

Тригонометрия

Тесты



Преобразование выражений

Тренинг 1

1) Найдите $13 \cos \alpha + 1$, если $\sin \alpha = 5/13$, $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$

2) Упростить выражение $1 - \operatorname{tg} x \sin x \cos x$

3) Упростите выражение $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)$

4) Найдите значение дроби
$$\frac{\sin 32^\circ \cos 28^\circ + \cos 32^\circ \sin 28^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

5) Вычислите
$$\frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} - \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$$

6) Упростите выражение
$$\frac{\cos 2\alpha + 1}{2 - 2 \sin^2 \alpha}$$

7) Упростите выражение $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$

Для проверки своих действий щелкните



Преобразование выражений

1) Найдите $13 \cos \alpha + 1$, если $\sin \alpha = 5/13$, $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$

Чтобы найти значение $13 \cos \alpha + 1$, надо узнать $\cos \alpha$.

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

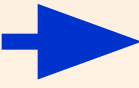
Так как α принадлежит второй четверти, то $\cos \alpha < 0$, следовательно,

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - 25/169} = -12/13$$


$$13 \cos \alpha + 1 = 13 \cdot (-12/13) + 1 = -11$$




2. Упростить выражение $1 + \operatorname{tg} x \sin x \cos x$

Заменить $\operatorname{tg} x$ на $\frac{\sin x}{\cos x}$  Тригонометрия

Получим: $1 - \frac{\cancel{\sin x} \sin x \cancel{\cos x}}{\cancel{\cos x}} = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x$

 Алгебра

 Тригонометрия



3) Упростите выражение $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha)$

Алгебра отсутствует

Тригонометрия

Используем формулы:

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = 1/\cos^2 \alpha$$

$$1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$$

$$(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)(1 - \cos^2 \alpha) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \sin^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha$$



4) Найдите значение дроби $\frac{\sin 32^\circ \cos 28^\circ + \cos 32^\circ \sin 28^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$

Алгебра отсутствует

Тригонометрия

Используем формулы:

$$\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \sin (\alpha + \beta)$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$\frac{\sin 32^\circ \cos 28^\circ + \cos 32^\circ \sin 28^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\sin(32^\circ + 28^\circ)}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = \frac{2 \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ}$$

Подставим значения:

$$\frac{2 \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{2 \cdot \sqrt{3} / 2}{1/2} = 2\sqrt{3}$$



5) Вычислите $\frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} - \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$

Алгебра

$\cos 15^\circ$

$\sin 15^\circ$

$$\frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} - \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$$

Сложим дроби:

$$= \frac{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} =$$

Тригонометрия

Используем формулы:

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

$$= \frac{\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{2 \cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = 2 \operatorname{ctg} 30^\circ = 2\sqrt{3}$$



6) Упростите выражение $\frac{\cos 2\alpha + 1}{2 - 2\sin^2 \alpha}$

Алгебра отсутствует Тригонометрия

Углы разнятся в два раза.

Применим формулы двойного угла косинуса и основное тригонометрическое тождество

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\frac{\cos 2\alpha + 1}{2 - 2\sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \cancel{\sin^2 \alpha} + \cos^2 \alpha + \cancel{\sin^2 \alpha}}{2\cancel{\sin^2 \alpha} + 2\cos^2 \alpha - 2\cancel{\sin^2 \alpha}} = \frac{2\cos^2 \alpha}{2\cos^2 \alpha} = 1$$



7) Упростите выражение $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$

Алгебра

Применим разность квадратов

$$\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

Тригонометрия

Используем формулы:

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = -\cos 2\alpha$$



Тренинг 2

A1 Найдите значение выражения $5 \cos^2 x + 1$, если $\sin^2 x = 0,3$

1) 2,5

2) 5,55

3) 4,5

4) 7,5

A2 Найдите значение дроби

$$\frac{\sin 32^\circ \cos^2 28^\circ + \cos 32^\circ \sin 28^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

1) $2\sqrt{3}$

2) $\sqrt{3}/3$

3) $2\sqrt{3}/3$

4) $\sqrt{3}$

A3 Найдите значение выражения $\arccos(-\frac{1}{2}) + \arcsin \frac{1}{2}$

1) $5\pi/3$

2) 0

3) $-\pi/3$

4) $5\pi/6$



A4*Найдите значение выражения $\arccos 1 - \operatorname{arctg}(-1)$*

1) 0

2) $-\pi/4$

3) $\pi/4$

4) $3\pi/4$

A5*Вычислите $\frac{4 \sin 15^\circ \cos 15^\circ}{2 \cos^2 15^\circ - 1}$*

1) $3\sqrt{3}$

2) $\sqrt{3}$

3) $3\sqrt{3}/2$

4) 3

A6*Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -0,8$ и $\alpha \in (\pi/2; \pi)$*

1) $-3/4$

2) $4/3$

3) $-4/3$

4) $-3/4$



A7 Решите уравнение $\sin(\pi/6 - 2x) - 1 = 0$

1) $-\pi/6 + 2\pi n$

2) $-\pi/6 + \pi n$

3) $(-1)^n \pi/6 + \pi n$

4) $-5\pi/6 + \pi n$

A8 Решите уравнение $\sqrt{3} \operatorname{ctg} x/2 = -1$

1) $4\pi/3 + 2\pi n$

2) $5\pi/3 + 2\pi n$

3) $4\pi/3 + \pi n$

4) $\pi/3 + 2\pi n$

A9 Решите уравнение $3(1 + \cos x)(1 - \cos x) = \sin^2 x$

1) πn

2) 0

3) $2\pi n$

4) решений нет



A10

Найдите корни уравнения $2 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$

1) $\pi/6 + 2\pi n$

2) $(-1)^{n+1}\pi/6 + \pi n$
 $(-1)^{n+1}\arcsin 2 + \pi n$

3) $(-1)^{n+1}\pi/6 + \pi n$

4) $(-1)^n\pi/6 + \pi n$

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10

