

Проект группы ЭКОНОМИСТОВ



Кажанов Дмитрий
Аббасов Джумшуд
Карелов Максим

МОУ лицей №1
г. Цимлянска



**Если хотите быть богатым,
научитесь не только
зарабатывать, но и быть
экономным.**

ФРАНКЛИН Бенджамин

**Как располагать средствами
своими для достижения по
возможности большей
выгоды?**

Как экономнее провести шоссе?



из приречного города A надо направлять грузы в пункт B , расположенный на a километров ниже по реке и в d километрах от берега. Как провести шоссе от B к реке чтобы провоз грузов из A в B обходился возможно дешевле, если провозная плата с тонно-километра по реке вдвое меньше, чем по шоссе.



$AC = a$, $BC = d$. Где должна находиться пристань D , если путь AD проходит по реке, а путь BD по шоссе?

РЕШЕНИЕ:

- ◆ Так как провоз по шоссе вдвое дороже, чем по реке, то сумма $m = x + 2y$ должна быть наименьшая.

- ◆ Но $x = a - DC$, $DC = \sqrt{y^2 - d^2}$

- ◆ Наше уравнение принимает вид:

$$a - \sqrt{y^2 - d^2} + 2y = m$$

- ◆ Решим это уравнение относительно y :

$$y = \frac{2}{3}(m - a) \pm \frac{\sqrt{(m - a)^2 - 3d^2}}{3}$$

РЕШЕНИЕ:

- ◆ Чтобы y было действительным, $(m-a)^2$ должно быть не меньше $3d^2$.

- ◆ Тогда

$$m - a = d\sqrt{3} \quad , \quad y = \frac{2(m-a) + 0}{3} = \frac{2d\sqrt{3}}{3}$$

- ◆ Из треугольника BCD

имеем: $\sin \angle BDC = d : y = d : \frac{2d\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- ◆ Но угол, синус которого равен $\frac{\sqrt{3}}{2}$, равен 60° . Значит, шоссе надо провести под углом в 60° к реке.

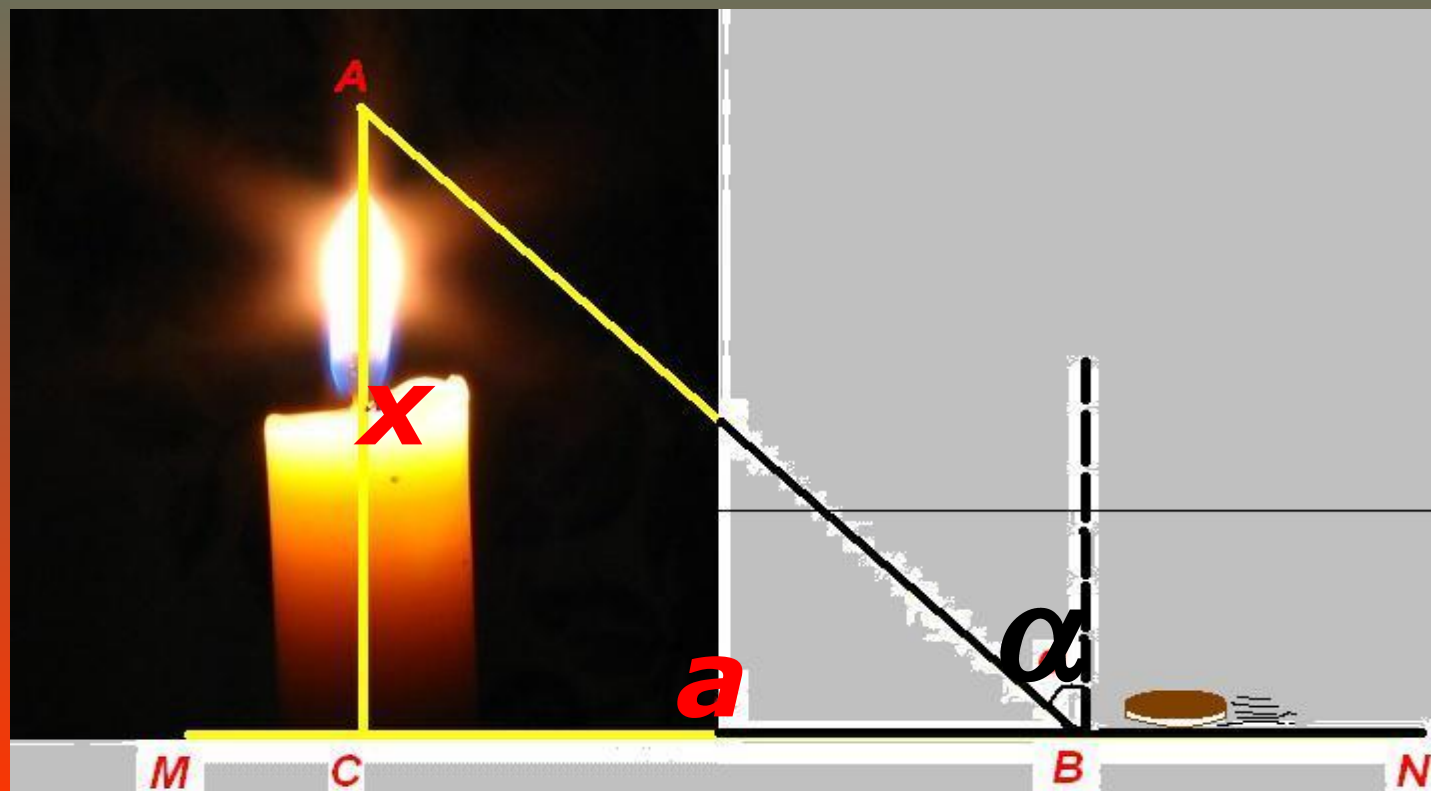
шоссе, проведенное под углом 60° к реке, пойдёт по ту сторону города A , то решение неприложимо; в таком случае надо непосредственно связать пункт B с городом A шоссе, вовсе не пользуясь рекой для перевозки.

Некоторые практические задачи «на максимум и минимум», т. е. на разыскание наибольшего и наименьшего значений переменной величины требуют применения знаний из различных областей наук.

Например для поиска наиболее оптимального режима освещения рабочего места, ведущего к повышению производительности труда, необходимо знать законы физики, геометрии, тригонометрии.

Рассмотрим аналогичную задачу:

на какой высоте над столом должно находиться пламя свечи, чтобы всего ярче освещать лежащую на столе монету?



РЕШЕНИЕ

- Согласно законам оптики освещённость монеты выразится уравнением:
$$\frac{i}{AB^2} \cos \alpha = \frac{i \cos \alpha}{\left(\sqrt{a^2 + x^2}\right)^2} = \frac{i \cos \alpha}{a^2 + x^2},$$

- Так как $\cos \alpha = \cos A = \frac{x}{AB} = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$

то освещённость равна
$$\frac{i}{a^2 + x^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{ix}{\left(a^2 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

- Это выражение достигает максимума при том же значении x , что и его квадрат, т. е.
$$\frac{i^2 x^2}{\left(a^2 + x^2\right)^3}$$

- С учётом этого условия преобразуем уравнение к виду:
$$a^2 = 2x^2 + 2a^2 - 2a^2$$

- Решив это уравнение, находим:

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}} \approx 0,71a.$$

Итак, монета освещается всего ярче, когда источник света находится на высоте $0,71$ расстояния от проекции источника до монеты.

Знание этого соотношения помогает при устройстве наилучшего освещения рабочего места и позволяет экономить электроэнергию и человеческие ресурсы.

Вывод.

- ◆ При решении данных практических задачгодились следующие математические знания и умения: преобразование алгебраических выражений, решение уравнений, определение синуса и косинуса острого угла прямоугольного треугольника.
- ◆ Если практическую задачу можно выразить языком геометрии, причём её решение связано с решением треугольников, то необходимо знание тригонометрии.

Литература.

- ◆ <http://ru.wikipedia.org>
- ◆ <http://math.ru>
- ◆ Перельман Я.И.
Занимательная алгебра. М.:
ТРИАДА-ЛИТЕРА, 1994.-200с