

# Пример Маленво

**А.Бердникова**  
**О.Масливец**

**ЛИА ПФ-ГУ ВШЭ**  
**04.12.06**

# Предпосылки

3 товара

1 потребитель

2 производителя

1 фактор производства – L

$y_i$  – объем производства  $i$ -го товара

$a_i$  – затраты труда по  $i$ -му товару

$x_i$  – объем потребления  $i$ -го товара

## Балансовые ограничения:

Производственные функции полезности потребителя:

$$y_1 \leq f_1(a_1, y_2), \quad x_i > 0 \quad u(x_1, x_2, x_3)$$

$\omega$  – запас 3-го блага (времени)

$$y_2 \leq f_2(a_2, y_1).$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial a_2} > 0, \quad \frac{\partial f_1}{\partial a_1} > 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x_1} > 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x_2} > 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x_3} > 0$$

Балансовые ограничения:

$$y_1 = x_1,$$

$$y_2 = x_2,$$

$$a_1 + a_2 + x_3 = \omega$$

# Нахождение Парето-оптимума (см. Теорему 1 С. 214 [1])

$$u(y_1, y_2, \omega - a_1 - a_2) \rightarrow \max_{(y_1, y_2, a_1, a_2)}$$

$$y_1 \leq f_1(a_1, y_2), \quad y_1 \geq 0, \quad y_2 \geq 0,$$

$$y_2 \leq f_2(a_2, y_1), \quad a_1 + a_2 \leq \omega.$$

$$L(y_1, y_2, a_1, a_2, \mu_1, \mu_2) = u(y_1, y_2, \omega - a_1 - a_2) + \mu_1(f_1(a_1, y_2) - y_1) + \mu_2(f_2(a_2, y_1) - y_2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} - \mu_1 + \mu_2 \frac{\partial f_2}{\partial y_1} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} + \mu_1 \frac{\partial f_1}{\partial y_2} - \mu_2 = 0$$

$$-\frac{\partial u}{\partial x_3} + \mu_1 \frac{\partial f_1}{\partial a_1} = 0 \Rightarrow \mu_1 = \frac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_1 / \partial a_1}$$

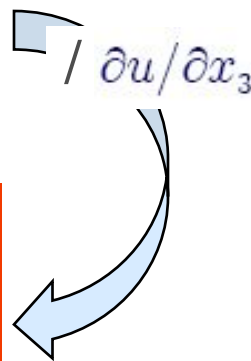
$$-\frac{\partial u}{\partial x_3} + \mu_2 \frac{\partial f_2}{\partial a_2} = 0 \Rightarrow \mu_2 = \frac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_2 / \partial a_2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} - \frac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_1 / \partial a_1} + \frac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_2 / \partial a_2} \frac{\partial f_2}{\partial y_1} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_1 / \partial a_1} \frac{\partial f_1}{\partial y_2} - \frac{\partial u / \partial x_3}{\partial f_2 / \partial a_2} = 0$$

$$\frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_1 / \partial a_1} - \frac{\partial f_2 / \partial y_1}{\partial f_2 / \partial a_2}$$

$$\frac{\partial u / \partial x_2}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_2 / \partial a_2} - \frac{\partial f_1 / \partial y_2}{\partial f_1 / \partial a_1}$$



$$\frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_1 / \partial a_1} - \frac{\partial f_2 / \partial y_1}{\partial f_2 / \partial a_2}$$

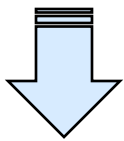
$$\frac{\partial u / \partial x_2}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_2 / \partial a_2} - \frac{\partial f_1 / \partial y_2}{\partial f_1 / \partial a_1}$$

# Нахождение Рыночного Равновесия

Задача производителя:

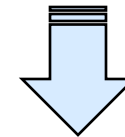
Задача потребителя:

$$\pi_j = p_j f_j(a_j, \bar{y}_j) - pL = u(x_1, x_2, x_3) + \lambda(\beta - (p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3))$$



$$\begin{cases} \frac{1}{\partial f_1 / \partial a_1} = \frac{p_1}{p_3} \\ \frac{1}{\partial f_2 / \partial a_2} = \frac{p_2}{p_3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_1 / \partial a_1} \\ \frac{\partial u / \partial x_2}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_2 / \partial a_2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_3} = \frac{p_1}{p_3} \\ \frac{\partial u / \partial x_2}{\partial u / \partial x_3} = \frac{p_2}{p_3} \end{cases}$$

сколько труда можно «сэкономить» при производстве данного блага при малом увеличении производства другого блага

Рыночное равновесие:

Пусть в равновесии  $\bar{x}_3 = 0$ , тогда:

$$\begin{cases} \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_1 / \partial a_1} \\ \frac{\partial u / \partial x_2}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_2 / \partial a_2} \end{cases}$$

$$\frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = \frac{\partial f_2 / \partial a_2}{\partial f_1 / \partial a_1}$$

Без учета экстерналий

равновесие не может быть

Парето-оптимумом,

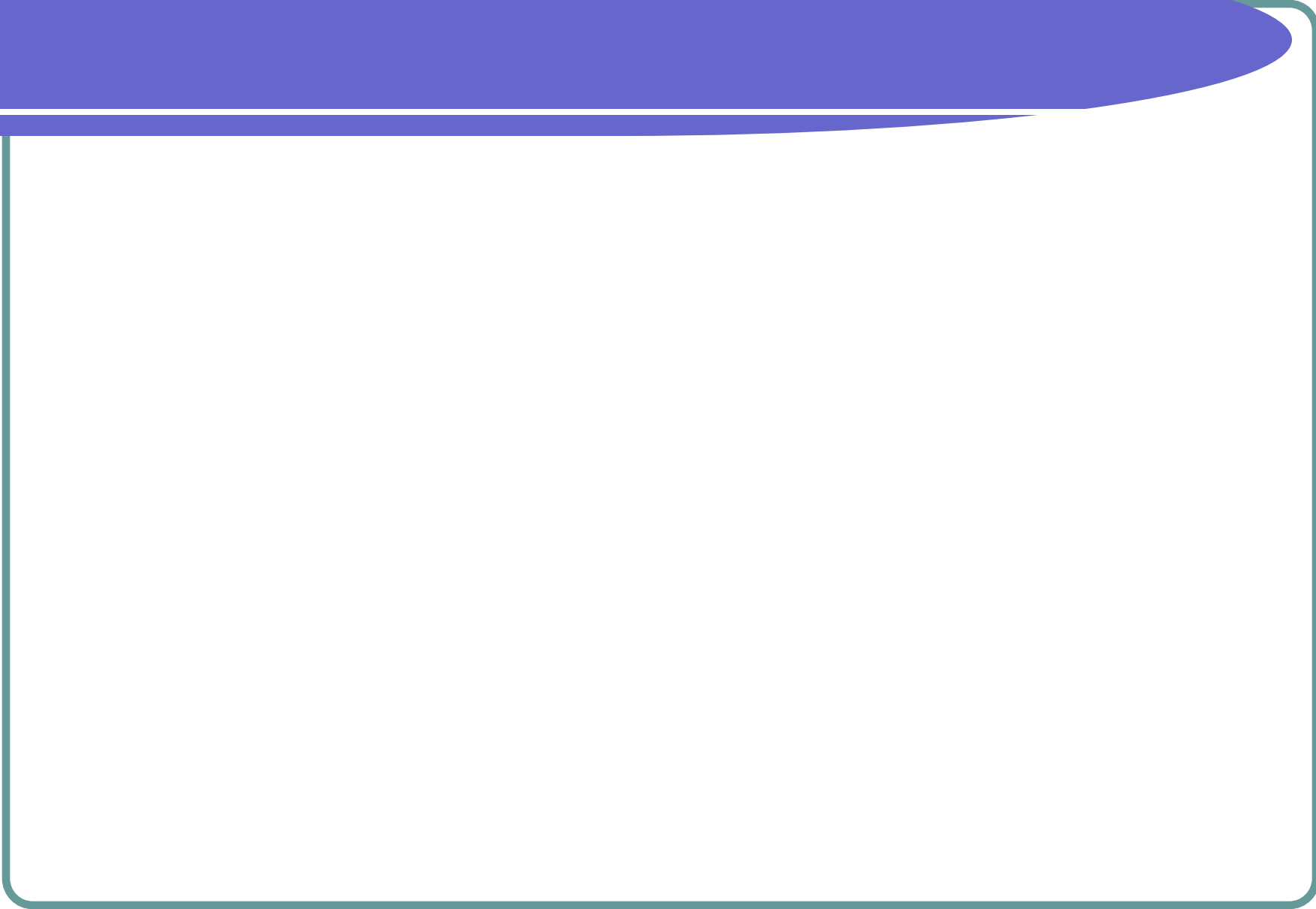
а Парето-оптимум нельзя

реализовать как равновесие

$$\begin{cases} \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_1 / \partial a_1} - \frac{\partial f_2 / \partial y_1}{\partial f_2 / \partial a_2} \\ \frac{\partial u / \partial x_2}{\partial u / \partial x_3} = \frac{1}{\partial f_2 / \partial a_2} - \frac{\partial f_1 / \partial y_2}{\partial f_1 / \partial a_1} \end{cases}$$

сколько труда при малом производстве другого блага

$$\frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2} = \frac{\partial f_1 / \partial a_1}{\partial f_2 / \partial a_2} \frac{\partial f_2 / \partial a_2}{\partial f_1 / \partial y_2} - \frac{\partial f_2 / \partial a_2}{\partial f_1 / \partial a_1} \frac{\partial f_1 / \partial y_2}{\partial f_2 / \partial a_2}$$



# Спасибо за внимание

подробное описание примера Маленво см.:

- 1. Бусыгин В.П., Желободько Е.В., Цыплаков А.А.  
Микроэкономика – третий уровень. Новосибирск:  
НГУ, 2003**