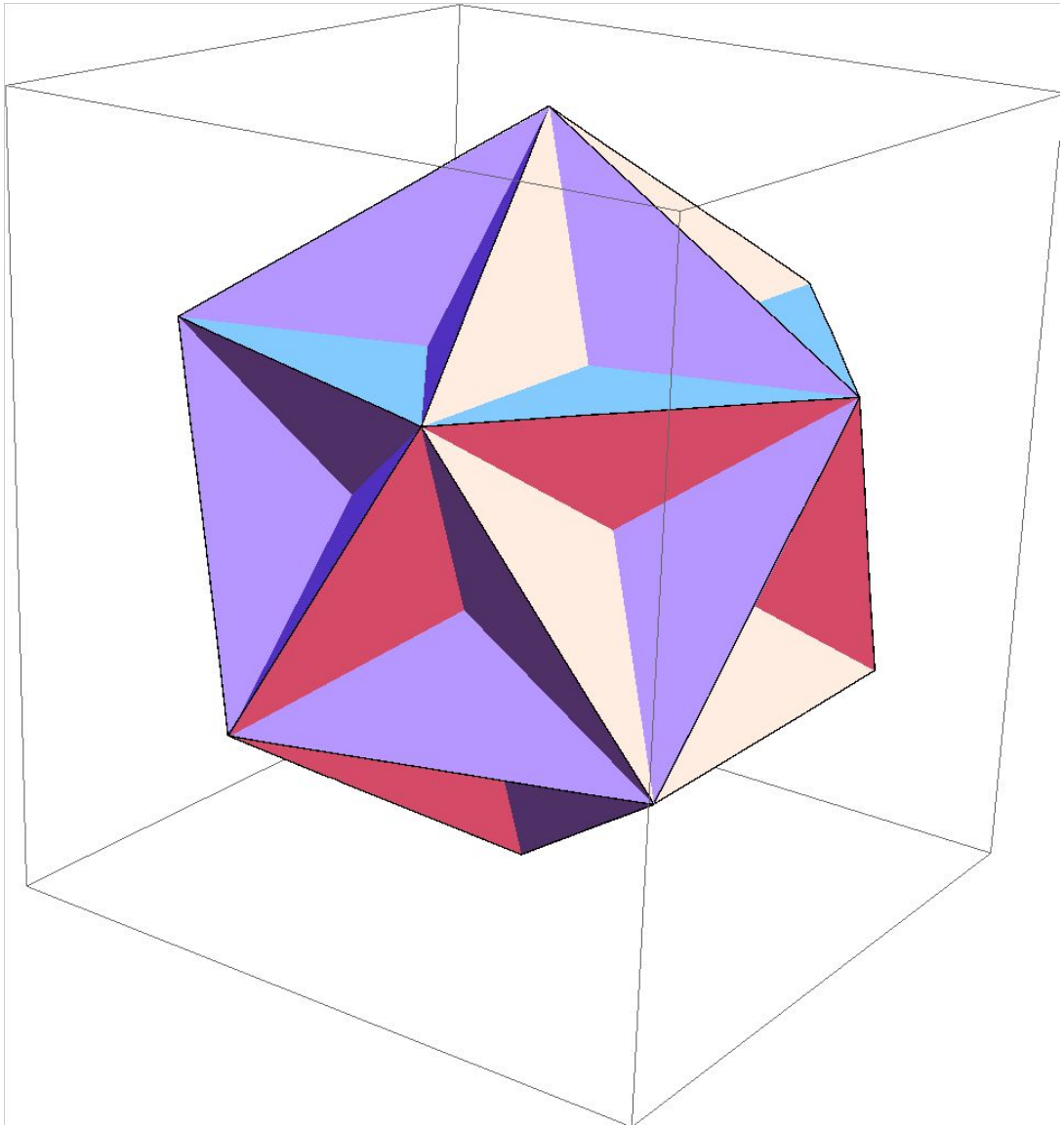
2. Большой звездчатый додекаэдр

(команда **`PolyhedronData["GreatStellatedDodecahedron"]`**)



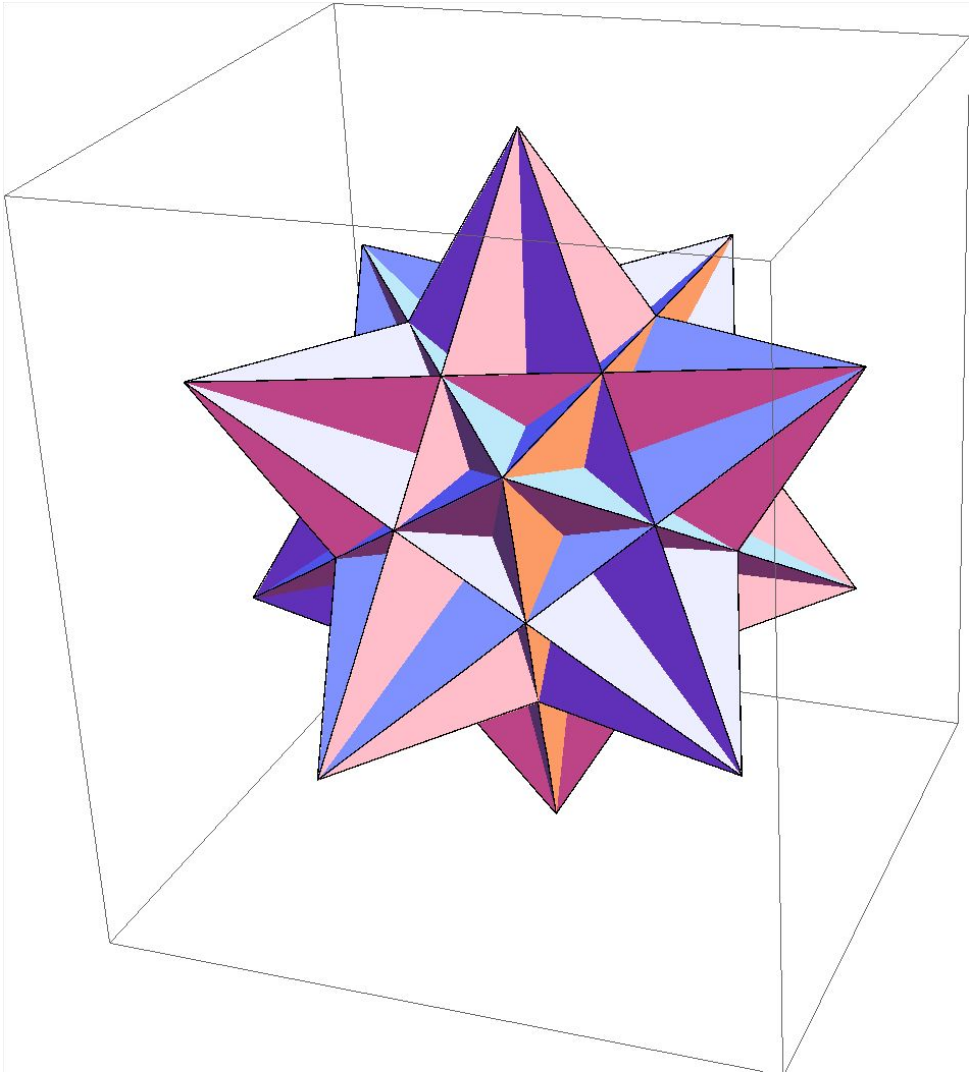
3. Большой додекаэдр

(команда **`PolyhedronData["GreatDodecahedron"]`**)



4. Большой икосаэдр

(команда **`PolyhedronData["GreatIcosahedron"]`**)



Список групп многогранников

В программе «Математика 7» имеется много других многогранников, объединенных в группы. Названия этих групп можно получить с помощью команды

```
PolyhedronData["Classes"]
```

Ее исполнение дает следующий список групп.

```
{Amphichiral,Antiprism,Archimedean,ArchimedeanDual,Chiral,Compound,Concave,Convex,Cuboid,Deltahedron,Dipyramid,Equilateral,Hypercube,Johnson,KeplerPoinsot,Orthotope,Platonic,Prism,Pyramid,Quasiregular,RectangularParallelepiped,Rhombohedron,Rigid,SelfDual,Shaky,Simplex,SpaceFilling,Stellation,Uniform,UniformDual,Zonohedron}
```

Группа “Compound”

Для получения названий многогранников, входящих, например, в группу **Compound** нужно набрать команду

```
PolyhedronData["Compound"]
```

Ее исполнение дает следующий список названий многогранников.

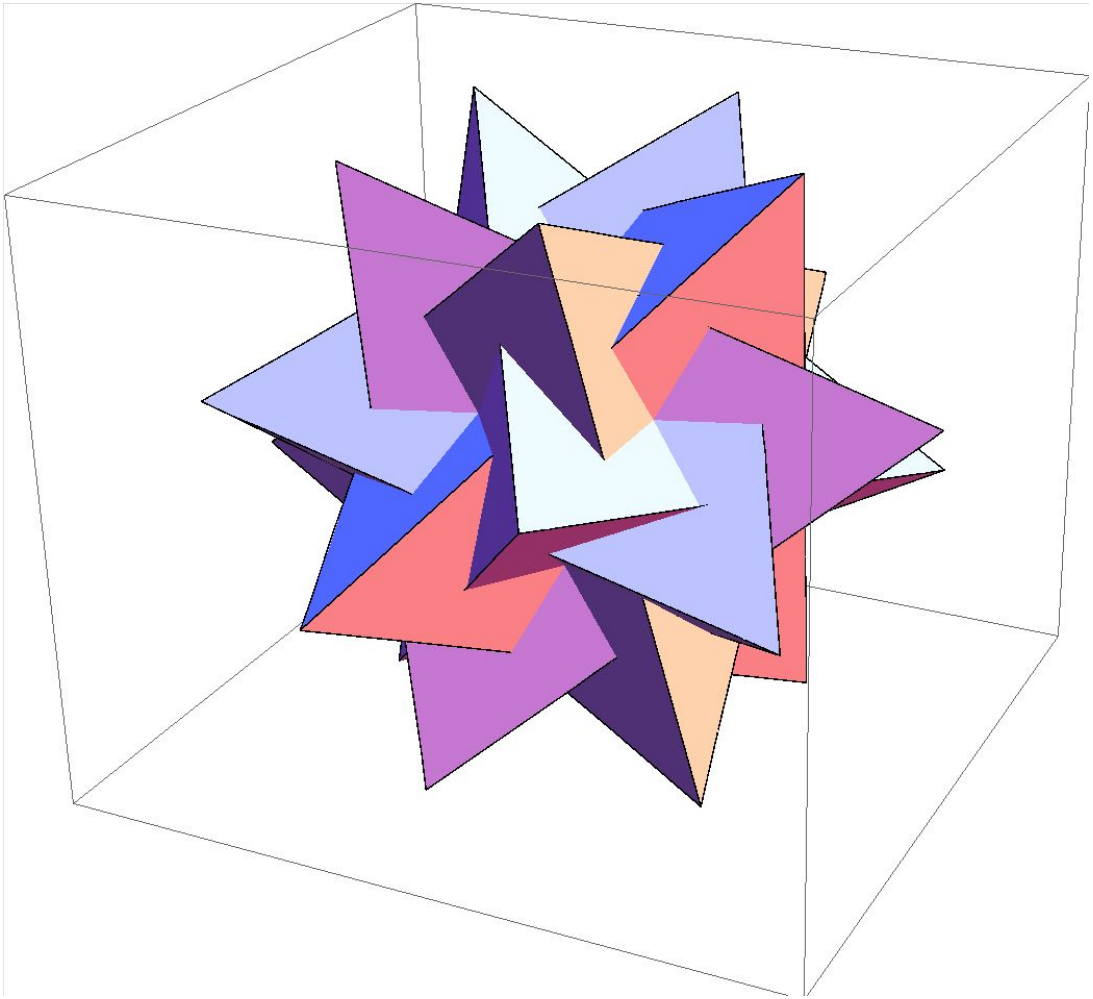
```
{CubeFiveCompound,CubeFourCompound,CubeOctahedronCompound,CubeOctahedronFiveCompound,CubeOctahedronThreeCompound,CubeSixCompound,CubeTenCompound,CubeThreeCompound,CubeTwoCompound,DodecahedronFiveCompound,DodecahedronIcosahedronCompound,DodecahedronSixCompound,DodecahedronTwoCompound,HexagonalPrismSixCompound,IcosahedronFiveCompound,IcosahedronSixCompound,IcosahedronTwoCompound,OctahedronFiveCompound,OctahedronFourCompound,OctahedronTenCompound,OctahedronThreeCompound,StellaOctangula,TetrahedronFiveCompound,{TetrahedronFourCompound,1},{TetrahedronFourCompound,2},{TetrahedronFourCompound,3},TetrahedronSixCompound,TetrahedronTenCompound,TetrahedronThreeCompound,TetrahedronTwoCompound}
```

Соединение пяти тетраэдров

Если, например, набрать команду

```
PolyhedronData["TetrahedronFiveCompound"]
```

то ее исполнение даст изображение соединения из пяти тетраэдров.



Группа “Stellation”

Для получения названий многогранников, входящих, например, в группу **`Stellation`** нужно набрать команду

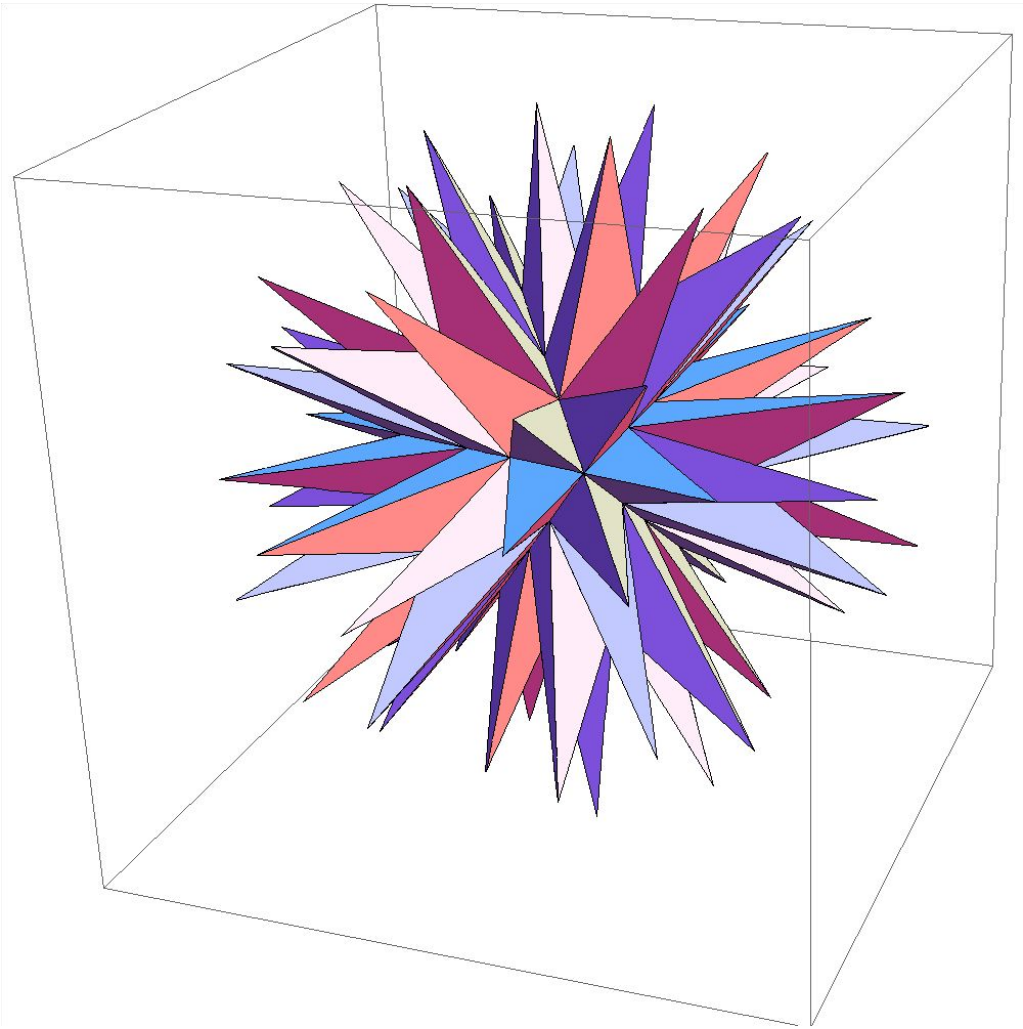
```
PolyhedronData["Stellation"]
```

Ее исполнение дает следующий список названий многогранников.

```
{CubeFiveCompound,DodecahedronIcosahedronCompound,Echidnahedron,EschersSolid,GreatDodecahedron,GreatIcosahedron,GreatRhombicTriacontahedron,GreatStellatedDodecahedron,OctahedronFiveCompound,{RhombicDodecahedronStellation,2},RhombicHexecontahedron,SmallStellatedDodecahedron,SmallTriambicIcosahedron,StellaOctangula,TetrahedronFiveCompound,TetrahedronTenCompound}
```

Echidnahedron

Если, например, набрать команду

```
PolyhedronData["Echidnahedron"]
```

то ее исполнение даст многогранник, изображенный на рисунке.