

# **Определение опорного плана транспортной задачи**

**Метод северо-западного угла**

**Метод минимального элемента**

**Метод аппроксимации Фогеля**

Математическая дисциплина, занимающаяся изучением экстремальных (максимальных или минимальных) задач управления, планирования и разработкой методов их решения, получила название **математического программирования**.

**Задачи управления и планирования** возможно представить как выбор параметров и системы функций, например:

Требуется найти максимум функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

при условиях

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0,$$
$$x_j \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n},$$

Требуется найти максимум функции  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

при условиях

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, \\ x_j \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n},$$

Здесь  $f, g_i$  — функции,

$x_1, x_2, \dots, x_n$  — параметры управления.

Выражение  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  называется **функцией цели**.

Условия представляют собой ограничения поставленной задачи.

# транспортная задача

Цель - В МИНИМИЗАЦИИ ПОЛНОЙ СТОИМОСТИ перевозок известного количества товаров со складов к потребителю.

постановка транспортной задачи :

определение оптимального плана перевозок однородного груза

из  $m$  пунктов отправления  $A_1, A_2, \dots, A_m$   
в  $n$  пунктов назначения  $B_1, B_2, \dots, B_n$ .

*в качестве критерия оптимальности обычно берется либо минимальная стоимость перевозок всего груза, либо минимальное время его доставки.*

# транспортная задача

определение оптимального плана перевозок груза  
из  $m$  пунктов отправления  $A_1, A_2, \dots, A_m$   
в  $n$  пунктов назначения  $B_1, B_2, \dots, B_n$ .

**определение минимального значения целевой  
функции стоимости перевозок**

Всякое неотрицательное решение систем линейных уравнений,  
называется планом транспортной задачи.

План, при котором целевая функция принимает свое минимальное  
значение, называется оптимальным планом транспортной задачи.

## транспортная задача

определение оптимального плана перевозок груза  
из  $m$  пунктов отправления  $A_1, A_2, \dots, A_m$   
в  $n$  пунктов назначения  $B_1, B_2, \dots, B_n$ .

| Пункты отправления | Пункты назначения |     |                 |     |                 | Запасы |
|--------------------|-------------------|-----|-----------------|-----|-----------------|--------|
|                    | $B_1$             | ... | $B_j$           | ... | $B_n$           |        |
| $A_1$              | $c_{11} x_{11}$   | ... | $c_{1j} x_{1j}$ | ... | $c_{1n} x_{1n}$ | $a_1$  |
| ...                | ...               | ... | ...             | ... | ...             | ...    |
| $A_i$              | $c_{i1} x_{i1}$   | ... | $c_{ij} x_{ij}$ | ... | $c_{in} x_{in}$ | $a_i$  |
| ...                | ...               | ... | ...             | ... | ...             | ...    |
| $A_m$              | $c_{m1} x_{m1}$   | ... | $c_{mj} x_{mj}$ | ... | $c_{mn} x_{mn}$ | $a_m$  |
| Потребности        | $b_1$             | ... | $b_j$           | ... | $b_n$           |        |

**транспортная задача**

$C_{ij}$  тарифы перевозок

$X_{ij}$  количество груза

| Пункты отправления | Пункты назначения |     |                 |     |                 | Запасы |
|--------------------|-------------------|-----|-----------------|-----|-----------------|--------|
|                    | $B_1$             | ... | $B_j$           | ... | $B_n$           |        |
| $A_1$              | $C_{11} x_{11}$   | ... | $C_{1j} x_{1j}$ | ... | $C_{1n} x_{1n}$ | $a_1$  |
| ...                | ...               | ... | ...             | ... | ...             | ...    |
| $A_i$              | $C_{i1} x_{i1}$   | ... | $C_{ij} x_{ij}$ | ... | $C_{in} x_{in}$ | $a_i$  |
| ...                | ...               | ... | ...             | ... | ...             | ...    |
| $A_m$              | $C_{m1} x_{m1}$   | ... | $C_{mj} x_{mj}$ | ... | $C_{mn} x_{mn}$ | $a_m$  |
| <b>Потребности</b> | $b_1$             | ... | $b_j$           | ... | $b_n$           |        |

# Определение оптимального плана транспортной задачи начинают с нахождения какого-нибудь ее **опорного плана**.

опорный план находят последовательно за  $n+m-1$  шагов, на каждом из которых в таблице условий задачи заполняют одну клетку, которую называют занятой.

заполнение одной из клеток обеспечивает полностью либо удовлетворение потребности в грузе одного из пунктов назначения, либо вывоз груза из одного из пунктов отправления.

**Опорный план** является исходным условием для проверки последнего на оптимальность и нахождения **оптимального плана**.



# Метод северо-западного угла

на каждом шаге рассматривают первый из оставшихся пунктов отправления и первый из оставшихся пунктов назначения.

- Заполнение клеток таблицы условий начинается с левой верхней клетки для неизвестного  $X_{11}$  (“северо-западный угол”)
- заканчивается для неизвестного  $X_{mn}$ , т. е. идет как бы по диагонали таблицы с севера на запад.

| Пункты отправления | Пункты назначения    |     |                      |     |                      | Запасы |
|--------------------|----------------------|-----|----------------------|-----|----------------------|--------|
|                    | $B_1$                | ... | $B_j$                | ... | $B_n$                |        |
| $A_1$              | $c_{11}$<br>$x_{11}$ | ... | $c_{1j}$<br>$x_{1j}$ | ... | $c_{1n}$<br>$x_{1n}$ | $a_1$  |
| ...                | ...                  | ... | ...                  | ... | ...                  | ...    |
| $A_i$              | $c_{i1}$<br>$x_{i1}$ | ... | $c_{ij}$<br>$x_{ij}$ | ... | $c_{in}$<br>$x_{in}$ | $a_i$  |
| ...                | ...                  | ... | ...                  | ... | ...                  | ...    |
| $A_m$              | $c_{m1}$<br>$x_{m1}$ | ... | $c_{mj}$<br>$x_{mj}$ | ... | $c_{mn}$<br>$x_{mn}$ | $a_m$  |
| Потребности        | $b_1$                | ... | $b_j$                | ... | $b_n$                |        |

## Метод северо-западного угла

**Задача 1.** На три базы А1, А2, А3 поступил однородный груз в количествах, соответственно равных 140, 180 и 160 ед. Это груз требуется перевезти в пять пунктов назначения В1, В2, В3, В4, В5 соответственно в количествах 60, 70, 120, 130 и 100 ед. Тарифы перевозок единицы груза с каждого из пунктов отправления в соответствующие пункты назначения указаны в таблице:

| Пункты отправления | Пункты назначения |    |     |     |     | Запасы |
|--------------------|-------------------|----|-----|-----|-----|--------|
|                    | В1                | В2 | В3  | В4  | В5  |        |
| А1                 | 2                 | 3  | 4   | 2   | 4   | 140    |
| А2                 | 8                 | 4  | 1   | 4   | 1   | 180    |
| А3                 | 9                 | 7  | 3   | 7   | 2   | 160    |
| Потребности        | 60                | 70 | 120 | 130 | 100 | 480    |

# Метод северо-западного угла

## Решение.

пунктов отправления  $m=3$ , а число пунктов назначения  $n=5$

$$5+3-1=7$$

Заполнение таблицы начнем с неизвестного  $x_{11}$ , т. е. попытаемся удовлетворить потребности первого пункта назначения за счет запасов первого пункта отправления. Так как запасы пункта A1 больше, чем потребности пункта B1, то полагаем  $x_{11}=60$ , записываем это значение в соответствующей клетке табл и временно исключаем из рассмотрения столбец B1, считая при этом запасы пункта A1 равными 80.

| Пункты отправления | Пункты назначения |    |     |     |     | Запасы          |
|--------------------|-------------------|----|-----|-----|-----|-----------------|
|                    | B1                | B2 | B3  | B4  | B5  |                 |
| A1                 | 2 <b>60</b>       | 3  | 4   | 2   | 4   | 140 - <b>60</b> |
| A2                 | 8                 | 4  | 1   | 4   | 1   | 180             |
| A3                 | 9                 | 7  | 3   | 7   | 2   | 160             |
| Потребности        | 60 - <b>60</b>    | 70 | 120 | 130 | 100 | 480             |

## Метод северо-западного угла

**Решение.** первые из оставшихся пунктов отправления А1 и назначения В2. Запасы пункта А1 больше потребностей пункта В2. Положим  $X_{12}=70$ , запишем это значение в соответствующей клетке табл и временно исключим из рассмотрения столбец В2. В пункте А1 запасы считаем равными 10 ед.

| Пункты отправления | Пункты назначения |                |     |     |     | Запасы                      |
|--------------------|-------------------|----------------|-----|-----|-----|-----------------------------|
|                    | В1                | В2             | В3  | В4  | В5  |                             |
| А1                 | 2 <b>60</b>       | 3 <b>70</b>    | 4   | 2   | 4   | 140 - <b>60</b> - <b>70</b> |
| А2                 | 8                 | 4              | 1   | 4   | 1   | 180                         |
| А3                 | 9                 | 7              | 3   | 7   | 2   | 160                         |
| Потребности        | 60 - <b>60</b>    | 70 - <b>70</b> | 120 | 130 | 100 | 480                         |

## Метод северо-западного угла

**Решение.** Снова рассмотрим первые из оставшихся пунктов отправления А1 и назначения В3. Потребности пункта В3 больше оставшихся запасов пункта А1. Положим  $X_{13}=10$  **и исключим из рассмотрения строку А1.** Значение  $X_{13}=10$  запишем в соответствующую клетку табл и считаем потребности пункта В3 равными 110 ед.

| Пункты отправления | Пункты назначения |               |                |     |     | Запасы                 |
|--------------------|-------------------|---------------|----------------|-----|-----|------------------------|
|                    | В1                | В2            | В3             | В4  | В5  |                        |
| А1                 | 2 <b>60</b>       | 3 <b>70</b>   | 4 <b>10</b>    | 2   | 4   | 140 <b>-60 -70 -10</b> |
| А2                 | 8                 | 4             | 1              | 4   | 1   | 180                    |
| А3                 | 9                 | 7             | 3              | 7   | 2   | 160                    |
| Потребности        | 60 <b>-60</b>     | 70 <b>-70</b> | 120 <b>-10</b> | 130 | 100 | 480                    |

## Метод северо-западного угла

**Решение.** Теперь перейдем к заполнению клетки для неизвестного  $x_{23}$  и т. д.

Через шесть шагов остается один пункт отправления  $A_3$  с запасом груза 100 ед. и один пункт назначения  $B_5$  с потребностью 100 ед.

Соответственно имеется одна свободная клетка, которую и заполняем, полагая  $x_{35}=100$ . В результате получаем опорный план

| Пункты отправления | Пункты назначения |               |                |     |     | Запасы                 |
|--------------------|-------------------|---------------|----------------|-----|-----|------------------------|
|                    | B1                | B2            | B3             | B4  | B5  |                        |
| A1                 | 2 <b>60</b>       | 3 <b>70</b>   | 4 <b>10</b>    | 2   | 4   | 140 <b>-60 -70 -10</b> |
| A2                 | 8                 | 4             | 1              | 4   | 1   | 180                    |
| A3                 | 9                 | 7             | 3              | 7   | 2   | 160                    |
| Потребности        | 60 <b>-60</b>     | 70 <b>-70</b> | 120 <b>-10</b> | 130 | 100 | 480                    |

# Метод северо-западного угла

**Решение.** В результате получаем опорный план

$$X = \begin{bmatrix} 60 & 70 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 110 & 70 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 60 & 100 \end{bmatrix}$$

| Пункты отправления | Пункты назначения |             |              |             |              | Запасы |
|--------------------|-------------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------|
|                    | B1                | B2          | B3           | B4          | B5           |        |
| A1                 | 2 <b>60</b>       | 3 <b>70</b> | 4 <b>10</b>  | 2           | 4            | 140    |
| A2                 | 8                 | 4           | 1 <b>110</b> | 4 <b>70</b> | 1            | 180    |
| A3                 | 9                 | 7           | 3            | 7 <b>60</b> | 2 <b>100</b> | 160    |
| Потребности        | 60                | 70          | 120          | 130         | 100          | 480    |

# Метод северо-западного угла

$$X = \begin{bmatrix} 60 & 70 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 110 & 70 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 60 & 100 \end{bmatrix}$$

| Пункты отправления | Пункты назначения |             |              |             |              | Запасы |
|--------------------|-------------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------|
|                    | B1                | B2          | B3           | B4          | B5           |        |
| A1                 | 2 <b>60</b>       | 3 <b>70</b> | 4 <b>10</b>  | 2           | 4            | 140    |
| A2                 | 8                 | 4           | 1 <b>110</b> | 4 <b>70</b> | 1            | 180    |
| A3                 | 9                 | 7           | 3            | 7 <b>60</b> | 2 <b>100</b> | 160    |
| Потребности        | 60                | 70          | 120          | 130         | 100          | 480    |

общая стоимость перевозок всего груза

$$S = 2 * 60 + 3 * 70 + 4 * 10 + 1 * 110 + 4 * 70 + 7 * 60 + 2 * 100 = 1380$$



# Метод минимального элемента

Очевидно, выбор пунктов назначения и отправления целесообразно производить, ориентируясь на тарифы перевозок, а именно:

на каждом шаге следует выбирать какую-нибудь клетку, отвечающую минимальному тарифу (если таких клеток несколько, то следует выбирать любую из них), и рассмотреть пункты назначения и отправления, соответствующие выбранной клетке.

Сущность метода минимального элемента и состоит в выборе клетки с минимальным тарифом.

**Этот метод, как правило, позволяет найти опорный план транспортной задачи, при котором общая стоимость перевозок груза меньше, чем общая стоимость перевозок при плане, найденном для данной задачи с помощью метода северо-западного угла.**

**Поэтому наиболее целесообразно опорный план транспортной задачи находить методом минимального элемента.**

# Метод минимального элемента

## Задача 2

| Пункты отправления | Пункты назначения |    |     |     | Запасы |
|--------------------|-------------------|----|-----|-----|--------|
|                    | B1                | B2 | B3  | B4  |        |
| A1                 | 7                 | 8  | 1   | 2   | 160    |
| A2                 | 4                 | 5  | 9   | 8   | 140    |
| A3                 | 9                 | 2  | 3   | 6   | 170    |
| Потребности        | 120               | 50 | 190 | 110 | 470    |

## Метод минимального элемента

**Решение.** Минимальный тариф равный 1, находится в клетке для переменной  $x_{13}$ . Положим  $x_{13}=160$ , запишем это значение в соответствующую клетку таблицы и временно исключим из рассмотрения строку A1. Потребности пункта назначения B3 читаем равными 30.

| Пункты отправления | Пункты назначения |    |                  |     | Запасы           |
|--------------------|-------------------|----|------------------|-----|------------------|
|                    | B1                | B2 | B3               | B4  |                  |
| A1                 | 7                 | 8  | 1 <b>160</b>     | 2   | 160 - <b>160</b> |
| A2                 | 4                 | 5  | 9                | 8   | 140              |
| A3                 | 9                 | 2  | 3                | 6   | 170              |
| Потребности        | 120               | 50 | 190 - <b>160</b> | 110 | 470              |

## Метод минимального элемента

**Решение.** В оставшейся части таблицы с двумя строками A2 и A3 и четырьмя столбцами B1, B2, B3 и B4 клетка с наименьшим тарифом находится на пересечении строки A3 и столбца B2, где  $C_{32}=2$ . Положим  $X_{32}=50$  и внесем это значение в соответствующую клетку.

| Пункты отправления | Пункты назначения |                |                  |     | Запасы           |
|--------------------|-------------------|----------------|------------------|-----|------------------|
|                    | B1                | B2             | B3               | B4  |                  |
| A1                 | 7                 | 8              | 1 <b>160</b>     | 2   | 160 - <b>160</b> |
| A2                 | 4                 | 5              | 9                | 8   | 140              |
| A3                 | 9                 | 2 <b>50</b>    | 3                | 6   | 170 - <b>50</b>  |
| Потребности        | 120               | 50 - <b>50</b> | 190 - <b>160</b> | 110 | 470              |

## Метод минимального элемента

**Решение.** Временно исключим из рассмотрения столбец В2 и будем считать запасы пункта А3 равными 120.

После этого рассмотрим оставшуюся часть таблицы с двумя строками А2 и А3 и тремя столбцами В1, В3 и В4. В ней минимальный тариф находится в клетке на пересечении строки А3 и столбца В3 и равен 3. Заполним описанным выше способом эту клетку

и аналогично заполним клетки, находящиеся на пересечении строки А2 и столбца В1, строки А3 и столбца В4, строки А2 и столбца В4. В результате получим опорный план.

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 160 & 0 \\ 120 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 50 & 30 & 90 \end{bmatrix}$$

При данном плане перевозок общая стоимость перевозок составляет.

$$S = 1 \cdot 160 + 4 \cdot 120 + 8 \cdot 20 + 2 \cdot 50 + 3 \cdot 30 + 6 \cdot 90 = 1530$$

# Метод аппроксимации Фогеля

на каждой итерации по всем столбцам и по всем строкам находят разность между двумя записанными в них минимальными тарифами.

разности записывают в специально отведенных для этого строке и столбце в таблице условий задачи.

Среди разностей выбирают максимальную.

В строке (или столбце), которой данная разность соответствует, определяют минимальный тариф. Клетку, в которой он записан, заполняют на данной итерации.

Если минимальный тариф одинаков для нескольких клеток данной строки (столбца), то для заполнения выбирают ту клетку, которая расположена в столбце (строке), соответствующем наибольшей разности между двумя минимальными тарифами, находящимися в данном столбце (строке).

## Метод аппроксимации Фогеля

Для каждой строки и столбца таблицы условий найдем разности между двумя минимальными тарифами, записанными в данной строке или столбце, и поместим их в соответствующем дополнительном столбце или строке. Так в строке А2 минимальный тариф равен 4, а следующий за ним равен 5, разность между ними  $5-4=1$ . Точно так же разность между минимальными элементами в столбце В4 равна  $6-2=4$ .

| Пункты отправления | Пункты назначения |    |     |     | Запасы |
|--------------------|-------------------|----|-----|-----|--------|
|                    | В1                | В2 | В3  | В4  |        |
| А1                 | 7                 | 8  | 1   | 2   | 160    |
| А2                 | 4                 | 5  | 9   | 8   | 140    |
| А3                 | 9                 | 2  | 3   | 6   | 170    |
| Потребности        | 120               | 50 | 190 | 110 | 470    |

# Метод аппроксимации Фогеля

| Пункты отправления   | Пункты назначения |         |          |          | Запасы | Разности по строкам |   |   |   |   |   |
|----------------------|-------------------|---------|----------|----------|--------|---------------------|---|---|---|---|---|
|                      | B1                | B2      | B3       | B4       |        |                     |   |   |   |   |   |
| A1                   | 7<br>120          | 8<br>50 | 1<br>50  | 2<br>110 | 160    | 1                   | 6 | - | - | - | - |
| A2                   | 4<br>120          | 5<br>20 | 9        | 8        | 140    | 1                   | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| A3                   | 9                 | 2<br>30 | 3<br>140 | 6        | 170    | 1                   | 1 | 1 | 7 | - | - |
| Потребности          | 120               | 50      | 190      | 110      | 470    |                     |   |   |   |   |   |
| Разности по столбцам | 3                 | 3       | 2        | 4        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 3                 | 3       | 2        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 5                 | 3       | 6        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 5                 | 3       | -        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 0                 | 0       | -        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | -                 | 0       | -        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |





| Метод аппроксимации<br>Пункты отправления | Циклы отправления |    |     |          | Запасы      | Разности по строкам |  |  |  |  |  |
|---|-------------------|----|-----|----------|-------------|---------------------|--|--|--|--|--|
|   | B1                | B2 | B3  | B4       |             |                     |  |  |  |  |  |
| A1  | 7                 | 8  | 1   | 2<br>110 | 160<br>-110 | 1                   |  |  |  |  |  |
| A2  | 4                 | 5  | 9   | 8        | 140         | 1                   |  |  |  |  |  |
| A3  | 9                 | 2  | 3   | 6        | 170         | 1                   |  |  |  |  |  |
| Потребности                               | 120               | 50 | 190 | 110 -110 | 470         |                     |  |  |  |  |  |
|   | 3                 | 3  | 2   | 4        |             |                     |  |  |  |  |  |

### Разности по столбцам

Вычислив все эти разности, видим, что наибольшая из них соответствует столбцу B4. В этом столбце минимальный тариф записан в клетке, находящейся на пересечении строки A1 и столбца B4. Таким образом эту клетку следует заполнить.. Заполнив ее, тем самым мы удовлетворим потребности пункта B4. Поэтому исключим из рассмотрения столбец B4 и будем считать запасы пункта A1 равными  $160-110=50$

# Метод аппроксимации Фогеля

| Пункты отправления   | Пункты назначения |         |          |          | Запасы | Разности по строкам |   |   |   |   |   |
|----------------------|-------------------|---------|----------|----------|--------|---------------------|---|---|---|---|---|
|                      | B1                | B2      | B3       | B4       |        |                     |   |   |   |   |   |
| A1                   | 7                 | 8       | 1<br>50  | 2<br>110 | 160    | 1                   | 6 | - | - | - | - |
| A2                   | 4<br>120          | 5<br>20 | 9        | 8        | 140    | 1                   | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| A3                   | 9                 | 2<br>30 | 3<br>140 | 6        | 170    | 1                   | 1 | 1 | 7 | - | - |
| Потребности          | 120               | 50      | 190      | 110      | 470    |                     |   |   |   |   |   |
| Разности по столбцам | 3                 | 3       | 2        | 4        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 3                 | 3       | 2        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 5                 | 3       | 6        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 5                 | 3       | -        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 0                 | 0       | -        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | -                 | 0       | -        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |

# Метод аппроксимации Фогеля

| Пункты отправления   | Пункты назначения |         |          |          | Запасы | Разности по строкам |   |   |   |   |   |
|----------------------|-------------------|---------|----------|----------|--------|---------------------|---|---|---|---|---|
|                      | B1                | B2      | B3       | B4       |        |                     |   |   |   |   |   |
| A1                   | 7<br>1            | 8<br>2  | 50<br>1  | 110<br>2 | 160    | 1                   | 6 | - | - | - | - |
| A2                   | 4<br>120          | 5<br>20 | 9        | 8        | 140    | 1                   | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| A3                   | 9                 | 2<br>30 | 3<br>140 | 6        | 170    | 1                   | 1 | 1 | 7 | - | - |
| Потребности          | 120               | 50      | 190      | 110      | 470    |                     |   |   |   |   |   |
| Разности по столбцам | 3                 | 3       | 2        | 4        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 3                 | 3       | 2        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 5                 | 3       | 6        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 5                 | 3       | -        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |
|                      | 0                 | 0       | -        | -        |        |                     |   |   |   |   |   |

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 50 & 110 \\ 120 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 140 & 0 \end{bmatrix}$$

общая стоимость перевозок  $S = 1 \cdot 50 + 2 \cdot 110 + 4 \cdot 120 + 5 \cdot 20 + 2 \cdot 30 + 3 \cdot 140 = 1330$ .