

Математика

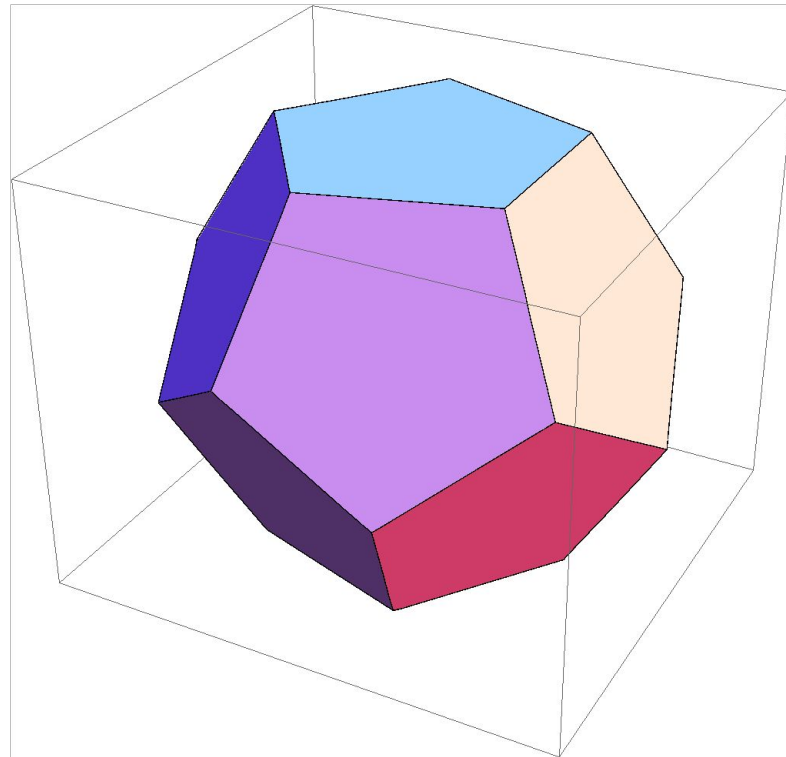
Одним из существенных препятствий для успешного изучения темы «Многогранники» является ограниченность средств их изображения и показа. Так, например, при определенном навыке можно нарисовать на доске пирамиду, параллелепипед, призму и даже правильные многогранники. Хотя, получающиеся при этом рисунки, как правило, далеки от совершенства. Нарисовать же полуправильные и звездчатые многогранники вообще не представляется возможным. Решить эту проблему поможет использование компьютерной программы «Математика 7», которая позволяет не только получать изображения на экране монитора различных пространственных фигур, но и поворачивать их в разные стороны как пространственные тела. Здесь мы остановимся на использовании этой программы, при изучении темы «Правильные, полуправильные и звездчатые многогранники».

Додекаэдр 1

Рассмотрим сначала вопрос об изображении правильных многогранников. В качестве примера возьмем додекаэдр. Для получения изображения додекаэдра после того, как вы вошли в программу, нужно набрать

```
Graphics3D[PolyhedronData["Dodecahedron", "Faces"]]
```

После этого следует нажать клавиши SHIFT и ENTER. В результате на экране появится цветное изображение додекаэдра, заключенного в каркасный куб.

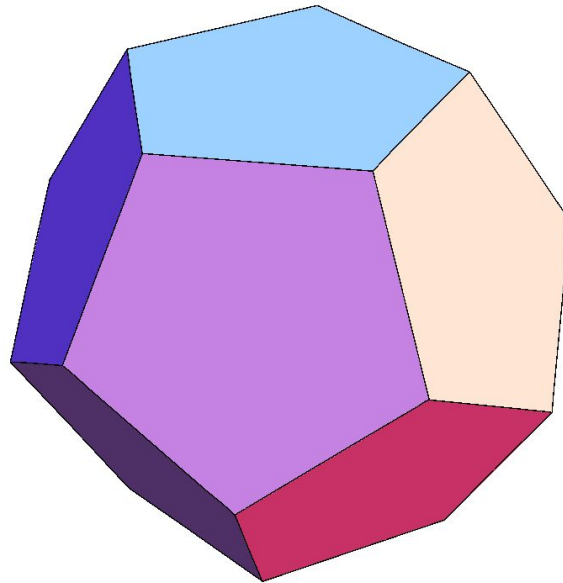


Полученное изображение можно поворачивать в разные стороны с помощью «мышки».

Додекаэдр 2

Если вы хотите убрать куб, то к команде, которую вы набрали, следует добавить **Boxed->False**. В результате получится команда **Graphics3D[PolyhedronData["Dodecahedron","Faces"],Boxed->False]**

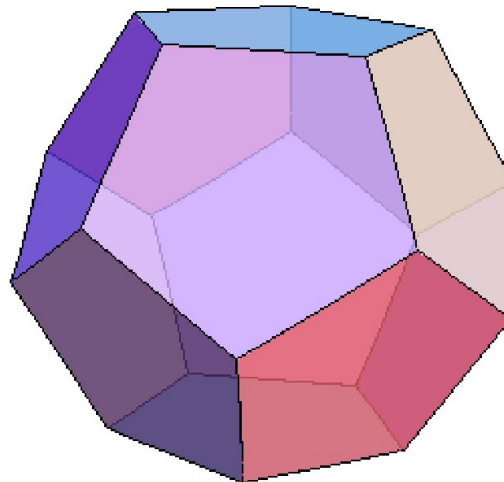
Нажатие клавиш SHIFT и ENTER приводит к исполнению этой команды. На экране получим изображение додекаэдра



Додекаэдр 3

Изображение додекаэдра можно сделать разной степени прозрачным. Для этого нужно добавить команду **Opacity[k]**, где k – коэффициент прозрачности от нуля до единицы. Если $k=1$, то прозрачности нет. Если $k=0$, то от изображения додекаэдра остаются только ребра. На рисунке приведена команда и изображение в случае $k=0,8$.

```
Graphics3D[{Opacity[0.8], PolyhedronData["Dodecahedron", "Faces"]}, Boxed->False]
```

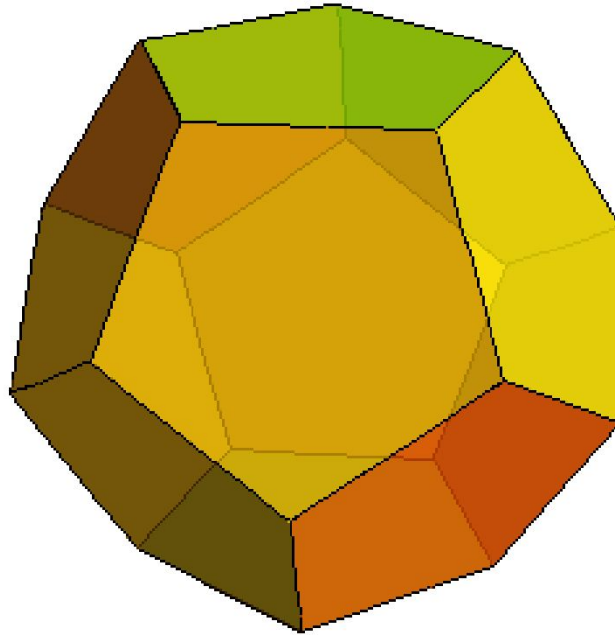


Додекаэдр 4

Цвет граней додекаэдра можно изменить, добавив команду **FaceForm[]**, где в квадратных скобках указывается цвет. Если выбрать желтый цвет (Yellow), то получим команду

```
Graphics3D[{Opacity[0.8], FaceForm[Yellow], PolyhedronData["Dodecahedron", "Faces"]}, Boxed->False]
```

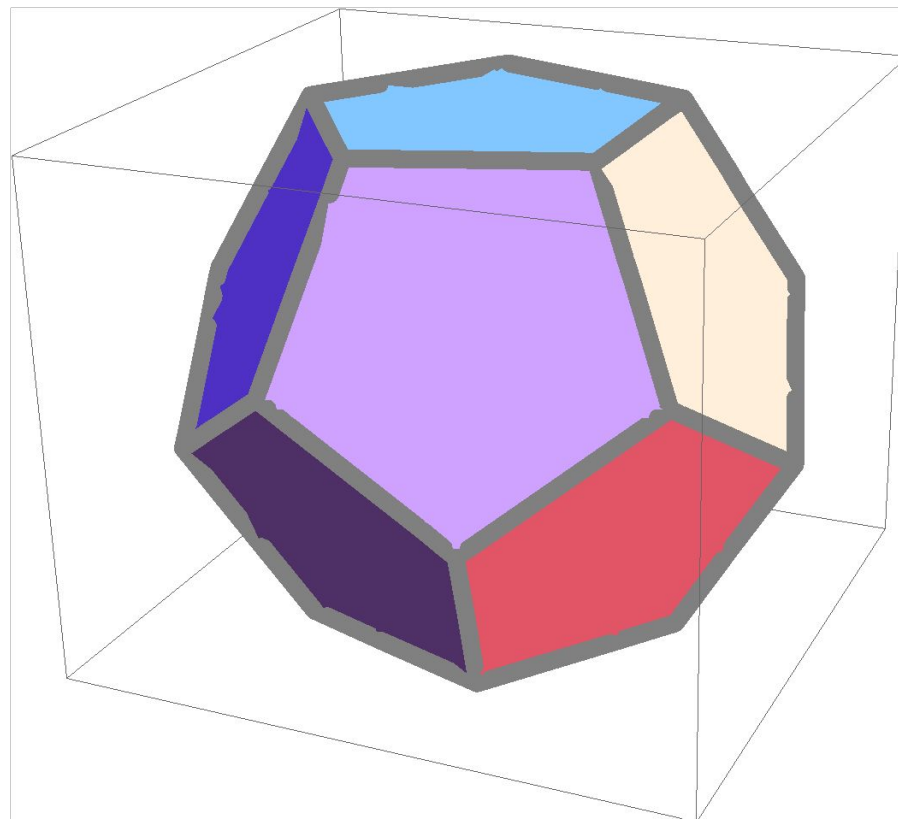
Исполнение которой дает следующее изображение.



Додекаэдр 5

Изображение ребер додекаэдра можно делать разного цвета и разной толщины. Пример дает следующая команда

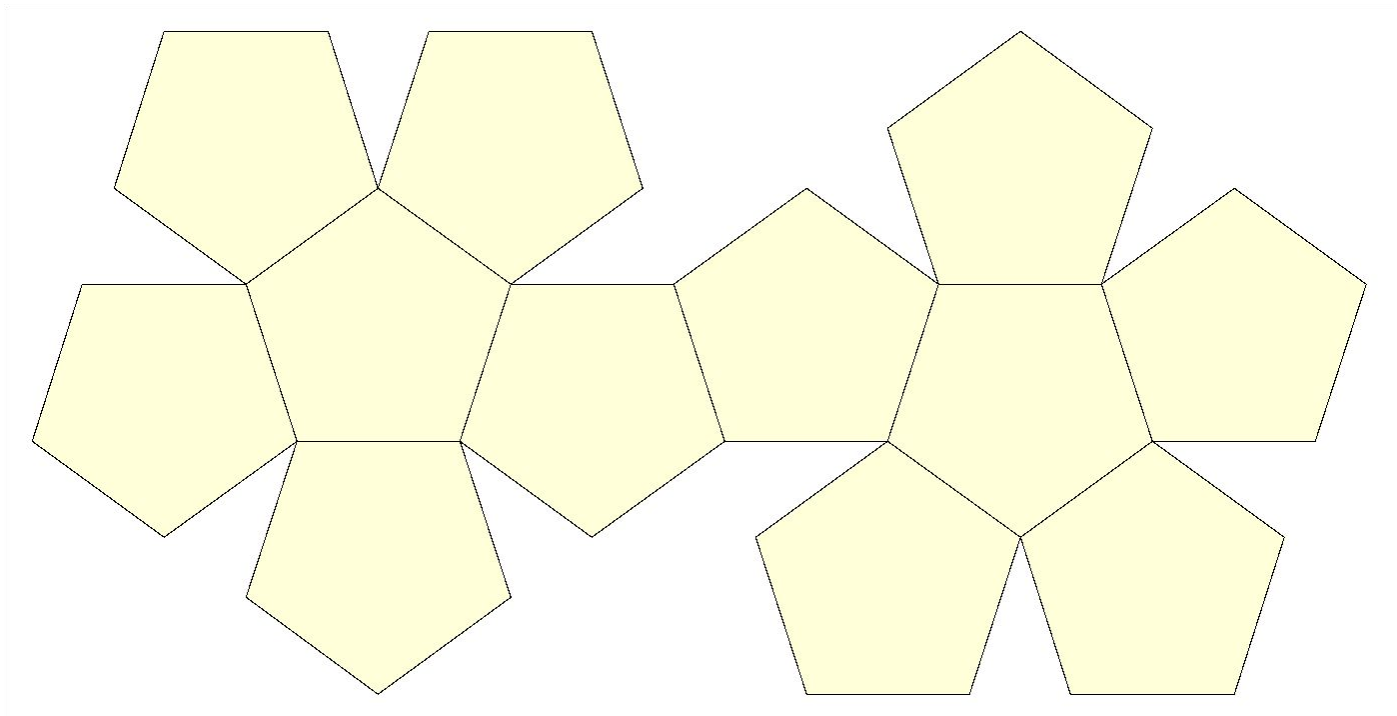
```
Graphics3D[{EdgeForm[{GrayLevel[0.5], Thickness[0.02]}], PolyhedronData["Dodecahedron", "Faces"]}]
```



Додекаэдр 6

Следующая команда позволяет получить изображение развертки додекаэдра.

```
PolyhedronData["Dodecahedron", "NetImage"]
```



Додекаэдр 7

Программа «Математика» позволяет вычислять значения различных геометрических величин, связанных с многогранниками.

Например, команда

PolyhedronData ["Dodecahedron", "Circumradius"]

дает радиус сферы, описанной около додекаэдра с ребром 1,

$$R = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{15}}{4}.$$

Команда

PolyhedronData ["Dodecahedron", "Inradius"]

дает радиус сферы, вписанной в додекаэдр с ребром 1,

$$r = \frac{\sqrt{250 + 110\sqrt{5}}}{20}.$$

Додекаэдр 8

Команда

PolyhedronData ["Dodecahedron", "Volume"]

Дает объем додекаэдра с ребром 1,

$$V = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4}.$$

Команда

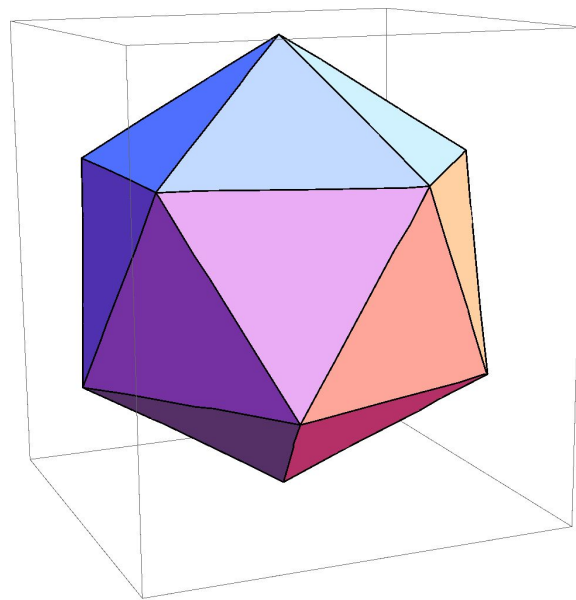
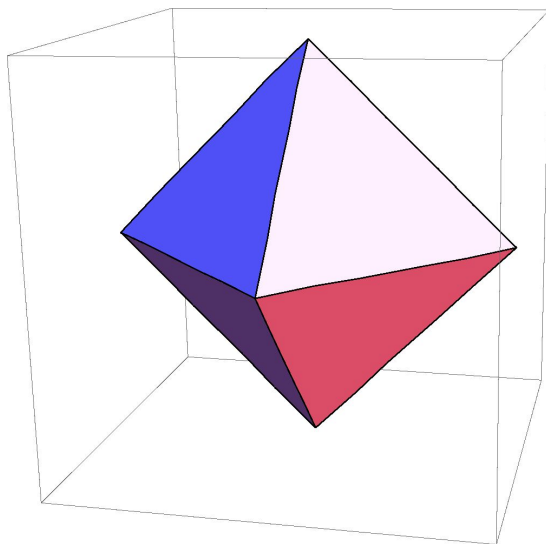
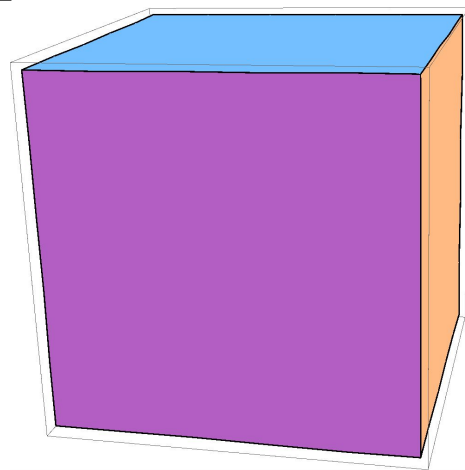
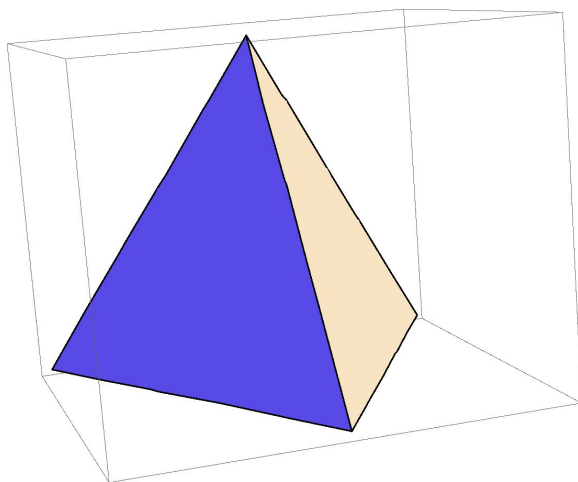
PolyhedronData ["Dodecahedron", "SurfaceArea"]

Дает площадь поверхности додекаэдра с ребром 1,

$$S = 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}.$$

Правильные многогранники

Если вместо Dodecahedron написать соответственно Tetrahedron, Hexahedron, Octahedron, Icosahedron, то получим изображения тетраэдра, куба, октаэдра и икосаэдра, которые также можно поворачивать.



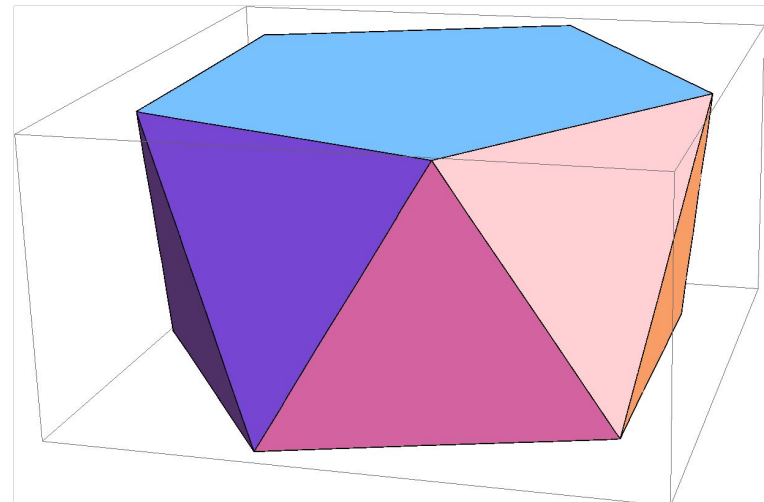
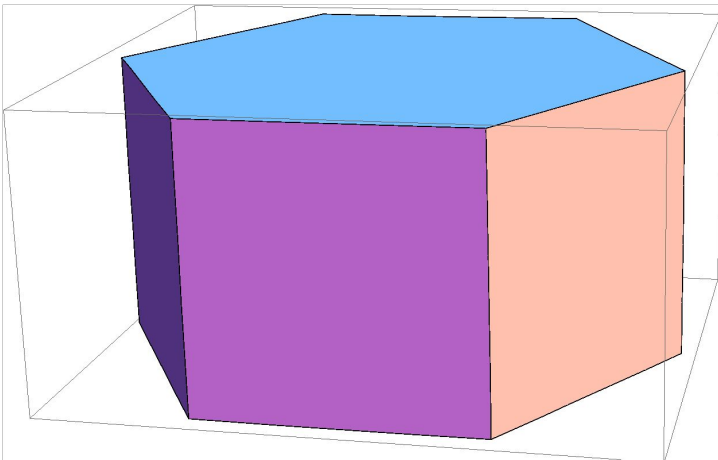
Полуправильные многогранники

Программа «Математика 7» позволяет получать изображения полуправильных многогранников и производить с ними указанные выше операции. Среди них: правильные призмы и антипризмы.

На рисунках приведены правильная шестиугольная призма и пятиугольная антипризма, полученные с помощью команд соответственно:

```
PolyhedronData[{"Prism", 6}]
```

```
PolyhedronData[{"Antiprism", 5}]
```

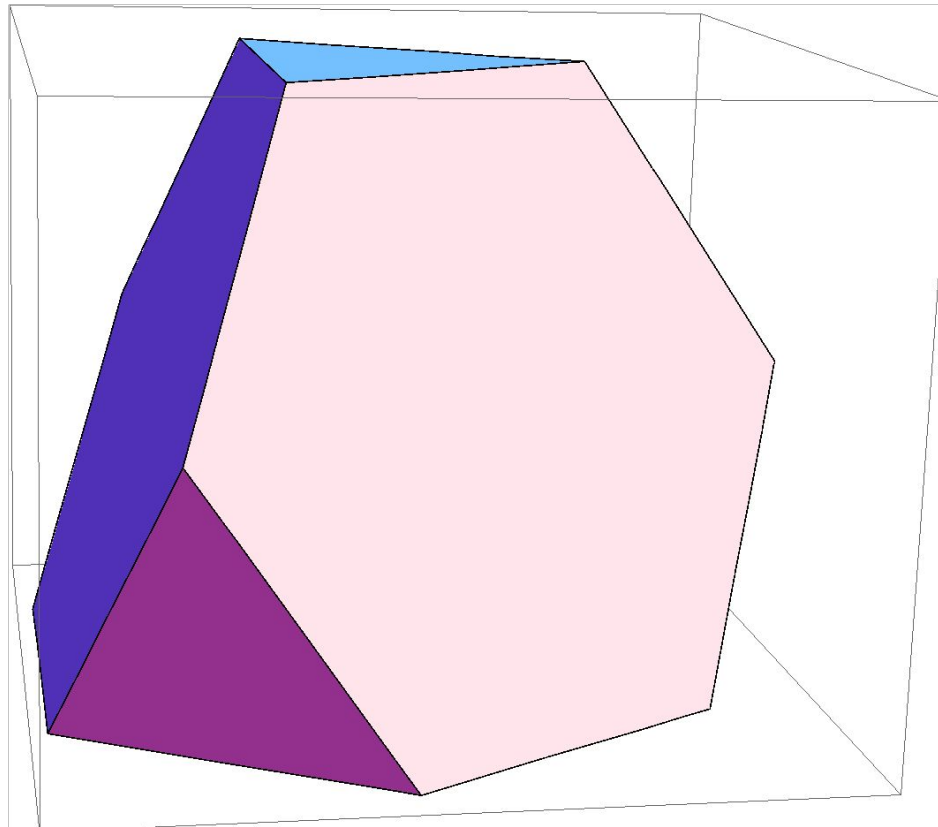


Тела Архимеда

Кроме правильных призм и антипризм к полуправильным многогранникам относятся 13 тел Архимеда. Среди них.

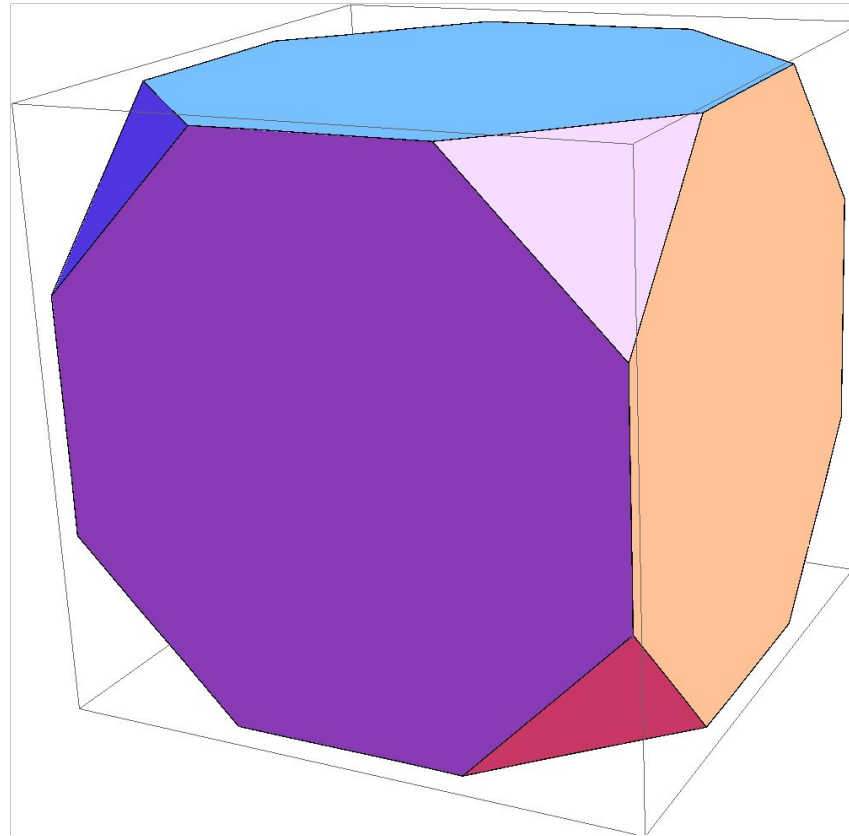
1. Усеченный тетраэдр

(команда `PolyhedronData["TruncatedTetrahedron"]`)



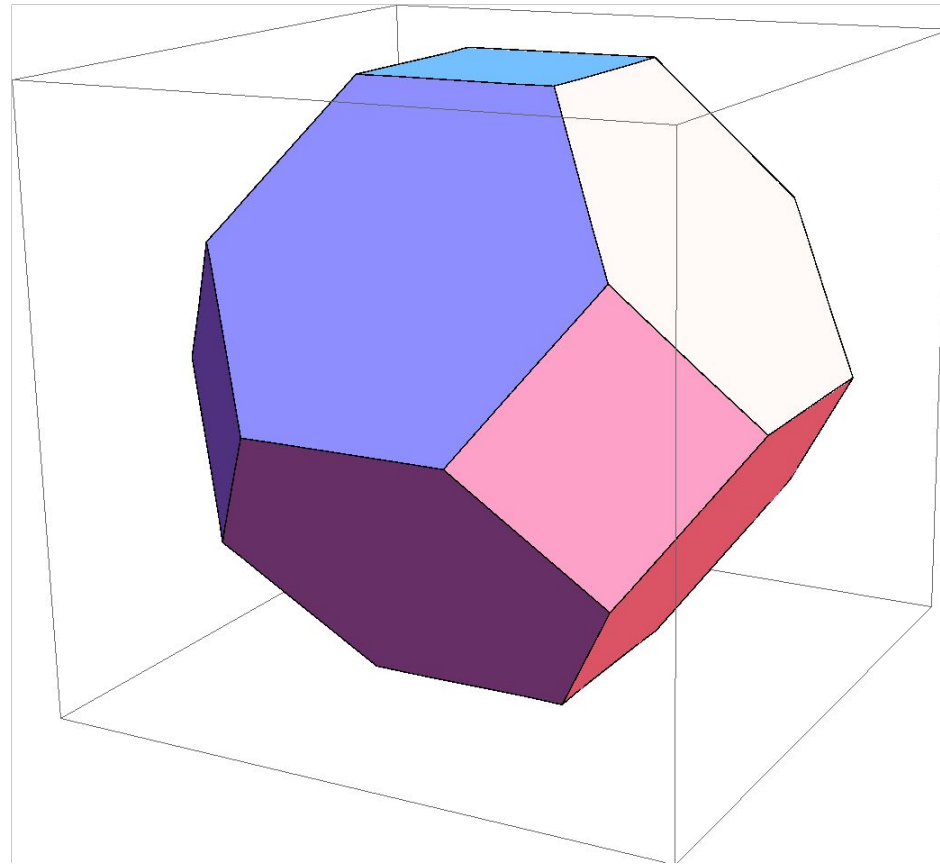
2. Усеченный куб

(команда `PolyhedronData["TruncatedCube"]`)



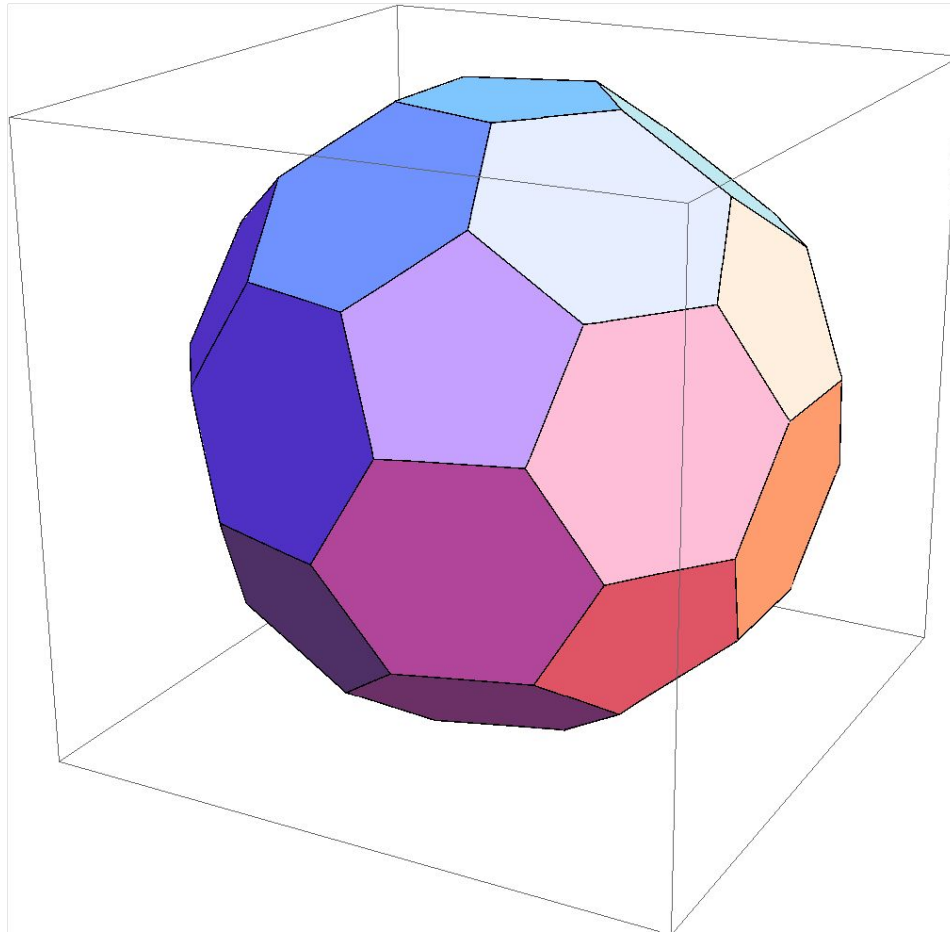
3. Усеченный октаэдр

(команда `PolyhedronData["TruncatedOctahedron"]`)



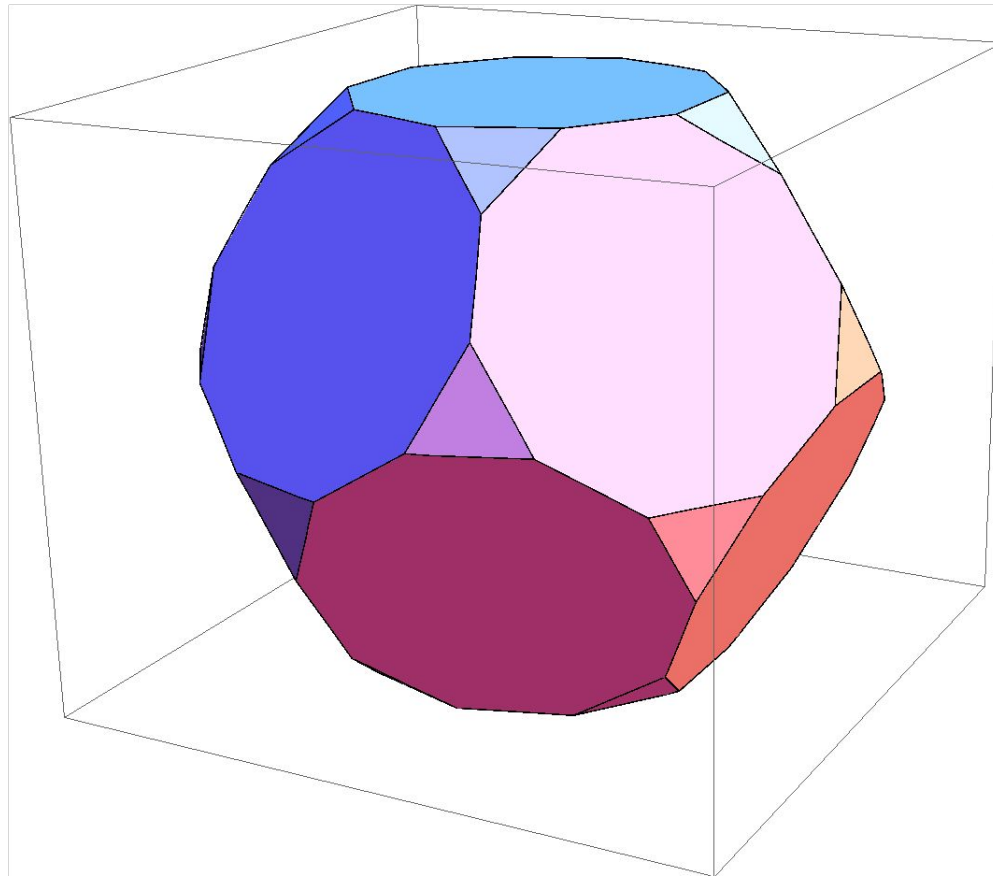
4. Усеченный икосаэдр

(команда `PolyhedronData["TruncatedIcosahedron"]`)



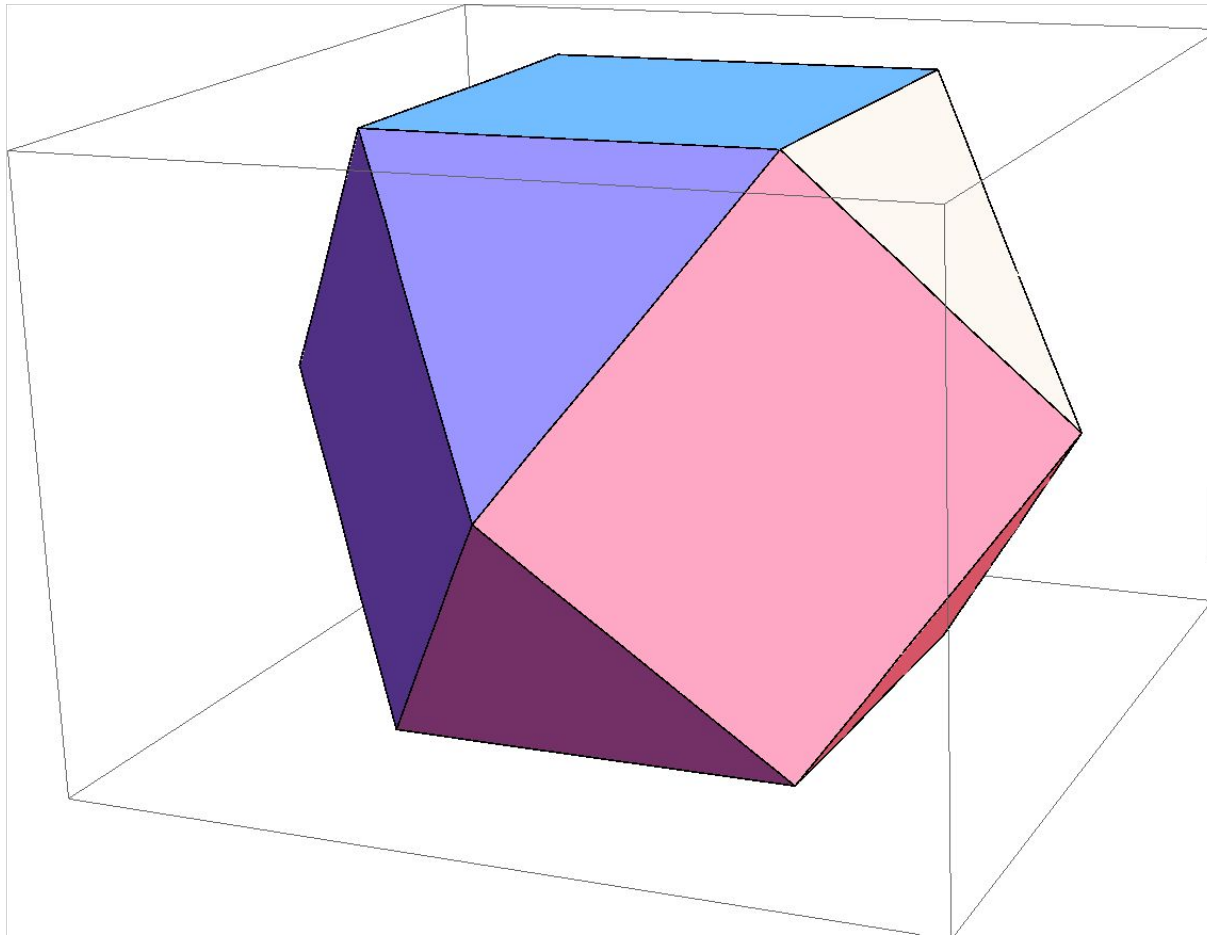
5. Усеченный додекаэдр

(команда `PolyhedronData["TruncatedDodecahedron"]`)



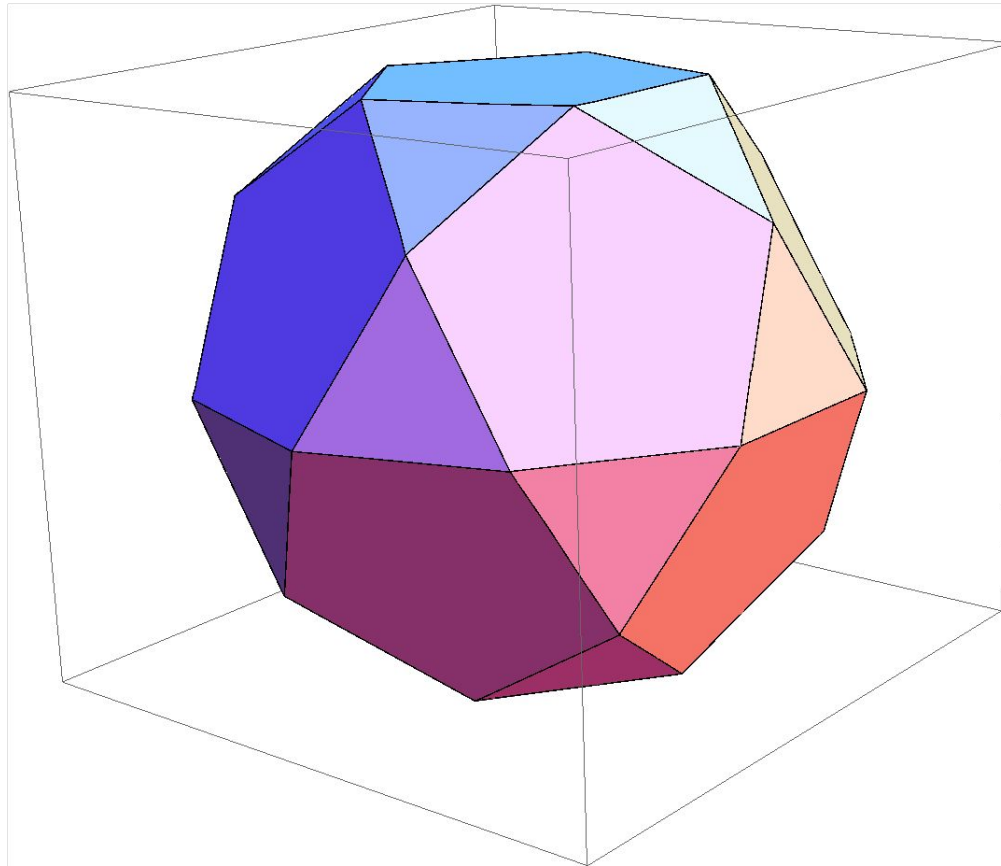
6. Кубоктаэдр

(команда `PolyhedronData["Cuboctahedron"]`)



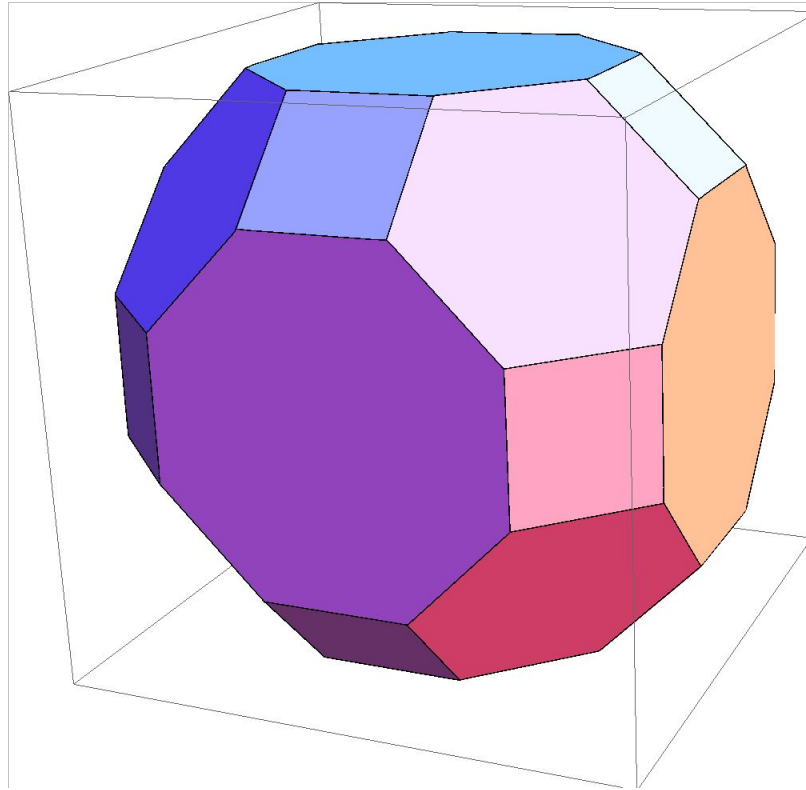
7. Икосододекаэдр

(команда `PolyhedronData["Icosidodecahedron"]`)



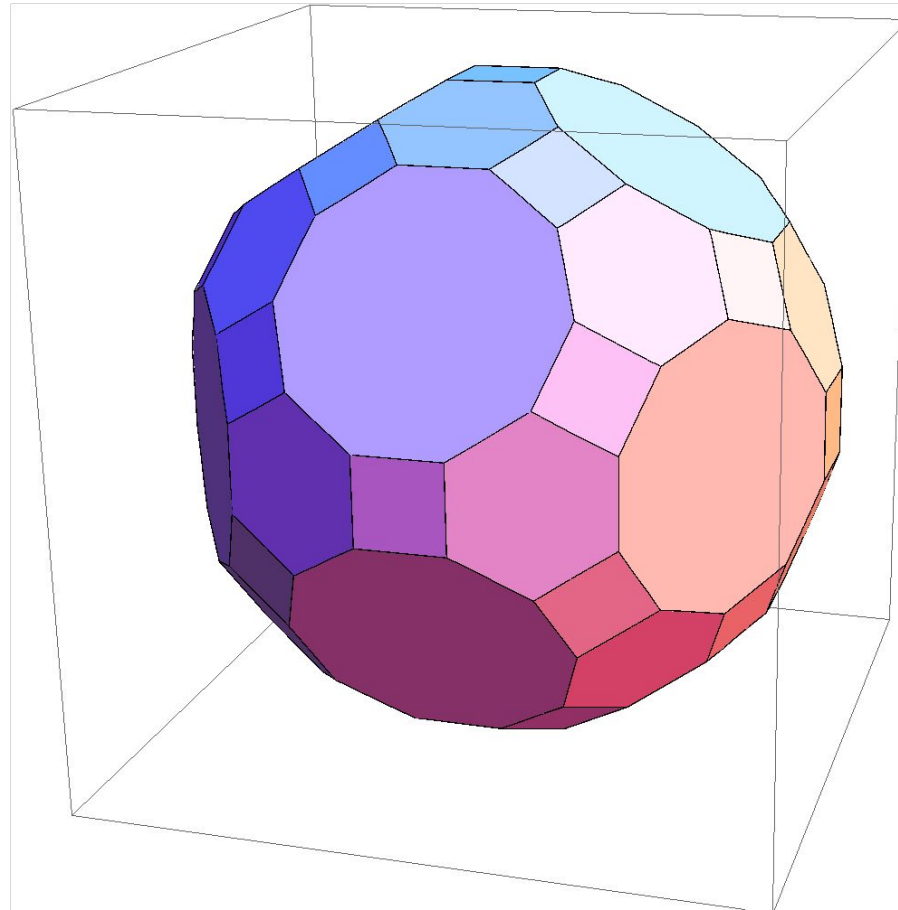
8. Усеченный кубоктаэдр

(команда `PolyhedronData ["GreatRhombicuboctahedron"]`).



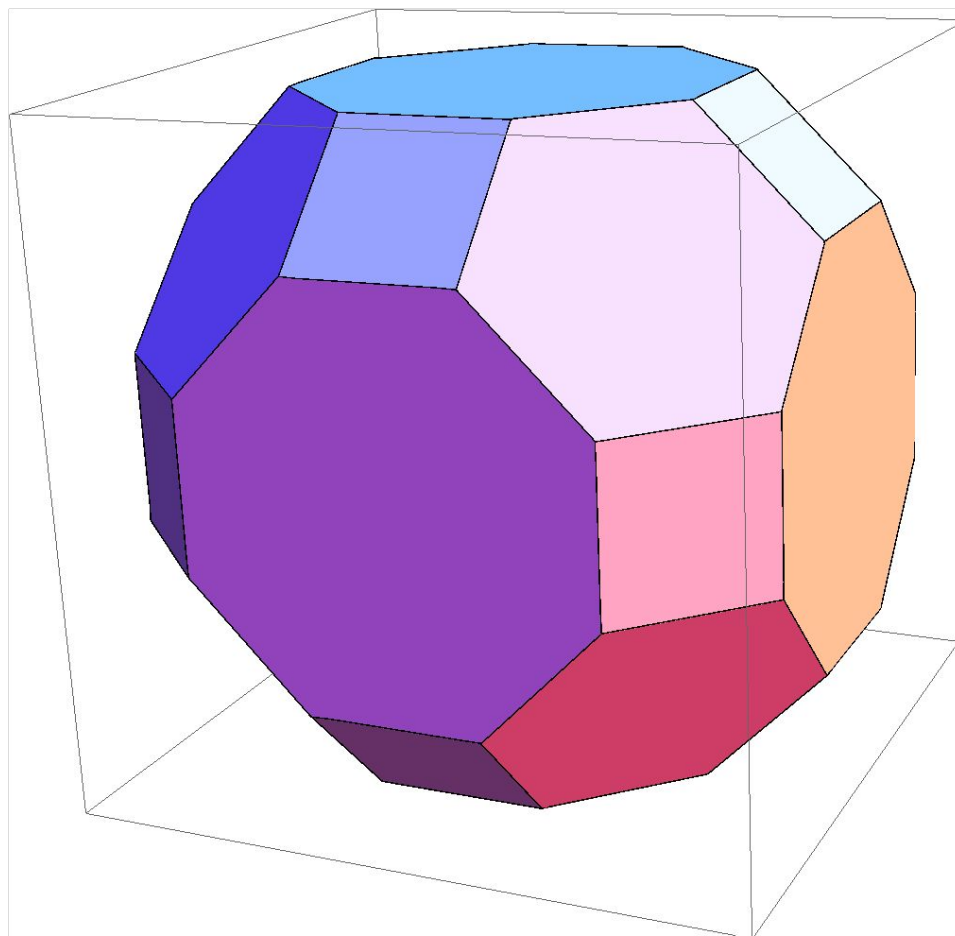
9. Усеченный икосододекаэдр

(команда `PolyhedronData["GreatRhombicosidodecahedron"]`)



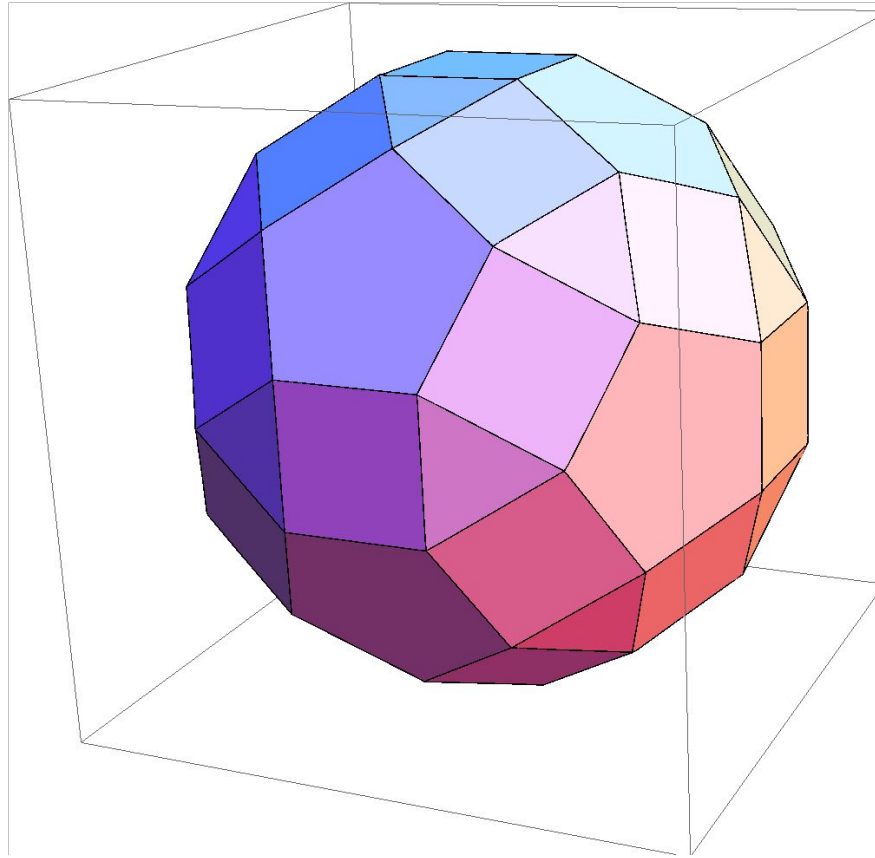
10. Ромбокубооктаэдр

(команда `PolyhedronData["SmallRhombicuboctahedron"]`)



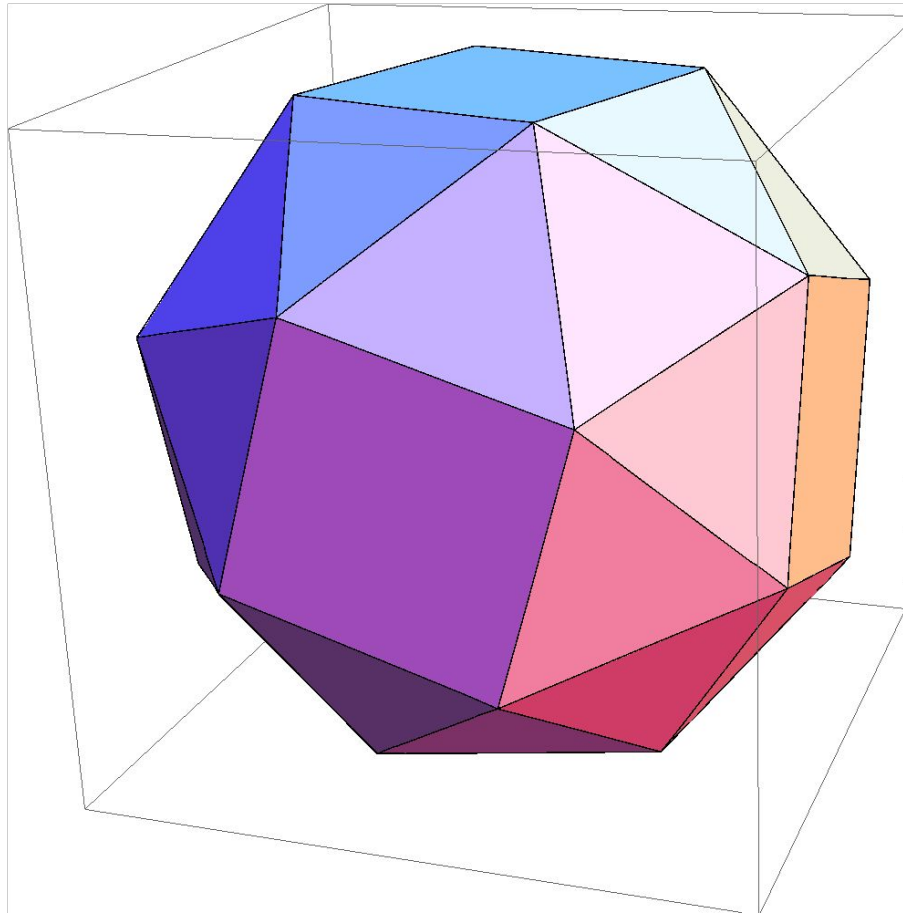
11. Ромбоикосодекаэдр

(команда `PolyhedronData["SmallRhombicosidodecahedron"]`)



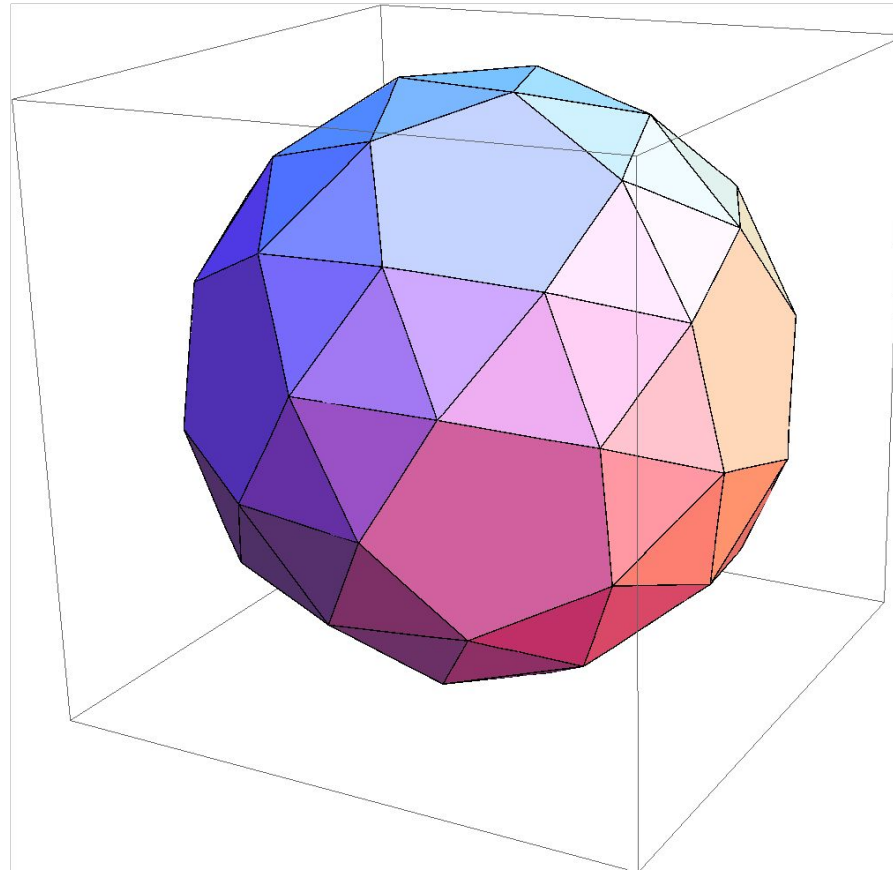
12. Курносый куб

(команда `PolyhedronData["SnubCube"]`)



13. Курносый додекаэдр

(команда `PolyhedronData["SnubDodecahedron"]`)

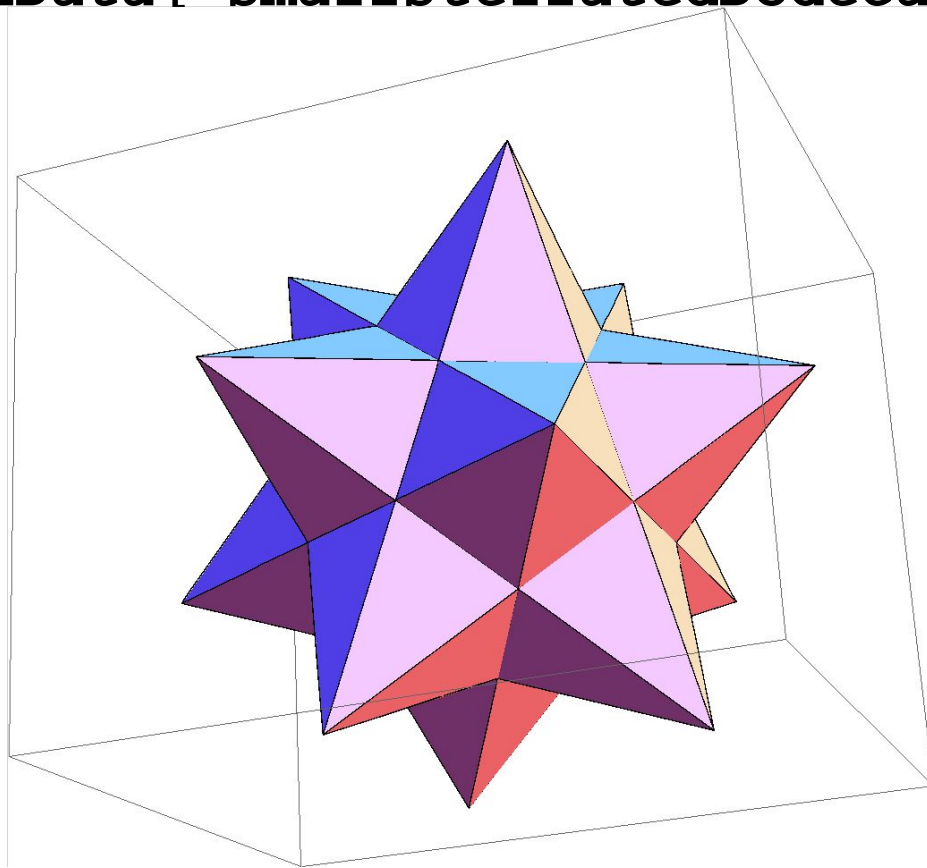


Правильные звездчатые многогранники

Программа «Математика 7» позволяет получать изображения правильных звездчатых многогранников (тел Кеплера-Пуансо) и производить с ними указанные выше операции.

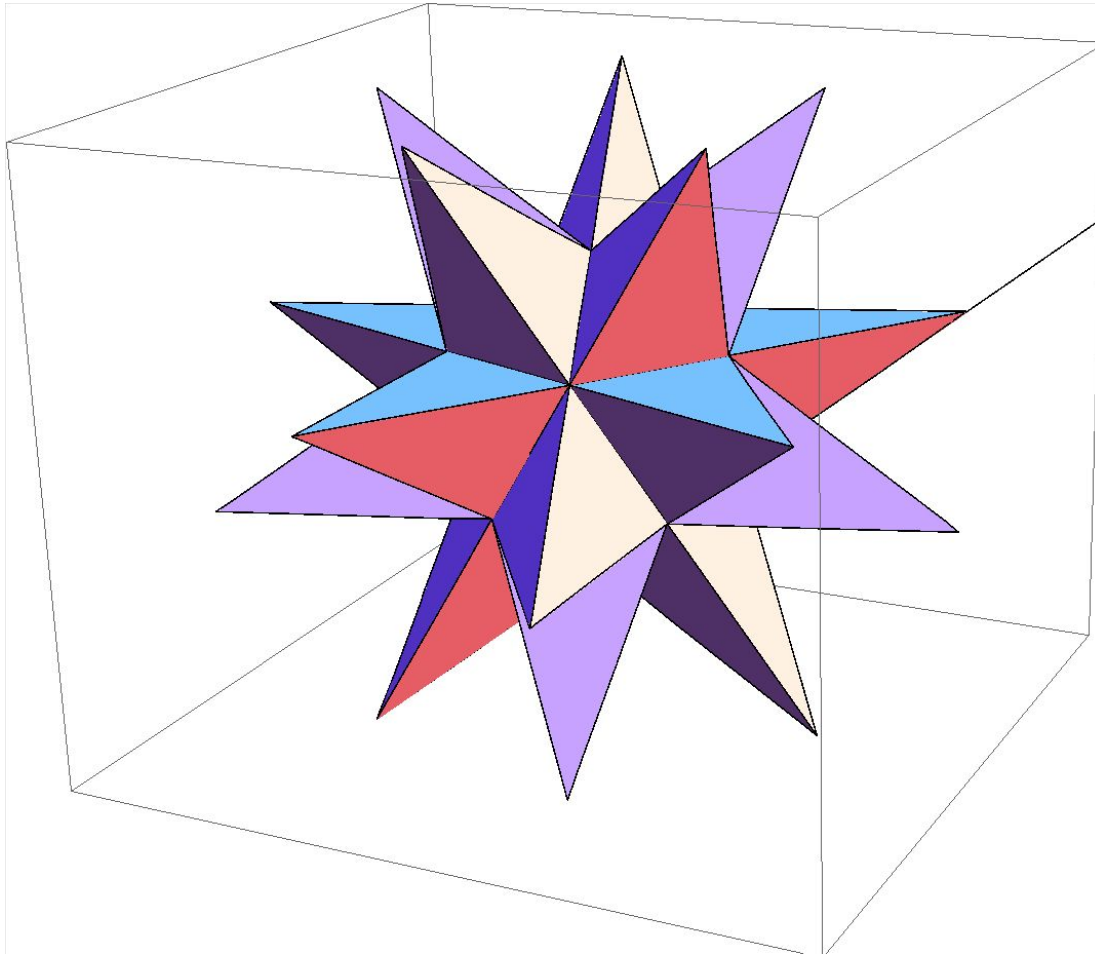
Имеется четыре правильных звездчатых многогранника:

1. Малый звездчатый додекаэдр (команда `PolyhedronData["SmallStellatedDodecahedron"]`).



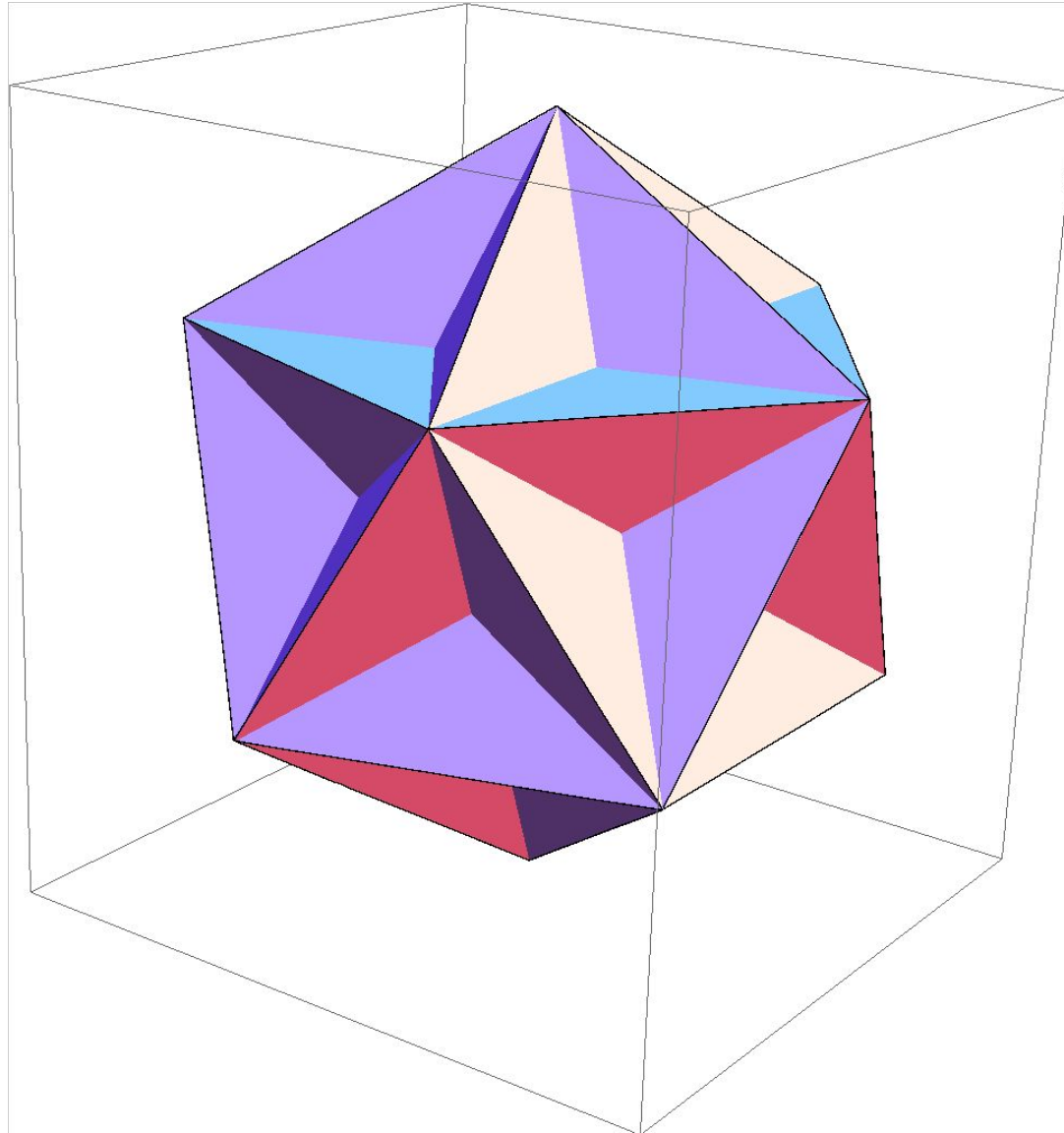
2. Большой звездчатый додекаэдр

(команда `PolyhedronData["GreatStellatedDodecahedron"]`)



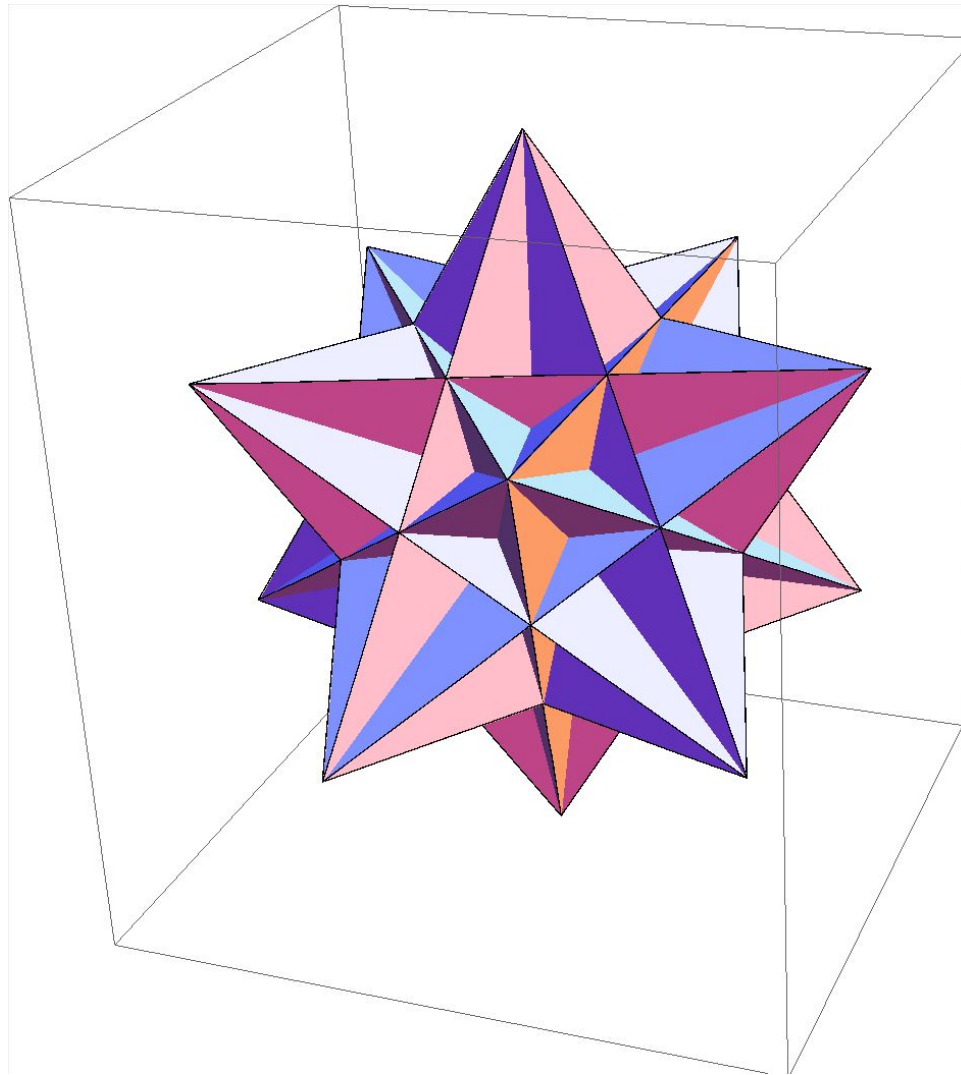
3. Большой додекаэдр

(команда `PolyhedronData["GreatDodecahedron"]`)



4. Большой икосаэдр

(команда `PolyhedronData["GreatIcosahedron"]`)



Список групп многогранников

В программе «Математика 7» имеется много других многогранников, объединенных в группы. Названия этих групп можно получить с помощью команды

```
PolyhedronData["Classes"]
```

Ее исполнение дает следующий список групп.

```
{Amphichiral, Antiprism, Archimedean, ArchimedeanDual, Chiral, Compound, Concave, Convex, Cuboid, Deltahedron, Dipyramid, Equilateral, Hypercube, Johnson, KeplerPoinsot, Orthotope, Platonic, Prism, Pyramid, Quasiregular, Rectangular Parallelepiped, Rhombohedron, Rigid, SelfDual, Shaky, Simplex, SpaceFilling, Stellation, Uniform, UniformDual, Zonohedron}
```

Группа “Compound”

Для получения названий многогранников, входящих, например, в группу **Compound** нужно набрать команду

```
PolyhedronData ["Compound"]
```

Ее исполнение дает следующий список названий многогранников.

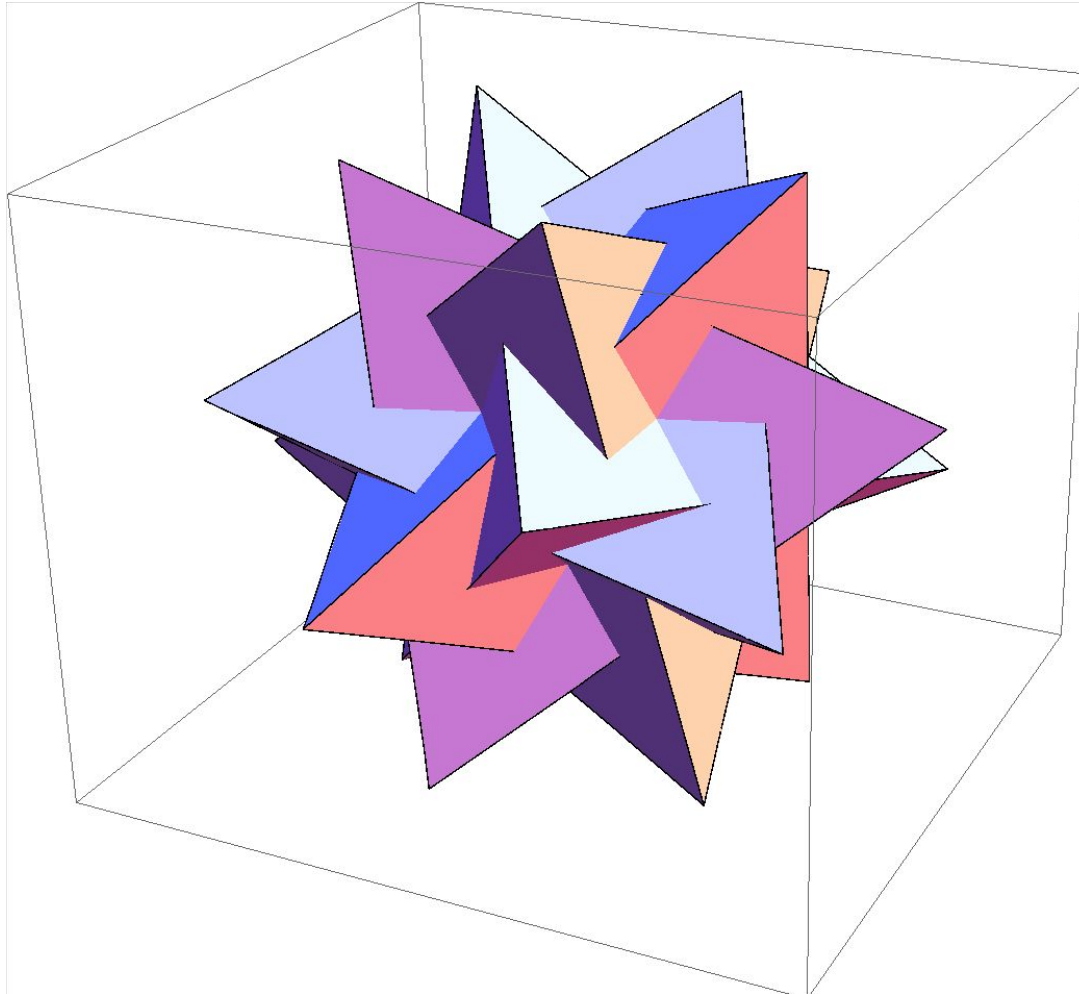
```
{CubeFiveCompound, CubeFourCompound, CubeOctahedronCompound, CubeOctahedronFiveCompound, CubeOctahedronThreeCompound, CubeSixCompound, CubeTenCompound, CubeThreeCompound, CubeTwoCompound, DodecahedronFiveCompound, DodecahedronIcosahedronCompound, DodecahedronSixCompound, DodecahedronTwoCompound, HexagonalPrismSixCompound, IcosahedronFiveCompound, IcosahedronSixCompound, IcosahedronTwoCompound, OctahedronFiveCompound, OctahedronFourCompound, OctahedronTenCompound, OctahedronThreeCompound, StellaOctangula, TetrahedronFiveCompound, {TetrahedronFourCompound, 1}, {TetrahedronFourCompound, 2}, {TetrahedronFourCompound, 3}, TetrahedronSixCompound, TetrahedronTenCompound, TetrahedronThreeCompound, TetrahedronTwoCompound}
```

Соединение пяти тетраэдров

Если, например, набрать команду

```
PolyhedronData["TetrahedronFiveCompound"]
```

то ее исполнение даст изображение соединения из пяти тетраэдров.



Группа “Stellation”

Для получения названий многогранников, входящих, например, в группу **Stellation** нужно набрать команду

```
PolyhedronData["Stellation"]
```

Ее исполнение дает следующий список названий многогранников.

```
{CubeFiveCompound, DodecahedronIcosahedronCompound, Echinahedron, EschersSolid, GreatDodecahedron, GreatIcosahedron, GreatRhombicTriacontahedron, GreatStellatedDodecahedron, OctahedronFiveCompound, {RhombicDodecahedronStellation, 2}, RhombicHexecontahedron, SmallStellatedDodecahedron, SmallTriambicIcosahedron, StellaOctangula, TetrahedronFiveCompound, TetrahedronTenCompound}
```


Echidnatedron

Если, например, набрать команду

```
PolyhedronData["Echidnatedron"]
```

то ее исполнение даст многогранник, изображенный на рисунке.

