

Интернет-технология
обучения математическим
дисциплинам, основанная
на системе
«ВебМатематика»

Е.М. Воробьев, МИЭМ

В.А. Никишкин, МЭСИ

ВебМатематика

Прикладная программа для Ява-сервера, обеспечивающая доступ по Интернету к вычислительному ядру системы «Математика»

«Математика»

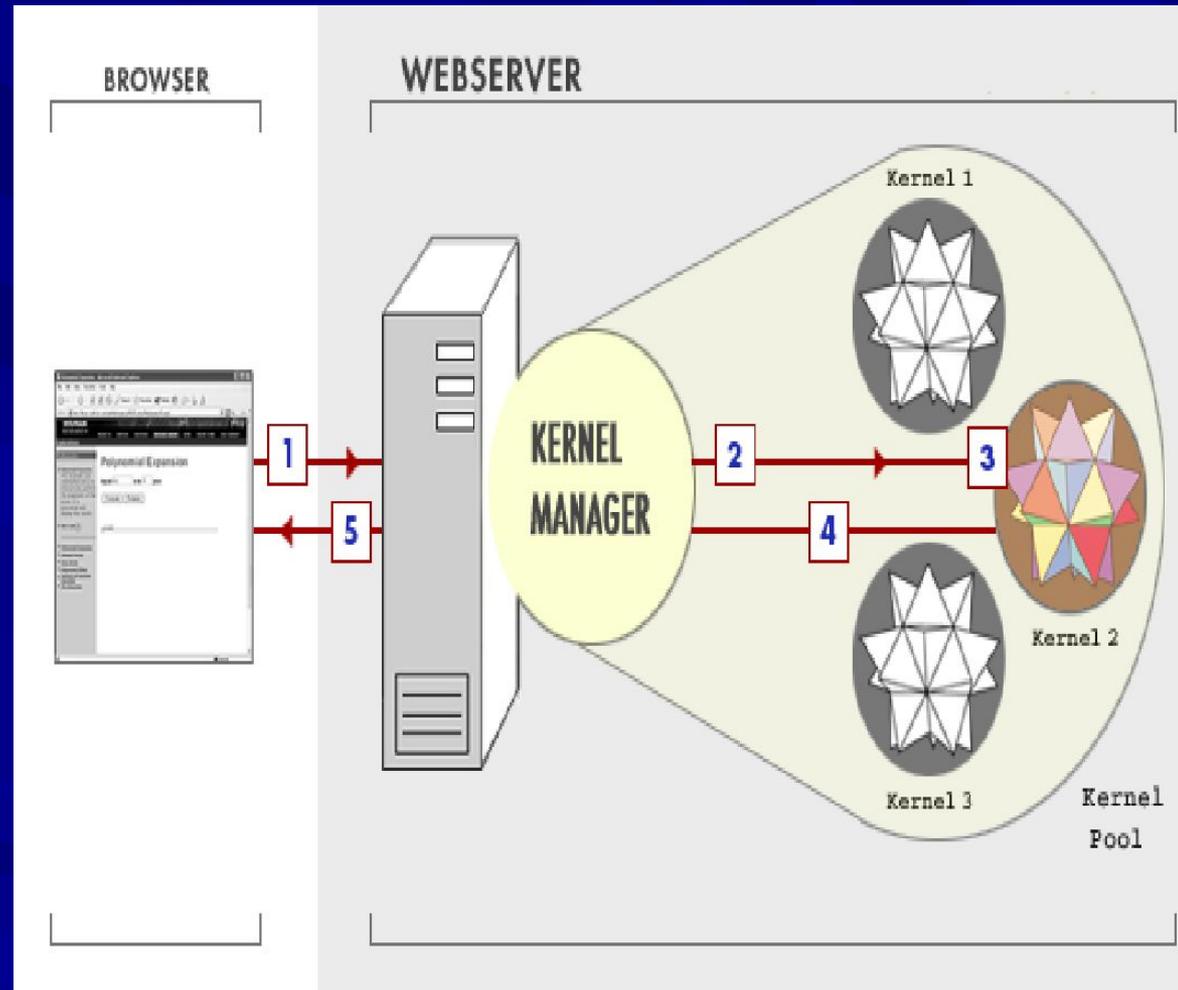
- Интегрированная программная система для проведения символьных, графических и численных расчетов.
- Интегрированность означает, что все типы расчетов можно выполнять в одном сеансе работы с системой
- С точки зрения структуры «Математика» состоит из самостоятельных подсистем: интерфейса и вычислительного ядра

- Интерфейс и вычислительное ядро взаимодействуют по специальному протоколу MathLink
- Этот протокол был модифицирован с тем, чтобы взаимодействие могло проходить на языке Ява.
- Последнее обстоятельство позволило написать веб-интерфейс для вычислительного ядра системы «Математика»

Технология

- Структура ВебСервера

ВебМатематика создает на Ява-сервере HTML-страницы, на которых можно выполнять математические вычисления



Ключевые достоинства для обучения. «ВебМатематика»

- Обеспечивает удаленный доступ к интерактивным учебным материалам с компьютера, который оснащен только Веб-браузером
- Не требует от пользователя знания команд системы «Математика», хотя и предполагает владение основами ее синтаксиса

“Математика” и “ВебМатематика” электронные интерактивные учебные пособия

- Математический анализ

Differ.nb *

Calculus Labs using "Mathematica"

Lab Number: 5

Differential. Taylor polynomials

© E.M. Vorob'ev, 2004

- Initialization
- Tangents, parabolas and Taylor polynomials
- Labs
- Brief "Mathematica" Reference Guide

100%

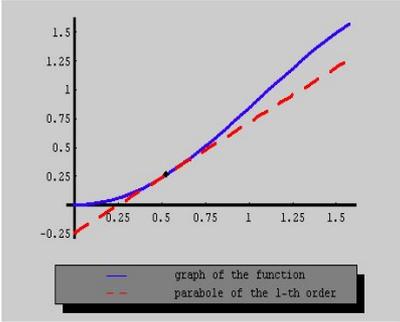
Differ.nb *

The patterns of problem solving

■ Pattern 1.

Problem. For what values of the argument x belonging to the segment $[0, \pi/2]$ the function $x \cdot \sin[x]$ may be approximately evaluated with the help of its differential at the point $c = \frac{\pi}{6}$. The relative error of approximation must be less than 1%?

```
In[15]:= TaylorPlot[x Sin[x], {x, 0, Pi/2}, Pi/6, 1]
```

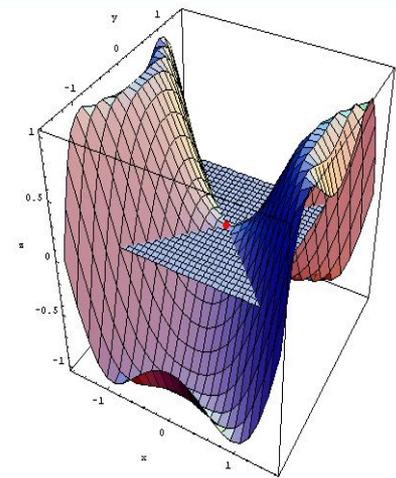

$$x \sin[x] = \frac{\pi}{12} + \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4\sqrt{3}} \right) \left(-\frac{\pi}{6} + x \right) + o\left(-\frac{\pi}{6} + x \right)$$

100%

TwoVar.nb *

`var2, c, d]` returns the graph of the **function** of the arguments `var1, var2` together with the tangent plane to the graph of the function at the **point**. The range of the graph is the segment `[a, b]` in the first variable and the segment `[c, d]` in the second variable. It is recommended that the point `c` locates in the vicinity of the center of the rectangle `[a,b ; c,d]`.

```
In[37]:= TangentPlane[Sin[x^2 - y^2], {0, 0}, {x, -Pi/2, Pi/2}, {y, -Pi/2, Pi/2}];
```



Definition. The points where the first partial derivatives of the function $f[x,y]$ vanish are called the **stationary or critical points** of the function.

As in the case of the functions of one argument, it is possible that the local minima and maxima of the functions

100%

“Математика” и “ВебМатематика” электронные интерактивные учебные пособия

- Линейная алгебра

Linear algebra Labs
with "Mathematica"

Lab 1

Vectors in the plane

© E.M. Vorob'ev, 2005

- Initialization
- Background
- Labs
- Programs

VectOp.nb *

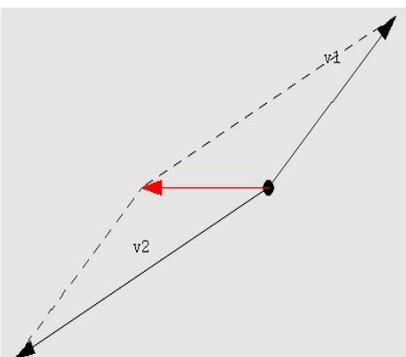
In[69]:= `VectorOperations[vector[{1, 2}, {2, 3}], vector[{-2, 3}, {-1, 1}], {2, 2}, Plus];`

Example of subtraction:

In[70]:= `VectorOperations[vector[{1, 2}, {2, 3}], vector[{-2, 3}, {-1, 1}], {0, 2}, Minus];`

If both vectors are applied to the same point and the result is supposed to be applied to the same point, then the argument **point** is not obligatory:

In[71]:= `VectorOperations[vector[{1, 2}, {2, 3}], vector[{1, 2}, {-1, 1}], Plus];`



The arguments **vector1** and **vector2** are also can be determined by their coordinates in the form `vector[a,b]`. In that case, they are supposed applied to the origin O of the coordinate system.

In[72]:= `VectorOperations[vector[2, 3], vector[-1, 1], Plus];`

LinTransf.nb *

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 20 & -9 & -10 & 5 \end{pmatrix}$$

Calculate also the operator matrix in the Jordan basis.

Solution. Print in the matrix A:

In[78]:= `A =`
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 20 & -9 & -10 & 5 \end{pmatrix}$$

Calculate the characteristic polynomial of the operator A:

`f[λ] = Det[A - λ IdentityMatrix[4]]`

Find the roots of the characteristic polynomial:

`λ /. Solve[f[λ] == 0, λ]`

The operator A has the only root $\lambda = 2$ of the multiplicity 4.

Calculate the eigenvectors. To this end, solve the linear system $(A - 2E)u = 0$:

In[79]:= `SystemForEigenvectors[A, 2]`

Equations: $(6x[1] - 3x[2] - 3x[3] + x[4] = 0, 20x[1] - 9x[2] - 10x[3] + 3x[4] = 0)$

Eigenvectors:
$$\begin{pmatrix} x[2] \\ x[4] \\ x[3] \\ x[1] \end{pmatrix}$$

Математика и Векторная электронные интерактивные учебные пособия

- Дифференциальные уравнения

Calculus Labs
using "Mathematica"

Lab Number 11

Ordinary differential equations

© E.M. Vorob'ev, 2004

Initialization
Basics
Examples. DSolve and PlotIntegralCurve commands
Laboratory work
Growth models
Programs

100% ◀ ◻ ▶

Mathematica 5.1 - [ODE.nb *]

InitialPoints[{x1,y1}, {x2,y2}, ...].

```
In[105]= PlotIntegralCurve[VectorField[1, 2 x (1 - y)], InitialPoints[{-0.6, 0.3}, {-0.5, -0.7}, {0.1, 1.8}],  
Coordinate1[x, -2, 2], Coordinate2[y, -1.5, 2]];
```

Legend:

- initial point
- integral curve
- vector field v

Example 2.

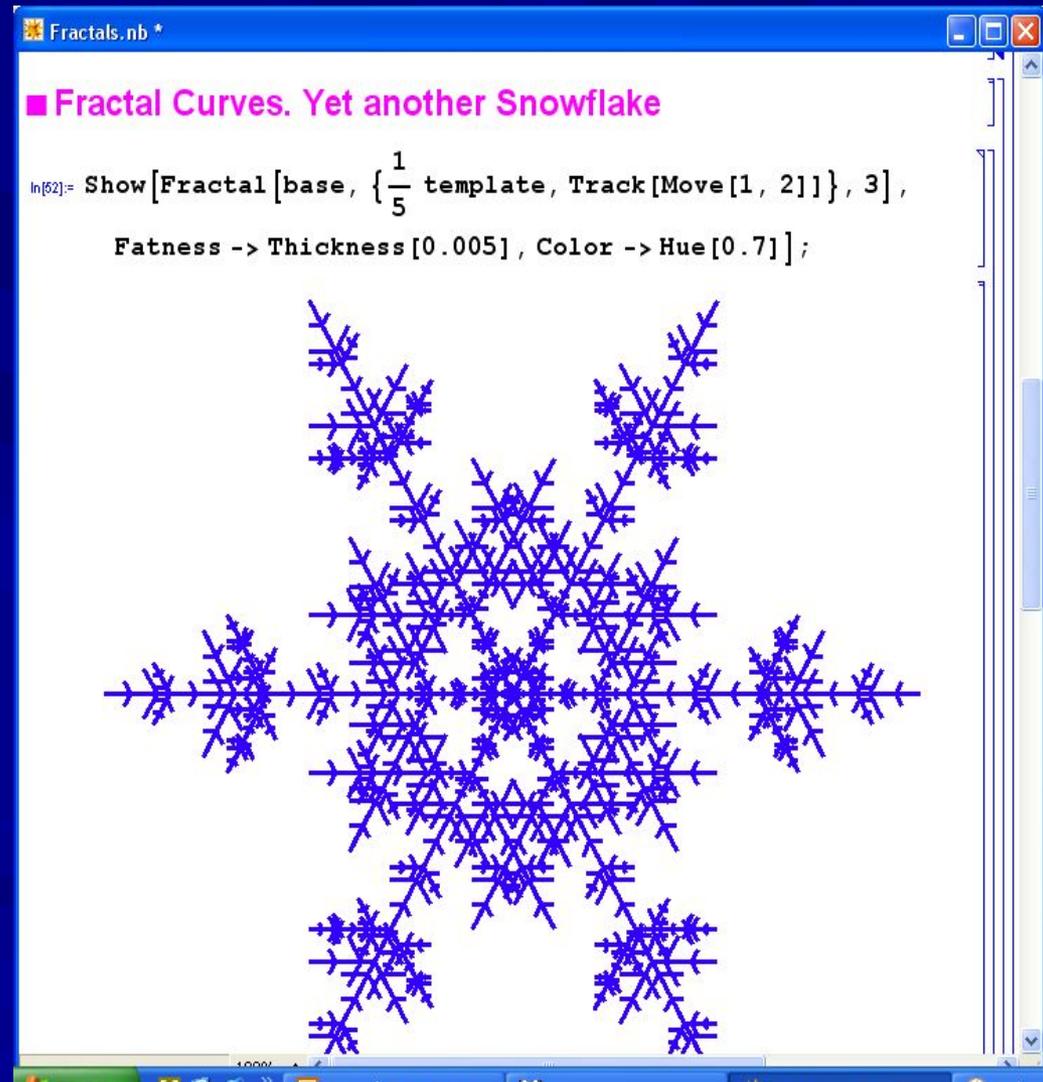
Example 3.

Example 4.

100% ◀ ◻ ▶

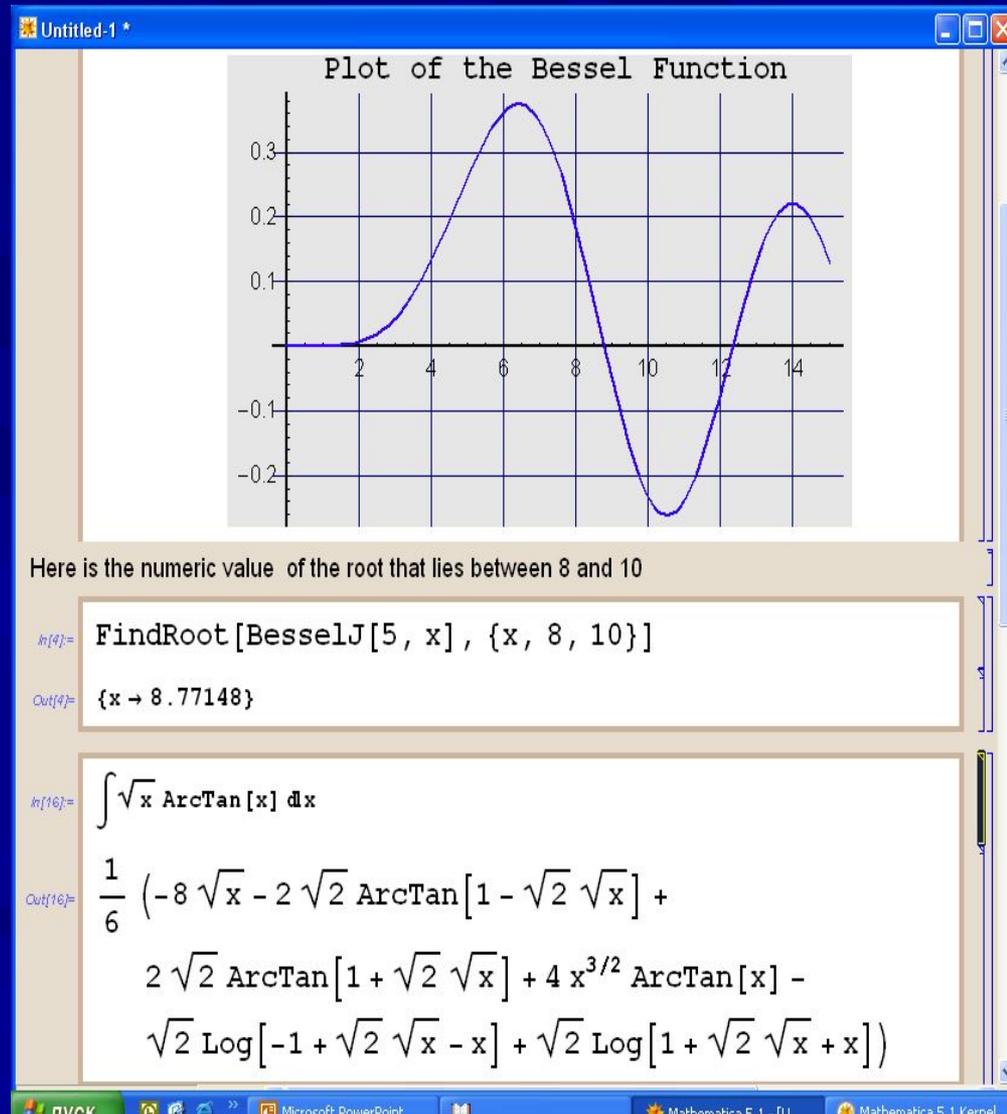
Проблемы, решаемые с помощью “ВебМатематики”

- Преподаватель может обсуждать вопросы практически недоступные для традиционной технологии преподавания



Проблемы, решаемые с помощью “ВебМатематики”

- Студенты могут сконцентрировать свое внимание на концепциях, а не на утомительных и сложных вычислениях



Проблемы, решаемые с помощью “ВебМатематики”

- Визуализация превращает трудные математические конструкции в легко доступные для понимания

