Пример Маленво

А.Бердникова
О.Масливец

ЛИА ПФ-ГУ ВШЭ
04.12.06

Предпосылки

3 товара
1 потребитель
2 производителя
1 фактор производства – L

y_i – объем производства i-го товара
a_i – затраты труда по i-му товару
x_i – объем потребления i-го товара

Балансовые ограничения:

Производственные функции:

Функция полезности потребителя:

$$u(x_1, x_2, x_3), \quad x_i > 0$$

ω – запас 3-го блага (времени)

$$y_1 \leqslant f_1(a_1, y_2),$$

$$y_2 \leqslant f_2(a_2, y_1).$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial a_2} > 0, \ \frac{\partial f_1}{\partial a_1} > 0, \ \frac{\partial u}{\partial x_1} > 0, \ \frac{\partial u}{\partial x_2} > 0, \ \frac{\partial u}{\partial x_3} > 0$$

Балансовые ограничения:

$$y_1 = x_1,$$

$$y_2 = x_2,$$

$$a_1 + a_2 + x_3 = \omega$$

Нахождение Парето-оптимума (см. Теорему 1 С. 214 [1])

$$u(y_1, y_2, \omega - a_1 - a_2) \to \max_{(y_1,\, y_2,\, a_1,\, a_2)}$$

$$y_1 \leqslant f_1(a_1, y_2),\quad y_1 \geqslant 0,\ y_2 \geqslant 0,$$

$$y_2 \leqslant f_2(a_2, y_1),\quad a_1 + a_2 \leqslant \omega.$$

$$L(y_1, y_2, a_1, a_2, \mu_1, \mu_2) = u(y_1, y_2, \omega - a_1 - a_2) + \mu_1(f_1(a_1, y_2) - y_1) + \mu_2(f_2(a_2, y_1) - y_2)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x_1} - \mu_1 + \mu_2 \dfrac{\partial f_2}{\partial y_1} = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial u}{\partial x_2} + \mu_1 \dfrac{\partial f_1}{\partial y_2} - \mu_2 = 0 \\[2ex] -\dfrac{\partial u}{\partial x_3} + \mu_1 \dfrac{\partial f_1}{\partial a_1} = 0 \Rightarrow \mu_1 = \dfrac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_1 / \partial a_1} \\[2ex] -\dfrac{\partial u}{\partial x_3} + \mu_2 \dfrac{\partial f_2}{\partial a_2} = 0 \Rightarrow \mu_2 = \dfrac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_2 / \partial a_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x_1} - \dfrac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_1 / \partial a_1} + \dfrac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_2 / \partial a_2} \dfrac{\partial f_2}{\partial y_1} = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial u}{\partial x_2} + \dfrac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_1 / \partial a_1} \dfrac{\partial f_1}{\partial y_2} - \dfrac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_2 / \partial a_2} = 0 \end{cases}$$

$$/\ \partial u / \partial x_3$$

$$\boxed{\begin{cases} \dfrac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_3} = \dfrac{1}{\partial f_1 / \partial a_1} - \dfrac{\partial f_2 / \partial y_1}{\partial f_2 / \partial a_2} \\[2ex] \dfrac{\partial u / \partial x_2}{\partial u / \partial x_3} = \dfrac{1}{\partial f_2 / \partial a_2} - \dfrac{\partial f_1 / \partial y_2}{\partial f_1 / \partial a_1} \end{cases}}$$

Нахождение Рыночного Равновесия

Задача производителя: Задача потребителя:

$$\pi_j = p_j f_j(a_j, \bar{y}_{-j}) - pL = u(x_1, x_2, x_3) + \lambda(\beta - (p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3))$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\partial f_1/\partial a_1} = \dfrac{p_1}{p_3} \\ \dfrac{1}{\partial f_2/\partial a_2} = \dfrac{p_2}{p_3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_3} = \dfrac{p_1}{p_3} \\ \dfrac{\partial u/\partial x_2}{\partial u/\partial x_3} = \dfrac{p_2}{p_3} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} \dfrac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_3} = \dfrac{1}{\partial f_1/\partial a_1} \\ \dfrac{\partial u/\partial x_2}{\partial u/\partial x_3} = \dfrac{1}{\partial f_2/\partial a_2} \end{cases}}$$

сколько труда можно «сэкономить» при производстве данного блага при малом увеличении производства другого блага

Рыночное равновесие:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_3} = \dfrac{1}{\partial f_1/\partial a_1} \\[2ex] \dfrac{\partial u/\partial x_2}{\partial u/\partial x_3} = \dfrac{1}{\partial f_2/\partial a_2} \end{cases} \Rightarrow$$

Пусть в *равновесии* $\bar{x}_3 = 0$, тогда:

$$\frac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_2} = \frac{\partial f_2/\partial a_2}{\partial f_1/\partial a_1}$$

Без учета экстерналий **равновесие не может быть Парето-оптимумом, а Парето-оптимум нельзя реализовать как равновесие**

сколько труда ... при производ... мало... ва друго...

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_3} = \dfrac{1}{\partial f_1/\partial a_1} - \boxed{\dfrac{\partial f_2/\partial y_1}{\partial f_2/\partial a_2}} \\[2ex] \dfrac{\partial u/\partial x_2}{\partial u/\partial x_3} = \dfrac{1}{\partial f_2/\partial a_2} - \boxed{\dfrac{\partial f_1/\partial y_2}{\partial f_1/\partial a_1}} \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_2} = \frac{\dfrac{1}{\partial f_1/\partial a_1} - \dfrac{\partial f_2/\partial y_1}{\partial f_2/\partial a_2}}{\dfrac{1}{\partial f_2/\partial a_2} - \dfrac{\partial f_1/\partial y_2}{\partial f_1/\partial a_1}}$$

Спасибо за внимание

подробное описание примера Маленво см.:

1. **Бусыгин В.П., Желободько Е.В., Цыплаков А.А. Микроэкономика – третий уровень.** Новосибирск: НГУ, 2003